



Makale / Research Paper

İdeal Olmayan Sınır Şartları Altındaki Akışkan Taşıyan Mikrokirişlerde Temel Parametrik Rezonans

Duygu ATCI^{1*} ve Süleyman Murat BAĞDATLI²

¹Mekatronik Mühendisliği Bölümü, İzmir Katip Çelebi Üniversitesi, İzmir, 35620, Türkiye

²Makina Mühendisliği Bölümü, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Manisa, 45140, Türkiye

*duygu.atci@ikc.edu.tr

Received/Geliş: 02.03.2018

Revised/Düzeltilme: 08.03.2018

Accepted/Kabul: 12.03.2018

Öz: Bu çalışmada, ideal olmayan ankastre ve ideal olmayan basit sınır şartlarının etkisi altındaki mikrokirişlerin temel parametrik rezonans davranışları incelenmiştir. Mikrokirişler, yuvarlak kesitli olup içerisinde zamana göre değişen hıza sahip akışkan taşımaktadır. Akışkan hızı değişim frekansının kirişin doğal frekansının iki katına yakın olduğu durumlarda temel parametrik rezonans durumu ortaya çıkmaktadır. Mikrokiriş-akışkan sisteminin hareket denklemleri Hamilton prensibi uygulanarak elde edilmiştir. Perturbasyon yöntemlerinden olan Çok Ölçekli Metot, elde edilen hareket denklemlerine uygulanmıştır. Ağırlık faktörünün (k) tanımlanması ile ideal olmayan sınır şartları için yeni bir matematiksel model geliştirilmiş ve çözüme uygulanmıştır. İdeal ve ideal olmayan sınır şartları için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Frekans-cevap eğrileri çizdirilerek, ideal olmayan ankastre sınır şartının frekans değerlerini düşürdüğü, ideal olmayan basit mesnet şartının ise frekans değerlerini arttırdığı görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Mikro-sistemler; Perturbasyon yöntemleri, Çok ölçekli metot.

Principle Parametric Resonance of Fluid Conveying Microbeams under Non-ideal Boundary Conditions

Abstract: In this study, principle parametric resonance behaviors of microbeams under the effects of non-ideal clamped and non-ideal simply supported boundary conditions are investigated. Microbeams having circular cross-section carry fluid which has varying velocity. The principle parametric resonance case occurs when the changing frequency of fluid velocity is close to two times of natural frequency of the system. Equations of motion of the microbeam-fluid system is obtained by Hamilton's principle. Multiple scales method, which is one of the perturbation techniques is applied to the governing equations. A new mathematical model of non-ideal boundary conditions is developed by introducing the weighting factor (k) and applied to the solution. The results of ideal and non-ideal boundary conditions are compared. By plotting the frequency-response curves, it is seen that non-ideal clamped boundary conditions increase the frequency values while non-ideal simply supported boundary condition doing conversely.

Keywords: Micro-systems; Perturbation techniques; Method of multiple scales.

1. Giriş

Son yıllardaki teknolojik gelişmelere bağlı olarak; bilimsel araştırmalar, önemli ölçüde boyut küçültmeye yönelmiştir. Özellikle ısı ve kütle aktarım işlemlerinde, hız ve performans arttırmak amacıyla madde ve enerji tasarrufu sağlayan küçük boyutlu sistemlerin kullanımı artmaktadır. Örneğin mikro boyutlardaki yüksek performanslı elektronik parçalardan büyük miktarlarda ısıyı

Bu makaleye atıf yapmak için

Atcı, D., Bağdatlı, S.M., "İdeal Olmayan Sınır Şartları Altındaki Akışkan Taşıyan Mikrokirişlerde Temel Parametrik Rezonans" El-Cezerî Fen ve Mühendislik Dergisi 2018, 5(2); 671-680.

How to cite this article

Atcı, D., Bağdatlı, S.M., "Principle Parametric Resonance of Fluid Conveying Microbeams under Non-ideal Boundary Conditions" El-Cezerî Journal of Science and Engineering, 2018, 5(2); 671-680.

belirli bir hızda uzaklaştırmak gerekmektedir. Akışkan taşıyan mikro kanallar, küçük boyutlu elektronik sistemlerin soğutulmasında yüksek akı özellikleri dolayısıyla kullanılmaktadır [1]. Mikro-kirişler, boyutları 1 µm ile 1 mm arasında değişen sistemlerdir. Bu sistemlerin uygulama alanları gittikçe artmakta ve yapımıyla ilgili teknolojiler de sürekli olarak gelişmektedir. Mikro akışkan sistemlerinde, yüzlerce kanal yan yana konumlandırılarak aynı anda yüzlerce değişkenin test edilebileceği mikro laboratuvarların elde edilmesi mümkündür. Mikro sistemler ile bir laboratuvarda yapılan tüm işlemler, birkaç mm uzunluğundaki çiplerde gerçekleştirilebilmektedir. Mikro kanallar, içlerine onlarca hücrenin tek tek yerleştirilmesi ve her bir hücrenin etrafındaki ortamın aynı anda değiştirilmesi ile etkileri gözlemlenebilmektedir.

Mikro sistemler, genellikle mikro-elektromekanik sistemler (MEMS) olarak tanımlanır. Bununla birlikte optik uygulamaları içeren Mikro-optik-elektromekanik sistemler (MOEMS) ve diğer akışkan uygulamalarını içeren Mikro-akış cihazları (MFD) bulunmaktadır [2]. Mikro-elektromekanik sistemlerin temel malzemeleri, cam, silikon, plastik ve metal olmakla birlikte en çok kullanım alanı bulunan malzeme silikondur. Kullanılan akışkanlar ise gaz veya sıvı olabilir. Gaz olarak, azot, hidrojen ve helyum; sıvı olarak ise genellikle iyon giderilmiş su kullanılır [3].

Bu çalışmada, akışkan taşıyan mikro-kirişlerin titreşimleri incelenmiştir. Son yıllarda literatürde mikro sistemler ile ilgili çalışmalar artmaktadır. Bu çalışmaya referans olacak olan çalışmalar, eksenel hareketli veya akışkan taşıyan kiriş titreşimleri, ideal olmayan sınır şartları altındaki kiriş ve mikro kiriş titreşimlerini inceleyen çalışmalar olacaktır. Eksenel hareketli kirişlerin, içerisinde hareketli akışkan taşıyan kiriş sistemleri ile benzer dinamik davranış gösterdiği bilinmektedir. Daha önce yapılan çalışmalarda, eksenel olarak hareketli çok mesnetli kirişlerin dinamik davranışları [4] ve eksenel hareketli kirişlerin lineer olmayan titreşimlerine ait doğal frekansları verilmiştir [5]. Zamana bağlı değişken hızla eksenel olarak hareket eden sabit mesnetli kirişlerin titreşimleri [6-7] incelenmiştir. Akışkan taşıyan mikro boyutlu boruların titreşimleri mikro-akış ve mikro-yapı boyut etkileri göz önüne alınarak Wang et.al. tarafından çalışılmıştır [8]. Dalga yöntemi ile akışkan taşıyan mikro boruların serbest titreşimleri verilmiştir [9]. Akışkan ve bir konsantre kütle taşıyan gergin boruların doğal frekansları çalışılmıştır [10]. Değişken hızlara sahip akışkan taşıyan gergin boruların lineer olmayan titreşimleri ve stabilite analizi ise farklı bir çalışmada verilmiştir [11]. Akışkan taşıyan mikro-tüplerin boyuta bağlı titreşim karakteristikleri incelenmiştir [12]. Son olarak, ideal olmayan sınır şartlarının mikro-kirişlere etkileri ise farklı çalışmalarda incelenmiştir [13].

Günümüzdeki teknolojik gelişmeler değerlendirildiğinde, mikro sistemlerin tabii frekans değerlerinin bilinmesi, bu sistemlerin dinamiklerini çözmek açısından önem kazanmaktadır. Mekanik sistemlerin analizinde sıklıkla ideal sınır şartları kabulü yapılmaktadır. Ancak gerçek uygulamalarda, sınır şartları ideal olarak davranmayabilir. Özellikle mikro-ölçekli sistemlerde, sınır şartları sistemin dinamik davranışlarını önemli ölçüde etkilediğinden, bu durum ihmal edilmemelidir. Bu durumda sınır şartlarının yeniden tanımlanması gerekmektedir. Bu çalışmada ideal olmayan sınır şartlarını ifade eden bir matematiksel model geliştirilmiş ve perturbasyon yöntemlerinden olan çok ölçekli metot ile nonlineer hareket denklemleri çözülmüştür. Sonuçlar, frekans-cevap eğrileri şeklinde sunulmuş ve ideal olmayan sınır şartlarının etkileri gösterilmiştir [14-16].

2. Hareket Denklemleri

Akışkan taşıyan sürekli ortamın matematiksel modelini oluşturmak ve sistemin hareket denklemlerini elde etmek için sisteme ait kinetik ve potansiyel enerjilerin ifade edilmesi gerekmektedir. Sistemin mikro boyutlarda olması dolayısı ile mikro yapının etkilerini temsil eden bir mikro-kirişlik katsayısı kullanılacaktır. Titreşim esnasında kirişte meydana gelen uzamalar sistemin potansiyel enerjisine etki ettirildiğinde hareket denklemleri non-lineer hale gelecektir.

Kiriş içerisindeki akışkanın hızının ise sabit bir değer etrafında harmonik olarak değiştiği kabul edilmiştir.

Mikro-kirişin hareketi esnasında meydana gelen aksel yer değiştirme $u^*(x, t)$, eksene dik yer değiştirme ise $w^*(x, t)$ ile ifade edilir.

Mikro-kiriş ve akışkanı içeren mikro sistemin kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri sırasıyla aşağıdaki gibi yazılır:

$$T = \frac{1}{2} \rho_k A_k \int_0^L \{ \dot{w}^{*2} + \dot{u}^{*2} \} dx + \frac{1}{2} \rho_{ak} A_{ak} \int_0^L \left\{ \left(\dot{w}^* + w' v_{ak}^* \right)^2 + \left(v_{ak}^* + \dot{u}^* + u' v_{ak}^* \right)^2 \right\} dx^* \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} E_k A_k \int_0^L \left(u'^* + \frac{1}{2} w^{*2} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} E_k I_k \int_0^L w^{*''2} dx^* + \int_0^L N \left(u'^* + \frac{1}{2} w^{*2} \right) dx^* + \frac{1}{2} G_k A_k l^2 \int_0^L w^{*''2} dx^* \quad (2)$$

Burada A_k mikro-kirişin, A_{ak} akışkan bloğunun kesit alanını, ρ_k mikro-kirişin, ρ_{ak} ise akışkanın yoğunluğunu ifade eder. E_k mikro-kiriş elastisite modülünü, G_k mikro-kiriş için kayma modülünü, I_k mikro-kirişin nötr eksene göre kesit atalet momentini, l ise malzemenin uzunluk ölçü parametresini temsil eder. Potansiyel enerji ifadesinde, ilk terim uzamadan kaynaklanan etkileri, ikinci terim eğilme etkisini, üçüncü terim N aksel kuvvetinin etkisini ve son terim ise kirişin kayma etkisini ifade eder.

Sistemin hareketini ifade eden denklemleri elde etmek için Hamilton prensibi uygulanır ve aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir.

$$-\rho_k A_k \ddot{w}^* - \rho_{ak} A_{ak} \left(\ddot{w}^* + 2\dot{w}^* v_{ak}^* + w'^* \dot{v}_{ak}^* + w'' v_{ak}^{*2} \right) + E_k A_k \left(u'' w'^* + u' w'' + \frac{3}{2} w'^2 w'' \right) \quad (3)$$

$$-E_k I_k w^{*iv} + N w^{*''} - G_k A_k l^2 w^{*iv} = 0$$

$$-\rho_k A_k \ddot{u}^* - \rho_{ak} A_{ak} \left(\ddot{u}^* + \dot{u}^* + 2\dot{w}^* v_{ak}^* + u' \dot{v}_{ak}^* + u'' v_{ak}^{*2} \right) + E_k A_k \left(u'' + w' w'' \right) = 0 \quad (4)$$

Hareket denklemlerini malzeme ve geometriden bağımsız genel bir formda elde etmek için boyutsuz parametreler kullanılarak denklemler yeniden tanımlanır:

$$\ddot{w} + 2\beta v_{ak} \dot{w} + \beta v_{ak}^2 w'' + \beta v_{ak} w' - \alpha_2 \left[\left(u' + \frac{d^2}{2L^2} w'^2 \right) w'' \right]' + (v_f^2 + \Gamma^2) w^{iv} = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{u} + 2\beta v_{ak} \dot{u} + \beta v_{ak}^2 u'' + \beta v_{ak} u' + \beta v_{ak} - V_1 \left(u' + \frac{d^2}{2L^2} w'^2 \right)' = 0 \quad (6)$$

Burada boyutsuz değişkenler ve boyutsuz parametreler aşağıdaki gibidir:

$$w = \frac{w^*}{d} \quad u = \frac{u^*}{L} \quad x = \frac{x^*}{L} \quad t = \frac{t^*}{T}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_k A_k = m_k \quad \rho_{ak} A_{ak} = m_{ak} \quad T &= L \sqrt{\frac{m_k + m_{ak}}{N}} \\
 \beta = \frac{m_{ak}}{m_k + m_{ak}} \quad \varphi &= \sqrt{\frac{N}{m_k + m_{ak}}} \quad V_1 = \sqrt{\frac{E_k A_k}{N}} \\
 v_{ak} = \frac{v_{ak}^*}{\varphi} \quad \alpha_2 &= \frac{E_k A_k d^2}{N L^2} \quad v_f = \sqrt{\frac{E_k I_k}{NL^2}} \\
 \Gamma &= \sqrt{\frac{G_k A_k l^2}{NL^2}}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Boyuna titreşimler, enine titreşimlerden önemli ölçüde daha hızlı yayıldığı için denklem (6)' da V_1 terimi dışındaki terimleri ihmal ederek boyutsuz tek hareket denklemini elde edilir:

$$\beta(2v_{ak} w'' + v_{ak}' w') + (\beta v_{ak}^2 - 1)w'' + (v_f^2 + \gamma^2)w^{iv} = \varepsilon \alpha_2 \left[\frac{1}{2} \int_0^1 w'^2 dx \right] w'' \tag{8}$$

Burada β kirişin doluluk oranı, v_f kirişlik katsayısı, Γ mikro-kirişlik katsayısı, α_2 kiriş esneklik katsayısı olarak tanımlanır.

3. İdeal Olmayan Sınır Şartları

Mikro sistem için ideal olmayan ankastre mesnet, kiriş deplasmanlarına izin vermemesine rağmen, çok küçük mertebelerde eğime izin verir durumdadır. İdeal olmayan basit mesnet ise, kiriş deplasmanlarına izin vermezken çok küçük mertebelerde moment taşıyacak şekilde tanımlanmıştır [17]. İdeal olmayan sınır şartları genel formda aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$Y(x) = 0 \quad kLY''(x) \pm (1-k)Y'(x) = 0 \quad 0 \leq k \leq 1 \tag{9}$$

Burada k non-ideallik parametresi çok küçük mertebede olan ε değerine eşit alındığında ideal olmayan ankastre mesnet durumu ortaya çıkar. Benzer şekilde k parametresi $1 - \varepsilon$ alındığında ise ideal olmayan basit mesnet durumu sağlanmış olur. $k=0$ ve $k=1$ durumlarında ise denklem (9), sırasıyla ideal ankastre ve ideal basit mesnet durumlarını verir.

4. Perturbasyon Analizi

Boyutsuz hareket denkleminin yaklaşık çözümü için perturbasyon yöntemlerinden olan çok ölçekli metot kullanılmıştır [17]. Zaman ölçeği, hızlı zaman ölçeği ve yavaş zaman ölçeği olarak iki farklı mertebede tanımlanıp, iki terimli açılım denklem (8)'e uygulandığında hareket denklemini aşağıda verildiği gibi sırasıyla I ve ε mertebelerinde görülmüş olur.

$$O(1): \quad D_0^2 w_0 + 2\beta v_0 D_0 w_0' + (\beta v_0^2 - 1)w_0'' + (v_f^2 + \gamma^2)w_0^{iv} = 0 \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 O(\varepsilon): \quad D_0^2 w_1 + 2\beta v_0 D_0 w_1' + (\beta v_0^2 - 1)w_1'' + (v_f^2 + \gamma^2)w_1^{iv} \\
 = -2D_0 D_1 w_0 - 2\beta v_0 D_1 w_0' - 2\beta v_1 \sin \Omega_1 T_0 D_0 w_0' - \beta v_1 \Omega_1 \cos \Omega_1 T_0 w_0' \\
 - 2\beta v_0 v_1 \sin \Omega_1 T_0 w_0'' - \mu D_0 w_0 + \alpha_2 \left(\frac{1}{2} \int_0^1 w_0'^2 dx \right) w_0'' + \alpha_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2w_0)
 \end{aligned} \tag{11}$$

Burada $v_{ak} = v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 t$ olarak alınmış ve $T_0=t$, $T_1=\varepsilon t$ zaman ölçekleri tanımlanmıştır. Denklemi $w=w_0+\varepsilon w_1$ olacak şekilde iki terimli açılım uygulanmıştır. Lineer problemin çözümü olan w_0 çözümü kompleks formda:

$$w_0(x, T_0, T_1) = A(T_1)e^{i\omega T_0} Y(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} \bar{Y}(x) \quad (12)$$

şeklinde tanımlanır. Burada A kompleks genliktir. Çözüm denklem (10)' da yerine yazılırsa zamandan bağımsız $Y(x)$ denkleminde ulaşılır.

$$(v_f^2 + \gamma^2)Y^{iv} + (\beta v_0^2 - 1)Y'' + 2\beta v_0 i\omega Y' - \omega^2 Y = 0 \quad (13)$$

$Y(x)$ çözümü ise aşağıda verildiği formda olacaktır:

$$Y(x) = c_1 e^{i r_1 x} + c_2 e^{i r_2 x} + c_3 e^{i r_3 x} + c_4 e^{i r_4 x} \quad (14)$$

Denklem (14), denklem (13)' te yerine yazılırsa saçılma denklemi elde edilir. Gerekli düzenlemeler yapılırsa:

$$r_n^4 (v_f^2 + \gamma^2) - r_n^2 (\beta v_0^2 - 1) - r_n 2\omega \beta v_0 - \omega^2 = 0 \quad n = 1, 2, 3, 4. \quad (15)$$

denklemi elde edilir. Burada denklem (15)' in kökleri r_n değerlerini verecektir. Denklem (9) ile verilen ideal olmayan sınır şartları ifadesinde $\bar{k} = \varepsilon k$ olarak ideal olmayan ankastre, $\bar{k} = 1 - \varepsilon k$ olarak ise ideal olmayan basit mesnet şartı elde edilir. Elde edilen sınır şartları denklem (13)' te yerine konur ve katsayılar matrisi oluşturulur. Katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapan ω değerleri hesaplanarak sistemin doğal frekansları bulunmuş olur.

Nonlineer denklemin çözümü ise aşağıdaki gibidir:

$$w_1(x, T_0, T_1) = \phi(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W(x, T_0, T_1) + ke \quad (16)$$

Burada ke , kompleks eşlenik terimleri ifade eder. Yukarıdaki denklem, denklem (11)' de yerine konulursa

$$\begin{aligned} &(-\phi\omega^2 + 2\beta v_0 i\omega\phi' + (\beta v_0^2 - 1)\phi'' + (v_f^2 + \Gamma^2)\phi^{iv}) = \\ &-2(i\omega Y(x) + \beta v_0 Y'(x))D_1 A + \beta v_1 \left\{ \omega \bar{Y}'(x) - \frac{1}{2} \Omega_1 \bar{Y}'(x) + i v_0 \bar{Y}''(x) \right\} \bar{A} e^{i\sigma T_1} \\ &+ \frac{1}{2} \alpha_2 \left\{ \bar{Y}''(x) \int_0^1 Y'(x)^2 dx + 2Y''(x) \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}'(x) dx \right\} A^2 \bar{A} + FAY(x) + ke + SOT \end{aligned} \quad (17)$$

Denklemleri elde edilir. SOT ifadesi ise seküler olmayan terimleri içerir. Zorlama genliği ise $F = \alpha_1 V_{AC}^2$ şeklindedir.

Temel parametrik rezonans, akışkan hızı değişim frekansının doğal frekansın iki katına yakın olduğu durumlarda ortaya çıkan özel bir rezonans halidir. Akışkan hızı $v = v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 t$ olduğuna göre değişim frekansı Ω_1 aşağıdaki gibi yazılır:

$$\Omega_1 = 2\omega + \varepsilon \sigma \quad (18)$$

Burada σ ayar parametresi olarak kullanılmıştır.

İdeal olmayan basit ve ideal olmayan ankastre sınır şartları denklem (9) ile elde edilerek denklem (17)' de yerine konulur ve temel parametrik rezonans durumu için çözülebilirlik şartı ortaya çıkarılır:

$$D_1 A + k_0 \bar{A} e^{i\sigma T_1} - k_1 A^2 \bar{A} + k_2 A - A f_1 = 0 \tag{19}$$

Çözülebilirlik şartında elde edilen ifadeler aşağıdaki gibidir:

$$k_0 = \beta v_1 \left\{ \frac{\frac{1}{2}(\Omega_1 - 2\omega) \int_0^1 \bar{Y}''(x) \bar{Y}(x) dx - i v_0 \int_0^1 \bar{Y}''(x) \bar{Y}(x) dx}{2(i\omega \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx + \beta v_0 \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}(x) dx)} \right\} \tag{20}$$

$$k_1 = \frac{1}{2} \alpha_2 \left\{ \frac{\int_0^1 \bar{Y}''(x) \bar{Y}(x) \int_0^1 Y'(x)^2 dx dx + 2 \int_0^1 Y''(x) \bar{Y}(x) \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}'(x) dx dx}{2(i\omega \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx + \beta v_0 \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}(x) dx)} \right\} \tag{22}$$

$$f_1 = \frac{F \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx}{2(i\omega \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx + \beta v_0 \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}(x) dx)} \tag{23}$$

Denklem (19)' da k_2 terimi ise ideal olmayan sınır şartlarının etkisi ile ortaya çıkmıştır. İdeal olmayan ankastre ve ideal olmayan basit mesnetler için sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$k_2 = -(v_f^2 + \Gamma^2) k \left\{ \frac{Y''(0) \bar{Y}''(0) + Y''(1) \bar{Y}''(1)}{2(i\omega \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx + \beta v_0 \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}(x) dx)} \right\} \tag{24}$$

$$k_2 = (v_f^2 + \Gamma^2) k \left\{ \frac{Y'(0) \bar{Y}'(0) + Y'(1) \bar{Y}'(1)}{2(i\omega \int_0^1 Y(x) \bar{Y}(x) dx + \beta v_0 \int_0^1 Y'(x) \bar{Y}(x) dx)} \right\} \tag{25}$$

Çözülebilirlik şartında kompleks genlikler $A = (1/2) a e^{i\theta}$ ve $\bar{A} = (1/2) a e^{-i\theta}$ şeklinde ifade edilir ve yerine yazılırsa genlik-faz modülasyon denklemleri oluşturulur:

$$a' = a(-k_{0R} \cos \alpha + k_{0I} \sin \alpha - k_{2R} - \mu S_{1R}) \quad (26)$$

$$a' = \sigma + 2(k_{0I} \cos \alpha + k_{0R} \sin \alpha) + 2k_{2I} - \frac{1}{2}k_{1I}a^2 - 2f_1 + 2\mu S_{1I}$$

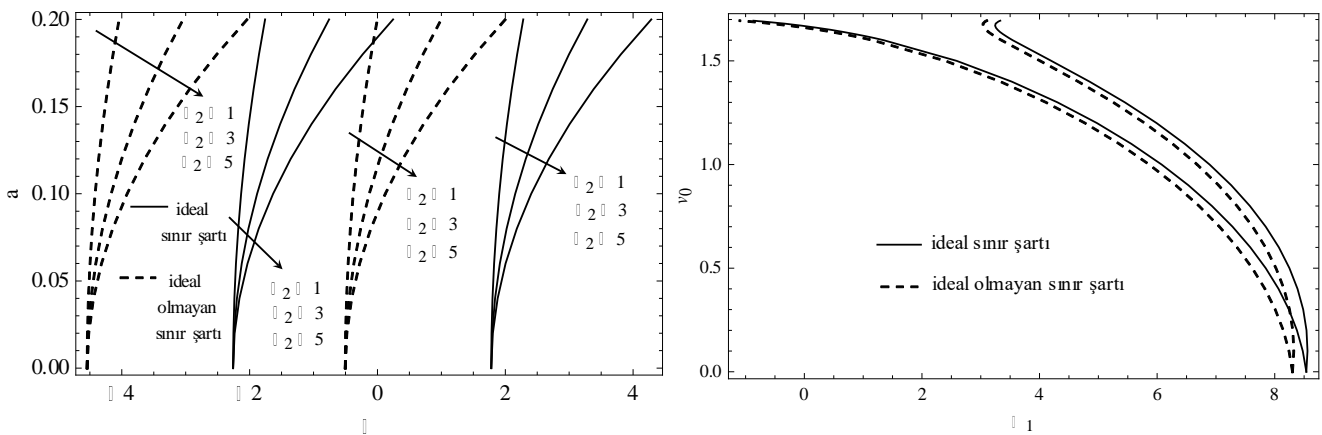
Denklem (26)' da $\alpha = \sigma T_1 - 2\theta$ şeklinde tanımlanır. I ve R alt indisleri sırasıyla sanal ve reel kısımları göstermektedir. Düzgün rejim halinde genlik ve faz değerleri sabit bir değere yakınsar. Böylece birinci türevleri sıfır olur. Böylece denklem (26)' dan ayar parametresi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{1,2} = 2f_{1I} - 2\mu S_{1I} - 2k_{2I} \pm 2\sqrt{k_{0I}^2 + k_{0R}^2 - \mu^2 S_{1R}^2 - k_{2R}^2 - 2k_{2R}\mu S_{1R}} \quad (27)$$

5. Sayısal Çözümler

Bu çalışmada, akışkan taşıyan mikrokiriş sistemi için temel parametrik rezonans durumu incelenmiştir. Mikrokiriş, ideal olmayan ankastre-ankastre ve ideal olmayan basit-basit olacak şekilde tasarlanmıştır. Sayısal sonuçlar bu iki farklı durum için elde edilmiş ve ideal sınır şartı durumları ile kıyaslanmıştır. Ayrıca çeşitli sistem parametrelerinin frekans-cevap eğrileri üzerindeki etkileri de gösterilmiştir.

Şekil 1a-b' de temel parametrik rezonans durumundaki akışkan taşıyan ankastre-ankastre gösterilmiştir. Şekil 1-a' da kiriş esneklik katsayısına ve sınır şartına göre değişen frekans-tepki eğrileri verilmiştir. Kiriş esneklik katsayısı $\alpha_2=1$, $\alpha_2=3$ ve $\alpha_2=5$ olan üç farklı mikro kiriş ele alınmıştır. Ankastre mesnette ağırlık faktörü ise ideal sınır şartı için $k = 0.0$, ideal olmayan sınır şartı için $k = 0.1$ olarak alınmıştır. Şekilde, ideal olmayan ankastre sınır şartının frekans-tepki eğrisinin konumunu önemli ölçüde değiştirdiği görülmektedir. Şekil 1-b' de ise ortalama akışkan hızına göre kararsızlık bölgesinin değişimi görülmektedir. İdeal olmayan durumda eğrilerin sola kaymasıyla frekanslar düşmüş ve kararsızlık bölgesinin konumu daha düşük frekans bölgelerine çekilmiştir. Bu durumda daha düşük akışkan hızlarında sistemin kararsız hale geleceği söylenebilir.



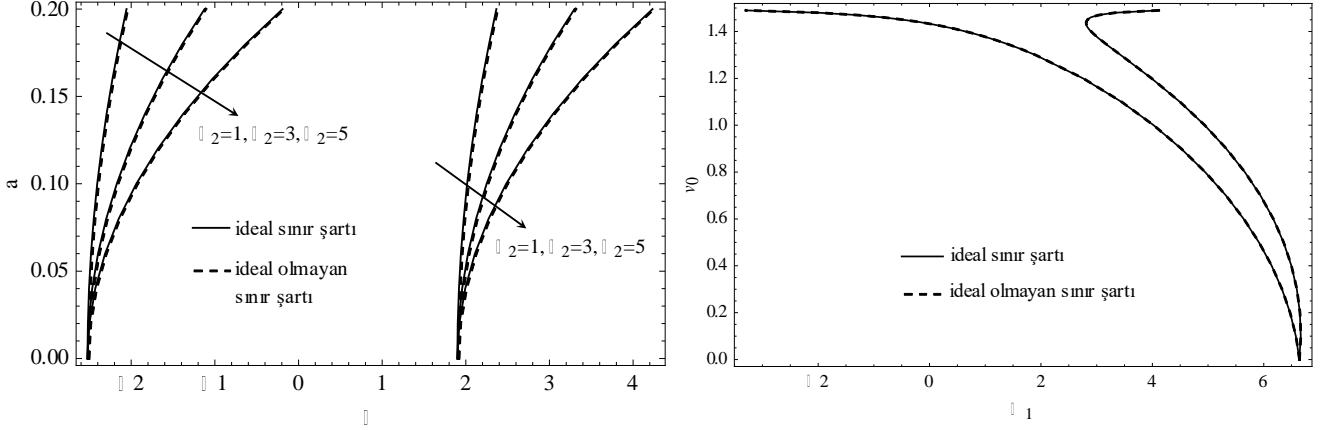
(a) Frekans-cevap eğrileri

(b) Akışkan hızına bağlı zorlama frekansı

Şekil 1. İdeal ve ideal olmayan ankastre-ankastre mikrokiriş.

Şekil 2a-b' de ise basit-basit sınır şartı altındaki mikrokiriş görülmektedir. Şekil 2a' da kiriş esneklik katsayısının etkisi, Şekil 2b' de ise ortalama akışkan hızına bağlı stabilite bölgesi görülmektedir. Kiriş esneklik katsayısı sistemin nonlineerlik davranışını etkileyen parametredir. Bu

parametrenin artması ile birlikte eğrinin sağ tarafa daha fazla yatarak nonlineerlik ve sertleştirici etkiyi arttırdığı görülmektedir. Bununla birlikte genliklerin oluşmaya başladığı dallanma noktaları aynı kalmaktadır. Aynı şekilde kararsızlık bölgesinin genişliğine de etki etmemektedir. İdeal ve ideal olmayan basit sınır şartlarının etkisine bakıldığında sistem üzerinde kiriş esneklik katsayısına kıyasla düşük oranda etkili olduğu görülmektedir. İdeal olmayan sınır şartı altında eğrilerin sağa doğru kayarak frekans arttırıcı etki yarattığı görülmektedir.

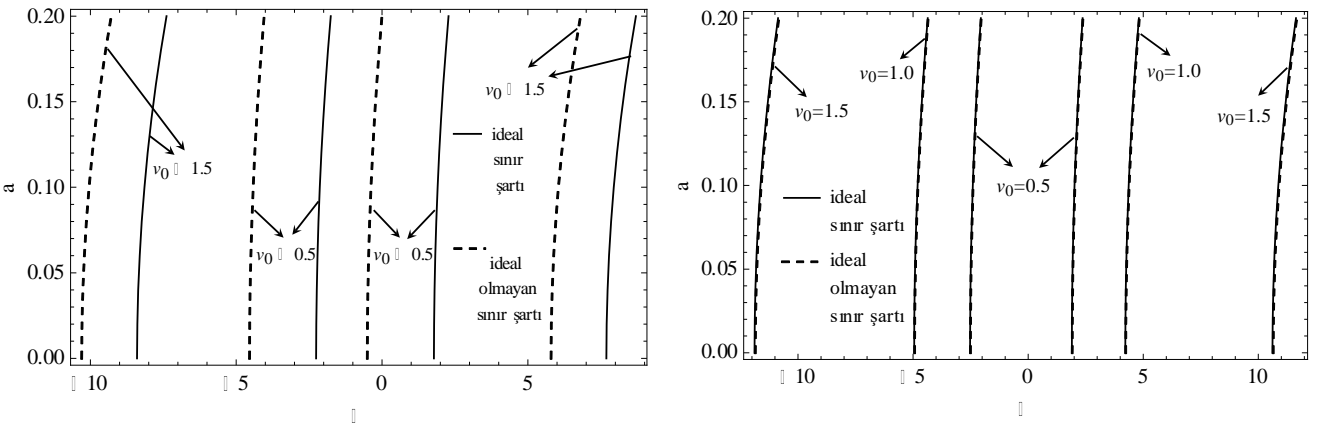


(a) Frekans-cevap eğrileri

(b) Akışkan hızına bağlı zorlama frekansı

Şekil 2. İdeal ve ideal olmayan basit-basit mikrokiriş.

Şekil 3a-b' de ortalama akışkan hızının ideal ve ideal olmayan sınır şartları altındaki mikro kirişlere etkisi gösterilmiştir. Akışkan ortalama hızı $v_0 = 0.5$ ve $v_0 = 1.5$ olacak şekilde iki farklı durum ele alınmıştır. Şekil 3a' da ankastre-ankastre, Şekil 3b' de ise basit-basit mikro kirişler ele alınmıştır. Şekilde, öncelikle akışkan hızının kararsızlık bölgesinin genişliği üzerindeki etkisi göze çarpmaktadır. Ortalama hız arttıkça σ_1 ve σ_2 eğrileri arasındaki mesafe açılmıştır. Bununla birlikte, ideal olmayan sınır şartı altında alışan mikro kirişte eğrilerin sola kaydığı görülmektedir. Ancak kararsızlık bölgesinin genişliği üzerinde bir etkisi olmamıştır. Basit mesnetli mikro kirişte, ideal olmayan sınır şartlarının etkileri ankastre kirişe göre düşük mertebelerde kalmıştır. İdeal olmayan basit mesnette frekans değerlerinde küçük oranlarda artış meydana gelmiştir.



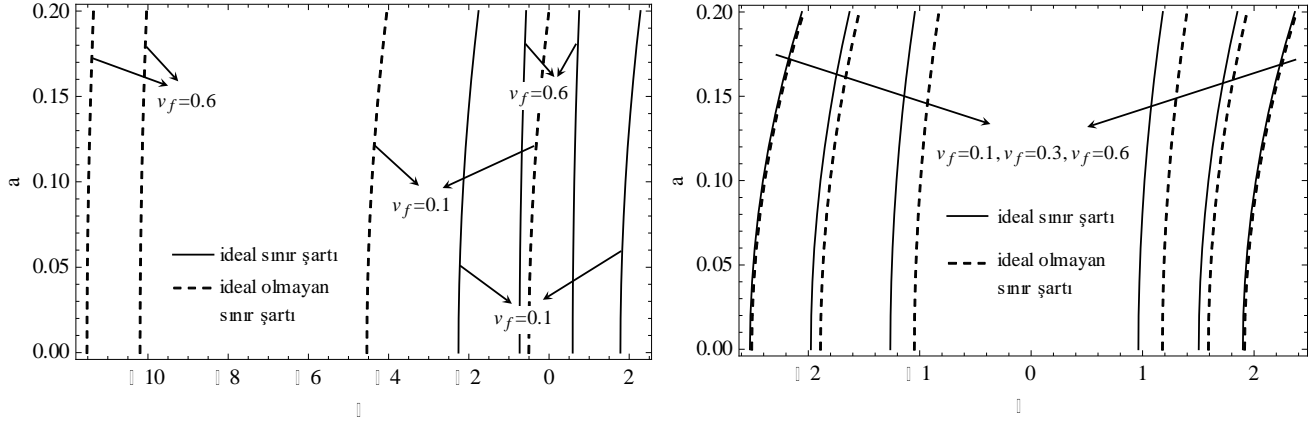
(a) Ankastre-ankastre

(b) Basit-basit

Şekil 3. Ortalama akışkan hızına bağlı frekans-cevap eğrileri

Şekil 4a-b' de kirişlik katsayısının sırasıyla ankastre-ankastre ve basit-basit mikrokirişlerde frekans-cevap eğrilerine etkileri sunulmuştur. Kirişlik katsayısı $v_f = 0.1$, $v_f = 0.3$ ve $v_f = 0.6$ olan üç farklı kiriş ele alınmıştır. Mikro kirişlik katsayısı kirişin rijitliğini ifade eden boyutsuz bir parametredir. Bu parametre arttıkça frekans-tepki grafiğinde eğrilerin sağa doğru yatması azalmakta, nonlineerlik ve sertleştirici etki azalmaktadır. Bununla birlikte, kirişlik katsayısı arttıkça kararsızlık bölgesinin

genişliği azalmakta ve genliklerin oluşmaya başladığı noktalar buna göre değişmektedir. İdeal mesnet durumunda kirişlik katsayısı yalnızca lineer problemde gelen doğal frekans sonuçlarını etkilemektedir. İdeal olmayan sınır şartı altında ise frekans değerlerinin arttığı görülmektedir. Ancak bu artış, basit-basit kirişte ankastre-ankastre kirişe göre çok daha küçük mertebelindedir. Ankastre-ankastre mikrokirişe bakıldığında kirişlik katsayısının artmasıyla birlikte ideal olmayan sınır şartlarının etkilerinin de büyüdüğü görülmüştür.



(a) Ankastre-ankastre

(b) Basit-basit

Şekil 4. Kirişlik katsayısına bağlı frekans-cevap eğrileri.

6. Yorumlar

Bu çalışmada ideal olmayan sınır şartlarını modellemek için ideal basit ve ideal ankastre mesnet şartlarının matematiksel olarak birleşiminden yararlanılmış ve bu model akışkan taşıyan mikro-kiriş sistemine uygulanmıştır. Akışkan taşıyan mikrokiriş sistemi yuvarlak kesitli bir mikro yapı ve içerisinden geçen değişken hıza sahip akışkandan oluşmaktadır. Akışkan hızı değişim frekansı mikrokirişin doğal frekansının iki katına yakın olduğu durumda temel parametrik rezonans durumu ortaya çıkar. Bu çalışmada mikro kirişin temel parametrik rezonans halindeki davranışı incelenmiştir. İdeal olmayan sınır şartlarının sistem üzerindeki etkileri gösterilmiştir. İdeal olmayan sınır şartlarının etkilerinin ankastre mesnetlenmiş mikrokirişte, basit-basit kirişe göre daha belirgin olduğu gösterilmiştir. Ankastre-ankastre mikro kirişte sınır şartının ideal durumdan uzaklaşmasıyla birlikte frekans-cevap eğrisindeki temel parametrik rezonans bölgesi sola doğru kaymıştır. Bu durum rezonans halinin beklenenden daha erken ortaya çıkması sonucunu doğurmaktadır. Bununla birlikte ideal olmayan sınır şartları, kararsızlık bölgesinin genişliğine etki etmemiştir.

Kaynaklar

- [1] Kandlikar, S., Garimella, S., Li, D., Colin, S., King, M.R., "Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels", Elsevier, Amsterdam, (2006).
- [2] Şara, O.N., Yapıcı, S., "Mikro kanallarda basınç düşüşü ve ısı-kütle aktarımı", Mühendis ve Makina, 2007, 48(570): 23-34.
- [3] Erbay, L.B., İnal, L., Öztürk, M.M. "Akışkan-mikroelektromekanik sistemler", Mühendis ve Makina, 2006, 47(556):13-33.
- [4] Bağdatlı, S.M., Özkaya, E., Öz, H.R. "Dynamics of axially accelerating beams with multiple supports", Nonlinear Dynamics, 2013, 74(1-2):237-255.
- [5] Ding, H., Chen, L., "Natural frequencies of nonlinear vibration of axially moving beams", Nonlinear Dynamics, 2011, 63:125-134.
- [6] Öz, H.R., "On the vibrations of an axially travelling beam on fixed supports with variable velocity", Journal of Sound and Vibration, 2001, 239(3):556-564.
- [7] Öz, H.R., Pakdemirli, M., "Vibrations of an axially moving beam with time-dependent

- velocity”, *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 227(2):239-257.
- [8] Wang, L., Liu, H.T., Ni, Q., Wu, Y., “Flexural vibrations of microscale pipes conveying fluid by considering the size effects of micro-flow and micro-structure”, *International Journal of Engineering Science*, 2013, 71:92-101.
- [9] Baohui, L., Hangshan, G., Yongshou, L., Zhufeng, Y., “Free vibration analysis of micropipe conveying fluid by wave method”, *Results in Physics*, 2012, 2:104-109.
- [10] Öz H.R., Evrensel C.A., “Natural frequencies of tensioned pipes conveying fluid and carrying a concentrated mass.”, *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 250(2): 368-377.
- [11] Öz, H.R., “Non-linear vibrations and stability analysis of tensioned pipes conveying fluid with variable velocity”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2001, 36:1031-1039.
- [12] Wang, L., “Size-dependent vibration characteristics of fluid-conveying microtubes”, *Journal of Fluids and Structures*, 2010, 26:675-684.
- [13] Lee, J., “Free vibration analysis of beams with non-ideal clamped boundary conditions”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, 27 (2):297-303.
- [14] Kural, S., Özkaya, E., “Size-dependent vibrations of a micro-beam conveying fluid and resting on an elastic foundation”, *Journal of Vibration and Control*, 2015, 23(7):1106-1114.
- [15] Atcı, D., Bağdatlı, S. M., “Vibrations of fluid conveying microbeams under non-ideal boundary conditions.”, *Microsystem Technologies*, 2017, 23:4741-4752.
- [16] Atcı, D., Bağdatlı, S. M. “Free vibrations of fluid conveying microbeams under non-ideal boundary conditions”, *Steel and Composite Structures*, 2017, 24(2):141-149.
- [17] Nayfeh, A. H., “Introduction to Perturbation Techniques”, John Wiley & Sons, USA.