



## Modelling and solving railway crew rostering problem

Pınar Tapkan<sup>1\*</sup>, Lale Özbakır<sup>1</sup>, Sinem Kulluk<sup>1</sup>, Burak Telcioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial Engineering, Erciyes University, Kayseri, 38039, Turkey

<sup>2</sup>Kayseri Transportation Inc. Organized Industrial Zone, Street 9, Kayseri, 38070, Turkey

### Highlights:

- Planning problem of railway systems
- Mathematical modelling for crew rostering
- Multi-objective 0-1 mixed integer mathematical model

### Keywords:

- Crew rostering
- Railway transportation systems
- 0-1 mixed integer model

### Article Info:

Received: 18.01.2017

Accepted: 10.03.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416398

### Acknowledgement:

We would like to thank Kayseri Transportation Inc. for their support in reaching the data used in this study.

### Correspondence:

Author: Pınar Tapkan  
e-mail:  
pinartan@erciyes.edu.tr  
phone: +90 352 207 6666

### Graphical/Tabular Abstract

Increased use of railways in public transportation in recent years causes the planning problems related with the railway systems gain more importance. Since the crew-related costs constitute the critical part of the operational costs, researches are focused on duty and crew scheduling problems. In this study, multi objective 0-1 mixed integer programming model is established considering all operational and legal constraints for crew rostering problem which is one of the problems take part of railway planning process of Kayseri Transportation Inc. In the objective function of the proposed mathematical model, total number of machinists working, the sum of overtime amounts of the weekly working time of each machinist from the legal working time and the largest difference between average rest period and actual rest period are minimized. The effectiveness of the proposed model is evaluated by the comparison of the results obtained with the mathematical model and the current system for two different lines of the light rail system in Kayseri.

Machinist	Week-3						
	Day-15	Day-16	Day-17	Day-18	Day-19	Day-20	Day-21
M-10	151	161	106	106	110	209	302
M-11	117	101	106	162		205	316
M-12	109	102	116	105	101	260	
M-13	111	152	166	163		208	318
M-14	164		104	115	156	257	
M-15	106	103	110	102	163	267	
M-16	105	167	163		109	253	359

Day-time task  
 Night-time task  
 Shift rest  
 Monthly leave

Figure A. An example of a crew roster

### Purpose:

Due to the increase in widespread use of rail public transport in Turkey, there is an important requirement on mathematical optimization techniques that produce speed and accurate solutions. The purpose of this study is to establish and solve a multi-objective mathematical model, which generate monthly time period duty schedules at the operation level of an intra-city transportation.

### Theory and Methods:

In this study, a multi objective 0-1 mixed integer programming model is established under the assumption of train timetable and task lists are known. The developed mathematical model considers all operational and legal constraints for crew rostering problem which is one of the problems take part of railway planning process of Kayseri Transportation Inc.

### Results:

The solution obtained by the proposed mathematical model and the current structure are compared by the performance measures of the objective function. The results indicate that the proposed model provides a much more balanced solution in terms of rest/working time and day/night duty periods with much fewer number of machinists.

### Conclusion:

Although studies on airway, city public transport, and freight transport have been intensively studied in the literature, studies on railway systems have not yet reached a sufficient level. However, the problems in the railway systems are larger and difficult to solve. For problems related to the planning of railway systems, there is a need for mathematical optimization techniques that produce fast and accurate solutions. The current study has also been carried out to help filling this gap.



## Raylı sistemlerde görev çizelgeleme probleminin modellenmesi ve çözümü

Pınar Tapkan<sup>1\*</sup>, Lale Özbakır<sup>1</sup>, Sinem Kulluk<sup>1</sup>, Burak Telcioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, ,Talas, Kayseri, 38039,Türkiye

<sup>2</sup>Kayseri Ulaşım A.Ş., Organize Sanayi Bölgesi, 9. Cad., No:2, Kayseri, 38070, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Raylı sistemlerde planlama problemi
- Görev çizelgeleme için matematiksel modelleme
- Çok amaçlı 0-1 karma tamsayıli matematiksel model

#### Makale Bilgileri

Geliş: 18.01.2017

Kabul: 10.03.2017

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.416398

#### Anahtar Kelimeler:

Görev çizelgeleme,  
raylı ulaşım sistemleri,  
0-1 karma tamsayıli model

#### ÖZET

Şehir içi toplu taşımacılıkta raylı sistemlerin kullanımının gün geçtikçe artması, raylı sistemlerle ilgili planlama problemlerinin önemini de artırmaktadır. Raylı sistemlerde personel maliyetlerinin işletme maliyetleri içerisinde önemli bir yere sahip olmasından dolayı görev ve makinist çizelgeleme problemleri üzerinde çalışmalar yoğunlaşmaktadır. Bu çalışmada, Kayseri Ulaşım A.Ş.'nin raylı sistem planlama sürecinde yer alan görev çizelgeleme probleminin, tüm operasyonel ve yasal kısıtlar dikkate alınarak, çok amaçlı 0-1 karma tamsayıli matematiksel modeli kurulmuştur. Önerilen matematiksel modelin amaç fonksiyonunda çalışan toplam personel sayısı, her personelin haftalık çalışma süresinin haftalık yasal çalışma süresini aşım miktarlarının toplamı ve ortalama dinlenme süresi ile gerçekleşen dinlenme süresi arasındaki en büyük fark en küçüklenmektedir. Kayseri'deki hafif raylı sisteme ait iki farklı hat için, matematiksel modelde elde edilen çözümler mevcut durum ile karşılaştırılarak önerilen modelin etkinliği değerlendirilmiştir.

## Modelling and solving railway crew rostering problem

### H I G H L I G H T S

- Planning problem of railway systems
- Mathematical modelling for crew rostering
- Multi-objective 0-1 mixed integer mathematical model

#### Article Info

Received: 18.01.2017

Accepted: 10.03.2017

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.416398

#### Keywords:

Crew rostering,  
railway transportation  
systems,  
0-1 mixed integer model

#### ABSTRACT

Increased use of railways in public transportation in recent years increases the importance of planning problems related to railway systems. Since the crew-related costs constitute the critical part of the operational costs, researches are focused on duty and crew scheduling problems. In this study, a multi objective 0-1 mixed integer programming model is established considering all operational and legal constraints of crew rostering problem which is one of the problems of railway planning process of Kayseri Transportation Inc. In the objective function of the proposed mathematical model, total number of machinists working, the sum of overtime amounts of the weekly working time of each machinist from the legal working time and the largest difference between average rest period and actual rest period are minimized. The effectiveness of the proposed model is evaluated by the comparison of the results obtained by the mathematical model and the current system for two different lines of the light rail system in Kayseri

\*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: pinartan@erciyes.edu.tr / Tel: +90 352 207 6666

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Raylı sistemlerin planlanması, işletilmesi ve sürekliliğin sağlanması günümüz yolcu taşımacılığında gün geçtikçe daha fazla önem kazanmaktadır. Hava yolu ve şehir içi otobüs taşımacılığı konularında literatürde yoğunlukla çalışılarak, çeşitli optimizasyon araçları geliştirilmesine rağmen, raylı sistemlerle ilgili çalışmalar henüz yeterli seviyeye ulaşmamıştır. Oysaki raylı sistemlerdeki problemler daha büyük boyutlu ve çözülmesi zor problemlerdir [1]. Türkiye’de de raylı sistemlerin ve şehir içi toplu taşımacılıkta yaygın kullanımının artması, gün geçtikçe artan talep ile benzer ihtiyaçları ortaya çıkarmıştır. Raylı sistemlerin planlanması ile ilgili problemler için, hızlı ve doğru çözümler üreten, matematiksel optimizasyon tekniklerine ihtiyaç vardır. Raylı sistemlerin etkin işletimi için yerine getirilmesi gereken işlevler hat planlama, tren tarifesinin oluşturulması, tren dağıtımı, makinist çizelgeleme ve görev çizelgeleme olarak gruplandırılabilir. Caprara’nın 2007 yılındaki çalışmasında, bu gruplandırma ile ilgili detaylı bilgiler yer almakta, makinist çizelgeleme ve görev çizelgeleme işlevleri makinist planlama başlığı altında ele alınmaktadır [2].

Hat planlama; rotalar ve istasyonların belirlenmesi, istasyon kapasitelerinin oluşturulması, sinyalizasyon sistemi ile entegrasyonu gibi hattın topolojik yapısıyla ilgili kararları içerir. Tren tarifesinin oluşturulması sürecinde ise belirli zaman pencerelerine ait talepler elde edilerek bu talepleri karşılayacak minimum ve maksimum tarife aralıkları ve gerekli araç sayısı gibi unsurlar hesaplanır. Tren dağıtımında, oluşturulan tren tarifesine göre aynı/farklı özelliklere sahip trenler hatlara atanır. Makinist planlama problemi, tren operatörlerinin, planlı bir tarifeyi kapsayacak şekilde iş çizelgelerinin oluşturulmasına ilişkin bir problemdir. İki temel problem içerir [2]; makinist çizelgeleme sürecinde, tren tarifeleri ve tren tipleri belirlenmiş olan raylı sistemde, tüm turları kapsayacak şekilde görevler kümesi oluşturulur. Bir görev, seferler zincirinden oluşur ve bir makinist tarafından gerçekleştirilir. Son aşama olan ve çalışmada ele alınan görev çizelgelemede, ülkelerin çalışma politikaları dikkate alınarak, makinist çizelgeleme probleminde belirlenen görevlerin hafta(lar) veya ay(lar) bazında sıralanması gerçekleştirilir. Bu aşama, çalışma ve dinlenme günlerini belirlemeyi ve her bir makiniste vardiya atamayı içerir. Belirli bir zaman periyodunda, birbirini izleyen günlerde hangi personelin hangi göreve atandığını belirleyen detaylı bir çizelgedir. Görev çizelgeleme problemi, bütün görevlerin kapsandığı, minimum personel sayısı ile minimum maliyetli, iş yüklerinin ve izin günlerinin dengeli olduğu uygun çizelgelerin bulunmasıdır [3]. Makinist ve görev çizelgeleme problemleri, personel maliyetlerinin işletme maliyetleri içerisindeki yerinden dolayı, şehir içi toplu taşımacılık planlama sürecinde gün geçtikçe daha fazla önem taşımaktadır. Literatürde görev çizelgeleme problemi, makinist çizelgeleme problemine göre çok daha az ele alınmıştır. Makinist çizelgeleme probleminde görevlerin

oluşturulması, makinist ile ilgili herhangi bir bilgiyi içermemektedir. Hâlbuki makinistler farklı tercihleri ve izin günleri olan birer bireydir ve bu farklılıkların dikkate alınması ile görev çizelgeleme probleminin çözümü zorlaşmaktadır. Görev çizelgeleme probleminin etkin çözümü, operasyonel seviyede minimum düzeyde yeniden düzenlemeye sebep olacağı için de önem taşımaktadır [4]. Makinist çizelgeleme ve görev çizelgeleme problemleri, iş yüklerinin dengeli dağılımının sağlanması, fazla mesai ödemelerinin azaltılması gibi amaçlar dikkate alındığında, gerçek hayat problemlerinin büyük boyutlu olmasından ve pek çok yasal çalışma kısıtı ile çalışan tercihlerini (izin günü tercihleri vs.) içerdiğinden çözümü zor problemlerdir [5]. Caprara vd. (1998) havayolu ve demiryolu görev çizelgeleme problemleri için genel bir model önermişler ve çözümü için sezgisel bir yaklaşım ortaya koymuşlardır [6]. Ele aldıkları problem periyodik olup, her bir görevin her gün kapsanmasını ifade etmektedir. Graf temelli formülasyonlarını tamsayılı doğrusal model ile ifade etmişlerdir. Lagranj gevşetmeye dayalı alt sınır tanımladıkları bir sezgisel yaklaşım önermişlerdir. Ernst vd. [7] makine çizelgeleme ve görev çizelgeleme problemlerinin entegrasyonu için bir matematiksel model önermişler ve Avustralya raylı sisteminden edindikleri gerçek hayat problemi üzerinde uygulamışlardır. Problemin karmaşıklığından dolayı, ancak gevşetilmiş modelin çözümünü elde etmişlerdir.

Valdes [5] tez çalışmasında makinist ve görev çizelgeleme problemlerinin entegrasyonunun, her iki problemin çözümünde kullanılan modellerin etkileşimini sağlayacağından daha etkin çözümler üreteceğini belirtmiştir. Entegre problemin çözümünü eşzamanlı gerçekleştiren bir küme kapsama modeli önermiştir. Gerçek hayat problemleri üzerinde farklı senaryolarla performans değerlendirmesi gerçekleştirmiştir. Önerdiği modelin, entegrasyon ve olası en iyi çözüm açısından önemli olduğunu vurgulamakla birlikte, geliştirilerek karar vericiye alternatif çözümler sunulması gerekliliğini ortaya koymuştur. Ernst vd. [8] çalışmalarında personel ve görev çizelgeleme ile ilgili geniş kapsamlı literatür taraması sunmuşlardır. Bu çalışmada, problemin genel bir taksonomisi oluşturulmuş ve farklı alanlardaki uygulamaları ortaya konulmuştur. Aynı zamanda bu çalışma literatürde bu problemin çözümünde sıklıkla kullanılan model ve algoritmalar ile ilgili bilgi de içermektedir. Ortaya koydukları taksonomiye göre problemi 6 modüle (talep modelleme, izin günü çizelgeleme, vardiya çizelgeleme, iş sıralarının oluşturulması, görev atama ve personel atama) ayırmışlar ve bu modüller için farklı çözüm yaklaşımlarının uygulanabileceğini belirtmişlerdir. Hartog vd. [9] döngüsel görev çizelgeleme probleminin çözümü için bir matematiksel model önermişlerdir. Matematiksel model, iki görev arasındaki dinlenme süresi, haftalık maksimum çalışma süresi, bir izin gününün en az 30 saati kapsaması gibi çalışma kısıtlarını içermektedir. Geliştirdikleri modeli, bir gerçek hayat probleminin farklı durumları üzerinde test etmişlerdir. Model tarafından üretilen çözümün manuel

çözümüne göre çok daha kısa sürede ve tüm kısıtları sağlayacak şekilde elde edildiğini belirtmişlerdir. Sonuç olarak yöneylem araştırması tekniklerinin, ele alınan problem grubunda kısa sürede çözüm kalitesi yüksek sonuçlara ulaşmada etkinliğini ortaya koymuşlardır. Tian ve Niu [10] çalışmalarında yüksek hızlı tren hatları için görev çizelgeleme problemini ele almışlardır. Problemin matematiksel modeli kurulduktan sonra, makinist rotalarına ayırıştırma ile Hamilton zincirinin minimum amaç fonksiyonu değeri ile bulunması problemine dönüştürülmüş ve karınca koloni optimizasyon algoritması ile çözümü gerçekleştirilmiştir. Problemin iki fazlı bir küme kapsama problemi olarak çözümü ile algoritmaya dayalı çözümü karşılaştırılarak avantaj ve dezavantajları ortaya konulmuştur. Kumar vd. [11] çalışmalarında raylı sistemlerde pratikte görev çizelgeleme probleminin manuel olarak çözüldüğünü, hava yolu görev çizelgeleme üzerine yapılan çalışmaların artmasının raylı sistemlerdeki çalışmaları tetiklediğini belirtmişlerdir. Araştırmacıların çalışmalarını teorik sonuçlardan çok gerçek hayat problemleri üzerine yoğunlaştırması gerektiğini de eklemiştir. Raylı sistemlerle ilgili makinist ve görev çizelgeleme uygulamalarının büyük bir bölümü, geliştirildikleri ülkenin raylı sistem yapısına özgüdür [11]. Türkiye’de raylı sistemlerde makinist ve görev çizelgeleme problemi üzerine Şahin ve Yüceoğlu [12] taktik seviyede makinist kapasite planlama problemi üzerinde çalışmışlardır. Çalışmalarında taktik ve stratejik seviyede devlet demiryollarının personel planlaması üzerine yoğunlaşmışlar, çok bölgeli şehirlerarası taşımacılık üzerine iki farklı yöntem önermişlerdir. Önerdikleri entegre yöntemin bir bölge için makinist kapasite belirlemede etkili olduğunu belirtmiş, problemin genişletilmiş çok bölgeli durumu için bir ağırlıklı komşuluk arama algoritması önermişlerdir.

Suyabatmaz ve Şahin [13] yine taktik seviyede şehirlerarası tren taşımacılığında, makinist kapasite planlaması için ark temelli formülasyonla önceki çalışmalarındaki ağ gösterimini çizelgelerin bağlanabilirliği durumunda çözüm kalitesi açısından iyileştirmişlerdir. Kaynak ve bitiş arklarının kaldırılması ile hesapsal yükün azaltıldığını belirtmişlerdir. %2,6-%25 Aralığında performans iyileştirmesi elde etmişlerdir. Son yıllarda, tren taşımacılığının yaygın kullanımına bağlı olarak, bu problem grubunun özelliklerini içerecek şekilde raylı sistemlerde gerçekleştirilen planlama çalışmaları yoğunlaşmaya başlamıştır. Operasyonel seviyede şehir içi raylı sistem taşımacılığı Türkiye’de yeni gelişmeye ve yayılmaya başlayan bir toplu taşımacılık sistemidir. Buna bağlı olarak yöneylem araştırması yöntemleri bu alanda sıklıkla uygulanırken, pratik değer taşıyan yazılımlar da geliştirilmeye başlamıştır. Yapılan çalışmalar çoğunlukla şehirlerarası yolcu ve yük taşımacılığı üzerinde yoğunlaşmıştır. Ancak son yıllarda özellikle şehir içi toplu taşımada önemli bir rol üstlenen hafif raylı sistemler üzerine uygulama değeri taşıyan çalışmalar yapılmaya başlansa da (Koyun ve Kaymakçı [14], Yaman ve Dalkıç [15]) halen bu alanda boşluklar söz konusudur. Dolayısıyla bu çalışmada, özellikle tren tarifelerinin belirli ve görev listelerinin hazır

olduğu durumlar için operasyonel ve yasal kısıtlar altında belirlenen planlama periyodunda makinist görev çizelgelerinin oluşturulması problemi ele alınmıştır. Bu çalışmanın literatüre özgün katkısı yasal ve operasyonel kısıtlar altında probleme özel çok amaçlı bir matematiksel model geliştirilmesi olacaktır. Uygulamaya sağlayacağı fayda ise şehir içi taşımacılığında, aylık zaman periyodunda, operasyonel seviyede, görev çizelgelerinin oluşturulmasıdır. Geliştirilen matematiksel model genel bir yapıya sahip olup farklı yasal ve operasyonel kısıtlara kolaylıkla adapte edilebilecektir. Makalenin izleyen bölümleri şu şekilde organize edilmiştir: 2. bölüm görev çizelgeleme problemi hakkında genel bilgileri içermektedir. 3. bölümde Kayseri Ulaşım A.Ş. tanıtılmış, işletmede uygulanan yasal ve operasyonel kuralları verilmiştir. Kayseri Ulaşım A.Ş.’de görev çizelgeleme problemi için önerilen 0-1 karma tamsayılı matematiksel model 4. bölümde sunulmuştur. 5. bölüm önerilen modelin çözümünü ve mevcut durum ile karşılaştırma sonuçlarını içermektedir. Sonuçlar ve planlanan gelecek çalışmalardan ise 6. bölümde bahsedilmiştir.

## 2. GÖREV ÇİZELGELEME PROBLEMİ (CREW ROSTERING PROBLEM)

Görev çizelgeleme, hafif raylı sistem taşımacılığı planlama sürecinde önemli bir adımdır. Her bir makiniste belirli bir planlama dönemi için çizelge tanımlamayı içerir. Görevlerin bu şekilde izin günlerini de içeren bir sırası görev listesi olarak ifade edilir. Görev listelerinin çalışma politikalarına ilişkin sınırlamalar, görevlerin dağılım nitelikleri, izin günleri, ortalama ve toplam çalışma zamanları gibi çeşitli kuralları sağlaması gerekir. Buradan hareketle görev çizelgelemede, makinist çizelgeleme esnasında belirlenen tüm görevleri her gün içerecek şekilde, belirlenen zaman periyodunda her bir makinistin gerçekleştirmesi gereken görevler sırası belirlenir [6]. Görev çizelgeleme probleminde ülkelerin çalışma politikaları dikkate alınarak, oluşturulan makinist çizelgelerinin hafta(lar) veya ay(lar) bazında sıralanması gerçekleştirilir. Bu aşama, çalışma ve izin günlerini belirlemeyi ve her bir makiniste vardiya atamayı içerir. Makinist bilgisi, çizelgelenecek faaliyetler, kurallar, yasalar ve görev listelerini oluşturmaktaki amaçlar görev çizelgeleme problemleri için temel girdilerdir [16]. Amaç ise makinistlerin memnuniyetini maksimize ederken, operasyonel maliyetleri minimize etmektir.

Görev çizelgeleme problemlerinde katı kurallar ve gevşetilebilir kurallar gibi bazı kurallar dikkate alınır. Katı kurallar haftalık maksimum çalışma süresi, iki ardıl görev arasındaki minimum dinlenme süresi, haftalık minimum sürekli izin süresi gibi yasa ve yönetmeliklerle belirlenmiş ve mutlaka sağlanması gereken kurallardır. Gevşetilebilir kurallar ise, makinistler arasındaki iş yükü dengesini sağlayacak, izin günleri tercihlerini göz önüne alacak şekilde daha esnek kurallardır. Xie (2014), bu kuralların sınıflandırılmasını yatay kurallar, dikey kurallar ve kalite kuralları olmak üzere genişletmiştir [4]. Bunlardan yatay ve dikey kurallar katı kurallar, kalite kuralları ise gevşetilebilir

kurallar olarak adlandırılmıştır. Yatay kurallar, sadece tek bir görev listesine bağlı oldukları için yatay kural olarak isimlendirilmektedir. Uyumluluk, çalışma blokları ve vardiya tatil bloklarından oluşur. Uyumluluğa örnek olarak, bir makiniste akşam vardiyasında çalışmadan sonra dinlenme molası vermeden sabah vardiyası çalışması atanamaması verilebilir, bu durum yasalarla engellenmiştir. Çalışma blokları ve vardiya tatil blokları da yasalarla sınırlanan unsurlardır. Bir makinistin maksimum art arda 6 gün çalışabilmesi (çalışma bloku) ve en fazla art arda 3 gün vardiya tatili yapabilmesi (vardiya tatil bloku) örnek olarak verilebilir. Dikey kurallar, tüm görev listelerindeki bilgiyi birleştiren kurallardır. Görev listelerindeki makinist sayısı, görev sayısı gibi kısıtlı kaynakları ele alırlar. Kalite kuralları ise daha esnek kurallardır. Taşımacılık şirketi ve makinistlerin tercihleri, operasyonel maliyetler, makinistler arası iş yükü dengesi ve görev listelerinin sağlamlığından oluşur.

Görev çizelgeleme problemleri, çizelgeye dahil edilen günlerin özellikleri, personel nitelikleri, çizelgenin döngüsel olup olmaması, izin günlerinin özellikleri gibi niteliklere göre farklılaşır [17]. Eğer görev çizelgelemede ele alınan zaman dilimi belirli bir planlama periyodunu (ay) kapsıyorsa bu durumda görev çizelgesi takvim günleri olarak isimlendirilir. Eğer hafta içi günler aynı çizelgeyi, cumartesi ve pazar günleri ise farklı çizelgeleri içeriyorsa, görev çizelgesi işletim günleri/haftanın günleri olarak isimlendirilir. İşletim günleri böylece standart haftayı oluşturur. Bu yapı daha çok yerel taşımacılık şirketlerinde görülür. Görev çizelgeleme problemleri görevlerin atanacağı makinistlere göre de farklılıklar arz edebilir. Eğer her bir makinist aynı nitelikleri taşıyorsa ve herhangi bir görev, herhangi bir makiniste atanabiliyorsa bu durumda anonim bir görev çizelgelemeden bahsedilir. Bunun aksine eğer görevler sadece belirli niteliklere sahip makinistlere atanabiliyorsa bu durumda özel makinist görev çizelgelemeden bahsedilir.

Eğer görev çizelgesi, anonim makinist için işletim günlerini planlamakta kullanılacaksa bu durumda döngüsel görev listeleri oluşturulabilir. Döngüsel bir görev listesi, aynı niteliklere ve benzer tercihlere sahip bir makinistler grubu için işletim günleri formundaki görevleri dikkate alarak oluşturulur. Görev çizelgesindeki satır sayısı makinist sayısına, sütun sayısı ise planlama periyodundaki gün sayısına eşittir. Gruptaki tüm makinistler aynı görev listesini kullanır ancak farklı bir satırdan göreve başlar. Döngüsel görev çizelgeleme, her bir makinist için ayrı bir görev listesi üretmek yerine, bir makinistler grubuna ortak bir görev listesi ürettiği için görev listesi üretimi nispeten kolaydır. Ayrıca gruptaki her bir makinist istenmeyen görevleri de içeren aynı görevlere, vardiya tatillerine, hafta sonu tatillerine atandığından elde edilen görev listeleri adaletlidir. Döngü içermeyen görev çizelgelemede bir ay gibi belirlen bir zaman periyodunda her bir makinist için bireysel bir görev listesi oluşturulur. Böyle bir görev listesi makinistlerin izin günü tercihleri gibi kişisel tercihlerinin de dikkate alınmasına olanak sağlar ve döngüsel görev çizelgelemenin zayıflıklarının üstesinden gelir. Görev çizelgeleme

probleminde izin günleri sabit ve değişken izin günleri olmak üzere sınıflandırılabilir. Eğer izin günleri sabit olarak önceden planlanmış ve probleme girdi olarak verilmişse sabit izin günleri, bunun aksine belirli kuralları sağlayacak şekilde model ile belirlenecekse değişken izin günleri olarak nitelendirilir. Bu tanımlamalara göre çalışma kapsamında ele alınan görev çizelgeleme problemi işletim günleri olarak isimlendirilen standart haftayı ele alır, makinistlerin her göreve atana bilirliği söz konusu olduğu için anonim bir görev çizelgesidir. Ayrıca döngü içermeyen değişken izin günlerini kapsayan bir problemidir.

### 3. KAYSERİ ULAŞIM A.Ş.'DE GÖREV ÇİZELGELEME (CREW ROSTERING PROBLEM OF KAYSERİ TRANSPORTATION INC.)

Kayseri Ulaşım A.Ş. Kayseri Büyükşehir Belediyesi bünyesinde 2008 yılında kurulmuş ve 2009 yılında fiili olarak faaliyetlerine başlamıştır. Kayseri Ulaşım A.Ş.'nin birincil amacı Kayseri Büyükşehir Belediyesi'nce tesis edilen Hafif Raylı Sistem Hattı'nın (KayseRay) işletilmesidir. KayseRay, 34 km uzunluğunda ana hatlara, tek bir depoya ve 4.200 m uzunluğunda depo hattına sahip olup; 55 adet yolcu istasyonu ile Kayseri halkına hizmet vermektedir. Bahsedilen mevcut altyapı ile 2016 Aralık ayında 12.062 seferde toplam 3.208.510 adet yolcu taşınmıştır. KayseRay her gün 06:00-23:30 saatleri arasında, gün içerisinde farklı tarife aralıklarına göre hizmet vermektedir. KayseRay Organize Sanayi, İldem5, Talas Cemil Baba ve Cumhuriyet Meydanı olmak üzere 4 uç istasyona sahiptir. Bahsedilen bu uç istasyonlarla ilişkili olarak oluşturulmuş ve karşılıklı yönlerde faaliyet gösteren 2 hat bulunmaktadır: Organize Sanayi – İldem5 (T1) ve Cumhuriyet Meydanı - Talas Cemil Baba (T2). T1 hattında 60, T2 hattında ise 35 olmak üzere toplam 95 makinist iki vardiya halinde çalışmaktadır. İşletmede hafta içi günler aynı görevleri, cumartesi ve pazar günleri ise farklı görevleri içermektedir. Dolayısıyla ele alınacak görev çizelgeleme problemi işletim günleri yapısına uymaktadır. Kayseri Ulaşım A.Ş.'de T1 hattında 112, T2 hattında 42 olmak üzere toplam 154 görev vardır. T1 hattındaki görevlerin 38'i hafta içi günlerde tekrarlanan görevler, 38'i cumartesi görevi ve kalan 36'sı ise pazar görevleridir. T2 hattında ise görevlerin 16'sı hafta içi günlerde tekrarlanan görevler, 14'ü cumartesi görevi ve kalan 12'si ise pazar görevleridir. T1 hattındaki hafta içi görevlerin 19'u; cumartesi görevlerin 19'u ve pazar görevlerin ise 18'isabah ve akşam vardiyalarında eşit sayıda gerçekleştirilmektedir. T2 hattındaki hafta içi görevlerin 8'i; pazar görevlerin 6'sı sabah ve akşam vardiyalarında eşit sayıda; cumartesi görevlerin ise 8'i sabah vardiyasında kalan 6'sı ise akşam vardiyasında gerçekleştirilmektedir. Her bir görevin başlangıç zamanı, her bir görevdeki toplam dinlenme süresi, dinlenmeler dahil toplam çalışma süresi bilinmektedir. Kayseri Ulaşım A.Ş.'de görev çizelgelemede bazı kuralların dikkate alınması gerekmektedir. Bu kuralların bir bölümü çalışma politikalarında yer alan iş sınırlamalarından doğan kurallar, diğer bölümü ise Kayseri Ulaşım A.Ş.'de uygulanan operasyonel kurallardır. Bu kurallar şu şekilde sıralanabilir.

Çalışma politikalarında yer alan iş sınırlamalarından doğan kurallar:

- Bir personelin haftalık çalışma süresi yasalarla 45 saat olarak sınırlandırılmıştır. Bu sürenin üzerindeki çalışmalar fazla mesai olarak nitelendirilir.
- Kanunlarla bir personelin vardiyalı çalışmalarda sürekli akşam vardiyasında çalışması engellenmiştir.
- Bir personelin günlük çalışma süresi 11 saati geçemez.
- Bir personel haftalık en fazla 6 gün çalışabilir, ağır çalışma şartları sebebiyle personele haftalık en az 1 gün izin kullanılmalıdır.
- Bir personele vardiya değişimlerinde en az 11 saat izin verilmelidir.

Kayseri Ulaşım A.Ş.'de uygulanan operasyonel kurallar:

- Bir personelin haftalık çalışma süresi, yasal haftalık çalışma süresi olan 45 saati en fazla 15 saat aşabilir.
- Bir personelin yasal olarak sürekli akşam vardiyasında çalışması engellendiği için, personel iki haftada en fazla bir hafta akşam vardiyasında çalışabilmektedir.
- Personellerin vardiya tatilleri dengeli olmalıdır.

#### 4. GÖREV ÇİZELGELEME PROBLEMİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL (THE MATHEMATICAL MODEL FOR CREW ROSTERING PROBLEM)

Önceki bölümde edinilen bilgiler doğrultusunda Kayseri Ulaşım A.Ş.'ye özel bir görev çizelgeleme problemi tanımlanarak ilgili problemi çözecek bir 0-1 karma tamsayılı doğrusal programlama modeli geliştirilmiştir. Önerilen matematiksel modelin indeks kümeleri, parametreleri, karar değişkenleri, kısıtları ve amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

İndeks kümeleri

$i$	: personel indisi $\{1, \dots, I\}$
$j$	: gün indisi $\{1, \dots, J\}$
$m$	: hafta indisi $\{1, \dots, M\}$
$k$	: görev indisi $\{1, \dots, K\}$

Parametreler

$I$	: personel sayısı
$J$	: gün sayısı
$M$	: hafta sayısı
$K$	: görev sayısı
$c_k$	: $k$ . görevin toplam süresi (dinlenme süresi dahil)
$s_k$	: $k$ . görevin dinlenme süresi
$guge_k$	: $k$ . görev sabah görevi ise 0; aksi takdirde 1
$his_k$	: $k$ . görev hafta içi görevi ise 0; $k$ . görev cumartesi günü görevi ise 1; $k$ . görev pazar günü görevi ise 2
$ort$	: bütün görevlerin ortalama dinlenme süresi
$\mu$	: büyük bir sayı
$w_1$	: çalışan toplam personel sayısının

$w_2$	: her personelin haftalık çalışma süresinin, haftalık yasal çalışma süresini aşan miktarları toplamının minimizasyonuna dayalı amacın ağırlığı
$w_3$	: her personelin toplam dinlenme süresinin ortalama dinlenme süresinden maksimum farkının minimizasyonuna dayalı amacın ağırlığı

Değişkenler

$x_{ijmk}$	: $i$ . personel $j$ . gün $m$ . hafta $k$ . göreve atanırsa 1; aksi takdirde 0
$r_i$	: $i$ . personel çalışırsa 1; aksi takdirde 0
$d_{im}^+$	: $i$ . personelin $m$ . haftadaki yasal çalışma süresinden aşağı sapma değişkeni
$d_{im}^-$	: $i$ . personelin $m$ . haftadaki yasal çalışma süresinden yukarı sapma değişkeni
$t_i^+$	: $i$ . personelin dinlenme süresi ile ilgili aşağı sapma değişkeni
$t_i^-$	: $i$ . personelin dinlenme süresi ile ilgili yukarı sapma değişkeni
$maks$	: dinlenme süresi ile ilgili sapma değişkenlerinin en büyüğü

Amaç fonksiyonu

Amaç fonksiyonu üç ayrı ölçütten oluşmaktadır. İlk ölçütte çalışan toplam personel sayısı, ikinci ölçütte her personelin haftalık çalışma süresinin haftalık yasal çalışma süresini aşım miktarlarının toplamı, üçüncü ölçütte ise ortalama dinlenme süresi ile gerçekleşen dinlenme süresi arasındaki en büyük fark minimize edilmektedir. İlgili ifade Eş. 1'de sunulmuştur.

$$\min w_1 \sum_i r_i + w_2 \sum_{im} d_{im}^- + w_3 maks \quad (1)$$

Amaç fonksiyonunda yer alan ölçütler ile ilgili ağırlık değerleri, Analitik Hiyerarşi Prosesi (AHP) yöntemine göre elde edilen ağırlıkların normalizasyonu ile belirlenmiştir. Analitik Hiyerarşi Prosesi: AHP, karar verme problemi ile ilgili uzman kişilerin yargılarına dayanarak kararı etkileyen kriterler açısından karar noktalarının yüzde dağılımlarını veren, Saaty [18] tarafından geliştirilmiş çok kriterli bir karar verme yöntemidir. AHP temelde ardışık üç adımdan oluşur. Bu çalışmada yalnızca AHP'nin ilk adımından faydalanılarak amaç fonksiyonundaki ölçütlerin ağırlıkları belirlendiği için aşağıda bu adım detaylı olarak açıklanmış, diğer adımların detaylarına girilmemiştir. AHP adımları:

Kriter ağırlıklarının belirlenmesi: Ağırlıkların belirlenebilmesi için ilk olarak karşılaştırma matrisinin (A) oluşturulması gerekir. A matrisi,  $n$  kriter sayısını göstermek üzere,  $n \times n$  boyutlu kare bir matristir. Matrise girilen her bir  $a_{jk}$  değeri  $j$ . kriterin  $k$ . kriterine göre önemini gösterir.  $a_{jk}$ 'nin 1'den büyük değer alması  $j$  kriterinin  $k$  kriterinden daha önemli olduğunu, 1'den küçük değer alması daha önemsiz olduğunu, 1 değerini alması ise iki kriterin eşit öneme sahip olduğunu belirtir.  $a_{jk}$  ve  $a_{kj}$  değerleri " $a_{jk} \times a_{kj} = 1$ " eşitliğini sağlar. Matrisin köşegen elemanları, kriterin kendisine göre

önem değerini belirttiği için “1” değerini alır. Kriterlerin birebir karşılaştırılmasında genellikle Tablo 1’de verilen Saaty’nin [18] önem skalası kullanılır.

**Tablo 1.** Saaty skalası (Saaty scale)

Önem değeri	Değer tanımları
1	Her iki kriter de eşit öneme sahip
3	İlk kriter ikinci kriterden daha önemli
5	İlk kriter ikinci kriterden çok önemli
7	İlk kriter ikinci kriterden çok güçlü bir öneme sahip
9	İlk kriter ikinci kriterden mutlak üstün bir öneme sahip
2, 4, 6, 8	Ara değerler

A karşılaştırma matrisi elde edildikten sonra, her bir sütun değerleri toplamı 1 olacak şekilde normalize karşılaştırma matrisi ( $A_{norm}$ ) elde edilir.  $A_{norm}$  matrisinin her bir elemanı  $\bar{a}_{jk}$ , Eş. 2 ile hesaplanır.

$$\bar{a}_{jk} = \frac{a_{jk}}{\sum_{l=1}^n a_{lk}} \quad (2)$$

Kriter ağırlıkları vektörü ise normalize karşılaştırma matrisindeki her bir satırın ortalamasının alınması ile Eş. 3’de verildiği şekilde elde edilir. Bu vektördeki her bir değer, ilgili kriterin ağırlığını ifade eder.

$$w_j = \frac{\sum_{l=1}^n \bar{a}_{lj}}{n} \quad (3)$$

- Alternatif skorları matrisinin hesaplanması
- Alternatiflerin sıralanması

#### Kısıtlar

Bir personele herhangi bir hafta ve günde en fazla bir görev atanmalıdır. İlgili kısıt Eş. 4 ile sağlanmaktadır. Belirtilen kısıtla çalışmayan personele görev atanması da engellenmiştir.

$$\sum_k x_{ijmk} \leq r_i \quad \forall i, j, m \quad (4)$$

Her hafta için hafta içi yapılması gereken görevler hafta içini temsil eden 1, 2, 3, 4 ya da 5. günlerden birinde; cumartesi günü yapılması gereken görevler cumartesi gününü temsil eden 6. günde ve pazar günü yapılması gereken görevler pazar gününü temsil eden 7. günde tek bir personele atanmalıdır. İlgili kısıtlar sırasıyla Eş. 5, Eş. 6 ve Eş. 7 ile sağlanmaktadır. Belirtilen eşitlikler aynı zamanda haftalık bazda bütün görevlerin mutlaka bir personele atanmasını da sağlamaktadır.

$$\sum_i x_{ijmk} = 1 \quad \forall j: j \leq 5, m, k: his_k = 0 \quad (5)$$

$$\sum_i x_{i6mk} = 1 \quad \forall m, k: his_k = 1 \quad (6)$$

$$\sum_i x_{i7mk} = 1 \quad \forall m, k: his_k = 2 \quad (7)$$

Bir personelin haftalık maksimum çalışma süresi yasalarla 45 saat olarak belirlenmiştir. Amaç fonksiyonunda minimize edilecek haftalık yasal çalışma süresinden yukarı sapma değişkeni Eş. 8 ile belirlenmektedir.

$$\sum_{j,k} c_k x_{ijmk} + d_{im}^+ - d_{im}^- = 45r_i \quad \forall i, m \quad (8)$$

Haftalık yasal çalışma süresinin yukarı sapma değişkeninin en fazla 15 olmasına diğer bir deyişle haftalık yasal çalışma sınırı olan 45 saatin en fazla 15 saat aşılmasına izin verilmektedir. İlgili kısıt Eş. 9 ile sağlanmaktadır.

$$d_{im}^- \leq 15 \quad \forall i, m \quad (9)$$

Bir personelin haftalık en fazla 6 gün çalışmasına izin verilmekte olup ağır çalışma şartları sebebiyle en az bir gün izin yapması istenmektedir. İlgili kısıt Eş. 10 ve Eş. 11 ile sağlanmaktadır.

$$\sum_{j,k} x_{ijmk} \leq 6 \quad \forall i, m \quad (10)$$

$$\sum_{j \geq z+2, k} x_{ijmk} + \sum_{j \leq z+1, k} x_{ij(m+1)k} \leq 6 \quad \forall i, m \neq 4, z \in \{0, \dots, 5\} \quad (11)$$

Diğer taraftan haftalar arasındaki bağlantıyı korumak amacıyla bir personelin ardışık 8 gün için en fazla 2 boş gün geçirmesi istenmektedir. İlgili kısıt Eş. 12 ile sağlanmaktadır.

$$\sum_{j \geq z+1, k} x_{ijmk} + \sum_{j \leq z+1, k} x_{ij(m+1)k} \geq 6r_i \quad \forall i, m \neq 4, z \in \{0, \dots, 6\} \quad (12)$$

Bir personelin ardışık 2 hafta boyunca akşam görevlerinde çalışması, personelin performansını olumsuz yönde etkilediğinden bir personelin belirtilen süre içerisinde en fazla 6 gün akşam görevlerinde çalışması istenmektedir. İlgili kısıt Eş. 13 ile sağlanmaktadır.

$$\sum_{j,k: gu_{ge_k}=1} x_{ijmk} + \sum_{j,k: gu_{ge_k}=1} x_{ij(m+1)k} \leq 6 \quad \forall i, m \neq 4 \quad (13)$$

Eş. 14 her personelin dinlenme süresinin ortalama dinlenme süresine mümkün olduğunca yakın olmasını sağlayacak şekilde sapma değişkenlerinin değerlerini belirler. Diğer taraftan Eş. 15 ve Eş. 16 ise maks değişkeninin dinlenme sapma değişkenlerinin en büyüğüne eşit olmasını sağlar.

$$\sum_{jmk} s_k x_{ijmk} - ort \sum_{jmk} x_{ijmk} + t_i^+ - t_i^- = 0 \quad \forall i \quad (14)$$

$$maks \geq t_i^+ \quad \forall i \quad (15)$$

$$maks \geq t_i^- \quad \forall i \quad (16)$$

Bir personelin çalışmadığı bir günün ardından bir gün çalışıp sonra yine ara vermesini engelleyecek kısıtlar Eş. 17, Eş. 18 ve Eş. 19 ile ifade edilmektedir.

$$\sum_k x_{i(j+2)mk} \geq \sum_k x_{i(j+1)mk} - \sum_k x_{ijmk} \quad \forall i, j \leq 5, m \quad (17)$$

$$\sum_k x_{i1(m+1)k} \geq \sum_k x_{i7mk} - \sum_k x_{i6mk} \quad \forall i, m \neq 4 \quad (18)$$

$$\sum_k x_{i2(m+1)k} \geq \sum_k x_{i1(m+1)k} - \sum_k x_{i7mk} \quad \forall i, m \neq 4 \quad (19)$$

Bir personelin ara vermeksizin akşam görevinden sabah görevine geçişine performansı etkilemesi sebebiyle izin verilmemektedir. İlgili kısıt Eş. 20 ve Eş. 21 ile sağlanmaktadır.

$$\sum_{k:guge_k=1} x_{ijmk} + \sum_{k:guge_k=0} x_{i(j+1)mk} \leq 1 \quad \forall i, j \neq 7, m \quad (20)$$

$$\sum_{k:guge_k=1} x_{i7mk} + \sum_{k:guge_k=0} x_{i1(m+1)k} \leq 1 \quad \forall i, m \neq 4 \quad (21)$$

Eş. 22 ve Eş. 23'de verilen kısıtlar ise modelde kullanılan değişkenlerin tiplerini göstermektedir.

$$x_{ijmk}, r_i \in \{0, 1\} \quad (22)$$

$$d_{im}^+, d_{im}^-, t_i^+, t_i^-, maks \geq 0 \quad (23)$$

## 5. GÖREV ÇİZELGELEME PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ (SOLUTION OF THE CREW ROSTERING PROBLEM)

Kayseri Ulaşım A.Ş. mevcut durumda haftalık olarak T1 hattında 60 personel ile 112 görevi, T2 hattında ise 35 personel ile 42 görevi gerçekleştirmek durumundadır. Bu bağlamda önerilen matematiksel modelde T1 hattı için personel sayısı 60, gün sayısı 7, hafta sayısı 4 ve görev sayısı 112, T2 hattı için ise personel sayısı 35, gün sayısı 7, hafta sayısı 4 ve görev sayısı 42 olarak belirlenerek bir aylık görev çizelgeleri oluşturulmuştur. Her bir görevin dinlenmeler dâhil toplam süresi, dinlenme süresi, görev vardiyaları, işletim günleri (hafta içi, cumartesi, pazar görevi) Kayseri Ulaşım A.Ş.'den edinilmiştir. Ayrıca önerilen matematiksel modelin amaç fonksiyonunda yer alan ölçütlerin ağırlıklarını belirlemek için Kayseri Ulaşım A.Ş. 'de görevli uzman kişilerce Tablo 2'de verilen karşılaştırma matrisi oluşturulmuştur.

**Tablo 2.** Karşılaştırma matrisi (Comparison matrix)

	f1	f2	f3
f1	1	3	4
f2	1/3	1	2
f3	1/4	1/2	1

Karar matrisi normalize edildikten sonra ağırlık vektörü Tablo 3'de gösterildiği şekilde hesaplanmış ve modelin amaç fonksiyonu ölçütlerinin ağırlık değerleri olarak kullanılmıştır.

**Tablo 3.** Ağırlık vektörü (Weight vector)

	w1	w2	w3
Ağırlık	0,62	0,24	0,14
	62/35	24/2100	14/18,48

Matematiksel modelin her bir hat için CPLEX 12.6.1 optimizasyon paket programı ile çalıştırılması sonucu elde edilen çalışma süresi, optimum çözümden farkı ve amaç fonksiyon değerleri Tablo 4'de verilmiştir.

**Tablo 4.** T1 ve T2 hattı için çözüm bilgileri  
(Solution for T1 and T2 lines)

	T1 hattı sonuçlar	T2 hattı sonuçlar
Amaç fonksiyonu	54,49	39,28
Optimum çözümden farkı (gap)	%2,17	%0,6
Çalışma süresi (min)	496	20

T1 ve T2 hattı için önerilen matematiksel modelin çözümü ile oluşturulan çizelgeler Tablo 5 ve Tablo 6'da yer almaktadır. Ortaya çıkan çizelgede her bir makinist için gündüz ve akşam görevleri ile vardiya tatilleri belirlenmiştir. Matematiksel modelin çözümü ile elde edilen sonuçlar, içinde bulunulan ay için Kayseri Ulaşım A.Ş.'de uygulanan çizelge ile karşılaştırılmıştır (Tablo 7). Her iki hat için de amaç fonksiyonu değerleri önerilen model ile daha düşük bulunmuştur. T1 hattı için mevcut durumda 51 makinist görev almışken, modelin oluşturduğu çizelgede 46 makinist çalışmıştır. Benzer durum T2 hattı için de geçerli olup, 21 makinistin görev aldığı bu hat için model ile üretilen çizelgeye göre 18 makinist çalışmıştır. Kayseri Ulaşım A.Ş. tarafından haftalık çalışma süresinin 45 saat olduğu, ancak bu çalışma süresinin bir üst sınır dahilinde (15 saat) gerektiği takdirde aşılabileceği bildirilmiştir.

Bu bilgiye dayanarak, çalışma süresini aşım sapmalarının toplamı her iki hat için de mevcut durumdan daha yüksektir. Bunun sebebi, AHP yöntemi ile karar vericilerin değerlendirmeleri sonucunda makinist sayısına ilişkin ölçütün ağırlığı, haftalık çalışma süresi aşımı ölçütü için belirlenen ağırlığa göre daha yüksek olmasıdır. Model daha az makinist ile haftalık çalışma sürelerinin verilen üst sınır dahilinde aşılmasına izin vermiştir.



**Tablo 5.** T1 hattı aylık (Hafta 1 ve 2) görev çizelgesi (Monthly crew roster for T1 line)

Hafta 1	Hafta 2													
Makinist	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
M1	102	161	166	169	152		311	119	109	107		114	253	361
M2	166	157	152	152	159		303	107	103	118	160		219	314
M3	108	101	156	161		204	307		155	153	159	159		301
M4	160		116	113	117	252	359		113	113	113	160	269	
M5		102	169	167	164	259		102	114	119	111	155	263	
M6		164	163	165	158		302	153	152		102	115	218	310
M7		111	162	155		207	305	105	104	103	169		256	367
M8	110	118	112		105	256	360	155	157	158		109	210	366
M9	167	163		114	169	258		109	110	106	105	158	266	
M10	119	156	160		115	211		104	115	152	151	152		368
M11	114	109	153		113	217	357	161	168	166		108	255	
M12	118	115	108	102	163	265		117	116	154	165	166	265	
M13	103	114	102	159	166	253		106	107	159	166	161		316
M14		108	164	154		201	356	152	154		114	119	206	358
M15	157	167		116	103	202	310	115		168	158	153	254	
M16	106	159	151	156		219	317	113	164	155		103	204	315
M17	109	105	165		153	261	367		112	114	162	163		318
M18	151		157	162	167		314	110	111	102	106		262	363
M19	163	151		110	106	216	309	101	156		117	113	216	309
M20		107	106	101	155	251	368		117	115	118	169	267	356
M21	112	169	168	151	151	269		114	102	104	103	105		351
M22	107	110	107	105	111		352	164	160	169	157	168		306
M23	164	158		108	110	209	355		106	111	110	167	257	365
M24	153	168		118	109	205	366	166		116	115	118	258	354
M25	154		110	107	107	214	301	159		110	163	157	268	352
M26		103	113	112	168	268	365		108	112	161	164	261	
M27		112	115		112	203	312	169	169	157		110	264	353
M28	104	116		166	156	257		108	163	163		104	201	317
M29	113	160	158	157		212	316		105	101	104	156	260	362
M30	169	154		115	104	255	364	151	167		112	101	208	307
M31	111	117	105		165	260	358	160	166	162		111	214	312
M32	159	165	154	160		208	313	112	118	161	152		209	308
M33	105	152		103	114	254	353	156	161		101	117	259	
M34	165		104	104	108	266	362	165		167	155		203	313
M35	168	166	159	164	154		318	162		105	119	112	205	
M36	115		117	119	118	262	363	163		165	167	162		305
M37		104	109	109	162	267	354		119	109	116	154	251	359
M38	116	119	119	163	218		351	157	153		156	165		303
M39	158		111	153	161		315	167	162	156		102	215	311
M40	156	153	155		102	215		103	101	117	168	151	252	
M41	152	155	167	158		213	308	116	165		108	116	207	357
M42	161	162	161		119	206	304	158		108	107	106	211	364
M43	101	113	118	111	116		306	111	159	151	153		217	302
M44	162		114	117	101	210	361	154		164	154		212	360
M45	117	106	103	106	160	264		168	151	160	164		213	304
M46	155		101	168	157	263		118	158		109	107	202	355

**Tablo 5.** T1 hattı aylık (Hafta 3 ve 4) görev çizelgesi (Monthlycrewrosterfor T1line)

Hafta 3					Hafta 4								
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
156	158	169		113	210	360	168	155		119	113	218	317
169	159	152		105	251	354	166		106	101	115	206	315
107	119	111	117		266	364	167	164		114	162	260	
112	164	160	168		206	367	164		107	105	101		359
103	114	112	169	166	258		106	103	108	163	163	253	
110	105		161	168	268	353		118	111	102	107	269	358
153	168		116	104	255		103	169	160	156		219	311
159		115	103	157		306	163	151	163	165		212	310
104	113	151	155	151		308	116	109	161	168	155		316
151	161		106	110	209	302	111		153	161	158	254	
117	101	106	162		205	316	160	158		115	166	252	355
109	102	116	105	101	260		165	152	155	152	151		312
111	152	166	163		208	318	114	112	151	154		211	351
164		104	115	156	257		115	105	117	166	165	263	
106	103	110	102	163	267		118	106	156	167	156	256	
105	167	168		109	253	359	159	153		117	111	208	305
158	163		109	103	214	351		162	168		103	213	309
	110	157	152	161		309	112	110	110		159	266	
115		165	153	167	259		101	107	113	151		203	353
	107	107	165	160	256		113	161	166	162		209	303
162	162		113	165	269	363		117	103	107	112	202	365
101	109	119	111	117		304	152	154	152	160	154		356
	160	167		112	215	362	154	157	158		117	216	301
161		101	167	164		305	104	104	164	169	164		306
	104	117	112	106	216	352		166	165	153	168	261	
116	157	164	159		212	315	108		112	104	167	268	360
	118	102	107	111	203	366		160	154	164		258	367
167	154	153		115	217	303	117	115		113	119	257	352
	115	114	104	169	252	358		119	105	109	157	251	361
163		103	119	119	254	355	155		114	111	153		362
	108	156	166	154		317	151	165	157		108	210	308
113	156	163		107	207	311	169	168	169		104	204	304
118	111	155	160		219	365	162	159	167		110	205	
152	165	161		108	211	314	109	101		116	102	255	364
119	153	158	154	152	261		107	108	118	158		215	302
114	117	162	156		201	307	102		115	157	161	267	368
	116	159	164	162		310	161		119	103	109	259	363
108	112	108	158		213	357	158	167	159		105	207	
157	169	154		102	204	301	119	116	104		114	217	307
102	106	109	151	153	262		105	111	102	118	169	264	
168	155		110	158	264		110	114	101	110	118		314
155		113	118	155	265	356		113	162	159		214	318
165		105	114	116	263	361	157		116	106	160		354
166	166		108	114	218	312		102	109	155	152	262	366
160	151		101	118	202	313	153	163		112	106	265	357
154		118	157	159		368	156	156		108	116	201	312
İzinli			Gündüz Görevi				Vardiya Tatili				Akşam Görevi		
Gündüz Görevi					Akşam Görevi								
101-119: Hafta içi sabah görevleri					151-169: Hafta içi akşam görevleri								
201-219: Cumartesi sabah görevleri					251-269: Cumartesi akşam görevleri								
301-318: Pazar sabah görevleri					351-368: Pazar akşam görevleri								

**Tablo 6.** T2 hattı aylık görev çizelgesi (Monthly crew roster for T2line)

Hafta 1		Hafta 2													
Makinist	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
M1	408	404	455	456	402	506	603	455	456	453	456	505	603		
M2		408	408	404	402	553	655		402	401	401	458	557	654	
M3	402	405	405	401	403	554		405	454	451	458	456	551		
M4	454		404	407	407	504	601	454		406	457	451	556	653	
M5	407	401	401	454	451		656	458	453	455		402	504	604	
M6		407	407	402	455		654	452	452	457	454		507	601	
M7	457	455	451	457	453	557		404	401	408	407	401	502		
M8	453	453		408	404	507	651	456	451		406	406	503	651	
M9	458	451	454		408	502	604	408	403	452		407	555	652	
M10	401	406	406	405	406	503		457	455	458	455	453	553		
M11	405	402	402	403	458	555		402	407	456	451	457		606	
M12	456	452	452		405	551		401	408	407	402	455	554		
M13	451	458	453	458	454		606	406	404	404	403	405		656	
M14	404	454	457	452		501	605	451		405	405	404	552	655	
M15	455		403	406	401	505	653		457	454	452	452		602	
M16	452	456	456	455	457	552		403	406	402	408	403	501		
M17	406	457	458	451	456		602	407	405	403	453	454		605	
M18	403	403		453	452	556	652	453	458		404	408	506		
Hafta 3		Hafta 4													
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
	458		403	403	403	506	651	457		407	407	451	552	653	
		402	404	402	405	554	653		457	452		406	555	655	
	402	403	408	404	456		604	458	451	457	454	458		606	
	456		406	407	407	507	605		458	458	451	454	554		
	408	401	454		401	553	655	452	452	453		401	504	602	
	406	405	402	452		505	656	456	456	454	455		501	605	
	451	458	456	453	455	551		403	401	405	405	408	505		
	453	456		408	408	503	652	451		406	404	402	506	656	
	454	457		401	402	502	654	453	455		408	404	502	654	
	407	406	405	406	406	501		455	454	451	458	453	551		
	404	452	458		404	555		407	408	455	453	455		601	
	401	407	457	451	457	557		406	402	401	402	457	556		
	452	453	455	457	451		603	402	403	408	401	403		651	
		408	407	405	453	552		408	405	403	456	452	557		
	403	404	401	456	454		602	454	453	456	457		503	604	
	455	455	452	454	452	556		405	406	402	403	405	507		
	457	454	451	455		504	606	401	407		406	407	553	652	
	405	451	453	458	458		601	404	404	404	452	456		603	
İzinli				Gündüz Görevi				Vardiya Tatili					Akşam Görevi		
Gündüz Görevi							Akşam Görevi								
401-408: Hafta içi sabah görevleri							451-458: Hafta içi akşam görevleri								
501-507: Cumartesi sabah görevleri							551-557: Cumartesi akşam görevleri								
601-606: Pazar sabah görevleri							651-656: Pazar akşam görevleri								

Önerilen model ile elde edilen çözümde çalışma sürelerinin aşım sapmalarının toplamı mevcut durumdan daha yüksek olmakla birlikte, çalışma süresini aşım sapmalarının maksimumları model ve mevcut durum için birbirine çok yakın değerlere sahiptir. Bu da çalışma sürelerinin aşılması durumunun makinistler arasında dengeli bir biçimde oluşturulduğunu göstermektedir. Her iki hat için dinlenme

sapmalarının maksimumu değerlendirildiğinde model ile mevcut durum arasında anlamlı bir fark olduğu, model ile elde edilen çözümde makinistlerin görev çizelgeleri arasındaki dinlenme sürelerinin farklarının daha düşük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla dinlenmelerinin daha dengeli olduğu sonucuna varılabilir. Mevcut durum ile elde edilen çözümün karşılaştırılması aşamasında amaç

**Tablo 7.** Model çözümü ve mevcut durum karşılaştırması (Solution of the model and comparison with current system)

	T1 hattı sonuçlar		T2 hattı sonuçlar	
	Matematiksel model	Mevcut durum	Matematiksel model	Mevcut durum
Amaç fonksiyonu	54,49	59,35	39,28	41,62
Çalışan sayısı	46	51	18	21
Çalışma süresini aşım sapmalarının toplamı	894,77	527,12	478,08	204,02
Çalışma süresini aşım sapmalarının maksimumu	10,47	11,22	11,53	10,55
Dinlenme sapmalarının maksimumu	0,95	3,01	1,23	2,75
Akşam gündüz dengesi ortalama	1,26	2,52	0,56	2,85
Akşam gündüz dengesi standart sapma	1,31	1,66	0,62	2,68

fonksiyonunda yer alan performans göstergelerinin değerlendirmelerinin yanı sıra makinistlere akşam-gündüz görevlerinin dengeli dağıtılmasını ölçebilmek adına akşam ve gündüz görev süreleri arasındaki farklar hesaplanmıştır. Tablo7’de bu farkların ortalaması ve standart sapması da sunulmuştur. Bu sonuçlardan görüldüğü üzere, makinistlerin akşam-gündüz görev sürelerinin farklarının ortalaması, model ile mevcut durum arasında anlamlı düzeyde model lehine farklıdır. Ayrıca standart sapmanın mevcut durumda daha yüksek olması da, model ile üretilen çözümde akşam-gündüz görev süreleri arasındaki fark ortalamaları ile makinistler arasında daha dengeli akşam-gündüz atamalarının gerçekleştirildiğini ifade etmektedir. Bütün bu yapılan değerlendirmeler sonucunda, optimizasyon tekniklerinin şehir içi ulaşım planlama problemleri arasında yer alan görev çizelgeleme probleminin çözümünde halihazırda planlama personeli tarafından manuel olarak oluşturulan çizelgelere göre daha iyi sonuçlara ulaşılmasını sağladığını belirtmek doğru olur.

## 6. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada şehir içi ulaşımında raylı sistemlerin yaygınlaşması ile gün geçtikçe artan kullanımı ve buna bağlı ortaya çıkan planlama problemlerinden görev çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Kayseri Ulaşım A.Ş.’nin raylı sistem planlama sürecinde yer alan görev çizelgeleme problemi için tüm operasyonel ve yasal kısıtlar dikkate alınarak önerilen çok amaçlı, 0-1 karma tamsayı matematiksel model ile iki farklı hat için çözüm elde edilmiştir. Bu çözümler ile mevcut durum karşılaştırması yapılarak, önerilen model ile elde edilen çözüm değerlendirilmiştir.

Mevcut durum ve önerilen model çözümleri, amaç fonksiyonunda yer alan tüm performans göstergeleri ve makinistlerin akşam-gündüz görev süreleri arasındaki denge farklılıklarının ortalaması ve standart sapması açısından karşılaştırılmış ve önerilen modelin çok daha az sayıda makinist görevlendirmesi ile dinlenme ve çalışma süreleri, akşam-gündüz görev süreleri açısından daha dengeli çözümler üretilmesini sağladığı görülmüştür. Bu alanda gerçekleştirilecek ileriki çalışmalarda, bu tür büyük

modellerde en iyi çözümün daha kısa sürede elde edilmesini sağlayan optimizasyon yöntemleri (sütun üretme ve ayrıştırma yöntemleri) ve iyi çözümlere çok daha kısa sürede ulaşmayı sağlayan metasezgisel yöntemler üzerinde durulması amaçlanmaktadır.

## TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Kayseri Ulaşım A.Ş.’ye bu çalışmada kullanılan verilere ulaşmada sağlamış oldukları destekten dolayı teşekkür ederiz.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Flier H.F.R, Optimization of railway operations, Doktora Tezi, ETH Zurich, Diss. ETH No. 20115, 2011.
2. Caprara A., Kroon L., Monaci M., Peeters M., Toth P., Passenger Railway Optimization, Handbooks in Operations Management, Cilt 14, Editör: Barnhart C. ve Laporte G., 129-187, 2007.
3. Ceder A., Public Transit Planning and Operation: Modeling, Practice and Behavior, CRC Press, Second Edition, 2015.
4. Xie L., Decision Support for Crew Rostering in Public Transit: Web-Based Optimization System for Cyclic and Non-Cyclic Rostering, Springer Gabler, 2014.
5. Valdes, V.A.V., Integrating crew scheduling and rostering problems, Doktora tezi, Bologna University, 2010.
6. Caprara A., Toth P., Vigo D., Fischetti M., Modeling and Solving The Crew Rostering Problem, Oper. Res., 46 (6), 820-830, 1998.
7. Ernst A.T., Jiang H., Krishnamoorthy M., Nott H., Sier D., An Integrated Optimization Model for Train Crew Management, Annals of Operations Research, 108, 211-224, 2001.
8. Ernst A.T., Jiang H., Krishnamoorthy M., Sier D., Staff Scheduling and Rostering: A Review of Applications, Methods and Models, Eur. J. Oper. Res., 153, 3-27, 2004.
9. Hartog A., Huisman D., Abbink J.W.E., Kroon L.G., Decision Support for Crew Rostering at NS, Public Transport, 1 (2), 121-133, 2009.

10. Tian Z. ve Niu H., Modeling and Algorithms of the Crew Rostering Problem with Given Cycle on High-Speed Railway Lines, *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, 1-15, 2012.
11. Kumar P., Bierlaire M., Galloway O., Generalized Algorithms for Crew Planning: Survey and Future Directions for Railways, 10th Swiss Transport Research Conference, Ascona, Switzerland, 1-3, September, 2010.
12. Şahin G. ve Yüceoğlu B., Tactical Crew Planning in Railways, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47 (6), 1221-1243, 2011.
13. Suyabatmaz A.Ç. ve Şahin G., Railway Crew Capacity Planning Problem with Connectivity of Schedules, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 84, 88-100, 2015.
14. Koyun A., Kaymakçı Ö.T., Reliability Analysis of a Tram Line, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30 (4), 615-626, 2015.
15. Yaman H.T., Dalkıç G., Evaluation of the Pricing Preferences and Value of Time for High Speed Rail Users in Turkey, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.416487>, 2018.
16. Kohl N. ve Karisch S.E., Airline Crew Rostering: Problem Types, Modeling, and Optimization, *Annals of Operations Research*, 127, 223-257, 2004.
17. Borndörfer R., Reuther M., Schlechte T., Schulz C., Swarat E., Weider S., Duty Rostering in Public Transport – Facing Preferences, Fairness, and Fatigue, ZIB (ZuseInstitute Berlin)-Report, 15-44, 2015.
18. Saaty T.L., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw Hill, New York, 1980.

