



Examination of Students' Mathematical Thinking and Reasoning Processes

Sibel YEŞİLDERE*

Elif B. TÜRNÜKLÜ**

ABSTRACT. The aim of this research was to investigate mathematical thinking and reasoning processes of students. Survey method was used. Data were gathered from 262 students who graduated from eighth grade of 20 schools. Data were analyzed both quantitatively and qualitatively. Open ended problems were used as data collection tool. Findings showed that primary 8th grade students have problems to connect knowledge structures and reasoning while solving problems. Results indicated that students' reasoning processes were mainly based on their personal point of views, not on given data. According to findings it was found that students didn't communicate with justifications and explanations. It was also found that students had difficulty to connect knowledge structures while solving a problem.

Key Words: Mathematical Thinking, Reasoning, Problem Solving

SUMMARY

Thinking and how this action is realized are one of the most common research subjects. Understanding how students think may help to understand how they learn. The purpose of this research was to investigate mathematical

* Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, sibel.yesildere@deu.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, elif.turnuklu@deu.edu.tr

thinking and reasoning processes of students who graduated from eighth grade. We focused on students' problem solving ways including connecting mathematical ideas and reasoning.

Method: Survey method was used. Open ended problems were used as data collection tool. 262 students' data which were collected from 20 schools were examined both quantitatively and qualitatively by using Cai(2003)'s categorization. In the quantitative analysis, each student's response was assigned a numerical score from a five-level (0–4) scoring rubric. To receive a score of 4, a student's explanation or solution process had to show a correct and complete understanding of the problem. To receive a score of 3, a student's explanation or solution process had to be basically correct and complete, except for a minor error, omission, or ambiguity. To receive a score of 2, the explanation or solution process had to show some understanding of the problem but be otherwise incomplete. If a student's explanation or solution process showed a limited understanding of the problem, it was scored as 1. If a student's answer and explanation showed no understanding of the problem, the response received a score of 0. Students who had a score between 0-19 had low, who had a score between 20-27 had medium, and who had a score between 28-40 had high performance to think mathematically. The qualitative analysis of each response to the performance assessment tasks focused on representation of solution, correctness of solution and common errors, explanation of the solution.

Findings: Students' total scores are given in figure 1.

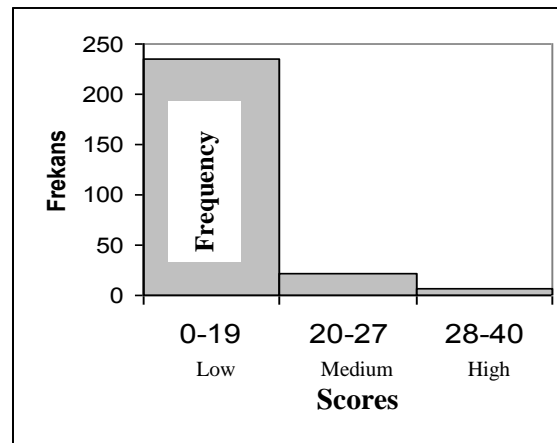


Figure 1. Total scores of open ended problems

A quantitative analysis of students' responses showed that big quantity of students had low performances in solving open ended problems. A qualitative analysis of students' responses, which was conducted to understand students' mathematical thinking and reasoning processes, showed that they had problems conjecturing, connecting ideas and communicating through their reasoning.

Discussion and Conclusion: In this study, we analyzed the responses of sixth-grade students to ten open ended problems. The results of this study showed that, students have problems connecting knowledge structures and reasoning while solving problems. Results indicated that students' reasoning processes were mainly based on their personal point of views, not on given data. According to findings it was found that students didn't communicate with justifications and explanations. It was also found that students had difficulty to connect knowledge structures while solving a problem. The results of this study contribute to the cross-national study, TIMSS.

NOTE: This is an extended summary of the following article originally written in Turkish.



Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi

Sibel YEŞİLDERE*

Elif B. TÜRNÜKLÜ**

ÖZ. Bu araştırmanın amacı, ilköğretim sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemektir. Araştırmada tarama (survey) yöntemi kullanılmıştır. İzmir evreninden tabakalı örnekleme stratejisi ile seçilen 20 okuldan toplanan 262 öğrencinin verileri nicel ve nitel veri çözümleme teknikleri kullanılarak incelenmiştir. Veri toplama aracı olarak on tane açık uçlu problem kullanılmıştır. Açık uçlu problemlerin analizi ile elde edilen veriler, İzmir evreninde yer alan ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin problem çözmede matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarına işaret etmektedir. Bu duruma neden olan faktörler öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleri olarak özetlenebilir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel Düşünme, Akıl Yürütme, Problem Çözme

GİRİŞ

Düşünme ve düşünmenin nasıl gerçekleştiği merak edilen araştırma konularındandır. Düşünmenin doğasını anlamayı amaçlayan bilişsel

* Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, sibel.yesildere@deu.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, elif.turnuklu@deu.edu.tr

psikolojinin temel varsayımı, zihinsel yapıların ve bilişsel süreçlerin oldukça zengin ve karmaşık olduğu ancak bu yapıların anlaşılabilir olması nedeniyle düşünmenin gerçekleşme yolları hakkında anlamlı sonuçlar sağlanabileceğidir (Schoenfeld, 1987'den akt. Dindyal, 2003).

Düşünme fonksiyonel, etkin ve belli hedefi olan bir eylemdir (Rogoff, 1990). Karşılaşılan her problem, çözümü için yeni bir düşüncenin oluşumunu gerektirmektedir. Bu bakış açısı ile ele alındığında, problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda düşünmenin gerçekleştiği söylenebilir. Ancak bu düşünme biçimlerinden kimilerinin varlığına daha çok önem verilmektedir. Yaratıcı düşünme, analitik düşünme, yorumlamacı düşünme, akıl yürütme ve mantıksal düşünme gibi üst düzey düşünme becerileri daha çok önemsenmekteyken, düşük düzey düşünme becerileri daha az değer görmektedir (Goldman, 2002). Bunun nedeni düşük düzey düşünme becerilerinin, matematiksel bir işlemin yapılması ya da bir kesrin genişletilmesi gibi, sadece kuralların veya işlemlerin uygulandığı durumlarda kullanılması olabilir.

Rogoff, düşünme ile problem çözmeyi aynı bağlamda ele almakta ve bu fikrini aşağıdaki şekilde açıklamaktadır:

Problem çözüme... düşünmenin etkin doğasını vurgulamaktadır. İnsanlar sadece hatıraları, algıları ve becerileri kazanmak yerine keşfederler, problem çözerler ve hatırlarlar. Bilincin amacı düşünce üretmek değil, akıllıca sosyal ve pratik eylemler yapmaktır. Problem çözüme yaklaşımı insanların hayatın akışı ile uzlaşabilmelerine, yaşam amaçları doğrultusunda ortaya çıkan problemler üzerinde çalışmalarına öncelik vermektedir (Rogoff, 1990:8).

Matematiksel düşünme denildiğinde akla matematiksel bir durum içinde, belli bir sonuca ulaşmak için matematiksel kural ve prosedürlerin etkin şekilde kullanımı gelebilir. Oysa matematiksel düşünme, problemlerin çözümünde açık olarak veya olmayarak matematiksel süreçlerin uygulanmasıdır (Henderson, 2002). Bir problemin çözümü özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst düzey düşünme becerilerini gerektiriyorsa, matematiksel düşünme gerçekleşecektir. O halde matematiksel düşünmenin sadece içinde sayıların ve soyut matematiksel kavramların yer aldığı durumlarda değil, günlük yaşamın içinde de gerçekleştirilebilecek bir düşünme biçimi olduğu söylenebilir.

Matematiksel düşünmenin gelişimi eğitim sistemlerinin daha ileri eğitim sistemlerine uyum sağlamasında temel bir dayanak noktasıdır

(Mubark, 2005). Matematiksel düşünme, üst düzey düşünme becerilerini içermektedir. Bir matematiksel durum için açıklanacak olursa; matematiksel düşünme için matematikçilerin teoremleri nasıl ispatladıklarını anlamının ötesinde, bu ispatın yapılabilmesi için nasıl tahminde bulduklarını anlamak gerekmektedir (Polya, 1945). Bir problemle karşılaşıldığında problemin cevabının ne olduğunu bulmaktan öte, problemin çeşitli boyutları ile ele alınarak incelenmesi matematiksel düşünceyi gerektirmektedir. Matematiksel düşünme süreçleri üzerine yapılan araştırmalar ve bilişsel psikoloji, düşünme şekillerinin yapılandırılmasında pek çok yol olduğunu göstermiştir (Ferri, 2003).

Öğrencilerin matematiksel bir problemle uğraşırken nasıl düşündüklerini ve nasıl çıkarsamada bulduklarını anlamak, öğrenmelerinin nasıl gerçekleşiyor olabileceği hakkında ipucu verebilir. Bu araştırmanın amacı, ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemektir. İnceleme yapılırken öğrencilerin matematiksel bilgiler arasında ilişkilendirme yaparak ve akıl yürüterek problem çözme şekilleri üzerinde durulmaktadır.

YÖNTEM

Evren ve Örneklem

Araştırmanın evreni İzmir merkezde yer alan 200 ortaöğretim okuludur. Örneklem seçiminde olasılık tabanlı örnekleme yöntemlerinden tabakalı örnekleme ile toplam 20 okul seçilmiştir. Örneklem seçiminde İzmir merkez ilçelerinde yer alan okul sayısı esas alınmıştır. Bu seçim sonrasında örneklem sekizinci sınıftan yeni mezun olmuş 262 öğrenciden oluşturulmuştur.

Açık Uçlu Problemlerin Geliştirilmesi

Açık uçlu problemler, (a) öğrencilerin var olan bilgilerini ortaya koymalarını ve bu bilgiler doğru da yanlış da olsa, öğrencilerin ne bildiklerini ifade etmelerini sağlamayı, (b) öğrencilerin verilen problemin içinde, problemi çözmesini sağlayacak örüntüyü, kuralı keşfederek yansıtmasını, (c) öğrencilerin kendilerine verilen bilgilerden hareketle akıl yürüterek adım adım ilerlemelerini açığa çıkarmayı, (d) öğrencilerin doğru matematiksel iletişim kurup kurmadıklarını belirlemeyi, (e) problemi çözerken verilen nicel ve görsel bilgileri ne ölçüde kullandıklarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Problemlerin bu amaçları gerçekleştirip gerçekleştirmediği belirlemek için yapılacak pilot çalışma öncesinde, problemler matematik eğitimi üzerine çalışan uzmanlara gösterilerek

görüşleri alınmıştır. Önerilen değişiklikler yapıldıktan sonra problemlerin pilot çalışması gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışmada, problemlerin iki boyutu araştırılmıştır. Bunlardan biri öğrencinin, amaçlandığı şekilde problemi anlayıp anlamadığını belirlemek, öğrencinin problemde biçimsel olarak anlamakta zorlandığı yerleri belirleyerek düzeltmektir. Diğeri ise, problemlerin öğrencilerin kendi bilgilerini ortaya koyma, matematiksel iletişim kurma, akıl yürütme ve keşfetme gibi matematiksel becerilerini ortaya çıkarma amacını gerçekleştirip gerçekleştirmediğini belirlemektir. Öğrenciler önce problemleri kendilerine verilen iki saat süresince çözmüşlerdir. Daha sonra her bir öğrenci ile problemleri çözmeleri ile ilgili görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşmede öğrencilerden; problemi kendi cümleleri ile ifade etmeleri, problemi anlamalarına engel olan herhangi bir noktanın olup olmadığını belirtmeleri ve problemi nasıl çözdüklerini açıklamaları istenmiştir. Pilot çalışma bulgularına göre uygulanan on beş problemde öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim kurma becerilerinden en az birini ortaya çıkaramayan beş problem araştırmadan çıkarılmıştır.

İşlem

Ölçekler dokuzuncu sınıftaki öğrencilere eğitim öğretim yılının ilk üç haftası içinde uygulanmıştır. Ölçeklerin uygulanma sürecinde okullardaki matematik öğretmenlerinden randevu alınarak ölçeğin uygulanması hakkında yaklaşık yarım saatlik görüşmeler yapılmıştır. Ölçek, öğrencilerin ders programlarının uygun olduğu zamanlarda ikişer saatlik iki oturum şeklinde matematik öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Oturumlardan, birinde açık uçlu problemlerin ilk beş tanesi, diğesinde son beş tanesi uygulanmıştır. Dağıtılan ölçekler bir ay sonra toplanmıştır.

Dağıtılan kitapçığın ilk sayfasında öğrenciler için yönerge bulunmaktadır. Bu yönerge “Bu bölümde verilen problemlerde, düşünme şeklinizi ortaya koymanız ve problemi çözme şeklinizi ayrıntılarıyla açıklamanız beklenmektedir. Cevabınız, bir başkasının okuyabilmesini ve düşünce şeklinizi anlayabilmesini sağlayacak kadar açık ve net olmalıdır. Cevaplarınızda şekiller kullanabilir, harflendirme yapabilirsiniz. Problemlerin tamamını cevaplamanız ve açıklamanız çok önemlidir.” şeklindedir. Öğretmenlerden kitapçığı uygulamadan önce bu yönergeyi sesli olarak okumaları istenmiştir.

Araştırmanın Güvenirliği

Nicel kodlama analizinin güvenirliliğini sağlamak için zaman çeşitlemesi yapılmıştır. Rasgele olarak seçilen 30 kitapçık, belirlenen kategorilere göre

birer ay arayla okunmuş ve kodlamanın tutarlılığına Türnüklü (2000)'nün çalışmasında belirttiği aşağıda belirtilen uyuşum yüzdesi formülü kullanılarak bakılmıştır:

$$P = \frac{Na \times 100}{Na + Nd} \quad (\text{P: uyuşum yüzdesi, Na: uyuşum miktarı, Nd: uyuşmazlık miktarı})$$

Buna göre kodlamadaki uyuşum yüzdesi 0.93 olarak belirlenmiştir.

Verilerin Analizi

Açık uçlu problemlere verilen cevaplar nitel ve nicel veri haline dönüştürülüp analiz edilmiştir. Nicel analizde, aralığı 0 ile 4 arasında değişen derecelendirilmiş puanlama anahtarı kullanılmıştır. Nitel analiz, Cai (2003) tarafından matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi için oluşturulan kategoriler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu kategoriler; *cevabın doğruluğu ve hataların belirlenmesi, çözümün gösterimi ve çözümün açıklanmasıdır*. Öğrencilerin ilişkilendirme, akıl yürütme ve iletişim becerileri bu kategoriler bağlamında incelenmiştir. Verilen cevaplar ile öğrencilerin akıl yürütmeleri ve problemde verilenler arasında ilişkilendirme yapmaları hakkında yorum yapılabileceği düşünülmektedir. Cai (2003) cevabın doğruluğunun ve kullanılan yolun incelenmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütmeleri, çözümün gösteriminin incelenmesinin matematik hakkında iletişim kurma yolları ve çözümün açıklanmasının akıl yürütme ve iletişim becerileri hakkında bilgi vereceğini belirtmektedir.

Cevabın doğruluğu ve hataların belirlenmesi bölümünde yanlış verilen cevaplardaki ortak hatalar ve nicel verilerin analiz bulguları yer almaktadır. Rasgele seçilen 30 kitapçıktaki problemler incelenerek yapılan hatalar için kategoriler oluşturulmuştur. Bu kategorilere göre tüm kitapçıklar okunmuş ve ortak yapılan hataların frekansları belirlenmiştir. Sıklıkla yapılmayan ve belli bir yüzdeye ulaşmayan öğrenci cevapları bulgularda belirtilmemiştir. En düşük 0 ve en yüksek 4 puan verilerek nicel olarak değerlendirilen öğrenci cevaplarının frekansları da bu bölümde sunulmaktadır. Nicel değerlendirmede,

- 4 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması doğru, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini net olarak ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.

- 3 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması birkaç küçük hata veya belirsizlik dışında doğru olan, düşüncelerini doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eden, akıl yürütme biçimini ifade eden ve tam bir anlama içersinde olduğunu belirten cevaplara verilmiştir.
- 2 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması problemin biraz anlaşıldığını gösterse de, çözüme yönelik açıklamaları bazı yönlerden yetersiz bilgiye sahip olduğuna işaret eden cevaplara verilmiştir.
- 1 puan; problemi çözme şekli ve açıklaması konu ile ilgili sınırlı bilgiye sahip olduğunu gösteren cevaplara verilmiştir.
- 0 puan; problemi yanlış çözen veya yanıtı bırakılan cevaplara verilmiştir.

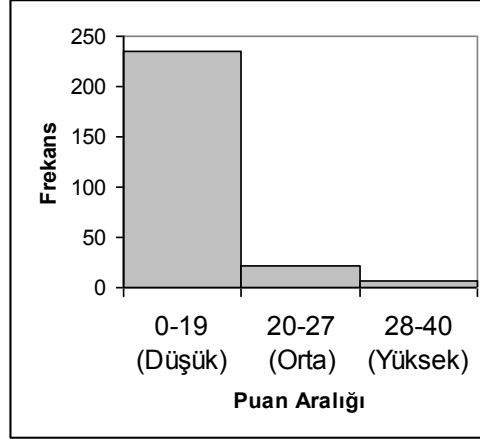
Çözümün gösterimi kategorisinde açıklama yapılan tüm cevaplarda kullanılan çözümlerin sözel gösterim (yazılı olarak), görsel gösterim (şema veya şekille) ve sembolik gösterim (matematiksel notasyonlarla) şeklinde olmaları ölçüt alınarak ulaşılan bulgular sunulmaktadır. Gösterimlere ilişkin bulguların sunulmasında bu gösterimlerin doğruluğunun veya uygunluğunun tartışılması değil, problemde tercih edilen gösterim şekillerinin ortaya konulması amaçlanmaktadır. Bulgularda, sıklıkla tercih edilen gösterim şekillerinin yüzdeleri belirtilmektedir.

Çözümün açıklanması kategorisinde doğru veya yanlış tüm öğrenci cevapları göz önüne alınmıştır. Çözümü tam olarak doğru olan öğrencilerin cevapları “tam ve ikna edici açıklama yapan” başlığı ile verilmektedir. “Belirsiz veya yetersiz açıklama yapan” başlığı ile öğrencinin açıklamasının tam olarak anlaşamadığı veya açıklamasının yetersiz olduğu durumlar kastedilmektedir. “Yanlış açıklama yapan” başlığında, soruyu çözemeyen veya yanlış çözen ve açıklayan öğrenci cevapları yer almaktadır. Soruyu yanıtlayan ancak hiçbir açıklama yapmayan öğrencilerin cevapları, “hiçbir açıklama yapmayan” başlığında sunulmaktadır.

10 açık uçlu problemde oluşan sekizinci sınıf ölçeğinden alınabilecek en yüksek puan 40, en düşük puan 0'dır. Puanlama sonrasında toplam puanı 0 ile 19 arasında olan öğrencilerin performansı düşük, 20 ile 27 arasında puan alan öğrencilerin performansı orta ve 28 ile 40 arasında puan alan öğrencilerin performansı yüksek olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin toplam puanlarının frekansları belirlenerek, yüzdeleri hesaplanmıştır.

BULGULAR

Açık uçlu problemlerden alınan toplam puanların dağılımı Şekil 1' de belirtilmektedir.



Şekil 1. Açık uçlu problemlerden alınan toplam puanlarının dağılımı

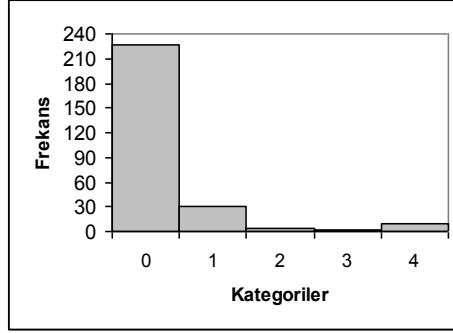
Açık uçlu problemlerde öğrencilerin %2'si yüksek, %8'i orta ve %90'ı düşük performans göstermiştir. Açık uçlu problemler ekte sunulmaktadır. Öğrencilerin açık uçlu problemlere verdikleri cevaplara yapılan nitel analiz aşağıdaki alt bölümlerde sunulmaktadır.

Problem 1'e İlişkin Bulgular

Problem 1'de öğrencilerden cisimlerin hacimleri arasındaki ilişkiyi, verilen yükseklik, kenar ve yarıçap özellikleri çerçevesinde bulmaları ve buldukları sonuca göre en uygun kararı vermeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin verilen şartlar altında cisimler arasında ilişkiyi bulmaları yönüyle keşfetme ve bulunduğu ilişkiden hareketle problemin çözümüne ilişkin yorumda bulunmasının istenmesi yönüyle karar verme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %4'ü soruya doğru, %96'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 2. Problem 1'den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %55'i adı geçen cisimlerin formüllerini yazmış ancak problemin çözümüne ilişkin yorum yapamamışlardır. Bu durum, formüllerin ezberlenmesinin yorum gerektiren problemleri çözmede yetersiz kaldığını göstermektedir. Öğrencilerin %19'u sıvının dökülmesinde kullanım kolaylığı sağlayacağı düşüncesiyle hiçbir işlem yapmadan koni yanıtını vermiştir. Öğrencilerin problemde verilen bilgiler kullanmadan, kendilerince boyutlandırarak çizimleri rastlanan yanlışlıklardan bir diğeridir. Öğrencilerin %8'i, problemi bu yolla çözmüştür. Bu yaklaşımla problemi çözen öğrencilerin zihinlerinde bazı cisimlerin diğer cisimlerden daha büyük olduğuna dair kalıp olduğu söylenebilir. Bu sorudaki öğrenci hatalarının kavramsal bilgi ve problem çözme becerilerindeki eksikliklerden kaynaklandığı söylenebilir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %26'sı, problemde adı geçen cisimlerden bir kısmını çizmiştir. Soruda problemdeki cisimlerin hacimlerini verecek bağıntıların yazılması gerekmektedir. Böylece problemde verilen eşit uzunluktaki elemanlar göz ardı edilerek hacimler arasındaki ilişki keşfedilebilecektir. Ancak öğrencilerin sadece %4'ü cisimlerin formüllerini cebirsel olarak ifade edebilmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 1'de belirtilmektedir.

Tablo 1. Problem 1 'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	$\Pi=3$ için $V_{\text{silindir}}=3r^2$, $V_{\text{koni}}=r^2$, $V_{\text{piramit}}=r^2/3$, $V_{\text{koni}}=r^2$ olduğundan silindir seçilmelidir.	12	4
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	Silindiri seçmelidir çünkü verilen şartlar altında en büyük hacimli olan odur.	3	1
Hiç Açıklama Yapmayan	...	30	11
Yanlış Açıklama Yapan	Silindiri seçmelidir çünkü şekli bardağa benzer.	229	84
Toplam		274	100

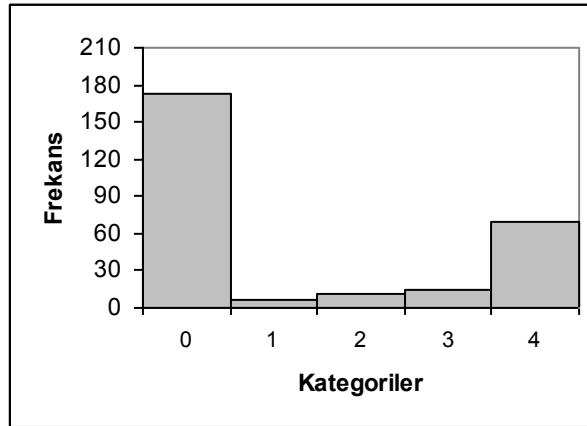
Öğrencilerin 89'u çözümünü açıklamaya çalışmıştır. Ancak çözümünü açıklayan öğrencilerin büyük çoğunluğu yanlış açıklama yapmıştır.

Problem 2'ye İlişkin Bulgular

Problem 2'de öğrencilerden bu sınıf seviyesine kadar öğrenmiş oldukları sayı kümeleri arasındaki ilişkiyi görsel olarak verilen şemalardan hangisi ile gösterilmesinin uygun olduğunu nedenleri ile belirtmeleri istenmiştir. Problem öğrencilerin sayı kümelerini görsel olarak ifade etmelerinin istenmesi yönüyle problem çözüme nicel bilgiyi kullanma becerilerini ve yapılan her bir çözüm için açıklama yapmasının istenmesi yönüyle iletişim becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %30'u soruya doğru, %70'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 3'de görülmektedir.

**Şekil 3.** Problem 2'den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %91'i irrasyonel sayıların, rasyonel sayıları kapsadığını düşünmektedir. Sayılar matematiğin temel konusudur. Sayı kümeleri arasındaki ilişkilerin öğrencilerin çoğunluğu tarafından yanlış olarak bilinmesi, ileriki senelerde sıkıntı yaratabilir.

Çözümün Gösterimi

Problemde görsel olarak verilen iki bilginin doğruluğunun açıklanması istenmekteydi. Bu nedenle problemi çözen öğrencilerin tamamı, çözüm şekillerini sözel olarak ifade etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular aşağıdaki Tablo 2'de belirtilmektedir.

Tablo 2. Problem 2'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Yasemin'in yanıtı doğrudur çünkü rasyonel sayılar ve irrasyonel sayılar ayrı kümelerdir. Adı gibi rasyonel olan sayılar, rasyonel olmayan sayılar.</i>	83	30
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>Yasemin'in yanıtı doğrudur. Rasyonel sayılar, sayma sayılarını, doğal sayıları ve tam sayıları kapsar.</i>	11	4
Hiç Açıklama Yapmayan	...	7	3
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Rasyonel sayılar, irrasyonel sayıların alt kümesidir.</i>	173	63
Toplam		274	100

Yanlış açıklama yapanların ve açıklaması belirsiz olan öğrencilerin yüzdesi 67'dir.

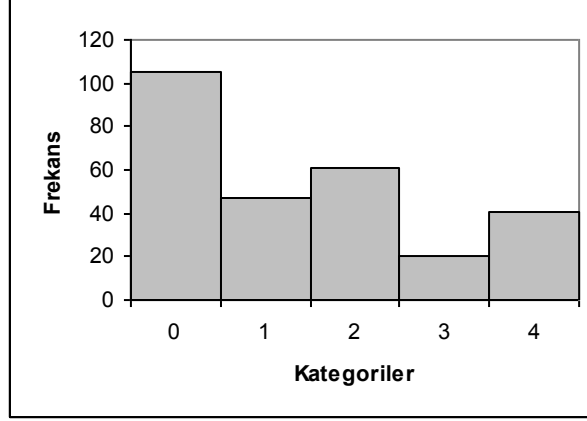
Problem 3'e İlişkin Bulgular

Problem 3'de öğrencilerden iki farklı yönden görünüşleri verilmiş olan zarın görünmeyen kısımlarında yer alan sayıların ne olabileceğini tahmin etmeleri istenmiştir. Problem öğrencilerin zihinlerinde zarın görünmeyen yönlerini canlandırmalarını gerektirdiğinden uzamsal düşünme ve verilen iki yönün kesin bir sonuca varmaları için yeterli olmaması nedeniyle tahmin etme becerilerini kullanmalarını beklemektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %22'si soruya doğru, %78'i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 4'de

görülmektedir. Yanlış yanıt veren öğrencilerin %15'i iki zarin aynı şekilde sıralandığını dikkate almadan çözmüştür.



Şekil 4. Problem 3'den alınan puanların dağılımı

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %7'si zarin açık şeklini çizip rakamları yerleştirerek görsel gösterimi kullanmıştır. Problemi çözen öğrencilerin %75'i çözümlerini sözel olarak açıklamayı tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 3'de belirtilmektedir.

Tablo 3. Problem 3'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	a) Üzerinde 3 yazan yüzün arkasında 1 rakamı vardır. Çünkü ikinci şekilde 4'ün bir yanında 1, bir yanında 3 rakamı vardır. b) 4 yazan yüzün arkasına 2,3,4,1 rakamları kullanıldığından 5 veya 6 gelebilir. Olma olasılığı bu durumda %50'dir.	61	22
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	a) 3 yazan yüzün arkasında 1 rakamı vardır. b) 4 yazan yüzün arkasına 5 veya 6 gelebilir.	61	22
Hiç Açıklama Yapmayan	...	47	17
Yanlış Açıklama Yapan	Bu sorulara kesin yanıt verilemez.	105	39
Toplam		274	100

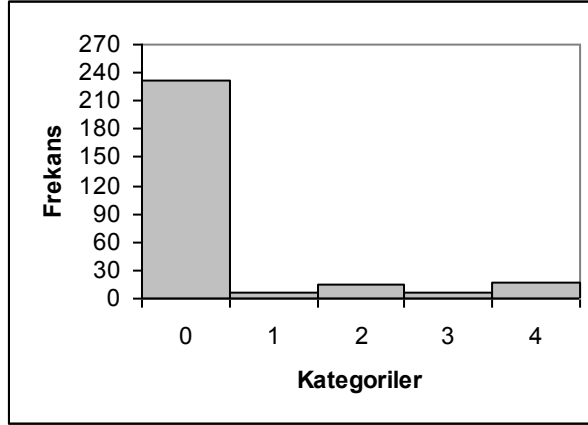
Öğrenciler bu soruda diğerlerine göre çok akıl yürütebilmiştir. Ancak çözümlerini açıklama noktasında sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir.

Problem 4'e İlişkin Bulgular

Problem 4'te öğrencilerden dik koni ve eğik koni arasında ilişkiyi üçgenin dik olmasına göre değiştiğini belirtmeleri beklenmektedir. Problem öğrencilerin verilen diyalogdaki her bir öğrenciye cevap yazmaları nedeniyle iletişim kurma ve üçgenden koniye ulaşmaları nedeniyle ilişkilendirme yapma becerilerini gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %8'i soruya doğru, %92'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 5'de görülmektedir.



Şekil 5. Problem 4'den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin eşkenar üçgenin bir kenarı etrafında dönmesi ile dik koni oluşacağını belirtmektedir. %37'si üçgenin hem eşkenar hem de dik olması durumunda şeklin dik olacağını belirtmektedir. Bu cevap, bu şekilde yanıt veren öğrencilerin sadece dik koni ile ilgili değil, üçgenle ilgili kavramsal yanlışlarının olduğuna da işaret etmektedir. %62'si dik olmayan koninin çizilemeyeceğini, her koninin dik olacağını belirtmektedir. Öğrencilerin bu problemi geometrik bilgilerinin önceden yanlış oluşmasından ötürü çözemedikleri görülmektedir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %37'si koninin şeklini de çizerek görsel gösterimi kullanmıştır. Sembolik gösterimi kullanan öğrenci bulunmazken, %56'sı sözel gösterimi tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 4'de belirtilmektedir. Öğrencilerin %98'i çözümüne açıklama getirmiştir ancak bu açıklamaların büyük bir kısmı yanlışdır.

Tablo 4. Problem 4'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

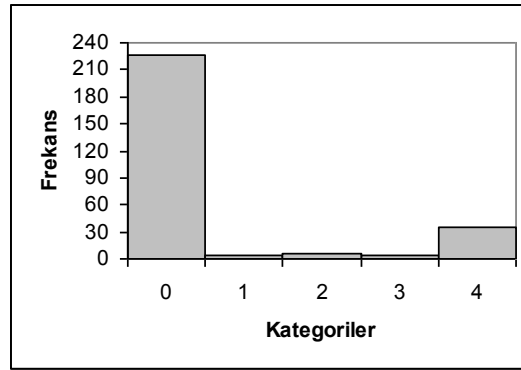
Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Sertap'ın tanımı doğru değildir. Bir dik üçgensel bölgenin dik kenarlarından biri etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cisme dik koni denir.</i>	22	8
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>Sertap'ın tanımı doğru değildir.</i>	15	6
Hiç Açıklama Yapmayan	...	6	2
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Orhan haklıdır, dik olmayan koni çizilemez.</i>	231	84
Toplam		274	100

Problem 5'e İlişkin Bulgular

Problem 5'te öğrencilerden örnekle belirtilmiş örüntünün kuralını bularak, bu örüntünün beşinci elemanını bulmaları istenmektedir. Problem öğrencilerin örüntüyü bulmaları yönüyle keşfetme ve şekil olarak verilmiş örnekten örüntüyü bulma yönüyle problem çözmede görsel bilgiyi kullanma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %14'ü soruya doğru, %86'sı yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 6'da görülmektedir.



Şekil 6. Problem 5'den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %45'i örüntü bulmak yerine, orantı kurarak problemi çözmüştür. %42'si küpü, üç boyutlu değil iki boyutlu düşünerek 5 ile 5'i çarparak sonuca ulaşmıştır. %11'i küpün altı yüzü olduğunu söyleyerek 5 ile 6'yı çarparak çözmüştür.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %31'i görsel gösterimi, %7'si sembolik gösterimi tercih etmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu, %55'i, çözümünü anlatarak açıklamayı tercih ederek sözel gösterimi kullanmıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 5'de belirtilmektedir.

Tablo 5. Problem 5'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Küpün hacim formülü a^3'tür. Burada küpün bir kenarını 5 birim kabul edersek $a^3=5^3=125$ tane küp kullanırız.</i>	39	14
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>125 tane küp.</i>	5	2
Hiç Açıklama Yapmayan	...	4	1
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Eni, boyu ve yüksekliği için 5'er tane küp kullanılır. $3 \times 5 = 15$ küp kullanılır.</i>	226	83
Toplam		274	100

Öğrencilerin %2'si sonucu doğru bulduğu halde, çözüme ilişkin yeterli açıklama yapmamıştır. %14'ü problemi tam ve doğru şekilde açıklayabilmişken, %83'ü yanlış açıklamalar yapmıştır.

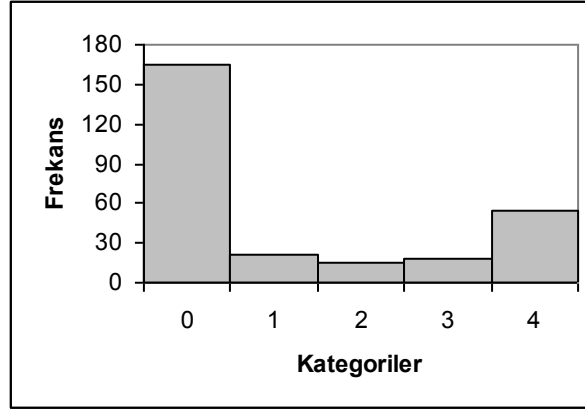
Problem 6'ya İlişkin Bulgular

Problem 6'da öğrencilerden özellikleri verilmiş bir cismin ne olabileceğini tahmin etmeleri ve silindirik, prizma veya piramit olma olasılıklarının olup olmadığını açıklamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin verileri değerlendirerek çözüme ulaşmaları yönüyle tahmin etme, verilen ipuçlarını göz önüne alarak cisimlerin bazı özellikleri arasında ilişki kurmaları yönüyle ilişkilendirme ve her bir durumun olasılığının

varlığını açıklamaları yönüyle iletişim kurma becerilerinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %27'si soruya doğru, %73'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 7. Problem 6'dan alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %57'si prizma ile piramidi karıştırdığı görülmüştür. %31'i beşgen yanıtını vermiştir. %11'i beşgen prizma yanıtını vermiştir. Bu sonuçlar bir araya getirildiğinde öğrencilerin geometrik şekil ve cisimleri birbirine karıştırdığı görülmektedir.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %63'ü görsel ve sözel gösterimi birlikte kullanarak problemde bahsedilen cismin şeklini çizmiş ve açıklamıştır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 6'da belirtilmektedir.

Tablo 6. Problem 6’da farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Tahminim kare veya dikdörtgen piramit olabilir. Çünkü 4 tane altta 1 tane de üstte köşesi vardır. Yan yüzleri üçgen, tabanı dörtgendir. Silindir olamaz, çünkü köşesi yoktur. Prizma olamaz çünkü 5’ten çok köşesi vardır.</i>	73	27
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>Piramit olabilir.</i>	15	5
Hiç Açıklama Yapmayan	...	21	8
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Prizma olabilir çünkü yan yüzleri üçgendir.</i>	165	60
Toplam		274	100

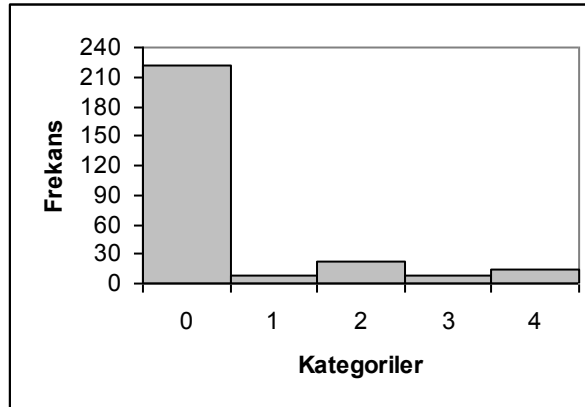
Öğrencilerin % 92’si çözümünü açıklamıştır. Bu açıklamalardan çoğunluğu yanlış açıklamadır.

Problem 7’ye İlişkin Bulgular

Problem 7’de öğrencilerden küre ile düzlemin arakesitinin ne olduğuna ilişkin yapılan bir tartışmayı yorumlamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin küre ve düzlem ile ilgili bilgiler arasında ilişki kurma yönüyle ilişkilendirme ve var olan iki fikre yorum getirmeleri yönüyle iletişim becerilerinin kullanımını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %8’i soruya doğru, %92’si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 8’de görülmektedir.



Şekil 8. Problem 7’den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %67'si arakesitlerinin belli bir şekli olmayacağını ifade etmiştir. %28'i düzlemi sınırsız değil, sınırları olan bir bölge olduğunu belirtmiştir.

Çözümün Gösterimi

Öğrenciler bu sorunun yapısına da uygun olarak sadece sözel gösterimi kullanmayı tercih etmişlerdir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 7'de belirtilmektedir.

Tablo 7. Problem 7'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Canan sen düzlemi sınırlı bir bölge kabul ettin ve küre çapından küçük olduğunu düşündün. Fakat düzlem sınırsız bir şekilde uzar ve küreyle kesiştiği yer kürenin en fazla çapı kadardır ve her zaman için dairedir.</i>	23	8
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>Canan hatalı, Ayşe haklıdır.</i>	22	8
Hiç Açıklama Yapmayan	...	8	3
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Ayşe hatalıdır çünkü düzlem, küreden küçüktür ve sınırsız genişlemez.</i>	221	81
Toplam		274	

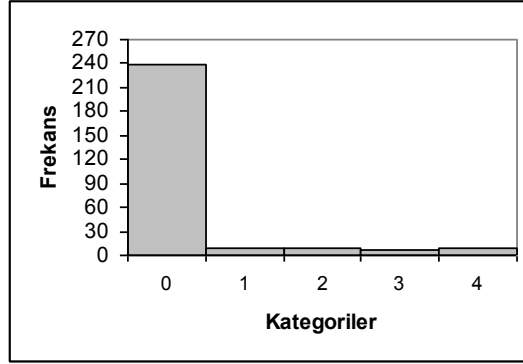
Öğrenciler bu soruda yaptıkları açıklamaların büyük çoğunluğunu yanlış şekilde açıklamışlardır. Öğrencilerin sadece %8'i tam ve doğru açıklamalar yapabilmıştır.

Problem 8'e İlişkin Bulgular

Problem 8'de verilen duruma en uygun araba seçiminin ne olduğu sorulmaktadır. Problem öğrencilerin arabaların özelliklerini tablodan bulmaları yönüyle problem çözmede nicel bilgiyi kullanma, her bir arabanın sağlayacağı yararı belirleyerek problemi çözmeleri yönüyle akıl yürütme ve karar verme becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %6'sı soruya doğru, %94'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 9'da görülmektedir.



Şekil 9. Problem 8'den alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin %49'unun sadece şehir dışında harcanan benzin miktarına göre seçim yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin %31'i sadece bagaj hacmine bakarak problemi yanıtlamıştır. Diğer problemlerde görülen benzer hata bu problemde de yapılmış, öğrencilerin %15'i problemde verilenlere göre değil, kendi kişisel beğenilerine göre tercih yapmıştır.

Çözümün Gösterimi

Öğrencilerin %64'ü problemin yapısına da uygun olarak sözel gösterimi kullanmışlardır. Öğrencilerin %27'si sefer sayılarına göre arabalar ve harcadıkları benzin miktarını gösteren çizelge hazırlayarak görsel gösterimi kullanmışlardır.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 8'de belirtilmektedir.

Tablo 8. Problem 8'de farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	Sefer sayısını bulmak için 1000'i bagaj hacmine böleriz. Peugeot ve Renault 3, diğerleri 4 sefer yapar. Peugeot şehir dışında daha az benzin harcadığı için onu seçmelidir.	17	6
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	Peugeot'yu seçmelidir.	9	3
Hiç Açıklama Yapmayan	...	10	4
Yanlış Açıklama Yapan	Renault'u seçmelidir.	238	87
Toplam		274	100

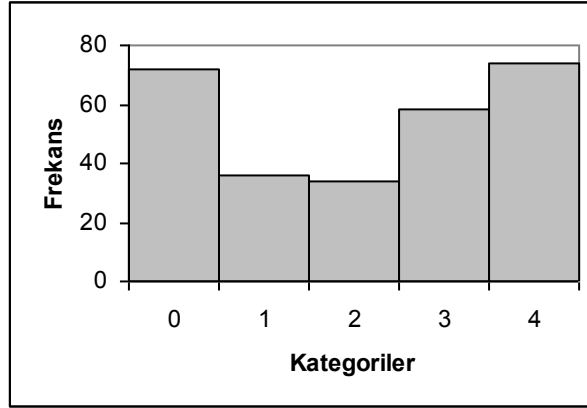
Yanlış açıklama oranı oldukça yüksek olmasına karşın, tam ve ikna edici açıklama yapanların oranı düşüktür.

4.1.3.9. Problem 9'a İlişkin Bulgular

Problem 9'da öğrencilerin verilen şekilde yer alan üçgenleri belirlemeleri istenmektedir. Problem öğrencilerin tüm olası üçgenleri listeleyebilmeleri durumlarını inceleyebilme yönüyle esnek düşünme becerisinin varlığını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %48'i soruya doğru, %52'si yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 10'da görülmektedir.



Şekil 10. Problem 9'dan alınan puanların dağılımı

Problemdeki şekilde bulunan 11 üçgenin tamamını bulana 3 puan, 9 veya 10 tane bulana 3 puan, 8 veya 7 tane bulana 2 puan, 6 tane bulana 1 puan ve 5 veya daha az bulana 0 puan verilmiştir. 0 ve 1 puan alarak 6 ve daha az sayıda üçgen bulan öğrencilerin sadece direkt olarak görünen üçgenleri işaretledikleri görülmektedir. 10 üçgeni bularak, son üçgeni bulamayan öğrencilerin tamamı (%16), GAB üçgenini görememiştir.

Çözümün Gösterimi

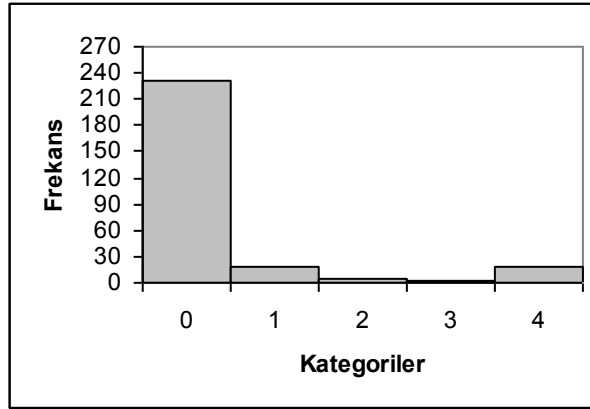
Öğrencilerin %29'u harflendirerek listelerken, %64'ü bulunan üçgenleri şekil üzerinde belirtmiştir.

Problem 10'a İlişkin Bulgular

Problem 10'da öğrencilerden verilen formüle göre uygun hesaplamaları yaparak grafiği belirli zaman dilimleri arasında yorumlamaları istenmektedir. Problem öğrencilerin grafiği yorumlamalarının istenmesi yönüyle problem çözüme nicel ve görsel bilgiyi kullanma ve iletişim becerilerini kullanmalarını gerektirmektedir.

Cevabın Doğruluğu ve Hataların Belirlenmesi.

Öğrencilerin %7'si soruya doğru, %93'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin cevaplarına verilen puanların dağılımı Şekil 11'de görülmektedir.



Şekil 11. Problem 10'dan alınan puanların dağılımı

Yanlış yanıt veren öğrencilerin % 78'i problemde verilen bilgilere bakmadan sadece grafiğe bakarak yanıt vermiştir.

Çözümün Gösterimi

Problem öğrencilerin sözel olarak açıklama yapmasını istediğinden, öğrenciler sözel gösterimi kullanmayı tercih etmiştir.

Çözümün Açıklanması

Öğrencilerin çözümlerini açıklamalarına ilişkin bulgular Tablo 10'da belirtilmektedir.

Tablo 10. Problem 10'da farklı düzeyde açıklama yapan öğrencilerin yüzdeleri

Kategori	Örnek yanıt	f	%
Tam ve İkna Edici Açıklama Yapan	<i>Güvenli kalp atış hızı 195'dir. En az 117, en çok 175,5 olmalıdır. İlk 20 dakika kalp atış hızı artmış ama normal düzeyde.. 20-40 dakika arası sabit ama normal devam etmiş.45-70 dakika arası aşırı hızlanmış. 70. dakikada sınırı aşmış.</i>	20	7
Belirsiz veya Yetersiz Açıklama Yapan	<i>Güvenli kalp atış hızı 195'dir. En az 117, en çok 175,5 olmalıdır.</i>	5	2
Hiç Açıklama Yapmayan	...	19	7
Yanlış Açıklama Yapan	<i>Kalp atışı hep normaldir.</i>	230	84
Toplam		274	100

Öğrencilerin %7'si kalp atış hızını hesaplayarak açıklamasını bu değerler üzerinden yapmıştır. Öğrencilerin %84'ü ise, bu hesaplamayı yapmadan problemi çözerek yanlış açıklama yapmıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemektir. Problemlere verilen cevaplarının ayrı ayrı incelenmesi sonucu fark edilen sorunları ve öğrencilerin yetersiz olabilecekleri düşünülen matematiksel becerileri belirtmek yararlı olabilir.

Öğrencilerin matematiksel bilgileri kavramsal olarak edinmemiş olmaları problemleri çözmelerine engel olmaktadır. Bu durum özellikle geometride kendini göstermektedir. Öğrenciler, problemde ismi geçen geometrik şekilleri ve cisimleri birbirine karıştırmaktadır. Öğrencilerin koni yerine, küre veya üçgen çizimleri sıklıkla rastlanan durumlardandır. Bu sorulara verilen cevaplardan, öğrencilerin geometrik şekiller ve cisimlerle ilgili kavramsal yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin iki geometrik cisimi karıştırmasının beklenebilecek bir durum olduğu söylenebilir. Ancak öğrencilerin bir geometrik şekil ile geometrik cisimi karıştırması geometrik yapının kuruluşu ile ilgili temelden sıkıntılarının olabileceğini akla getirmektedir. Cisimler daha karmaşık olmasına rağmen geometrik şekillerden önce 1. sınıfta öğretilmeye çalışılmaktadır. Çocukların öğrenemeyeceği bir evrede öğretmeye çalışmak buna neden olabilir. Zira 5-8 yaşları arasında çocuklar cisimleri zaten bir yüzeyiyle yani şekil olarak algılamaktadırlar.

Öğrenciler bilgilerin direkt uygulanarak çözümün istendiği problemlerde, yorumun ve akıl yürütmenin gerekli olduğu problemlere göre daha fazla başarılı olmuşlardır. Örneğin diğerlerine göre yorumu daha az gerektiren 9. problemde diğer problemlere göre daha fazla başarılı olunmuştur. Bununla birlikte yorum gerektiren özellikle içinde yer alan grafiğin yorumlanarak çözülmesi gereken 10. problem, öğrencilerin en başarısız olduğu problem tipidir. Öğrencilerin grafiği yorumlamada nicel verileri değerlendirmedikleri görülmüştür. Öğrencilerin birden çok veri grubunu ilişkilendirmede de sıkıntı çektiği görülmektedir. Böyle durumlarda daha yatkın oldukları tek bir veri grubunu dikkate alarak çözüm yapmaktadırlar.

Öğrencilerin matematiksel olarak tahmin etmede güçlük çektikleri gözlemlenmiştir. Tahmin etmenin istendiği problem 6'da, öğrencilerin verilen ipuçlarını bir araya getirerek olası cisimleri değil bildikleri tüm geometrik cisimleri yazdıkları gözlemlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin büyük bir kısmı, torbadaki cismin silindirik olamayacağını ifade edebilmiştir. Öğrenciler tahminin doğru olması gerekliliği bulunmadığını düşünerek kişisel görüşlerine göre fikir belirtmişler ve problemdeki verileri kullanmamışlardır. Öğrencilerin problemi gerekli bilgileri kullanarak doğru çözüme ve çözümlerini açıklamada sıkıntı çektikleri söylenebilir.

Öğrencilerin özellikle ilişkilendirme ve iletişim kurmada da sıkıntılarının olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin kavramsal anlamalarındaki sorunlar da problem çözüme performanslarına olumsuz olarak etki etmektedir. En az sıkıntı çekilen kısım işlemsel bilgidir. Öğrencilerin işlemleri yapmada zorluk çekmediği, ancak çekenlerin de çoğunlukla problemde hangi işlemin yapılmasına karar vermede sıkıntı çektiği gözlemlenmiştir. Bu yönüyle sorun yine kavramsaldir.

Araştırmada kullanılan tarzda soru tipleri bulunan Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışmasının (TIMSS-99) bulguları, öğrencilerin matematiksel yeterlikleri bağlamında benzerlik göstermektedir. Türkiye Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı'nın bu çalışma sonucunda yayımladığı ulusal rapora göre, Türkiye'de matematik dersleri genelde klasik öğrenme yöntemleri kullanılarak işlenmektedir (MEB, 2003). Matematik dersinde yeni bir konuya başlarken etkinlik olarak öğretmenin kuralları ve tanımları açıklaması kullanılırken, problem çözmede öğretmenlerin öğrencilere matematiksel problemi nasıl yapacaklarını gösterdiği ve öğretmenlerin matematikteki düşünceleri göstermek için daha çok tahtayı kullandığı belirlenmiştir. Matematik öğreniminin gerçekleştirilmesinde sıklıkla seçilen

bu yolların, öğrencilerin sahip olması istenen bazı matematiksel becerilerin varlığını etkilemiş olabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin tahmin etme, ilişkilendirme, iletişim kurma, karar verme gibi birtakım matematiksel becerilere yeterli ölçüde sahip olmamalarının problem çözmelerine engel olabileceği tartışılmaktadır. Bu tartışmayı yapmamızın temel nedeni dikkat çekilen becerilerin öğrencilerin çoğunluğu tarafından gerçekleştirilememesidir. Bununla birlikte sözü edilen matematiksel becerilerin problem çözmede ve matematiksel düşünmede ne denli etkili olduğunu ortaya koymak için başka araştırmalar gerekmektedir. Tahmin etme veya esnek düşünme matematiksel düşünmede ne denli önemlidir? Öğrencinin matematiksel iletişim kurması ve akıl yürütme şeklini açıkça ifade etmesi matematiksel düşünebildiğinin göstergesi ise, bunu yapamaması matematiksel düşünme gücünün yetersiz olduğuna mı işaret eder? Bu becerilerin matematiksel düşünmedeki yerini ortaya koyan araştırmalar alana katkı sağlayabilir.

KAYNAKLAR

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study, *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.

Dindyal, J. (2003). Algebraic Thinking in Geometry At High Level School, Doktora Tezi, Illinois Üniversitesi, Matematik Bölümü.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles- An empirical study, <www.erzwiss.uni-hamburg.de/Personal/Gkaiser/pdf-dok/borrom2.pdf> Son erişim 02/10/2006

Goldman, D. (2002). Mathematics=Content + process+ product, but do 'thinking skills' fit in?, *AMT*, 58(4), 38-44.

Henderson, P. (2002). Materials development in support of mathematical thinking, <<http://blue.butler.edu/phenders/iticse2002WG.rtf>> Son erişim 15/12/2004.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması:Ulusal Rapor <<http://earged.meb.gov.tr/Projsb/TIMSS/TIMMSulusrap.pdf>> (21/05/2005)

Mubark, M. (2005). Mathematical Thinking and Mathematical Achievement of Students in the Year of 11 Scientific Stream in Jordan, Doktora Tezi, New Castle Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

Rogoff, B. (1990). Apprenticeship in Thinking: Cognitive Development in Social Context, NY: Oxford Press.

Türnüklü, A. (2000). Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilir nitel bir araştırma tekniği: Görüşme, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 6(24), 543-559.

EK. AÇIK UÇLU PROBLEMLER

Problem 1

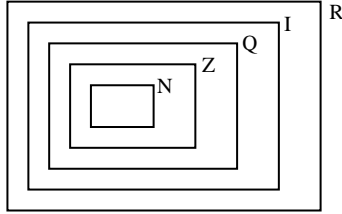
Bir küreyi renkli sıvı ile doldurmanız gerekiyor. Küreyi yerinden oynatmadığınız için, elinizde olan silindir, koni, kare piramit veya kare prizma şeklindeki bardaklardan biriyle doldurmalısınız.

- Tüm bardakların ve kürenin yükseklikleri eşittir.
- Silindirin, koninin, kürenin yarıçap uzunlukları, kare piramidin bir kenarının uzunluğu ve kare prizmanın bir kenarının uzunluğu birbirine eşittir.

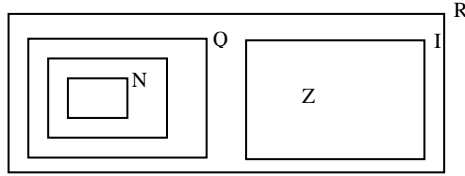
Öyle bir bardağı seçiniz ki, en az sayıda hamle ile küreyi doldurabilsin. Bu seçimi neye göre yaptığınızı ayrıntıları ile açıklayınız.

Problem 2

Öğretmenleri Sema ve Yasemin'den şimdiye kadar öğrendikleri sayıları şema olarak göstermelerini istemiştir. Bu sayı kümeleri Doğal Sayılar(N), Tam sayılar (Z), Rasyonel Sayılar (Q), İrrasyonel sayılar (I) ve Reel sayılar (R)' dir. Sema ve Yasemin'in yanıtları aşağıda verilmektedir.



Sema'nın yanıtı



Yasemin'in yanıtı

Hangi öğrencinin çizimi doğrudur? Nedeni ile açıklayınız.

Problem 3

Aşağıda bir çift zarın farklı iki açıdan görünüşleri verilmektedir. Bu zarlar tam "küp" şeklindedir ve rakamlar zarların üzerlerine aynı sırayla yerleştirilmiştir.



Buna göre,

- Üzerinde 3 yazan yüzün tam arka yüzünde hangi rakam vardır?
- Dört yazan yüzün arkasına gelen yüzün 6 olma olasılığı nedir?

Problem 4

Aşağıdaki diyalog Sertap, Sibel ve Orhan arasında geçmektedir:

Sertap: Herhangi bir üçgenin, bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cisme dik koni denir.

Sibel: Ama farklı kenarları etrafında döndüğünde başka cisimler oluşuyor bazıları eğik duruyor, bazıları eğik durmuyor. Madem o zaman neden “dik” koni denilsin ki?

Orhan: Hayır, zaten bütün koniler diktir. Dik olmayan koni çizilemez.

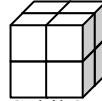
Buradaki öğrenciler tarafından hatalı veya eksik olarak verilen bilgi var mıdır? Her bir öğrenciye, nerede hatalı veya nerede haklı olduklarını vurgulayan bir mektup yazınız.

Problem 5

Ayşe elindeki küçük küpleri bir araya getirerek daha büyük küpler elde etmeye çalışıyor. İlk önce bir tane küçük küp koyuyor (şekil 1). Daha sonra iki tane küçük küpü yan yana koyuyor ve diğer küçük küpleri de, cisim daha büyük bir küp olacak şekilde yerleştiriyor(şekil 2).



Şekil 1



Şekil 2

Ayşe beş tane küçük küpü yan yana koyarak başladığı daha büyük küpün tamamı için kaç küçük küp gerektiğini tek tek küpleri koymadan hesaplamak istiyor. Ayşe bunu nasıl hesaplayabilir? Ayrıntıları ile açıklayınız.

Problem 6

Fatma’dan öğretmeni, içini göremediği bir torbaya elini sokmasını ve içinde olan düzgün geometrik cismin ne olduğunu görmeden -sadece dokunarak- anlamasını istemiştir. Fatma dokunarak hissedebildiği geometrik cisme ilişkin, defterine aşağıdaki notları almıştır:

- ✓ Toplam 5 tane köşesi var.
- ✓ Yan yüzleri üçgensel bölge, tabanı üçgensel bölge değil.
- ✓ Tabanın karşılıklı olan kenar uzunlukları eşit

Bu bilgilere göre;

1. Bu geometrik cismin ne olabileceğini tahmin ediniz. Neden bu tahmini yaptığınızı ayrıntılarıyla açıklayınız.
2. Silindir olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.
3. Prizma olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.
4. Kare piramit olma olasılığı nedir? Nedenleri ile açıklayınız.

Problem 7

Aşağıdaki diyalog öğretmen ile Canan ve Ayşe arasında geçmektedir:

Öğretmen: Bir kürenin bir dikdörtgen düzlem ile arakesiti nedir?

Canan: Bence dikdörtgendir. Düzlemin büyüklüğü kadarlık bölümü küre ile kesişir.

Ayşe: Bence dairedir. Düzlem sınırsız genişleyen bir bölge olduğundan kesişimi daire olacaktır.

Buradaki öğrenciler tarafından verilen hatalı veya eksik bilgi var mıdır? Her bir öğrenciye, nerede hatalı veya nerede haklı olduklarını vurgulayan bir mektup yazınız.

Problem 8

Pazarlamacı Mehmet Bey, işi gereği sıklıkla şehirlerarası yolculuk yapmakta ve haftada 1000 litrelik malları yakın bir şehirde pazarlamaktadır. Mehmet Bey en az seferi yapacağı en ekonomik yakıt tüketen aracı satın almak istiyor. Bu kriterler açısından her bir arabanın uygunluğunu değerlendirin. Aşağıda verilen bilgilere göre hangi arabayı alması Mehmet Bey'in isteklerini karşılar? Neden? Düşünce biçiminizi açıkça ifade ediniz.

RENAULT	
Motor Hacmi (cc)	1598
Son Hız (km/s)	181
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.4
Şehir İçinde (litre)	8.6
Şehir dışı (litre)	5.8
Bagaj Hacmi (litre)	485

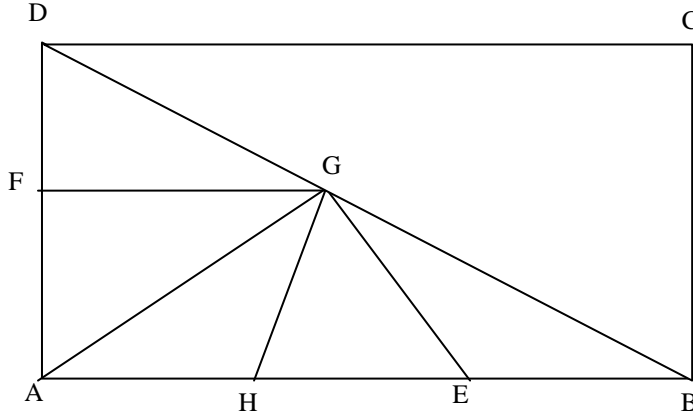
VOLKSWAGEN	
Motor Hacmi (cc)	1896
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	12.6
Şehir içi (litre)	6.5
Şehir dışı (litre)	4.1
Bagaj Hacmi (litre)	330

OPEL	
Motor Hacmi (cc)	1199
Son Hız (km/s)	180
0-100 km/s Hızlanma (sn)	14.0
Şehir İçinde (litre)	7.3
Şehir dışı (litre)	4.8
Bagaj Hacmi (litre)	260

PEUGEOT	
Motor Hacmi (cc)	1587
Son Hız (km/s)	190
0-100 km/s Hızlanma (sn)	10.7
Şehir içi (litre)	9.5
Şehir dışı (litre)	5
Bagaj Hacmi (litre)	420

Problem 9

Aşağıdaki şekilde kaç tane üçgen bulunmaktadır? Bulduğunuz üçgenleri harflendirerek listeleyiniz.

**Problem 10**

Kalp atışlarımızın hızı, yaşamımızın temel fonksiyonudur. Yaşamımızın sağlıklı olarak devamı için, kalp atış hızımız aşağıda formülü verilen aralıklarda atmalıdır:

(Güvenli kalp atışı hızı= 220-insanın yaşı)

Asgari(en az) güvenli kalp atış hızı = güvenli kalp atışı \times %60

Azami (en çok) güvenli kalp atış hızı = güvenli kalp atışı \times %90

Kalbimiz, bu formülle bulunan aralıklarda atarsa, kalp sağlığımız yerindedir. Aşağıda 25 yaşındaki Fenerbahçeli futbolcu Serhat'ın bir maç boyunca kalp atış hızı grafiği verilmiştir. Yukarıda verilen güvenli kalp atış hızı hesabından yararlanarak, maç boyunca futbolcunun kalbinin düzenli atıp atmadığını grafikte ilişkilendirerek yorumlayınız.



İlk 20 dakika boyunca Serhat'ın kalbi,

20 dakika ile 40 dakika arasında Serhat'ın kalbi,

45 ile 70 dakika arasında Serhat'ın kalbi.....