



How do Preservice Mathematics Teachers Use Virtual Manipulatives to Teach Algebra through Lesson Study?¹

Dilan TEMEL DOĞAN ², Meriç ÖZGELDİ ³

²Ahmet Şimşek Ortaokulu, Akdeniz, Mersin, dilantemeldogan@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1124-0806>

³Mersin Üniversitesi, Yenişehir, Mersin, mericozgeldi@mersin.edu.tr
<https://orcid.org/0000-0002-4623-9397>

Received : 28.03.2018

Accepted : 25.05.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437729

Abstract – The purpose of the study was to investigate preservice mathematics teachers' using of virtual manipulatives to teach algebra through a lesson study. 17 preservice mathematics teachers voluntarily participated in the study. Phenomenological approach has been used as a qualitative method of research. The preservice mathematics teachers created lesson plans about the middle school algebra topics using virtual manipulatives. Interviews were used as a way to collect data to gain information about their using of virtual manipulatives to teach algebra. The findings of the study showed that preservice mathematics teachers revealed positive and negative decisions about algebra teaching by using virtual manipulatives and they found the most of the virtual manipulatives effective in exploring and visualizing algebraic relations. As a result, the lesson study has played an important role in preservice teachers' preparing a lesson plan for teaching algebra and integrating the virtual manipulatives into the stages of a lesson plan.

Key words: Virtual manipulative, algebra teaching, lesson study, preservice mathematics teachers

Corresponding author: Meriç ÖZGELDİ, Mersin Üniversitesi Çiftlikköy Kampüsü Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü 33110 Yenişehir Mersin

¹ Some of the results of this study were from the first author's master's thesis

Summary

Introduction: As students begin to work on algebra, they are faced with many difficulties since they try to manipulate their arithmetic thinking during the transition from arithmetics to algebra. The misinterpretation of the letters and symbols and difficulties in the meaning of algebra can effect their mathematical achievement (Ersoy & Erbas, 2003). Akkaya (2006) states that students consider letters as an abbreviation of concrete objects and therefore they

have difficulties to represent different variables. Kaş (2010) examined the reasons behind these difficulties in three topics: the structure of algebra, mental development and readiness level of the students, and difficulties in the teaching of algebra. When the causes of difficulties and errors in the teaching of algebra are examined, it is generally anticipated that there are several troubles with curriculum and teachers' content and pedagogical knowledge (e.g. Dede & Argün, 2003; Çelik & Güneş, 2013). Teachers do not have sufficient knowledge in their field or they cannot keep up with developing new approaches in teaching algebra (Baş, Çetinkaya & Erbaş, 2011).

Moreover, NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000) emphasized the importance of using concrete and virtual manipulatives playing an active role in mathematics teaching. Some of the study revealed that the most important issue in manipulatives was related to their appropriate use in mathematics teaching (Çakıroğlu & Yildiz, 2007; Kurtdede-Fidan, 2008; Moyer, 2001). Yetkin-Özdemir (2008) stated that prospective teachers had a positive opinion on the use of manipulatives but they did not have clear ideas about exactly how mathematical concepts would be taught with these manipulatives. As a consequence, there is a need for conceptual framework to guide in-service and preservice teachers in using of manipulatives.

Most of the studies on virtual manipulative have emphasized the physical characteristics of the virtual manipulatives and qualifications of the preservice teachers' opinions and preferences (e.g., Akkan & Çakıroğlu, 2009; Durmuş & Karakırık, 2006; Yeniceri, 2013). The number of these studies is also very limited. In this context, it is thought that this study can contribute to the studies on algebra teaching with virtual manipulatives. The purpose of this study was to investigate preservice mathematics teachers' using of virtual manipulatives to teach algebra through a lesson study.

Method: Phenomenological approach has been used as a qualitative method of research. 17 preservice mathematics teachers voluntarily participated in the study. They created lesson plans about the middle school algebra topics using virtual manipulatives. Interviews were used in this study as a way to collect data to gain information about the participants' using of virtual manipulatives to teach algebra. Moreover, lesson study approach was used throughout the process.

Findings: While many preservice teachers have pointed out that algebra teaching can be more effective with virtual manipulatives, a few teacher candidates expressed that they would have difficulties with them. They expressed three views on the lesson plan: (a) algebra teaching

with virtual manipulatives, (b) discovering algebraic relations with virtual manipulatives, and (c) visualizing and concrete thinking in algebra. For instance, when the findings are examined, the preservice teachers have stated that virtual manipulatives are generally effective in teaching algebra and may facilitate teaching. However, they have stated that some of the virtual manipulatives are incomplete or narrow in that all virtual manipulatives are not effective in teaching in the same way. They indicated that students would discover the relationship between different types of topics (e.g., equation system and slope). Moreover, they found virtual manipulatives effective in visualizing and concrete thinking in algebra. It is also frequently emphasized by preservice teachers that the algebra topics would be learned and reinforced in a meaningful.

Discussion: It could be indicated that virtual manipulatives can be regarded as an important tool in teaching algebraic concepts. Moyer, Bolyard, and Spikell (2002) stated that virtual manipulatives provide students with the opportunity to manipulate them through different representations while discovering the meanings of mathematical concepts and constructs. Many studies in the literature support the findings of this study that virtual manipulatives facilitate the teaching of algebra. Although the participants indicated that some virtual manipulatives were effective in teaching algebra, this result is not valid for all virtual manipulatives. It has been suggested by the participants that some of the virtual manipulative is incomplete or narrow and at the same time can lead to confusion. In parallel with this finding, Moyer et al. (2002) indicated some computer-based tools is only visual and they are not enough for providing the manipulation. It is also stated that some of the virtual manipulatives used by the participants in the study will not be sufficient for building mathematical knowledge and concepts.

Ders Araştırması Kapsamında Matematik Öğretmen Adayları Cebir Öğretiminde Sanal Manipülatifleri Nasıl Kullanmaktadır?¹

Dilan TEMEL DOĞAN ², Meriç ÖZGELDİ ³

²Ahmet Şimşek Ortaokulu, Akdeniz, Mersin, dilantemeldogan@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1124-0806>

³ Mersin Üniversitesi, Yenişehir, Mersin, mericozgeldi@mersin.edu.tr
<https://orcid.org/0000-0002-4623-9397>

Gönderme Tarihi: 28.03.2018

Kabul Tarihi: 25.05.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437729

Özet – Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğretiminde sanal manipülatifleri ders araştırması kapsamında neden ve nasıl kullandıkları incelenmiştir. Araştırmaya ortaokul matematik öğretmenliği üçüncü sınıfında okuyan 17 öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adayları kendi belirledikleri cebir konularını sanal manipülatiflerle nasıl anlatacaklarını planlamış ve grup olarak ders planlarını oluşturmuştur. Bu süreçte öğretmen adaylarıyla grup görüşmeleri yapılmış ve hazırlanan ders planları incelenmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının sanal manipülatiflerle cebir öğretiminde yaşayabilecekleri olumlu ve olumsuz yönleri ortaya çıkarmış, özellikle sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde cebirsel ilişkileri keşfetme, görselleştirme ve somutlaştırmada etkili olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak ders araştırması, öğretmen adaylarının cebir öğretimi ile ilgili bir ders planının nasıl hazırlanacağı, manipülatiflerin ders planının hangi aşamalarına nasıl dahil edileceğine ilişkin deneyim kazanmalarında önemli bir rol oynamıştır.

Anahtar kelimeler: Ders araştırması, sanal manipülatif, ortaokul cebir öğretimi, matematik öğretmen adayları

Sorumlu yazar: Meriç ÖZGELDİ, Mersin Üniversitesi Çiftlikköy Kampüsü Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü 33110 Yenişehir Mersin

¹ Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tez çalışmasının bir kısmını kapsamaktadır.

Giriş

Öğrencilerin bilgiyi günlük hayatta kullanabilmesi, çeşitli kavramlar arasında ilişki kurabilmesi ve bilgiyi çoklu temsillerle gösterebilmesi anlamlı öğrenmelerinin temelini oluşturmaktadır. Öğretimde bu becerilerin gelişmesi hususunda özel bir önem verilmelidir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Özellikle öğrencilerin aritmetik ve cebir öğrenme alanları arasında ilişki kurabilmeleri ilişkilendirme becerisi için önemlidir (Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2012). Aritmetikten cebire geçiş aşamasında genellikle öğrenciler bir bocalama

dönemine girmektedirler; çünkü cebir konularının öğrencinin zihinsel özellikleri açısından fazlaca soyut kalması ikisi arasında bağlantı kurmada sıkıntı yaratabilmektedir (Akkan ve diğerleri, 2012; Çağdaşer, 2008; Dede & Argün, 2003; Sfard, 1995; Van Amerom, 2002). Matematik kavramlarının ilkokul ve ortaokul kademelerinde öğrencilere somutlaştırılarak verilmesi, hem öğrencilerin bilgiyi anlamlandırmasında, hem de daha sonraki matematik kavramlarının öğrenilmesinde kolaylık sağlayacaktır (Gürbüz & Akkan, 2008; Gürbüz & Toprak, 2014). Dolayısıyla cebir konularını, öğrenciler açısından daha anlaşılabilir bir hale getirmek için somutlaştırma yapmaya imkan veren uygulamaların kullanımı önem kazanmıştır.

Cebir öğretimi, matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir. Altun'a (2007) göre cebir yapmak soyutlama yapabilme gücü gerektirir. Bu nedenle cebir öğretime çocuğun soyut düşünebilmeye başladığı 13-14 yaşlarında başlanmalıdır. Matematik öğretim programı incelendiğinde cebir öğrenme alanına ait konular örüntülere bağlı olarak verilmektedir. Öğrencilerin cebirle uğraşmaya başlamasıyla beraber birçok zorlukla karşı karşıya kaldıkları görülmektedir; çünkü aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilerin aritmetik mantığıyla işlem yapmaya çalışmaları ve yeni karşılaştıkları harf ve sembollere karşı oluşan bilinmezlik duygusu onların çeşitli kavram yanlışlarına ve hatalara düşmelerine sebep olabilmektedir. Özellikle öğrencilerin cebiri anlamada güçlük çekmeleri matematikteki başarılarının düşmesine neden olmaktadır (Ersoy & Erbaş, 2003). Akkaya (2006), öğrencilerin harfleri somut nesnelerin kısaltması olarak düşünmekte olduğunu bu nedenle de farklı değişkenleri temsil edebileceklerini göz ardı ettiklerini belirtmektedir. Cebirin öğrenciler tarafından anlaşılmasının nedenleri Kaş (2010) tarafından üç başlıkta incelenmiştir. Bunlar cebirin yapısı, öğrencilerin zihinsel gelişimi ve hazır bulunuşluluk düzeyi ve cebir öğretimindeki eksikliklerdir. Cebir öğretimindeki eksikliklerin ve hataların nedenlerine bakıldığında ise genellikle öğretim programı ve öğretmenin alan bilgisindeki eksiklikler karşımıza çıkmaktadır (örn., Dede & Argün, 2003; Çelik & Güneş, 2013). Öğretmenlerin alanında yeterli bilgiye sahip olmamaları veya gelişen yeni yaklaşımlara ayak uyduramamaları cebir öğretiminde sorun yaşamalarına neden olmaktadır (Baş ve diğerleri, 2011). Bunun yanı sıra öğretmenlerin öğrencilerinin yapabileceği hataları, kavram yanlışlarını iyi analiz edebilmesi öğrencilerin cebiri daha iyi anlamasında önemlidir (Kaş, 2010).

Son yıllarda ülkemizde yapılan program geliştirme çalışmaları göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin somut yaşantılar yoluyla öğrenebilmesi için materyal kullanımının önemi ön plana çıkmaktadır (Arslan & Özpınar, 2009; Peker & Halat, 2008). Bu

durum yenilenen matematik öğretim programlarına da yansımıştır. Ortaokul matematik öğretim programı, öğrencilerin somut deneyimler yardımıyla matematiksel anlamlar oluşturmalarına, soyutlama ve ilişkilendirme yapmalarına önem vermektedir (MEB, 2013). Ortaokul matematik öğretim programında yer alan bu becerilerin kazandırılabilmesi için yapılması gereken çalışmalar, matematik eğitimcileri tarafından çeşitli açılardan ele alınmaktadır. Bu doğrultuda yapılan çalışmalar ışığında materyal kullanımının öneminin daha da arttığı görülmektedir. Özellikle ilkokul ve ortaokul çağındaki öğrenciler için matematik konularının kavranması açısından görsel öğelere yer verilmesi ve materyal kullanımı, konuları görselleştirme ve somutlaştırma yapabilmek adına oldukça büyük önem taşımaktadır (Kurtdebe-Fidan, 2008).

Somut materyaller, soyut matematiksel kavramların daha somut bir şekilde açıkça temsil edilmesi için tasarlanmış nesnelere (Van de Walle, 2007). Somut materyaller görselliğin yanı sıra dokunsal özelliğine dayalı olarak öğrencilere öğrenme esnasında uygulamalı deneyimler yoluyla nesnelere yönlendirebilme imkânı vermektedir (Moyer, 2001). NCTM (2000), yayınladıkları ilke ve standartlarda matematik öğretiminde öğrenciler açısından zihinsel sürecin yapılandırılmasında etkin rol üstlenen somut ve sanal manipülatiflerin kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamıştır. Matematik öğretiminde materyallerin öğrenmeye katkı sağladığı yönünde çalışma sonuçlarının yanı sıra materyallerin amacına uygun şekilde kullanılmaması durumunda aksi yönde sonuçlar çıkabileceğini belirten çalışmalara da rastlamak olasıdır (Çakıroğlu & Yıldız, 2007; Kurtdebe-Fidan, 2008; Moyer, 2001). Yetkin-Özdemir (2008), öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada materyal kullanımı konusunda öğretmen adaylarının olumlu görüş belirttiğini fakat tam olarak matematiksel kavramların nasıl öğretilmesi konusunda net fikirlere sahip olmadıklarını belirtmiştir. Bu durumun sonucu olarak materyal kullanımına rehberlik edecek kavramsal bir çerçevenin olması öğretmen ve öğretmen adayları için oldukça yardımcı olacaktır.

Teknolojinin hızla gelişimi ile birlikte eğitimde kullanılacak yeni imkanlar öğretmen ve öğrencilerin kullanımına sunulmuştur. Bu teknolojik gelişmelerin ve donanımların matematik eğitiminde kullanılması öğrencilerin somutlaştırma yapmasına olanak sağlarken aynı zamanda kavramların daha etkili şekilde kavranmasında da önemli bir yere sahip olmuştur. Özellikle matematik gibi öğrenciler tarafından oldukça soyut ve ilişkilendirme yapmayı çok fazla gerektiren bir derste kavram ve ilişkilerin somutlaştırılmasında “sanal manipülatif” olarak adlandırılan bilgisayar yazılımlarının geliştirilmesi önem kazanmaktadır (Karakırık, 2008). Sanal manipülatifler, internet tabanlı, etkileşimli; kavramların

görselleştirilmesinde somutlaştırılmasında yardımcı dinamik birer öğrenme aracıdır (Durmuş & Karakırık, 2006). Kay ve Knaack (2007) sanal manipülatifleri, öğrencilerin zihinsel süreçlerini yönlendiren ve geliştiren, kavram öğrenimine yardımcı olan tekrar kullanılabilir, etkileşimli web tabanlı araçlar şeklinde tanımlamıştır. Bu teknolojilerin gelişmesiyle beraber sanal manipülatifler internet ortamının olduğu her yerden ulaşılabilir duruma gelmiş ve fiziksel manipülatiflerle birlikte kullanılan hatta neredeyse onların yerini alan birer öğrenme nesnesi olmuştur (Çakıroğlu, Güven & Akkan, 2008). Bununla birlikte sanal manipülatif kullanımının öğrencilerin hem akademik başarılarında hem de matematiksel kavramların öğreniminde oldukça etkili olduğu ilgili alan yazındaki çalışmalarla da desteklenmektedir. Sanal manipülatiflerin matematiğin bir alt dalı olan cebir kazanımlarının öğretiminde kullanılmasının özellikle somutlaştırma ve görselleştirme açısından oldukça yararlı olduğu da yapılan çalışmaların sonuçları ile örtüşmektedir (ör., Anh & Phuc, 2014; Creighan, 2014; Kolpak, 2011; Morris, 2013; Moyer ve diğerleri, 2002; Moyer-Packenham, Westenkow & Salkind, 2012; Paek & Hoffman, 2014; Suh, 2005).

Sanal manipülatiflerin matematik derslerinde cebir öğrenme alanında yapılacak uygulamalarda kullanılabilmesi için bir ön hazırlık gereklidir. Bu da ancak sanal manipülatiflerin kullanımı için bir ders planı hazırlanması ve bu ders planının hazırlanma süreçlerinin iyi organize edilmesiyle mümkün olabilir. Bilen (2002), bu konuyla ilgili ayrıntılı olarak hazırlanan ders planlarının öğretim niteliğini artırma açısından önemli bir değere sahip olduğunu ifade etmiştir. Ersoy ve Erbaş (2003) öğretmenlerin her zaman bir dizi soru, alıştırmaya, örnekler ve örnek olmayan durumlar içeren ders planı ile hareket etmesi gerektiğini vurgulamıştır. İşlenen konuya ve içeriğe uygun hazırlanan bir ders planı hem konunun anlatımında öğretmene yardımcı olurken hem de öğrencilerin konuyu anlamasında olumlu bir etkisi vardır. Bu amaçla hazırlanacak bir ders planında öğretmen konuyu en verimli nasıl öğretebileceğini ve en uygun ders planını nasıl hazırlayabileceği sorularını kendisine sormalıdır (Baki, Erkan & Demir, 2012). Bu bağlamda bir ders planının nasıl hazırlanacağı ve manipülatiflerin ders planının hangi aşamalarına nasıl dahil edileceği iyi bilinmesi gerekir. Özellikle öğretmen adaylarının dersin aşamalarını göz önünde bulundurarak plan hazırlaması sürecinde, öğretim süreçlerinin içerisinde bulunan öğretmenler kadar bilgi ve tecrübeye sahip olamayacakları için önceki cebir bilgilerinin ışığında hareket etmeleri gerekmektedir (Fernandez, 2010). Bu nedenle, öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanı konularıyla ilgili ön bilgileri hazırlayacakları ders planının çerçevesini oluştururken etkili olacaktır.

Kablan (2012), ders planı hazırlamanın öğretim sürecinde mevzuatın gerektirdiği bir işlemin ötesinde, öğretim sürecinin etkililiğini artırmak açısından da son derece önemli olduğunu altını önemle çizmektedir. Yapılan araştırmalar, öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğinin önemli sorunları hakkında fikir yürütmek ve çözüm üretmek üzere bir araya gelebileceği eğitim ortamlarının sağlanmasının oldukça önemli olduğunu vurgulamaktadır (Fernandez, 2010; Putnam & Borko, 2000). Eraslan (2008), bu eğitim ve işbirlikli çalışma ortamının ders araştırması (lesson study) modeli ile sağlanabileceğini dile getirmektedir. Ders araştırması modeli, öğretmen ve öğretmen adaylarına işbirliği içinde çalışma ortamı sağlayarak verimli ders planları hazırlanmasına rehberlik eder.

Ders araştırması, Lewis, Perry ve Murata (2006) tarafından yapılan çalışmada Japon ilköğretim öğretmenlerinin genelinin etkili bir şekilde matematik öğretebilmek amacıyla dersin gözlenmesi, tartışılması, yansıtıcı düşünme süreçlerinden geçirilmesi ve daha sonra o dersin tekrar revize edilmesi için işbirlikli olarak çalıştıkları bir mesleki gelişim süreci olarak tanımlanmıştır. Baki ve diğerleri (2012) bu modeli “ders imecesi” olarak dilimize çevirmiştir. İlgili alan yazına bakıldığında genellikle “Ders Araştırması” olarak adlandırılmasına rağmen “Öğrenme Araştırması”, “Eylem Eğitimi” veya “Eylem Araştırması” olarak da isimlendirilen bu sürecin ilk olarak 1870’lerde Japonya’da ortaya çıktığı ve uygulandığı öne sürülmektedir (Sato, 2008). Ders araştırması modelinde üzerinde araştırma yapılacak olan bir ders birlikte çalışan diğer öğretmenler tarafından izlenir, genellikle bir veya birden fazla gözlemci öğretmenin birlikte çalışması sonucu planlanır. Eğitimle ilgili tartışmalı olan belirli bir konu üzerine odaklanılır. Gözlemler, video kaydı veya gözlem formları ile kayıt edilir. Son aşamada ise yapılan dersle ilgili eksiklikler veya yaşanan güçlükler tartışılarak tekrar düzenlenir (Lewis & Tsuchida, 1998). Ders araştırması, öğretmenlerin mesleki gelişimlerinden çok öğrencinin akademik başarısını ve öğrenmesini baz alır (Isoda, 2010). Bu nedenle özellikle Japon öğrencilerin akademik başarılarının en önemli nedeni olarak ders araştırması modeli gösterilmektedir (Lewis & Tsuchida, 1998).

Ders araştırması sürecinde yapılan bir dersin değerlendirilmesi sırasında öğrencilerin öğrenmelerine odaklanıldığından, elde edilen veriler dersin hangi bölümlerinde değişiklik yapılması gerektiğine dair ışık tutarken, öğretmenlik mesleğinin gelişimine de önemli katkılarda bulunur (Stigler & Hiebert, 1999). Bundan dolayı birçok ülkede araştırmacılar, ders araştırması modelinin, öğretmenlerin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerinde kullanılması için çalışmalar yapmaktadır. Eraslan (2008), öğretmenler arasında işbirlikli çalışmayı desteklemek, mesleki bilgi ve becerilerinde gelişim sağlamak ve öğrencilerin akademik

başarısını arttırmak için bu modelin ülkemizde uygulanmasının etkili olabileceğini vurgulamıştır. Bu çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda, bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğretiminde sanal manipülatifleri ders araştırması kapsamında neden ve nasıl kullandıklarını araştırmaktır. Bu amaçla araştırmada aşağıdaki soruya cevap aranmıştır.

Araştırma Sorusu: Ortaokul matematik öğretmen adayları cebir öğretiminde sanal manipülatifleri ders araştırması kapsamında hangi amaçla ve nasıl kullanmaktadır?

Araştırmanın Önemi

Cebir öğretimi araştırmalarına bakıldığında genellikle cebirin soyut yapısının öğrenciler tarafından somutlaştırılması, görselleştirilmesi için birçok farklı materyal kullanımına değinildiği görülmektedir (Özer & Şan, 2013). Ancak bu öğretim materyallerinden olan sanal manipülatiflerin cebir öğrenme alanı kazanımlarının içerisine dâhil edildiği çalışmaların sayısı oldukça azdır (Cavanaugh, Gillan, Bosnick, Hess & Scott, 2005; Moyer-Packenham, 2005; Suh, 2005; Suh & Moyer, 2007). Bu bakımdan, cebir öğrenme alanı kazanımlarından yola çıkılarak sanal manipülatiflerle bu kazanımların ele alınması öğretmen adayları için önemli bir deneyim olarak görülmüştür.

Sanal manipülatifler etkili kullanıldığında bir öğretmenin öğretim ortamında gösterdiği çoğu etkinlikleri yansıtabilir. Ayrıca sanal manipülatifler öğrencilerin konuyu bireysel öğrenme hızlarına uygun şekilde öğrenebilmeleri ve gerektiğinde akranlarıyla birlikte grup çalışması yapabilmelerine olanak sağlar (Pişkin-Tunç, Durmuş & Akkaya, 2012b). Akkan ve Çakıroğlu (2012), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının manipülatifleri matematik öğretiminde etkili bir şekilde kullanabilme ve hazırlayabilme yeterliliklerine sahip olabilmesi için bunların işlevlerini, hazırlarken dikkat edilmesi gereken ilkeleri ve kullanımından elde edilecek yararları ve ortaya çıkacak sınırlılıkları ile bunların seçiminde ve kullanımında dikkat edilecek özellikleri de iyi bilmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Buna bağlı olarak sanal manipülatiflerin ve kullanılacak e-öğrenme ortamlarının seçimine vurgu yapan çalışmalarda literatürde yer almaktadır (Bozkurt & Yabaş, 2012). Bu nedenle öğretmen adaylarının sanal manipülatif kullanımını inceleyen çalışmalar önem kazanmaktadır.

Sanal manipülatiflerle yapılan çalışmalarla ilgili literatür tarandığında özellikle ülkemizde yapılan araştırmalarda sanal manipülatiflerin fiziksel özellikleri, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının yeterlilikleri ve bu konudaki görüşleri, tercihleri veya tutumları üzerinde durulduğu görülmektedir (örn., Durmuş & Karakırık, 2006; Pişkin-Tunç, Durmuş & Akkaya, 2012a; Yeniçeri, 2013). Bu çalışmaların sayısı da oldukça sınırlıdır. Yurt dışında

yapılan araştırmalar ise genellikle deneysel niteliktedir. Bu çalışmaların buyk bir çoğunluğu sanal manipülatiflerin öğrencinin başarısı ve motivasyonu üzerindeki etkisi, matematiksel kavramların ğretimi, sanal manipülatiflerle bir öğrenme ortamının dizaynı gibi konulara değinmektedir (rn., Anderson-Pence, 2014; Anh & Phuc, 2014; Cavanaugh ve diğerleri, 2005; Creighan, 2014; Daghestani, 2013; Magruder, 2012; Morris, 2013). Cebir ğrenme alanı kazanımları ile sanal manipülatiflerin ders planı hazırlama çalışmalarına dahil edildiği araştırmalara rastlanmamıştır. Bu kapsamda, bu çalışmanın alan yazına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Yöntem

Bu çalışmada, ğretmen adaylarının cebir ğretiminde sanal manipülatifleri ders araştırması kapsamında neden ve nasıl kullandıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu çerçevede, ğretmen adaylarının ders araştırması kapsamında sanal manipülatiflerle ve cebir ğretimi ile ilgili deneyimleri ve algıları incelenmiştir. Amaca uygun olarak çalışmada nitel araştırma desenlerinden fenomenoloji (olgubilim) kullanılmıştır. Bu desen gerçekte farkında olduğumuz fakat daha derinlemesine ve detaylı bir anlayışa sahip olmadığımız algılar, olaylar, deneyimler, durumlar gibi çeşitli olgular üzerine eğilmemizi sağlarken anlamını tam olarak kavrayamadığımız olgular üzerine çalışmayı amaçlayan araştırmalar için uygun bir araştırma temeli hazırlar (Yıldırım & şimşek, 2008). Yıldırım (1999) nitel araştırmanın altı önemli yönü olduğuna dikkat çekmiştir. Bunlar; araştırmanın doğal ortamına duyarlı olunması, araştırmacının katılımcı olarak rol göstermesi, bütüncül yaklaşıma sahip olması, katılımcıların algılarının ortaya çıkarılabilmesi, amaca uygun yöntem veya yöntemlerin seçilmesi, tümevarım yoluyla analiz edilmesi şeklinde sıralanabilir. Bu kapsamda araştırmacılar ğretmen adaylarına kendi ortamlarında çalışmalar yaptırmış ancak bu ortama hiçbir müdahalede bulunmamıştır. Aynı zamanda süreç içerisinde katılımcılarla zaman geçirmiş, onlarla bizzat görüşmeler yapıp onları gözlemlemiş, sanal manipülatif kullanma tecrübelerinde onlarla etkinlikler yapmıştır. Araştırmacılar mümkün olduğu kadar katılımcılara yakın olmaya çalışarak onların süreç içindeki davranışlarını ve algılarını gözlemlemiş, görüşmelerde esnek ve açık uçlu sorular sorarak duygu ve düşüncelerinin ortaya çıkmasına olanak sağlamıştır.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını orta ölçekli bir devlet niversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik ğretmenliği nc sınıfında okuyan 17 ğretmen adayı (13 kadın, 4

erkek) oluşturmaktadır. Katılımcıların seçiminde kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Bu yönetime göre araştırmacı, yakın olan ve erişilmesi kolay olan bir örneklem belirler (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bununla birlikte, katılımcılar gönüllülük esasına dayalı olarak belirlenmiştir. Çalışmanın yapıldığı güz döneminde öğretmen adayları matematik öğretimi ile ilgili olarak Özel Öğretim Yöntemleri-I dersini almaktadır. Bu ders kapsamında ve çalışmanın yürütüldüğü süreç boyunca öğretmen adayları için cebir öğretimi ile ilgili herhangi bir bilgiye ve deneyime yer verilmemiştir. Ayrıca katılımcıların sanal manipülatiflerle ilgili herhangi bir deneyimi bulunmamaktadır.

Veri toplama süreci: Ders Araştırması

Veri toplama sürecinde görüşmeler yapılmış ve gruplar tarafından hazırlanan ders planları incelenmiştir. Ayrıntılı veri toplama süreci ders araştırması modeline göre Tablo 1'deki gibi gerçekleşmiştir.

Tablo 1 Ders Araştırması Modeline Göre Veri Toplama Süreci ve Yapılan Etkinlikler

Hafta	Etkinlikler	Süreç
1	Sanal manipülatifler ve cebir kazanımlarının tanıtımı	Sanal manipülatifler hakkında genel olarak bilgi verilmesi, sanal manipülatiflerle ilgili internet sitelerinin tanıtılması, sanal manipülatiflerle ilgili örneklerin gösterilmesi, ortaokul matematik öğretim programındaki cebir kazanımlarının tanıtılması
2	Sanal manipülatiflerle ilgili etkinliklerin yapılması	Cebir alt öğrenme alanı (cebirsal ifadeler ve özdeşlik, eşitlik ve eşitsizlikler, doğrusal denklem) ile ilgili sanal manipülatiflerin tanıtılması, bu manipülatiflerle ilgili farklı internet sitelerinden etkinliklerin yapılması: Kullanılan sanal manipülatifler: Algebra Tiles (NLVM), Block Patterns (NLVM), Algebra Balance Scales- Negatives (NLVM), Algebra Tiles (NCTM), Algebra Tiles (Glencoe), Inequality (Shodor), General Coordinates (Shodor), Line Plotter (NLVM) Ardından yapılan her bir etkinlik için sanal manipülatif değerlendirme formunun doldurulması
3	Ders araştırmasının tanıtılması ve grupların belirlenmesi	Ders araştırması süreçlerinin tanıtılması, bu süreçte öğretmen adaylarına düşen görevlerin tartışılması ve 3-4 kişilik öğretmen adayı gruplarının oluşturulması
4	Ders planlarının hazırlanması	Gruplara kazanım listesi verilmesi ve kazanımlardan birini seçmeleri, grup olarak ders planlarının hazırlanması
5	Ders planlarının sunumu	Her grubun 20 şer dakikalık süre içerisinde sanal manipülatif entegre edilmiş cebir kazanımlarına uygun ders planlarını sunması, diğer gruplardaki öğretmen adayları da sunum yapan grup üyelerine sorular yönelterek sürecin tartışılması
6	Grup görüşmelerinin yapılması	Öğretmen adayları ile ders planları üzerinde gruplar halinde görüşmeler yapılması
7	Ders planının tekrar düzenlenmesi ve ikinci grup görüşmelerinin yapılması	Hazırlanan planların gözden geçirilmesi ve son değişikliklerin de göz önünde bulundurularak

Veri analizi

Verilerin analizinde, öğretmen adaylarının ders aşamasındaki yaklaşımları cebir öğretimi ilgili birçok alan yazını (örn., Çelik, 2007; Kaf, 2007; NCTM, 2000) çerçevesinde incelenmiştir. Kategoriler oluşturularak benzer kavramlar veya ilişkiler bu kategoriler altında bir araya getirilmiştir. Oluşturulan kodlar çerçevesinde veriler okunmuş ve ilk okumada bu kodların kullanılabilirliği test edilmiştir. Kodlanan veri gruplarını gözden geçirmek ve yapılan kodlamalar arasındaki tutarlılığı test etmek üzere kodları oluşturan uzmanlar bir araya gelmiştir. Her iki araştırmacı tarafından da ortak olarak bulunan kodlar temaları oluşturmak üzere seçilmiştir. Kodlarda %100 tutarlılık sağlanıncaya kadar kodlar üzerinde tartışılmıştır. Böylelikle verilerin kodlama aşaması tamamlanmıştır.

Bulgular

Bu bölümde öğretmen adaylarının sanal manipülatiflerle cebir konularının nasıl öğretileceği hakkındaki değerlendirmeleri yer almaktadır. Çoğu öğretmen adayı sanal manipülatiflerle cebir öğretiminin daha etkili olabileceğini belirtirken birkaç öğretmen adayı da sanal manipülatiflerle cebir öğretiminde yaşayabilecekleri olumsuzlukları ifade etmiştir. Öğretmen adayları hazırladıkları ders planları üzerinden görüşleri şunlardır: sanal manipülatiflerle (a) cebir konularının öğretimi, (b) cebirsel ilişkileri keşfetme ve (c) görselleştirme ve somutlaştırma.

Sanal Manipülatiflerle Cebir Konularının Öğretimi

Öğretmen adayları sanal manipülatiflerle cebir konularının nasıl öğretilbileceği hakkında değerlendirmeler yaparken sıklıkla şu konular hakkında görüş bildirmiştir: cebirsel ifadeler, denklem, bilinmeyen, eşitlik, eşitsizlik, örüntü, koordinat sistemi. Örneğin, öğretmen adaylarından Suna (Grup2), “*Öğrenci Block Patterns (NLVM) uygulamasında cebirsel yapıyı tanır. Örüntü kurar, cebirsel ifade yazabilir. Bilinmeyen kavramını öğrenebilir.*” sözleriyle cebirsel ifadelerdeki kavramların ve yapıların öğrencinin öğrenmesinde etkili olduğunu belirtmiştir. Bir başka öğretmen adayı Sevda (Grup5) yine aynı manipülatif ile ilgili “*Bu manipülatifte hedeflenen cebir kavramları uygun bir şekilde ele alınmıştır. Örüntü kavramı modelleme yöntemiyle iyi bir şekilde ifade edilmiştir. Öğrenci bu manipülatifle örüntünün nesnelere düzenli bir biçimde birbirini takip ederek ilerlediğinin farkına varabilir.*” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Görüldüğü üzere iki öğretmen adayı da konu bağlamında

kavramların öğrenci tarafından anlamlandırılması gerektiği üzerinde durmuştur. Ayrıca öğretmen adayı Gülsüm (Grup5) aynı manipülatiften yola çıkarak kavramların, ezberleme yapmadan yaşayarak kavratılabileceği üzerinde durmuştur:

Bu manipülatif cebirin örüntüler ve ilişkiler konusunun öğretiminde kolaylıkla kullanılabilir. Öğrenci örüntüler arasındaki ilişkiyi ifade etmeye çalışırken bir cebirsel ifade yazmış olur ve cebirsel ifadenin ne olduğunu tanım ezberleyerek değil kendi yaparak ve yaşayarak, aynı zamanda deneme yanılma ile öğrenmiş olur.

Örneklerden de anlaşılacağı üzere, öğretmen adayları öğrencilere değişken ve bilinmeyen kavramlarını ezberletmek yerine sanal manipülatifler ile uygulamalı olarak deneyimleme şansı verilebileceğini belirtmektedir. Öğretmen adayları, üzerinde uygulama yaptıkları sanal manipülatiflerin eşitlik ve eşitsizlik durumlarını da iyi bir şekilde açıkladığını belirtmiştir. Örneğin Sevda “*Inequalities (NCTM) manipülatifi cebir kavramları uygun bir şekilde ele alınmıştır. Eşitsizliğin çözümü, grafiğinin çizimi, eşitsizliği sağlayan sağlamayan noktaların kontrolü uygun bir şekilde ele alınmıştır.*” Aynı öğretmen adayı bu defa eşitlik durumunun hangi sanal manipülatiflerle daha iyi anlatılabileceğini açıklarken *Algebra Balance Scales (NLVM)* manipülatifini örnek göstermiştir. Bu manipülatifle ilgili olarak “*Eşitlik kavramını öğretmede ve birinci derecen bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde kullanılır. Eşitlik kavramı terazi kullanılarak verilmeye çalışılmıştır.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Buna paralel olarak Zeynep de aynı manipülatif üzerinden eşitliğin korunumunu anlatmanın etkili olacağından bahsetmiştir: “*Özellikle eşitliğin korunumu göstermede etkili bir manipülatiftir. Öğrenci eşitlik kavramını terazi sayesinde daha iyi öğrenir. Konuyu anlatırken bu cebir terazisini kullanabilirim. Örnekleri de bu cebir terazisinden faydalanarak açıklarım.*” Bulgulardan da anlaşıldığı üzere hem eşitlik hem de eşitsizlik kavramlarına uygun manipülatifler bulunmaktadır. Eşitlik ve eşitsizlik konusuyla ilgili kavramların bu manipülatiflerle etkili bir şekilde kavratılacağı üzerinde durulmuştur. Özellikle cebir terazisinden yararlanarak eşitlik kavramının daha iyi öğrenileceği öğretmen adayları tarafından oldukça sık vurgulanmıştır.

Sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde etkili olduğunu belirten görüşlerin yanı sıra farklı yönde görüşlere de rastlanmak mümkündür. Öğretmen adaylarından bir kısmı (4 kişi) sanal manipülatiflerden bir kısmının kapsam olarak sınırlı olduğunu belirtirken aynı zamanda kavramların eksik olduğundan ve zayıf bir uygulama olduğundan bahsetmiştir. Örneğin Ahmet (Grup4) ve Yeliz (Grup2) Shodor internet sitesindeki *General Coordinate* sanal manipülatifini değerlendirmiş ve paralel görüşler sunmuştur. Ahmet “*Kapsam bakımından belirli alanlar ele alındığı için ve öğrenci yeterli uygulama alanına sahip olmadığından cebir*

kavramlarının uygun olarak ele alındığı söylenemez.” şeklinde belirtirken Yeliz de “*Bu manipülatifte eksik kavramlar var sadece x ve y değerlerini doğru yerleştirmekten söz ediliyor. Denklem, koordinat eksenin, eşitlikten söz edilmemiş.”* sözleriyle manipülatifin kavramları eksik olarak ele aldığından bahsetmiştir. İki öğretmen adayı da manipülatifin yeterince kapsamının geniş olmamasından dolayı kavramların öğretiminde etkili bulunmamıştır. Aynı internet sitesindeki *Inequalities* sanal manipülatifini değerlendiren Hasan (Grup4) ise bu manipülatif hakkında “*Eşitsizlik kavramının açıklamasında kullanılır. Eşitsizlik sistemini çok iyi açıklar. Noktaların denklemdeki yerini belirler. Bu ise cebirin zayıf kalan bir uygulamalarından biridir.”* şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğretmen adaylarından Rahmi (Grup4), Glencoe sitesindeki *AlgebraTiles* uygulamasının kavram yanılgısına neden olabileceğini ve öğrencilerin bilinmeyenler ile bilinenleri aynı kavramlar olarak ele alıp işlem yapabileceğini şu sözlerle dile getirmiştir:

Bu manipülatif diğer sitelerdeki (NLVM, NCTM) benzer uygulamalara göre çok basit ve zayıf kalıyor. Çünkü kavramlar öğrenciyi yanıltabilir. Mesela öğrenci x^2 yi temsil eden cebir karosunun kenar uzunluğuna 1 br’lik karolardan istediği gibi yerleştirebilir. Bununla ilgili herhangi bir dönüt de yok. O yüzden öğrenci bilinmeyen kavramını sayılarla göstermeye çalışabilir. Bu da kavram karmaşası yaratacaktır. Biz de denediğimizde o karoları tam oturtamamıştık. Öğrenci de zorlanabilir. Bu nedenle cebir kavramları uygun ele alınmamıştır.

Bulgular incelendiğinde öğretmen adayları genel olarak sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde etkili olduğunu ve öğretimde kolaylık sağlayabileceğini belirtmiştir. Ancak öğretmen adayları tüm sanal manipülatiflerin aynı şekilde öğretimde etkili olmadığını sanal manipülatiflerden bir kısmının eksik veya dar kapsamlı olduğunu dile getirmiştir.

Sanal Manipülatiflerle Cebirsel İlişkileri Keşfetme

Öğretmen adayları hazırladıkları ders planlarında öğrencilerin sanal manipülatiflerle birinci dereceden denklem sistemi ve doğrunun eğimi arasındaki ilişkiyi keşfedebileceğini, örüntüde terimler arasındaki ilişkiyi görüp genellemeye ulaşabileceğini belirtmiştir. Ders planı üzerine yapılan görüşme kayıtlarında hem de değerlendirme formlarında bu ilişkilere yönelik bulgular yer almaktadır. Örneğin Suna (Grup2) eğim ve doğru denklemi arasındaki ilişkiyi NLVM internet sitesindeki Line Plotter sanal manipülatifi ile gösterebileceğini şu şekilde belirtmiştir:

Bu manipülatif eğim ve doğru denklemi arasındaki bağlantıyı kurmamızı sağlar. İki noktası ya da noktası ve eğimi verilen doğru denklemini rahatlıkla çizebiliriz. Eğim ve doğru grafiği arasında nasıl bir ilişki olduğunu göstermek için bu manipülatiften yararlanırız. Öğrenci grafiğe bakarak

eğimin dikey/yatay olduğunu, eğim negatifse grafiğin geniş açılı; eğim pozitif ise dar açılı olduğunu çok kolay görebilir.

Benzer şekilde öğretmen adayı Sevda (Grup5) ders planında kullandıkları SAMAP internet sitesindeki Doğru Eğimi manipülatifinin bu ilişkiyi göstermede etkili olduğunu şu sözlerle belirtmiştir:

Bu manipülatif, öğretim programında doğrunun eğimi ile denklemin arasındaki ilişkiyi somutlaştırır, kazanımıza oldukça uygun. Bu ilişkiyi nasıl verebiliriz diye iki örnek yazdık buraya. Hatta toplam dört örnek oldu. Mesela $y=x$ ve $y=-x$ doğrusunun eğimi nedir? Öğrenci burada eğimin denklemlerle olan ilişkisini görmek için önce manipülatifteki ekle simgesini kullanmalı. Burada $y=x$ denkleminin eğimini öğrenci çiziyor. Ondan sonra öğrencilere diyoruz ki ekle doğru simgesini kullan. Onu kullanınca doğrunun rengi değişiyor. Bu defa $y=-x$ doğrusunu ekleyin diyorum. Bu defa birbirine ters iki tane eğim çıkıyor. Öğrenciden bunu yorumlamasını isteyebilirim. Böylece birinci dereceden denklem ve eğim arasında bir ilişki olduğunu fark ettiriyoruz.

Bu manipülatifler sayesinde öğretmen adayları öğrencilerin denklem değişikçe doğrunun eğiminin de buna bağlı olarak değiştiğini, aradaki ilişkiyi rahatça görebileceğini ve eğimi uygulamalı olarak bulabileceğini belirtmiştir. Ayrıca öğretmen adayı Suna (Grup2) NLVM İnternet Sitesindeki Block Patterns Manipülatifi sayesinde kullanılan şekiller ile devam eden örüntü arasındaki ilişkiden yola çıkarak örüntünün herhangi bir adımının kısa yoldan bulunabileceğini belirtmiştir. Ayrıca bu ilişkinin cebirsel olarak gösterilmesinde ve yeni örüntülerin kurulmasında öğrencilere yardımcı olacağını dile getirmiştir:

Şekilleri yan yana koyarak çevrelerini incelediğinde 1.ye 4, 2.ye 6, 3.ye 8... şeklinde ilerlediğini görür ve $f(x)=2x+2$ şeklinde geneller. Herhangi n.terimi kısa yoldan bulur. Çocuk üçgenleri [*manipülatifte üçgen x değişkeni olarak belirtilmiştir*] çoğaltarak bir kural bulur ve ardından bu kuralda kenar sayısı=üçgen sayısı+2'yi görür. Bunu da $f(x)=x+2$ olarak cebirsel olarak yazar. Bu sayede öğrenci kuralı rahatlıkla genelleştirmiş olur.

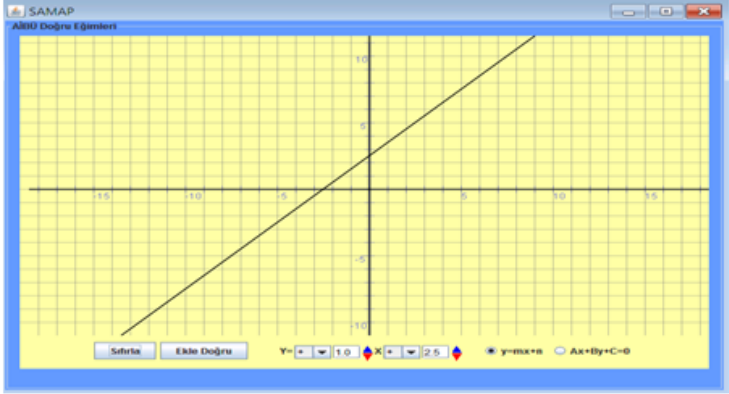
Görüldüğü üzere öğretmen adayı örüntüyü buldurmaya çalışmış ve bu manipülatifin öğrencilere hem örüntüyü keşfetmesinde hem de kural oluşturarak sonraki adımlarının bulunmasında yardımcı olacağını belirtmiştir.

Sanal Manipülatiflerle Görselleştirme ve Somutlaştırma

Cebir öğretiminde sanal manipülatif kullanımında ortaya çıkan bir diğer önemli tema, görselleştirme ve somutlaştırmadır. Öğretmen adaylarının çoğu (9 kişi) sanal manipülatiflerin ilgi çekici ve görsel olmasından dolayı somutlaştırmada oldukça etkili olduğunu vurgulamıştır. Örneğin Sevda (Grup5) ders planında yer verdikleri SAMAP internet sitesindeki Doğru Eğimi manipülatifi (Şekil 1) ile ilgili şu sözleri söylemiştir:

Bu manipülatifin oldukça yararlı olacağını düşünüyorum. Görseli oldukça iyi. Cebir yapısı gereği soyut olduğu için değişkenleri anlatırken, denklemini kurarken, eğimi bulurken oldukça faydalı olacaktır. Mesela öğretmenlerimiz eğim için sadece formül veriyordu. Eğim = b/a diye. Ama şimdi eğim kavramı bu kadar soyut gelmiyor, görseli ile birlikte eğimin ne olduğunu rahatlıkla öğrenci görebilecek, şekil üzerinden hesaplama yapacak. Böylece eğim kavramı somut olarak öğrenilecek.

1. Manipülatif hakkında bilgi verilir. Manipülatifin amacından bahsedilir. Manipülatifin amacı: Doğrunun eğimi ve denklemini arasındaki ilişkiyi somutlaştırmaktır denilir. Öğrencilerden bilgisayarlarını açmaları ve etkileşimli tahtadan öğretmenin yaptıklarını takip etmeleri ve uygulamaları istenir.(4 dk)



2. Öğretmen tek tek öğrencilerin etkinliği açıp açma dıklarını kontrol eder. (3 dk)

3. Öğrencilere eğimle ilgili sorular sorulur.(10 dk)

4. ÖRN

- $y = 2x + 5$ doğru denkleminin eğimi kaçtır?
- $y = -6x + 6$ doğru denkleminin eğimi kaçtır?
- $y = x$ doğru denkleminin eğimi kaçtır?
- $y = -x$ doğru denkleminin eğimi kaçtır?

Şekil 1. Grup 5'in Ders Planından Alınan SAMAP İnternet Sitesindeki Doğru Eğimi Manipülatif Örneği

Ders planında da görüldüğü üzere, Grup 5 eğim ve denklemin arasındaki ilişkinin sanal manipülatif ile somutlaştırmada kullanılabileceğini vurgulamıştır. Bir başka öğretmen adayı Hasan (Grup4) da NCTM sitesindeki *Algebra Tiles* uygulaması ile ilgili olarak şunları söylemiştir:

Mesela biz öğrenirken bu şekilde değildi. Genelde konular soyut şekilde veriliyordu. Sadece ezbere gidiliyordu. Görsel olarak cebir karolarıyla $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ oluşturuyoruz. Böylece öğrenciler de bu tam kare ifadeyi zihinlerinde şekilleniyor. Soyut olan ifadeler somutlaştırılıyor.

Buradan da anlaşılacağı üzere öğretmen adayları çarpanlara ayırma konusunda kavramların somutlaştırılabilmesi için sanal manipülatifi çok yararlı bulmuştur. Ayrıca

kavramları görselleştirebilmenin daha anlamlı öğrenme sağlayabileceğini belirtmişlerdir. Yukarıdaki bulgulara ek olarak, öğretmen adayları somutlaştırmanın ve görselleştirmenin sonucunda öğrencilerin konuyu daha rahat öğrenebileceğini vurgulamıştır. Örneğin öğretmen adayı Gülsüm (Grup 5) değerlendirme formunda bu durumla ilgili olarak şu açıklamayı yazmıştır:

Algebra Balance Scales manipülatifi cebirin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem konusunda kullanılabilir. Çünkü bu manipülatifte adım adım işlem yaparak x yalnız bırakılıp değeri kolayca bulunabilir ve aynı zamanda terazi üzerinde görsel olarak da kolaylıkla görülür. Çünkü program adım adım sonuca ulaşılabilir şekilde tasarlanmış, eşitliğin eşit kollu terazi üstünde gösterilmesi denklem çözümünü biraz daha somutlaştırmış ve anlamayı oldukça kolaylaştırmıştır.

Benzer şekilde aynı gruptan Gözde de *“Görseller kullanıldığı için öğrencilerin konuyu daha iyi anlamaları sağlanır. Öğretilen bilgiler somut hale getirilerek konunun anlaşılması kolaylaşır. Hem görsele hem de uygulamaya dayalı bir öğretim olduğu için kalıcı bir öğrenme sağlanır.”* sözleriyle genel olarak sanal manipülatiflere ilişkin durumu özetlemiştir.

Bulgular incelendiğinde sanal manipülatiflerin, cebirsel kavramların ve ilişkilerin görselleştirilmesinde ve somutlaştırılmasında etkili olduğu belirtilmiştir. Ayrıca konuların akılda kalıcı bir şekilde öğrenilip pekiştirileceği de öğretmen adayları tarafından sıklıkla vurgulanmıştır.

Tartışma

Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının cebir öğretiminde sanal manipülatifleri ders araştırması kapsamında neden ve nasıl kullandıkları araştırılmıştır. Genel olarak öğretmen adayları, sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde kolaylık sağlayabileceğini belirtmiş; özellikle sanal manipülatiflerin cebirsel ilişkileri keşfetme, görselleştirme ve somutlaştırmada etkili olduğunu vurgulamışlardır.

Çalışmanın önemli bir bulgusu, cebir kavramlarının öğretiminde sanal manipülatiflerin önemli bir araç olarak değerlendirilebileceğidir. Moyer ve diğerleri (2002) sanal manipülatiflerin öğrencilerin matematiksel kavram ve yapıların anlamlarını keşfetmede onlara farklı temsiller yoluyla manipüle etme fırsatı verdiğini belirtmiştir. Sonuçlar incelendiğinde genel olarak sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde etkili olduğu öğretmen adayları tarafından belirtilmiş, özellikle bilinmeyen, eşitlik, eşitsizlik, örüntü kavramlarının sanal manipülatifler yardımıyla nasıl öğretilbileceği tartışılmıştır. Bu duruma paralel olarak Suh ve Moyer (2007) cebir terazisi sanal manipülatifinin dinamik özelliği sayesinde cebirsel eşitlik

kavramını açıklamada yarar sağladığını vurgulamıştır. Ayrıca farklı temsiller yoluyla değişken kullanımı ve bilinmeyen değeri bulma gibi cebirin temel niteliklerini öğretmede kolaylık sağladığı da belirtilmiştir. Bir diğer çalışmada Kurz (2011), matematik eğitiminde teknoloji entegrasyonu üzerinden internet tabanlı cebirsel araçları incelemiş, bunlar içinde sanal manipülatiflere de yer vermiştir. Yapılan çalışmada kullanılan sanal manipülatiflerin koordinat sisteminin nasıl çalıştığını göstermede, nokta ve doğru kavramlarının öğreniminde kullanılabileceğini belirtmiştir. Benzer şekilde Bouck ve Flanagan (2010) ile Reimer ve Moyer (2005) sanal manipülatiflerin öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmesini kolaylaştırmada pozitif etkiye sahip olduğunu belirtmişlerdir. Yuan (2009) da yeni matematiksel kavramları tanıtmada ve derinleştirmede sanal manipülatif kullanımının yararlı olduğu sonucunu ortaya koymuştur. Sonuç olarak, ilgili alan yazında birçok çalışma sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde kolaylık sağladığı sonucunu desteklemektedir.

Öğretmen adayları bazı sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde etkili olduğunu belirtmesine rağmen, bu sonuç tüm sanal manipülatifler için geçerli görülmemiştir. Öğretmen adayları tarafından sanal manipülatiflerden bir kısmının eksik veya dar kapsamlı olduğu aynı zamanda kavram kargaşasına neden olabileceği öne sürülmüştür. Magruder (2012) yaptığı çalışmada kullandığı sanal manipülatiflerden birinin (Algebra Balance Scales/NLVM) izin verdiği ölçüde katsayı ve sabitlerin girilebildiğini, kesirlerin gösteriminin yapılamadığını ve bu kısıtlamaların da öğrencilerin çözebileceği denklem sayısını ve türünü kısıtlayacağını dile getirmiştir. Moyer ve diğerleri (2002) yaptıkları çalışmada bazı internet ve bilgisayar tabanlı araçların sadece görsel ve sanal olduğunu ancak manipüle etmede yeterli olmadığını, bu nedenle de bunlara tam anlamıyla sanal manipülatif denilemeyeceğini dile getirmiştir. Ayrıca çalışma içerisinde bu sanal araçların veya görsellerin matematik bilgisinin ve kavramlarının inşa edilmesinde yeterli olamayacağı da belirtilmiştir. Pişkin-Tunç ve diğerleri (2012a), öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışma sonuçlarında somut materyallerle çalışan öğrencilerin kafalarının karışmayacağını ancak sanal manipülatiflerle çalışan öğrencilerin kafalarının karışacağını dile getirmiştir. Görüldüğü üzere bazı sanal manipülatiflerin cebir öğretiminde diğer manipülatifler kadar etkili olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmanın bir diğer bulgusu, öğretmen adaylarının öğrencilerin bağlantılı konular arasındaki ilişkiyi görebilmesinde sanal manipülatiflerin oldukça etkili olabileceğini göstermektedir. Özellikle sanal manipülatiflerin cebirsel kavramlar arasındaki ilişkiyi yararlanarak bu ilişkileri formüle etme ve kural oluşturmada yarar sağladığı dikkat çeken bulgular arasındadır. Akkan ve Çakıroğlu (2011) yaptıkları çalışmada sanal manipülatiflerin

matematikselsel akıl yürütmeye ve ilişkileri keşfetmeye imkan sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca matematikselsel akıl yürütmeye ve matematikselsel dilin kullanımına da destek sağlayacağı çalışmanın sonuçları arasındadır. Suh ve Moyer (2007) çalışma sonuçlarında sanal manipülatiflerin öğrencilerin cebirsel keşiflerinde hem cebirsel hem de ilişkisel düşüncelerini desteklediğine yer vermiştir. Bunların yanı sıra, öğretmen adayları örüntünün keşfedilmesinde sanal manipülatif kullanımının oldukça etkili olduğunu ve bu manipülatiflerle örüntüyü anlatmanın daha kolay olacağını vurgulamışlardır. Benzer şekilde sanal manipülatiflerin cebirsel işlemlerdeki semboller ve temsiller arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmada olumlu bir etkisi olduğu belirtilmiştir (Cavanaugh ve diğerleri, 2005). Ayrıca sanal manipülatif kullanımının matematikselsel ilişkileri keşfetmede ve genelleme yapmada oldukça etkili olduğu birçok çalışma tarafından desteklenmektedir (Durmuş & Karakırık, 2006; Moyer ve diğerleri, 2002; Pham, 2015; Suh, Moyer & Heo, 2005; Şahin, 2013). Sonuç olarak, elde edilen bu bulgu, alandaki birçok çalışma ile paralellik göstermektedir.

Çalışmanın bir diğer bulgusu, sanal manipülatiflerin cebirsel kavramların ve ilişkilerin görselleştirilmesinde ve somutlaştırılmasında etkili olduğunu göstermektedir. Bu konuyla ilgili Cavanaugh ve diğerleri (2005), sanal manipülatiflerin cebirsel değişken kavramının işlevinin nasıl çalıştığına dair somut modeller sunduğunu belirtmiştir. Daghestani (2013) yaptığı çalışmada sanal gerçekliğin genç yaştaki öğrenciler açısından soyut kavramları görselleştirmede bir bilişsel araç haline geldiği sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde sanal manipülatiflerin görselleştirmede ve somutlaştırmada oldukça etkili olduğu, somut gösterimlerden sembolik gösterimlere geçişte köprü olarak kullanılabileceğini birçok çalışma sonuçlarında ortaya çıkmıştır (Özel, Özel & Cifuentes, 2014; Pham, 2015). Alan yazında bu sonuçlarla paralellik gösteren başka çalışmalara da rastlamak mümkündür (örn.; Bouck & Flanagan, 2010; Durmuş & Karakırık, 2006; Moyer, 2001; Moyer ve diğerleri, 2012; Panasuk, 2010; Pişkin-Tunç ve diğerleri, 2012a; Suh ve diğerleri, 2005). Bu çalışmanın sonuçlarına bakıldığında genel olarak, öğretmen adayları tarafından somutlaştırma yapılabilmesi için en önemli etken görsellerin kullanılması olarak görülmüştür.

Araştırmadan elde edilen bulguların yanı sıra öğretmen adayları ayrıca ders planı hazırlama kısmında bu kadar zorlanacaklarını düşünmediklerini ve her bölümün bu kadar ayrıntılı ele alındığını süreç sonunda fark ettiklerini dile getirmiştir. Çalışmanın başında “Sanal manipülatifi dersin hangi aşamasında kullanırdınız?” diye sorulduğunda dersin aşamalarını birbirine karıştırdıkları görülürken ders planlarını hazırlama sürecinde bunlara dikkat ettikleri ve daha az hata yaptıkları görülmektedir. Öğretmenlerin pedagojik alan

bilgilerinin zayıf olması veya cebir öğretimine dair deneyimlerinin sınırlı olması gibi faktörler bu sonuçları destekler niteliktedir. İlgili alan yazında ders araştırması ve ders planı hazırlama süreçleriyle öğretmen adaylarının alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi arasında ilişki kuran çeşitli çalışmalar mevcuttur. Örneğin, Cajkler ve Wood (2013) yaptıkları çalışma sonucunda, ders araştırması sayesinde öğretmen adaylarının bir dersin nasıl öğretileceğini öğrenmelerinde olumlu etkiye sahip olduğunu ve pedagojik alan bilgisinin gelişimi için fırsatlar sunduğunu dile getirmiştir. Başka bir çalışmada (Erbilgin, 2013) öğretmen adayları hem matematik bilgilerinin derinleştiğini hem de matematiğin nasıl öğretileceği konusunda bilgilerinin geliştiğini dile getirmiştir. Bu sonuçlara oldukça yakın sonuçlar elde edilen diğer ders araştırması çalışmalarında öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinde ve öğretim stratejilerinde önemli ilerlemeler kaydedildiği belirtilmiştir (örn., Burroughs & Luebeck, 2010; Fernandez, 2010; Fernandez & Zilliox, 2011; Mostofo, 2013; Murata & Pothen, 2011; Nason, Chalmers & Yeh, 2012; Sims & Walsh, 2009). Dolayısıyla ders araştırması sürecinin ve ders planı hazırlama uygulamalarının, öğretmen adaylarının matematiksel alan bilgisi ve özellikle pedagojik alan bilgisi üzerinde etki yarattığı söylenebilir.

Sınırlılıklar ve Öneriler

Çalışma kapsamında sanal manipülatiflerin İngilizce ara yüze sahip olması nedeniyle öğretmen adayları oldukça zorlamıştır. Bu kapsamda Türkçe sanal manipülatiflerle ilgili yapılmış proje çok az sayıdadır. SAMAP projesi dışında özellikle bir araya getirilmiş ve üretilmiş yeni sanal manipülatif uygulamalarına çok fazla rastlanmadığından bu alanda Türkçe sanal manipülatiflere ihtiyaç vardır. Dolayısıyla matematik eğitimi araştırmacıları, bu alanda Türkçe ara yüze sahip sanal manipülatifler geliştirerek öğretmen ve öğrencilerin erişimine sunabilir. Bunun için MEB bünyesinde oluşturulmuş EBA (Eğitim Bilişim Ağı) portalı kullanılarak tüm öğretmen ve öğrencilerin rahatça erişebileceği bir kullanım imkanı sunulabilir.

Sanal manipülatif uygulamaları her ne kadar yurt içinde ve özellikle yurt dışında gündemde olan bir konu olsa da hala ülkemizde sınıf içi uygulamalarda çok fazla yer verilememektedir. Bu nedenle öğretmenlere bu uygulamaları tanıtmak ve çeşitli uygulamalar yaptırarak ne kadar geniş bir kaynak ve veri çeşitliliği sağladığı gösterilebilir. Ayrıca sanal manipülatiflere derslerde yer vermeyi düşünen öğretmenlerin gerekli süreleri planlaması zaman kaybı yaşamamak adına önemlidir.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının hazırladığı ders planları gerçek sınıf ortamında sunulmamıştır. Gelecekte yapılacak olan çalışmalarda araştırmacılar öğretmen adaylarına hazırlatılan ders planlarıyla sınıf içi uygulamalar yaptırarak, gerçek sınıf ortamında nasıl işleyeceğini değerlendirebilir. Ayrıca ders araştırması modeliyle ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında daha çok öğretmenlerle yapılmış çalışma sonuçlarına rastlanmaktadır. Bunun yanı sıra öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar olmasına karşın yeterli görülmemektedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının mesleki bilgi ve becerilerini gerçek sınıf ortamlarında deneyimleme şansı olması açısından bu modele öğretmen eğitiminde yer verilmesi gereklidir. Özellikle okul deneyimi ve öğretmenlik uygulamaları dersleri kapsamında bu model etkili şekilde uygulanabilir.

Son olarak ders araştırması modelinin ülkemizde okullarda uygulanabilmesi açısından öğretmenlere ders araştırması modeli ile ilgili eğitimler verilebilir. Bu konuyla ilgili MEB ve üniversiteler arasında işbirliği yapılarak modelin ülkemizdeki okullarda matematik eğitiminin işleyişine ve öğrenci öğrenmelerine katkı sağlaması için çeşitli projeler yapılabilir. Örneğin bu projeler kapsamında seminer dönemlerinde öğretmenlere konuyla ilgili uzmanlar tarafından üniversite bünyesinde uygulamalı eğitimler verilebilir. Bu eğitimlerde sanal manipülatiflerin tanıtımı, bir konunun işlenişinde nasıl kullanılabileceği, kullanmak için nasıl bir ders planı hazırlanması gerektiği gibi aşamalar yer alabilir.

Kaynaklar

- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü., (2012). 5-8. Sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Akkan, Y. & Çakıroğlu, Ü. (2009). *Öğrencilerin sanal ve fiziksel manipülatiflere yönelik tercihleri*. 9th International Educational Technology Conference, Ankara
- Akkan, Y. & Çakıroğlu, Ü. (2011). *Farklı branşlardaki öğretmen ve öğretmen adaylarının matematik öğretiminde sanal-fiziksel manipülatiflere bakış açılarının karşılaştırılması*. 5. Uluslararası Bilgisayar ve Öğretimsel Teknolojiler Sempozyumu, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Akkan, Y. & Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. Sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120.
- Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği*.

- Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Altun, M. (2007). *Eğitim fakülteleri ve matematik öğretmenleri için ortaöğretim matematik öğretimi*, Alfa Akademi Yayınevi, Bursa.
- Anderson-Pence, K. L. (2014). *Examining the impact of different virtual manipulative types on the nature of students' small-group discussions: An exploratory mixed-methods case study of techno-mathematical discourse*. Unpublished doctoral dissertation. Utah State University, US.
- Anh, N. H. & Phuc, N. D. M. (2014). *Using virtual manipulative materials for supporting teaching and learning fraction division and area of a circle*. Proceedings of the 7th International Conference on Educational Reform Innovations and Good Practices in Education: Global Perspectives, 273-280.
- Arslan, S. & Özpinar, İ. (2009). İlköğretim 6. Sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi, *Dicle Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 97-113.
- Baki, A., Erkan, İ. & Demir, E. (2012). *Ders planı etkililiğinin lesson study ile geliştirilmesi: bir aksiyon araştırması*. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde.
- Baş, S., Çetinkaya, B. & Erbaş, A. K. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55.
- Bilen, M. (2002). *Plandan uygulamaya öğretim*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Bouck, E. C. & Flanagan, S. M. (2010). Virtual manipulatives: What they are and how teachers can use them. *Intervention in School and Clinic*, 45(3), 186-191.
- Bozkurt, A. & Yabaş, B. (2012). İlköğretim düzeyinde matematik öğretimini destekleyici e-öğrenme portallarının kritik özelliklerinin belirlenmesi. *Education Sciences*, 7(1), 192-199.
- Burroughs, E. A., & Luebeck, J. L. (2010). Pre-service teachers in mathematics lesson study. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2&3), 391-400.
- Cajkler, W. & Wood, P. (2013) The feasibility and effectiveness of using 'lesson study' to investigate classroom pedagogy in initial teacher education: student-teacher perspectives. *Association for Teacher Education in Europe*, Ostfold University College, Halden, Norway, 22-25 August 2013.

- Cavanaugh, C., Gillan, K. J., Bosnick, J., Hess, M., & Scott, H. (2005). *Succeeding at the gateway: secondary algebra learning in the virtual school*. Jacksonville, University of North Florida.
- Creighan, S. (2014). *Investigating the effects of the mathematics number line activity on children's number sense*. Unpublished doctoral dissertation, Columbia University.
- Çağdaşer, B.T. (2008). *Cebir öğrenme yaklaşımının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Çakıroğlu, Ü., Güven, B. & Akkan, Y. (2008). Matematik öğretmenlerinin matematik eğitiminde bilgisayar kullanımına yönelik inançlarının incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 38-52.
- Çakıroğlu, E. & Yıldız, B. T. (2007). Turkish preservice teachers' views about manipulative use in mathematics education. In C. S. Sunal & M. Kagendo (Eds.), *The enterprise of education* (pp.275-289). Information Age Publishing Inc.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Çelik, D. & Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1157-1175.
- Daghestani, L. (2013). *The design, implementation and evaluation of a desktop virtual reality for teaching numeracy concepts via virtual manipulatives*. Unpublished doctoral dissertation, University of Huddersfield.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003). *Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?* *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fak. Dergisi*, 24, 180 - 185.
- Durmuş, S., & Karakırık, E. (2006). Virtual manipulatives in mathematics education: A theoretical framework. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 5(1), 117-123.
- Erbilgin, E. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının ders araştırması hakkındaki görüşleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21, 69-83
- Eraslan, A. (2008). Japon ders araştırması: Türkiye'de işler mi? *Eğitim ve Bilim*, 33(149), 62-67.

- Ersoy, Y. & Erbaş, A. K. (2003). Kassel projesi: cebir testinde bir grup Türk öğrencisinin başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online Dergisi*, 4(1), 18-39.
- Fernandez, M. L. (2010). Investigating how and what prospective teachers learn through microteaching lesson study. *Teaching and Teacher Education*, 26(2), 351-362.
- Fernandez, M. L. & Zilliox, J. (2011). Investigating approaches to lesson study in prospective mathematics teacher education. In L. C. Hart, A. Alston, & A. Murata (Ed.), *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together* (pp. 85-102). New York, NY
- Gürbüz, R. & Akkan, Y. (2008). A comparison of different grade students' transition levels from arithmetic to algebra: a case for 'equation' subject. *Education and Science*, 33(148), 64-76.
- Gürbüz, R. & Toprak, Z. (2014). Aritmetikten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi, *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(1), 178-203.
- Isoda, M. (2010). Lesson study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese experience. International Conference on Mathematics Education Research 2010 (ICMER 2010). *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 17-27.
- Kablan, Z. (2012). Öğretmen adaylarının ders planı hazırlama ve uygulama becerilerine bilişsel öğrenme ve somut yaşantı düzeylerinin etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 37(163), 239-253.
- Kaf Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. Sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Karakırık, E. (2008). *SAMAP: A Turkish math virtual manipulatives site*. Eskişehir, Turkey: 8th International Educational Technology Conference, Eskişehir, 6th-9th May 2008.
- Kaş, S. (2010). *Sekizinci sınıflarda çalışma yaprakları ile öğretimin cebirsel düşünme ve problem çözme becerisine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kay, R. & Knaack, L. (2007). Evaluating the use of learning objects for secondary school science, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26(4), 261-289.
- Kolpak, R. L. (2011). *Using virtual manipulatives to explore mathematical concepts*. Unpublished doctoral dissertation, Central Connecticut State University.

- Kurtdede-Fidan, N. (2008). İlköğretimde araç gereç kullanımına ilişkin öğretmen görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim*, 1(1), 48-61.
- Kurz, T. (2011). Discovering features of webbased algebraic tools via data analysis to support technology integration in mathematics education. *Journal of Curriculum and Instruction*, 5(1), 85–100.
- Lewis, C., Perry, R. & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 35(3), 3–14.
- Lewis, C. & Tsuchida, I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river: Research lessons and the improvement of Japanese education. *American Educator*, Winter, 14-17, 50-52.
- Magruder, R. L. (2012). *Solving linear equations: a comparison of concrete and virtual manipulatives in middle school mathematics*. Unpublished dissertation Thesis, University of Kentucky.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. Sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*, Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Morris, J. (2013). *The use of virtual manipulatives in fourth grade to improve mathematic performance*, Unpublished doctoral dissertation, State University of New York.
- Mostofo, J. (2013). *Using lesson study with pre-service secondary mathematics teachers: effects on instruction, planning, and efficacy to teach mathematics*. Unpublished doctoral dissertation, Arizona State University.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197.
- Moyer-Packenham, P. S. (2005). Using virtual manipulatives to investigate patterns and generate rules in algebra. *Teaching Children Mathematics*, 11(8), 437-444.
- Moyer, P. S., Bolyard, J.J. & Spikell, M.A. (2002). *What Are Virtual Manipulatives?.* Teaching Children Mathematics. NCTM Publishing.
- Moyer-Packenham, P. S., Westenskow, A. & Salkind, G. (2012). *Effects of virtual manipulatives on student achievement and mathematics learning*. Paper presented at the American Educational Research Association Annual Meeting, Vancouver, Canada.
- Murata, A. & Pothen, B. E. (2011). Lesson study in preservice elementary mathematics methods courses: Connecting emerging practice and understanding. In L. C. Hart, A. S.

- Alston, & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together* (pp. 103–116). New York, NY.
- Nason, R., Chalmers, C. & Yeh, A. (2012). Facilitating growth in prospective teachers' knowledge: Teaching geometry in primary schools. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(3), 227-249.
- NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics, National council of teachers of mathematics pub., Reston/VA, <http://standards.nctm.org>, 15 Nisan 2014 tarihinde indirilmiştir.
- Özel, S., Özel, Z. & Cifuentes, L. (2014). Effectiveness of an online manipulative tool and students' technology acceptances. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1 (1), 1-15.
- Özer, M. N. & Şan, İ. (2013). Görselleştirmenin özdeşlik konusu erişimine etkisi. *International Journal of Social Science*, 6(1), 1275-1294.
- Paek, S. & Hoffman, D. L. (2014). *Challenges of using virtual manipulative software to explore mathematical concepts*. Proceedings for the 41th Annual Meeting of the Research Council on Mathematics Learning, February 27-March 1, 2014, San Antonio, Texas, 169-176.
- Panasuk, R. (2010). Three-phase ranking framework for assessing conceptual understanding in algebra using multiple representations, *Education*, 131 (2), 235-257.
- Peker, M. & Halat, E. (2008). İlköğretim I. kademe matematik programının eğitim durumları boyutunun öğretmen görüşleri doğrultusunda incelenmesi. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 209-225.
- Pham, S. (2015). *Teachers' perceptions on the use of math manipulatives in elementary classrooms*. Unpublished doctoral dissertation, University of Toronto.
- Pişkin-Tunç, M., Durmuş, S. & Akkaya, R. (2012a). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde somut materyalleri ve sanal öğrenme nesnelerini kullanma yeterlikleri. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 1, 13-20.
- Pişkin-Tunç, M., Durmuş, S. & Akkaya, R. (2012b). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının somut materyal ve sanal manipülatiflerin eğitim süreçleri boyunca kullanabilme durumlarının belirlenmesi*. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde.

- Putnam, R. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4-15.
- Reimer, K. & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5–25.
- Sato, M. (2008). *Japanese lesson studies, looking back and thinking forward*. The World Association of Lesson Studies International Conference, Hong Kong Institute of Education, Hong Kong.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra, historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Sims, L. & Walsh D. (2009). Lesson study with preservice teachers: Lessons from lessons. *Teaching and Teacher Education*, 25, 724–733.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: The Free Press.
- Suh, J. (2005). *Third graders' mathematics achievement and representation preference using virtual and physical manipulatives for adding fractions and balancing equations*. Unpublished doctoral dissertation, George Mason University.
- Suh, J. M., Moyer, P. S. & Heo, H. J. (2005). Examining technology uses in the classroom: Students Developing fraction sense by using virtual manipulative concept tutorials. *Journal of Interactive Online Learning*, 3(4), 1–21.
- Suh, J. M. & Moyer, P. S. (2007). *Third graders' mathematics achievement using virtual and physical manipulatives for adding fractions and balancing equations*. Research Poster Presentation, American Educational Research Association Annual Meeting, Chicago.
- Şahin, T. (2013). *Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Van Amerom, B., A. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.
- Van De Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Ed.). Boston, Ma: Pearson /Allyn And Bacon.

- Yeniçeri, Ü. (2013). İlköğretim 6. Sınıf matematik öğretim programında yer alan kesirler alt öğrenme alanı kazanımlarının öğretiminde sanal manipülatif kullanımının öğrencilerin başarılarına etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yetkin-Özdemir, E. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına ilişkin bilişsel becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 362-373.
- Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23, 7-12.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Yuan, Y. (2009). Taiwanese elementary school teachers apply web-based virtual manipulatives to teach mathematics. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 108-121.