

Research Article/Araştırma Makalesi

Examining the Knowledge Construction Process of 7th Grade Secondary School Students Concerning the Greatest Common Divisor and the Lowest Common Multiple RBC+C Model*

Özlem ÇUBUKLUÖZ¹, Tuba ADIGÜZEL², Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR³,
Recai AKKAYA⁴

¹Bartın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, ozlemcubukluoz@gmail.com, Turkey

²Bartın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tubaadiguzel@windowslive.com, Turkey

³Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, gokkurtburcin@gmail.com, Turkey

⁴Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, recaiakkaya@gmail.com, Turkey

*Corresponding Author: gokkurtburcin@gmail.com

Article Info

Received: 14 September, 2018

Accepted: 16 October, 2018

Online: 3 December, 2018

Keywords: Greatest common divisor, lowest common multiple, RBC+C abstraction model, abstraction, constructivist approach.

Abstract

The aim of this study is to examine the greatest common divisor (gcd), lowest common multiple (lcm) knowledge construction process of 7th grade students in a designed learning environment with the RBC+C abstraction model. The study group consisted of six 7th grade students receiving education at a public secondary school. The knowledge construction process was explored with teaching experiment method, which is among qualitative research methods based on an interpretative approach. The process of students to attain the knowledge of the concepts of gcd and lcm was evaluated according to cognitive action steps of *recognizing, building with, construction and consolidation*. As a data collection tool, research problems were prepared by the researchers within the scope of each action step. As a result of the study, it was observed that the students were able to structure the concepts of gcd and lcm at the end of the activity.



CrossMark



To cite this article: Çubukluöz, Ö., Adıgüzel, T., Gökurt-Özdemir, B. & Akkaya, R.. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin rbc+c modeli ile incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 6(12), 285-319. DOI: 10.18009/jcer.459903

Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin En Büyük Ortak Bölen ve En Küçük Ortak Kat Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeli ile İncelenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: 14 Eylül 2018

Kabul: 16 Ekim 2018

Yayın: 3 Aralık 2018

Anahtar kelimeler: Ebob-ekok, RBC+C modeli, soyutlama, yapılandırmacı yaklaşım

Öz

Bu çalışmanın amacı, 7.sınıf öğrencilerinin tasarlanmış bir öğrenme ortamında en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat (ebob-ekok) bilgisini oluşturma süreçlerinin RBC+C soyutlama modeli ile incelenmesidir. Çalışma grubu, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören altı 7. Sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Bilgi oluşturma süreci, nitel araştırma yöntemlerinden, yorumlayıcı yaklaşımı temel alan öğretim deneyi yöntemi ile incelenmiştir. Öğrencilerin ebob-ekok bilgisine ulaşma süreçleri *tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme* bilişsel eylem adımlarına göre değerlendirilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından her bir eylem adımı kapsamında araştırma problemleri hazırlanmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin ebob-ekok kavramlarını etkinlik sonunda yapılandırdıkları gözlemlenmiştir.

* Bu çalışma, 2017 yılında Balıkesir’de düzenlenen 1. Uluslararası Eğitim Bilimleri ve Sosyal Bilimler” sempozyumunda sunulan sözlü bildirinin genişletilmiş halidir.

Summary

Examining the Knowledge Construction Process of 7th Grade Secondary School Students Concerning the Greatest Common Divisor and the Lowest Common Multiple with the RBC+C Model

Introduction

Mathematics is a science of abstraction and majority of concepts in mathematics are obtained as a result of abstraction (Altun & Yılmaz, 2008). The fact that majority of concepts in the mathematics lesson are obtained as a result of abstraction highlights the knowledge construction process, which includes abstraction in mathematics teaching (Sezgin-Memnun & Altun, 2012). Accordingly, it is required to use methods in which the students learn by structuring the knowledge on their own, the teacher guides them in this process and directs their effort for learning instead of transferring knowledge to them in mathematics education (Saritaş, 1999). It is possible to state that teaching methods based on memorization have a negative effect on the mathematical power of students. Thus, the building with of teaching methods based on a constructivist learning approach has been brought to forefront in mathematics education in recent years (Saraç, 2017; Toluk, 2002). Matters like abstraction and process of abstraction increasing the quality of mathematical learning regarding how students construct knowledge and what kind of cognitive actions they realize in the knowledge construction process have become important research subjects of the learning field (Sezgin-Memnun & Altun, 2012). The aim of this study is to examine the gcd-lcm knowledge construction process of 7th grade students in a designed learning environment with the RBC+C abstraction model. It is believed that the results acquired from the study will have a positive effect on the students' field information about the relationship between the prime factors and divisors of a number and the concepts of gcd and lcm.

Methodology

In the study, the knowledge construction process was explored with teaching experiment method, which is among qualitative research techniques based on an interpretative approach. Analyzing the clinical interviews which form the basis for teaching experiment in detail will enable the researchers to reveal the thinking process of students and have an idea about their intellectual structure. With this method, it is possible to examine what affects the cognitive, affective and conceptual development of students and how it is shaped in detail and include the researcher in the mental process of students. In this context, it was preferred to use the method in the study because the study explored the processes concerning how the students structured the concepts of gcd-lcm in detail. The basic data source of the study was interview technique and besides that, an observation method was used. The study group consisted of six 7th grade students receiving education at a public secondary school. Three groups were formed according to the students' success levels. The process of students to attain the knowledge of the concepts of gcd and lcm was examined according to cognitive action steps of *recognizing, building with, construction and consolidation*. As a data collection tool, study problems were prepared by the researchers within the scope of each action step.

Findings

As a result of the study, it was observed that the students had a difficulty in interpreting the concepts at first, but then they were able to structure the concepts of gcd and lcm at the end of the activity. Firstly the students used the trial-and-error in figure one in building with activities that were prepared for both of the concepts of gcd and lcm and then the divisors and multiples of numbers, which shows that the action of recognition was accomplished in the students. In the second activities, the students formed the required squares without using the trial-and-error and the students' knowledge were combined with the knowledge used in the first activity, which shows that the action of *building with* was accomplished. In the process of construction, on the other hand, it was observed that the students were able to interpret the relationship between prime factors and division and the concepts of gcd-lcm and also structure these concepts. In addition, the students solved relevant problems using the knowledge they had attained, which shows that the knowledge was consolidated. In addition to these, the students accomplished the knowledge

construction process as a group and gave feedback to each other, which maintained continuity of the process, decreased the difference of success level among the students and enabled the students to acquire equivalent learning.

Conclusion and Discussion

Profound examination of the knowledge construction process of the students during the activities enabled the students to structure the knowlege and clarified which process or action challenged them the most while constructing the gcd-lcm knowledge. In addition, it is believed that determining what challenges the students will enable us to focus on these difficulties and solve the problems. Thus, it can be suggested to select students or student groups from different grades and success levels and examine the knowledge construction process of mathematical concepts challenging the students with teaching experiment method for future studies. This condition may give researchers and mathematics trainers an opportunity of acquiring knowledge and experience in this subject and contribute to learning mathematics subjects in a more meaningful way.

Giriş

Kavram, bireylerin dünyayı sistematik olarak algılamasını sağlayan ve öğrenmeyi kolaylaştıran bilişsel yapılardır. Kavramlar sayesinde birey, her öğrendiği bilgiyi zihninde daha önce oluşturduğu kavramlarla ilişki kurarak kolaylıkla algılar (Senemoğlu, 2005). Kavrama ilişkin yapılan farklı tanımlara göre ortak nokta, objeler arasındaki benzerlik ve ilişkilerden yola çıkılarak yapılan soyutlama ve sınıflandırmaların zihinde oluşturduğu kategorilerdir (Malatyali & Yılmaz, 2010). Matematik de bir soyutlama bilimi olup, matematikteki kavramların çoğu soyutlama sonucu elde edilmektedir (Altun & Yılmaz, 2008). Matematik dersindeki kavramların birçoğunun soyutlama sonucu elde edilmesi, matematik öğretiminde soyutlamayı içeren bilgi oluşturma sürecini önemli kılmaktadır (Sezgin-Memnun & Altun, 2012). Matematik eğitiminde soyutlama süreci, öğretmenin öğrencilere bilgiyi aktarmasını değil, öğrencilerin kendilerinin bilgiyi yapılandırarak öğrenmeleri ve öğretmenin bu süreçte onlara rehberlik etmesi, öğrencilerin öğrenme çabalarını yönlendirmesini esas alan yöntemlerin kullanılması gerekmektedir (Saritaş, 1999). Ezbere dayalı öğrenmeyi temel alan öğretim yöntemlerinin, öğrencilerin matematiksel düşünme gücünü olumsuz etkilediği söylenebilir. Dolayısıyla matematik eğitiminde son yıllarda yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına dayalı öğretim yöntemlerinin kullanılması ön plana çıkmıştır (Saraç, 2017; Toluk, 2002). Öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturduğu, bilgiyi oluşturma sürecinde ne tür bilişsel eylemleri gerçekleştirdikleri, matematiksel öğrenmenin niteliğini arttırabileceği soyutlama, soyutlama süreci gibi hususlar, öğrenme alanının önemli araştırma konuları haline gelmiştir (Sezgin-Memnun & Altun, 2012).

Türk Dil Kurumu [TDK] (2016) soyutlamayı, "Bir nesnenin özelliklerinden veya özellikleri arasındaki ilişkilerden herhangi birini tek başına ele alan zihinsel işlem, gerçeklikte ayrılamaz olanı düşüncede ayırma" olarak tanımlamıştır. Soyutlama ön bilgilerin yeni matematiksel yapı çerçevesinde dikey olarak yeniden organize edilme etkinliklerini kapsayan karmaşık bir kavramdır (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Soyutlama bazı araştırmacılara göre bilişsel bir süreç iken bazılarına göre sosyo-kültürel bir süreç olarak değerlendirilmektedir (Yeşildere & Türnüklü, 2008a). Soyutlama, en sade şekli ile somuttan soyuta geçiş süreci olarak da bilinir. Soyutlama başta bilgi kuramcılarının ilgilendiği bir kavram iken, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiştir ve eğitim kuramcıları tarafından da araştırılan, tartışılan bir kavram olmuştur (Özmantar, 2005). Somuttan soyuta geçiş süreci olarak düşünülebilecek

olan soyutlamayı anlamlandırmayı amaçlayan modeller incelendiğinde; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan ve diyalektik soyutlamayı ele alan RBC+C (Recognizing - Building with – Constructing - Consolidation) soyutlama modelinin oldukça yeni olmasına rağmen birçok araştırmacı tarafından benimsenen ve soyutlama sürecini açıklamada kullanılan bir model olduğu görülmüştür (Sezgin-Memnun & Altun, 2012).

RBC, sosyo-kültürel açıdan bilgiyi oluşturmadaki soyutlama sürecini değerlendiren bir modeldir. Bu model adını Tanıma (Recognizing), Kullanma (Building with), Oluşturma (Constructing) olmak üzere üç eylemden almaktadır. Bunlar, Tablo 1’de kısaca açıklanmıştır.

Tablo 1. RBC soyutlama modelinin süreçleri

Tanıma (Recognizing)	<i>Bireyin sahip olduğu formal veya informal önbilgilerle var olan yapıyı fark etmesi veya bu yapıyı anlamlandırmasıdır (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Önceden bilinen tanıdık bir matematiksel yapının karşı karşıya gelinen matematiksel durumdaki etkinlikte var olduğu, çalışılan durumla ilişkili olduğu fark edildiği zaman gerçekleşir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001).</i>
Kullanma (Building with)	<i>Öğrencilerin var olan durumu anlama, anlamlandırma, anlatma, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma durumlarında ve bir problem çözme sürecinde gerçekleşir (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007). Daha önceden oluşturulmuş ön bilgilerin işe koşularak amaca ulaşılmasıdır (Tsamir & Dreyfus, 2002).</i>
Oluşturma (Constructing)	<i>Soyutlamanın ana kademesidir, yeniden düzenleme ve yeniden yapılandırma süreçleri olarak söylenebilir, bireyin bilgiyi üretmek için var olan bilgiyle yeni bilgileri organize edip tamamlayan unsurlardan meydana gelir (Dreyfus, 2007; Hassan & Mitchelmore, 2006).</i>

Matematiksel bilginin oluşmasını sağlayan soyutlama süreçlerinin analiz edilmesi için öne sürülen bu modele 2007 yılında Dreyfus tarafından *pekiştirme* (consolidation) bilişsel eyleminin de eklenmesiyle RBC+C Soyutlama Modeli olarak son halini almıştır. Akkaya (2010) yaptığı çalışmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini; gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık yaklaşıma dayalı tasarlanmış ortamda incelemiş ve RBC modeli kapsamında etkinlikler oluşturmuştur ve bu etkinlikler aracılığı ile oluşan bilginin daha nitelikli olduğunu belirtmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, Yeşildere ve Türnüklü (2008a) de RBC modeli çerçevesinde yaptıkları çalışmada farklı seviyede matematik becerilerine sahip öğrencilerin

bilgiyi oluşturma süreçleri üzerinde yaptığı çalışmada matematiksel güç farklılıklarının süreçlerde de farklılıklar oluşturduğu sonucuna varmıştır. Altun ve Yılmaz (2008), lise öğrencilerinin; tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri kapsamında tam değer fonksiyon bilgisini oluşturma süreçlerini incelediği çalışmasında, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini anlamlandırmak amacı öne sürdükleri çevresel problemlerin olumlu yönde etki sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Bu eylemler, bilgiyi oluşturmadaki soyutlama sürecinin gözlemlenebilir verilerin elde edilmesine olanak sağladığından sürecin daha net ve anlaşılır olmasını sağlamaktadır (Kaplan & Açıl, 2015). Dolayısıyla birçok araştırmacı tarafından (Açan, 2015; Akkaya, 2010; Altaylı-Özgül & Kaplan, 2016; Çelebioğlu, 2014; Kaplan & Açıl, 2015; Kobak-Demir & Gür, 2016; Özmantar, 2004; Özmantar & Roper, 2004; Özmantar & Monaghan, 2007; Schwarz, Hershkowitz & Azmon, 2006; Sezgin-Memnun & Altun, 2012; Yeşildere & Türnüklü, 2008b, 2008c) RBC+C modeli kullanılmıştır. Bu konuda yapılan çalışmalar bu modelin uygun düzenlemeler ile farklı konulara uygulanabileceğini söylemektedir (Bills, vd., 2006).

Yukarıda bahsedilen çalışmalar incelendiğinde, ülkemizde, bu modelin matematik dersinin farklı konularında kullanıldığı, ancak bölme durumlarını temel alan En Büyük Ortak Bölen (EBOB) ve En Küçük Ortak Kat (EKOK) kavramlarını RBC+C modeli ile inceleyen bir çalışmaya rastlanamamıştır. Halbuki rasyonel sayıların temelini bölme durumlarının olduğu matematik eğitimcileri tarafından dile getirilmiştir (Freudenthal, 1983'ten akt. Toluk, 2002). Dolayısıyla rasyonel sayıların temeli olduğu kabul edilen bölme durumlarının öğrencilere kazandırılabilmesi amacıyla matematik eğitimcilerinin matematik dersinde kavramları öğretirken, öğrencilere ilişkileri kurabilecekleri öğretim etkinliklerini hazırlamaları gerekmektedir. Ayrıca bu kavramların matematikteki yerinin anlaşılması ve diğer kavramlar ile ilişkisinin fark edilmesi için uygun öğrenme ortamı sağlanmalıdır (Toluk, 2002). Bolte (1999), çalışmasında katılımcılardan; asal çarpan, bölen, bölünebilme gibi sayılar teorisi ile ilgili 20 terimi kavram haritaları kullanarak; ilişkilendirmelerini istemiş ancak sadece bir katılımcının ilişkileri içeren kavram haritasını oluşturabildiğini belirtmiştir. Brown, Thomas ve Toliaş (2002), sınıf öğretmeni adaylarının çarpımsal yapılar ile ilgili sahip oldukları algıların bölünebilme ile ilgili algılarını etkilediğini söylemişlerdir. Bu nedenle bölme işleminin çarpma işlemi ile ilişkilendirilerek öğretilmesinin pedagojik olarak daha nitelikli bir öğrenim sağlayacağı belirtilmiştir (Can-Şenay & Özdemir, 2014). Bir sayının asal çarpanlara ayrılmış hali kullanılarak veya asal sayıların çarpımı biçimde yazılıp çarpma

işleminin özellikleri işe koşularak yeni bileşik sayılar elde edilmesi yöntemi ile yapılan eğitimin daha etkili olacağı düşünülmektedir (Brown, Thomas & Toliaş, 2002).

Bu sonuçlar çerçevesinde araştırmada ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin ebob ve ekok kavramlarını RBC+C modeli çerçevesinde bilgiyi soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçların öğrencilerin bir sayının asal çarpanları ile bölenleri arasındaki ilişkiyi ve ebob, ekok kavramları bilgisini oluşturma sürecini olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada, bilgi oluşturma süreci nitel araştırma yöntemlerinden, yorumlayıcı yaklaşımı temel alan öğretim deneyi yöntemi ile incelenmiştir. Öğretim deneyi yöntemi, Piaget'in klinik mülakat tekniğinden etkilenmiştir. Öğretim deneyinde nitel veriler, klinik görüşme, alan notları, gözlem ve öğretim sürecine yönelik öğrenme ortamında çekilen video kayıtlarından elde edilmektedir (Knuth & Elliot, 1997). Ayrıca öğretim deneyinin temelinde yer alan klinik görüşmelerin ayrıntılı olarak analiz edilmesi, öğrencilerin düşünme süreçlerinin ortaya çıkarılmasında, zihinsel yapıları hakkında fikir edinme konusunda araştırmacılara olanak vermektedir (Czarnocha, 2008; Steffe & Thompson, 2000). Steffe ve Thompson (2000)'a göre, öğrencilerin matematiksel etkinlikler karşısında söyledikleri ve davranışları onların zihinlerindeki matematiksel bilgilerini şekillendirmektedir. Öğretim deneyi yöntemi ile öğrencilerin; nasıl düşündükleri, matematiksel bilgiyi ve stratejileri nasıl kullandıkları ve sahip oldukları model ve düzenekleri ortaya çıkarmak mümkün olmaktadır. Diğer bir ifadeyle öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve kavramsal gelişiminin nelerden etkilendiği ve nasıl şekillendirdiği bu yöntemle detaylı incelenebilir ve araştırmacı süreçte öğrencilerin zihinsel sürecine dâhil olabilirler (Engelhardt, Corpuz, Ozimek, & Rebello, 2004). Bu kapsamda, çalışmada öğrencilerin ebob-ekok kavramlarını nasıl yapılandırdıklarına ilişkin süreçleri detaylı incelendiğinden bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcıları olarak, Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinden 6 öğrenci seçilmiştir. Sonrasında bu öğrencilerin başarı düzeylerine göre 3 grup oluşturulmuştur. Öğrencilerin seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Katılımcıların gerçek isimleri yerine kod isimler verilerek

başarı düzeyleri ayrıntılı olarak Tablo 2’de sunulmuştur. Öğrencilerin başarı düzeyleri için birinci dönemdeki matematik dersi karne notları kullanılmıştır. Başarısı yüksek (100-85), başarısı orta (70-55) ve başarısı düşük (50-35) olarak kriter alınmıştır.

Tablo 2. Katılımcıların kodları ve başarı düzeyleri

Katılımcılar	Başarı Düzeyleri
Yaprak (Y) – Ada (A)	Düşük- Orta
Bilge (B) – Taha (T)	Yüksek – Orta
Salih (S) – Mustafa (M)	Yüksek – Düşük

Öğrencilerin başarı düzeylerinin farklı seçilmesinin sebebi olarak akran etkileşiminin sağlanmak istenmesi gösterilebilir. Süreçte akran etkileşiminin sağlanmak istenmesinin nedeni olarak akran etkileşiminin öğrencilerin birbirlerine dönüt ve düzeltme vermesine olanak sağlaması ve bilginin soyutlanması sürecinde meydana gelebilecek yanlış öğrenmeleri engellemek olarak gösterilebilir. Ayrıca bu durum öğrenciler arasındaki bilgi geçişlerinin daha belirgin olarak görülmesini sağlamıştır. Bu kapsamda araştırmada, öğrencilerle bireysel görüşmeler yapmak yerine grup çalışması şeklinde akran öğrenimi de gerçekleştirilmiştir. Uygulama için öğrencilere bilgi oluşturma sürecinde düşünme fırsatı tanınması için yeterli zaman verilmiştir. Öğrencilere yapılan çalışmayla ilgili olarak başarı notunun önemli olmadığı açıklanarak başarısı düşük olan öğrencilerde oluşabilecek kaygı önlenmek istenmiştir.

Verilerin Toplanması ve Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında 2016-2017 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde yapılan görüşmelerin öncesinde, gerekli izinler alınmış ve araştırmaya katılan öğrencilere araştırmanın amacı ve nedenleri, kapsamı ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Veriler, klinik mülakat yöntemi ile toplanmıştır. Bu tekniğin tercih edilmesinin sebebi olarak, karmaşık bir süreç olan bilgiyi soyutlama süreci ve öğrencilerin süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı gözlemlemeye imkân sağlaması gösterilebilir. Görüşmeden elde edilen veriler, nitel olarak analiz edilmiştir. Etkinlikler ailelerin izni alınarak özel bir çalışma ortamında okul dışı her grup için ayrı olmak üzere üç farklı zaman diliminde yapılmıştır. Ayrıca bu süreç öğrencilerin izni ile video kayıt cihazı ile kaydedilmiş, böylece çalışma sürecinin verimliliği ve elde edilen verilerin analizinin güvenilirliği ve geçerliği sağlanmıştır. Görüşmeler de yaklaşık 1 saat 55 dakikalık video kaydı yapılan grup çalışmaları ve öğrencilerin soyutlama sürecinde etkileşimleri de gözlemlenmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından RBC+C modelinde bilişsel eylemlerin her birine yönelik etkinlikler

oluşturulmuştur. Etkinliklerde yer alan problemlerin nasıl hazırlandığı detaylı olarak aşağıda açıklanmış ve bu problemler Ek 1 'de verilmiştir.

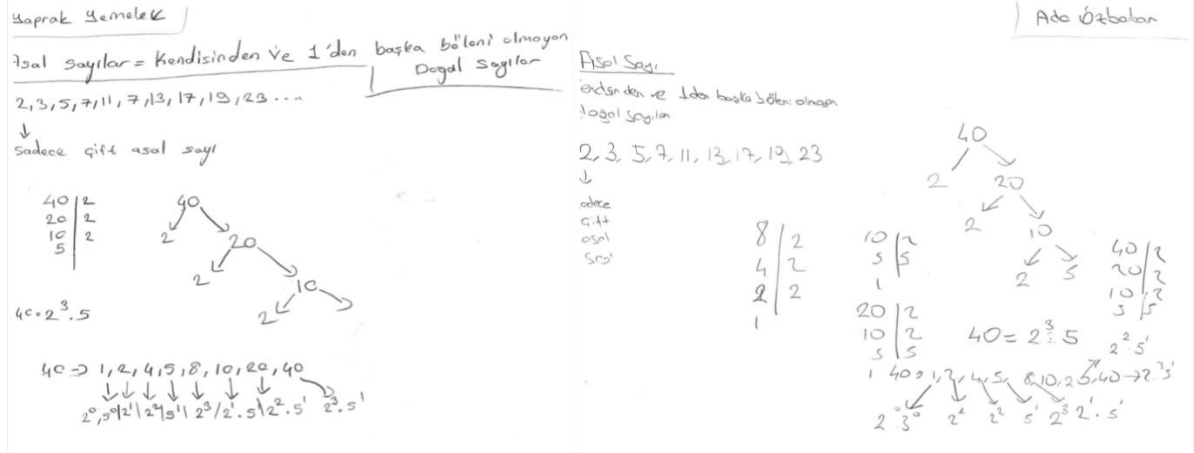
Uygulama Problemleri

Veri toplama aracındaki uygulama problemleri, grup çalışmasına ve tartışmaya uygun, bireylerin düşünme süreçlerini ortaya çıkarabilecek şekilde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin gözlemlenmesine olanak sağlayacak şekilde araştırmacılar tarafından tasarlanmıştır. Araştırmacılar tarafından RBC+C modelinde bilişsel eylemlerin her birine uygun olarak oluşturulan bu etkinlikler, çalışmanın geçerliği için alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda etkinliklerdeki problemlerin çalışmanın amacına uygun olduğuna karar verilmiştir. Sadece iki problem ifadesi, anlaşılır olmadığı gerekçesiyle yeniden düzenlenmiştir. Örneğin “Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri yatay ya da dikey yan yana koyularak oluşturulabilecek en küçük karenin bir kenarını çizerek bulunuz.” ifadesi “Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri yatay ya da dikey yan yana koyarak oluşturabileceğiniz en küçük kareyi çiziniz ve çizdiğiniz karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz” şeklinde yeniden düzenlenmiştir. Çalışmanın güvenilirliği için bir öğrenci ile pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda, etkinliklerin anlaşılır ve uygulanabilir olduğu tespit edilmiştir. Uygulama sürecinde 3 grup da tüm problemleri yanıtlayarak bulunarak, bireyselden grup olarak bilgiye ulaşma yoluna gitmişlerdir. Öğrenciler, uygulama sürecinde görüşlerini çekinmeden açıkça söylemeleri yönünde araştırmacı tarafından cesaretlendirilmiştir. Uygulamayı araştırmacılarından biri yürüterek bilgiyi oluşturma sürecinde, öğrencilerin zorlandıkları yerde rehber görevi üstlenerek oluşturma sürecinin devamlılığı sağlanmıştır. Verilerin analizinde öncelikle araştırmacılar tarafından video kamera kayıtlarının ses dökümleri bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Sonrasında ses dökümleri detaylı incelenerek RBC+C modelinin *tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* bilişsel eylemlerine uygun olarak betimsel analiz edilmiştir.

Bulgular ve Yorum

Bu bölümde öğrenci gruplarının etkinlikler ile ebob ve ekok kavramları bilgisine ulaşma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme, eylem adımlarına göre incelenmiştir. Sayıların asal çarpanları ile ebobları ve ekokları arasındaki ilişkiyi inceleyerek elde edilen bu sürece ilişkin bulgular ve değerlendirmeler yer almaktadır. Diğer bir ifadeyle, çalışmaya katılan öğrenciler ile yapılan görüşmede bilgiyi soyutlama süreçleri tanıma,

kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri göz önünde bulundurularak değerlendirilmiştir. Bulgularda öğrencilerin kod isimlerinin baş harfleri kullanılmış, araştırmacı için Ö kodu kullanılmıştır. Tanıma eyleminin işe koşulabilmesi için öğrencilerin ön bilgilerinin yeterliliğini incelemek amaçlı her bir katılımcı ile yaklaşık 30 dakikalık bir çalışma yapılmıştır.

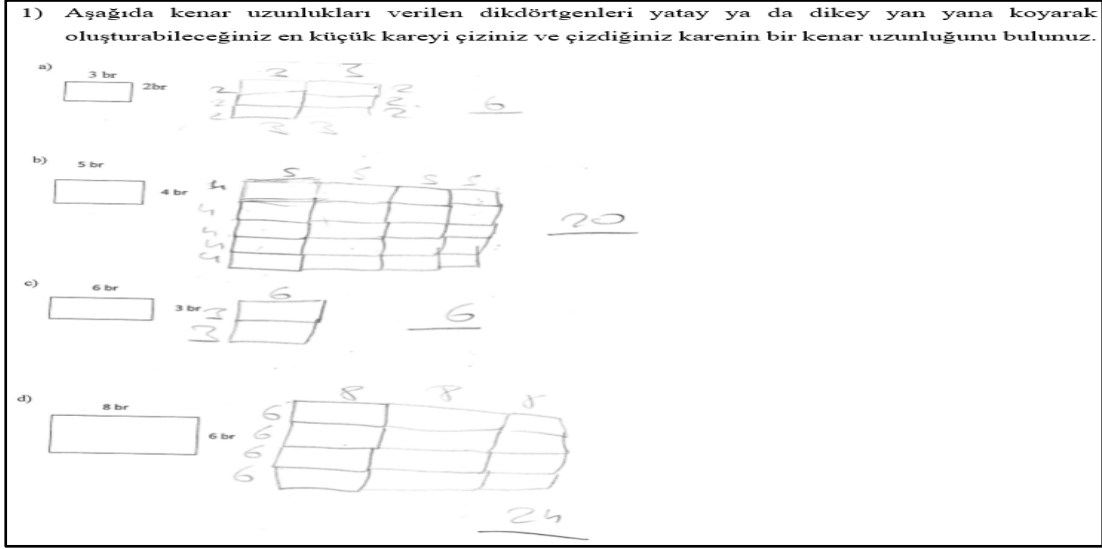


Şekil 1. Y'nin ve A'nın asal sayı tanımları ve asal çarpanlara ayırma yöntemleri

Öğrencilerin sürecin oluşması için gereken asal sayı kavramını bildikleri, bir sayıyı asal sayıların çarpanı olarak yazabildikleri ve bir sayının çarpanlarını (bölenlerini) ve katlarını belirleyebildikleri gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin Geometrik Şekiller Yardımıyla Ekok Kavramını Oluşturma Süreçleri

Öğrencilere farklı büyüklükte dikdörtgenler verilmiş ve her bir dikdörtgen için ayrı ayrı istediği kadar kullanarak oluşturabilecekleri en küçük kareyi çizerek oluşturmaları istenmiştir. Aşağıda öğrenciler arasında geçen diyalog ve Şekil 2. 'de yapılan etkinlik yer almaktadır.



Şekil 2. Başarısı düşük ve başarılı öğrencilerin ekok bilgisinin oluşturma sürecindeki tanıma eyleminin gerçekleştiği etkinlik

Ö: İlk soruyu sesli bir şekilde okur musun Salih'cim.

S: Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri yatay ya da dikey yan yana koyularak oluşturulabilecek en küçük kareyi çiziniz ve çizdiğiniz karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.

Ö: Ne yapmanı istiyordun senden?

S: Huhu. En küçük kenarının karenin bir kenarının..

Ö: Oradaki dikdörtgende ne yapacakmışın yan yana.

M: Galiba....

Ö: Alt alta koyarak bir tane kare oluşturacaksın, oluşturacağın kare oluşturabileceğin en küçük kare olacak şekilde ama tek yapacağın şey şu hepsini ya dikey koyacaksın ya yatay. Evet Mustafa'cim.

M: O zaman 3'ün ve 2'nin katlarını kullanarak ona göre köşeleri bulabiliriz.

Ö: İlk önce bence çizerek deneyebilirsiniz.

M: Tamam.

Ö: Hadi bakalım.

M: Çizelim.

Ö: Nasıl çizebiliriz onu?

M: Şöyle denesek şura 2 olsa şura 3 olsa.

S: Eeee dikeyde yapabiliyoruz demi.

M: Evet istediğimiz ha... ama bir tane kaç bir tane şekil mi yapabiliyoruz.

Ö: İsteddiğiniz kadar şekil kullanabiliyorsunuz.

M: Yatay dikey fark ediyor mu?

Ö: Yatay dikey fark ediyor ya hepsi yatay olacak ya da hepsi dikey olacak.

M: O zaman böyle olur.

S: İki tane a mı kullanacağız?

M: Bir de yanına 2 4 6 bir tane daha yanına çizersek kare oluyor ya.

S: Huum.

M: Şöyle.

S: Bu dikdörtgen oldu.

M: Öyle gözüküyor ama.

S: Ama evet anladım.

M: Baksana çünkü 6 6.

S: 2 4 6 evet.

Ö: Oluşturabileceğiniz en küçük kare değil mi bu?

T: evet.

Öğrenciler arasında geçen diyalog incelendiğinde, onlardan isteneni anlamakta güçlük çektikleri ve ilk şekilde kareyi deneme yanılma ile buldukları söylenebilir. Diyalogun devamında sorulan soru ile öğrenciye aradaki ilişki sezdirilmeye çalışılmıştır.

Ö: Peki 2 ve 3 birimlik dikdörtgenden elde edilen en küçük karenin bir kenarı kaç birim oldu?

Y,A: 2..

Ö: bir kenarı iki br mi oldu?

A: Ha.. hayır, bir kenarı 6 br oldu.

Ö: Kaça kaçlık bir kare buldunuz?

A,Y: 6 ya 6.

Ö: Kenarına 6 br diye yazar mısınız?

Y: Burada yazıyor.

Ö: Peki dikkat ettiğiniz bir şey var mı bulduğunuz 6 ile 2 ve 3 arasında bir ilişki var mı?

Y: Evet.

A: Evet 6 'nın bölenleri 2 ve 3.

İkinci şekle geçtiklerinde önce deneme yanılma ile başladıkları birkaç denemeden sonra farkına varmadan katları bulmaya başladıkları dikkat çekmiştir.

A: Burada gene karenin bir kenarını soruyor. Bundan 2 tane alt alta koysak aslında elde edebiliriz.

(Y, çizmeye başladı, şeklin direkt üstüne yazdı).

Ö: Üşenmekte son nokta. (gülümsediler).

Y: Himm 8..

A: Olur ki..

Y: u(hayır) burası 5 oluyor kare olmuyor.

A: Hu.. o zaman..

Y: Yanına koyacağız gene..

A: Aynen yanına, şöyle (şekli tamamladı). Böyle yapsak olur ki. Hayır dikdörtgen oluyor...

Y: Burası 10 olur o zaman...

A: O zaman bunun gibi yapacağız (bir önceki örneği göstererek).

Y: Şöyle 2 tane ikisini (büyük dikdörtgen çizip ikiye ayırdı) burası 10 oluyor, 4 oluyor. (Altına bir tane daha çizdi) 8 oluyor gene olmuyor.

Ö: Daha devam edebilirsiniz.

A: Bir dakika.

Y: 20 yapalım (bir kenardan bahsediyor.) olmaz mı?

A: 4-8-12-16-20.. (kafaları ile onayladılar) (ortak katı kullanmaya başladılar).

2) Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri üst üste ve yan yana koyarak oluşturulabilecek en küçük karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz ve oluşturulan karenin kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında ilişki var mıdır, açıklayınız.

a) 9 br 8 br 72

b) 15 br 12 br 60

c) 180 br 120 br 36

Handwritten notes and lists of numbers:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198, 207, 216, 225, 234, 243, 252, 261, 270, 279, 288, 297, 306, 315, 324, 333, 342, 351, 360, 369, 378, 387, 396, 405, 414, 423, 432, 441, 450, 459, 468, 477, 486, 495, 504, 513, 522, 531, 540, 549, 558, 567, 576, 585, 594, 603, 612, 621, 630, 639, 648, 657, 666, 675, 684, 693, 702, 711, 720, 729, 738, 747, 756, 765, 774, 783, 792, 801, 810, 819, 828, 837, 846, 855, 864, 873, 882, 891, 900, 909, 918, 927, 936, 945, 954, 963, 972, 981, 990, 999, 1008, 1017, 1026, 1035, 1044, 1053, 1062, 1071, 1080, 1089, 1098, 1107, 1116, 1125, 1134, 1143, 1152, 1161, 1170, 1179, 1188, 1197, 1206, 1215, 1224, 1233, 1242, 1251, 1260, 1269, 1278, 1287, 1296, 1305, 1314, 1323, 1332, 1341, 1350, 1359, 1368, 1377, 1386, 1395, 1404, 1413, 1422, 1431, 1440, 1449, 1458, 1467, 1476, 1485, 1494, 1503, 1512, 1521, 1530, 1539, 1548, 1557, 1566, 1575, 1584, 1593, 1602, 1611, 1620, 1629, 1638, 1647, 1656, 1665, 1674, 1683, 1692, 1701, 1710, 1719, 1728, 1737, 1746, 1755, 1764, 1773, 1782, 1791, 1800, 1809, 1818, 1827, 1836, 1845, 1854, 1863, 1872, 1881, 1890, 1899, 1908, 1917, 1926, 1935, 1944, 1953, 1962, 1971, 1980, 1989, 1998, 2007, 2016, 2025, 2034, 2043, 2052, 2061, 2070, 2079, 2088, 2097, 2106, 2115, 2124, 2133, 2142, 2151, 2160, 2169, 2178, 2187, 2196, 2205, 2214, 2223, 2232, 2241, 2250, 2259, 2268, 2277, 2286, 2295, 2304, 2313, 2322, 2331, 2340, 2349, 2358, 2367, 2376, 2385, 2394, 2403, 2412, 2421, 2430, 2439, 2448, 2457, 2466, 2475, 2484, 2493, 2502, 2511, 2520, 2529, 2538, 2547, 2556, 2565, 2574, 2583, 2592, 2601, 2610, 2619, 2628, 2637, 2646, 2655, 2664, 2673, 2682, 2691, 2700, 2709, 2718, 2727, 2736, 2745, 2754, 2763, 2772, 2781, 2790, 2800, 2809, 2818, 2827, 2836, 2845, 2854, 2863, 2872, 2881, 2890, 2900, 2909, 2918, 2927, 2936, 2945, 2954, 2963, 2972, 2981, 2990, 3000, 3009, 3018, 3027, 3036, 3045, 3054, 3063, 3072, 3081, 3090, 3100, 3109, 3118, 3127, 3136, 3145, 3154, 3163, 3172, 3181, 3190, 3200, 3209, 3218, 3227, 3236, 3245, 3254, 3263, 3272, 3281, 3290, 3300, 3309, 3318, 3327, 3336, 3345, 3354, 3363, 3372, 3381, 3390, 3400, 3409, 3418, 3427, 3436, 3445, 3454, 3463, 3472, 3481, 3490, 3500, 3509, 3518, 3527, 3536, 3545, 3554, 3563, 3572, 3581, 3590, 3600, 3609, 3618, 3627, 3636, 3645, 3654, 3663, 3672, 3681, 3690, 3700, 3709, 3718, 3727, 3736, 3745, 3754, 3763, 3772, 3781, 3790, 3800, 3809, 3818, 3827, 3836, 3845, 3854, 3863, 3872, 3881, 3890, 3900, 3909, 3918, 3927, 3936, 3945, 3954, 3963, 3972, 3981, 3990, 4000, 4009, 4018, 4027, 4036, 4045, 4054, 4063, 4072, 4081, 4090, 4100, 4109, 4118, 4127, 4136, 4145, 4154, 4163, 4172, 4181, 4190, 4200, 4209, 4218, 4227, 4236, 4245, 4254, 4263, 4272, 4281, 4290, 4300, 4309, 4318, 4327, 4336, 4345, 4354, 4363, 4372, 4381, 4390, 4400, 4409, 4418, 4427, 4436, 4445, 4454, 4463, 4472, 4481, 4490, 4500, 4509, 4518, 4527, 4536, 4545, 4554, 4563, 4572, 4581, 4590, 4600, 4609, 4618, 4627, 4636, 4645, 4654, 4663, 4672, 4681, 4690, 4700, 4709, 4718, 4727, 4736, 4745, 4754, 4763, 4772, 4781, 4790, 4800, 4809, 4818, 4827, 4836, 4845, 4854, 4863, 4872, 4881, 4890, 4900, 4909, 4918, 4927, 4936, 4945, 4954, 4963, 4972, 4981, 4990, 5000, 5009, 5018, 5027, 5036, 5045, 5054, 5063, 5072, 5081, 5090, 5100, 5109, 5118, 5127, 5136, 5145, 5154, 5163, 5172, 5181, 5190, 5200, 5209, 5218, 5227, 5236, 5245, 5254, 5263, 5272, 5281, 5290, 5300, 5309, 5318, 5327, 5336, 5345, 5354, 5363, 5372, 5381, 5390, 5400, 5409, 5418, 5427, 5436, 5445, 5454, 5463, 5472, 5481, 5490, 5500, 5509, 5518, 5527, 5536, 5545, 5554, 5563, 5572, 5581, 5590, 5600, 5609, 5618, 5627, 5636, 5645, 5654, 5663, 5672, 5681, 5690, 5700, 5709, 5718, 5727, 5736, 5745, 5754, 5763, 5772, 5781, 5790, 5800, 5809, 5818, 5827, 5836, 5845, 5854, 5863, 5872, 5881, 5890, 5900, 5909, 5918, 5927, 5936, 5945, 5954, 5963, 5972, 5981, 5990, 6000, 6009, 6018, 6027, 6036, 6045, 6054, 6063, 6072, 6081, 6090, 6100, 6109, 6118, 6127, 6136, 6145, 6154, 6163, 6172, 6181, 6190, 6200, 6209, 6218, 6227, 6236, 6245, 6254, 6263, 6272, 6281, 6290, 6300, 6309, 6318, 6327, 6336, 6345, 6354, 6363, 6372, 6381, 6390, 6400, 6409, 6418, 6427, 6436, 6445, 6454, 6463, 6472, 6481, 6490, 6500, 6509, 6518, 6527, 6536, 6545, 6554, 6563, 6572, 6581, 6590, 6600, 6609, 6618, 6627, 6636, 6645, 6654, 6663, 6672, 6681, 6690, 6700, 6709, 6718, 6727, 6736, 6745, 6754, 6763, 6772, 6781, 6790, 6800, 6809, 6818, 6827, 6836, 6845, 6854, 6863, 6872, 6881, 6890, 6900, 6909, 6918, 6927, 6936, 6945, 6954, 6963, 6972, 6981, 6990, 7000, 7009, 7018, 7027, 7036, 7045, 7054, 7063, 7072, 7081, 7090, 7100, 7109, 7118, 7127, 7136, 7145, 7154, 7163, 7172, 7181, 7190, 7200, 7209, 7218, 7227, 7236, 7245, 7254, 7263, 7272, 7281, 7290, 7300, 7309, 7318, 7327, 7336, 7345, 7354, 7363, 7372, 7381, 7390, 7400, 7409, 7418, 7427, 7436, 7445, 7454, 7463, 7472, 7481, 7490, 7500, 7509, 7518, 7527, 7536, 7545, 7554, 7563, 7572, 7581, 7590, 7600, 7609, 7618, 7627, 7636, 7645, 7654, 7663, 7672, 7681, 7690, 7700, 7709, 7718, 7727, 7736, 7745, 7754, 7763, 7772, 7781, 7790, 7800, 7809, 7818, 7827, 7836, 7845, 7854, 7863, 7872, 7881, 7890, 7900, 7909, 7918, 7927, 7936, 7945, 7954, 7963, 7972, 7981, 7990, 8000, 8009, 8018, 8027, 8036, 8045, 8054, 8063, 8072, 8081, 8090, 8100, 8109, 8118, 8127, 8136, 8145, 8154, 8163, 8172, 8181, 8190, 8200, 8209, 8218, 8227, 8236, 8245, 8254, 8263, 8272, 8281, 8290, 8300, 8309, 8318, 8327, 8336, 8345, 8354, 8363, 8372, 8381, 8390, 8400, 8409, 8418, 8427, 8436, 8445, 8454, 8463, 8472, 8481, 8490, 8500, 8509, 8518, 8527, 8536, 8545, 8554, 8563, 8572, 8581, 8590, 8600, 8609, 8618, 8627, 8636, 8645, 8654, 8663, 8672, 8681, 8690, 8700, 8709, 8718, 8727, 8736, 8745, 8754, 8763, 8772, 8781, 8790, 8800, 8809, 8818, 8827, 8836, 8845, 8854, 8863, 8872, 8881, 8890, 8900, 8909, 8918, 8927, 8936, 8945, 8954, 8963, 8972, 8981, 8990, 9000, 9009, 9018, 9027, 9036, 9045, 9054, 9063, 9072, 9081, 9090, 9100, 9109, 9118, 9127, 9136, 9145, 9154, 9163, 9172, 9181, 9190, 9200, 9209, 9218, 9227, 9236, 9245, 9254, 9263, 9272, 9281, 9290, 9300, 9309, 9318, 9327, 9336, 9345, 9354, 9363, 9372, 9381, 9390, 9400, 9409, 9418, 9427, 9436, 9445, 9454, 9463, 9472, 9481, 9490, 9500, 9509, 9518, 9527, 9536, 9545, 9554, 9563, 9572, 9581, 9590, 9600, 9609, 9618, 9627, 9636, 9645, 9654, 9663, 9672, 9681, 9690, 9700, 9709, 9718, 9727, 9736, 9745, 9754, 9763, 9772, 9781, 9790, 9800, 9809, 9818, 9827, 9836, 9845, 9854, 9863, 9872, 9881, 9890, 9900, 9909, 9918, 9927, 9936, 9945, 9954, 9963, 9972, 9981, 9990, 10000.

Şekil 3. Başarısı düşük ve orta başarılı öğrencilerin ekok bilgisini oluşturma sürecindeki kullanma eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

İki öğrencinin arasında geçen yukarıdaki konuşması incelendiğinde, birbirlerinin bilgilerini tamamladıkları ve birbirlerine verdikleri dönütler ile ilerledikleri dikkat çekmektedir. Öğrenciler son şekle geldiklerinde artık deneme yanılma yapmadan var olan sayının katlarını kullanarak oluşacak olan karenin bir kenar uzunluğunu söylemişlerdir.

Ö: Bir sonraki soruya bakabiliriz.

Y: 18

A: 24.

Y: humm..

A: Bu 18 olmaz, 24 olur.

Y: 24 içinde kaç?

A: eee... 3 tane yan yana 4 tane alt alta..(çizmeye başladılar). Bir kat daha..

Ö: Kaça kaçlık bir kare elde ettiniz?

A: 24'e 24'lük.. tamam.

Öğrenciler ilk etkinlik sayfasında kareleri oluştururken öncelikle deneme yanılma yöntemini kullandıkları sonrasında ise var olan bilgileri kullanışlı hale getirerek sayıların katlarından yararlandıkları dikkat çekmektedir. İkinci etkinlik sayfasında ise deneme yanılma yapmadan var olan bilgilerini kullanarak dikdörtgenlerden kareler elde etmeleri istenmiştir. Şekil 3'te bu etkinlik yer almaktadır.

Y: Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenlerin, üst üste ve yan yana koyarak oluşturulabilecek en küçük karenin bir kenarın uzunluğunu bulunuz ve oluşturulan karenin kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Ö: Bu sefer çizmenizi istemiyoruz sizden çizmeden bulmanız isteniyor. Bunu nasıl yapabilirsiniz?

A: En küçük ortak katlarından.

Ö: Çizmeden bunu nasıl bulabilirsiniz?

Y: Katlarını yazarız.

Ö: Peki başlayın isterseniz.

A: 72' den, daha düşük var mı? (kenarları 8 br 'e 9 br olan dikdörtgen)

Ö: Peki bunu nasıl buldunuz, Ada.

A: Bir kenar ile öteki kenarını çarptım.

Ö: Bir önceki sayfayı açar mısın? Burada 6 ile 3'ü çarpmış mıydınız? (ilk örneği göstererek)

A,Y: Hayır.

Ö: Ya da şurada altıyla sekizi çarpmış mıydınız? (bir sonraki örneği göstererek.)

Y: Cıks... (çenesine dokunarak düşündü.)

A: O zaman... Burada da çarpmadan katını düşüneceğiz en küçük(arkadaşına bakarak)

Öğrenciler arasındaki diyalog incelendiğinde, önce dikdörtgenin kısa kenarı ile uzun kenarının çarpılması ile ortak kata ulaşacaklarının farkında oldukları görülmüştür. Ancak bu çarpım sonucunun her zaman ortak katlardan en küçüğü olmadığı önceki şekiller incelenilerek fark ettirilmiştir.

A: 180'e 120.

Y:360..dur(sildi). Duraksadılar. İkisi de ayrı ayrı işlem yapmaya başladı.

Y: Kağıda yaz Ada...)

A: Bunu 360'a tamamlayabiliriz

Y: 120 tamamlıyor mu?

Ö: İstiyorsanız yazın tekrardan...

A: Tamam. 180, 360.

Y: Zaten 360:)

A: 120, 240, eee 120 ekle işte 360

Y: Evet. Ö: sayıların isterseniz devam ettiğini gösterin.

A: 360'lık bir kare.

Ö: Peki bir şey sorabilir miyim? Şu çözdüğünüz; önde 4 tane burada 3 tane 7 tane Soru çözdünüz. Burada yaptığınız şey neydi? küçük parçalardan....

A: Büyük parça elde etme.

Y: Evet kare.

Ö: Peki siz bunu yaparken, ne yaptınız?

A: Kat..

Ö: Nereden yararlandığınız?

Y: Katlarından... A,Y: En küçük orta katlarından.

Son şekle geldiklerinde artık en küçük ortak katı kullandıkları ve bunu bulurken sayıların katlarından yararlandıkları görülmüştür. Sonrasında ekok kavramının oluşturulabilmesi için öğrencilerden verilen dikdörtgen kenarlarının asal çarpanlarını ve bu dikdörtgenlerin oluşturdukları karelerin kenar uzunluklarının asal çarpanlarını tabloya yerleştirmeleri ve aralarındaki ilişkiyi incelemeleri istenmiştir. Şekil 4'te öğrencilere uygulanan etkinlik yer almaktadır.

3) Yukarıdaki dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile oluşturdukları en küçük karelerin bir kenar uzunluğunun asal çarpanlarına ayrılmış halini tabloya yerleştiriniz.

	Dikdörtgenin kısa kenarı	Dikdörtgenin uzun kenarı	Oluşturulan karenin bir kenarı
1a	2 = 2	3 = 3	6 = 2 · 3
1b	4 = 2 · 2	5 = 5	20 = 2 ² · 5
1c	3 = 3	6 = 2 · 3	8 = 2 ³
1d	6 = 2 · 3	8 = 2 ³	24 = 2 ³ · 3
2a	8 = 2 ³	9 = 3 ²	72 = 2 ³ · 3 ²
2b	12 = 2 ² · 3	15 = 3 · 5	60 = 2 ² · 3 · 5
2c	120 = 2 ³ · 3 · 5	150 = 2 · 3 · 5 ²	360 = 2 ³ · 3 ² · 5

Dikdörtgenin kenar uzunluklarının asal çarpanları ile oluşan karenin bir kenar uzunluğunun asal çarpanları arasındaki ilişkiyi ifade edebilir misiniz?

Şekil 4. Başarısı düşük ve orta başarılı öğrencilerin ekok bilgisinin oluşturma sürecindeki oluşturma eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

A: Yukarıdaki dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ve oluşturdukları en küçük karelerin bir kenar uzunluğunun asal çarpanlarına ayrılmış halini bir tabloya yerleştiriniz.

Ö: Ne istiyor sizden tam olarak?

A: humm Asal çarpanının.

Y: En küçük karelerin.

Ö: Ön tarafta yaptığı şeyler istiyor değil mi? Oradaki sayılar istiyor sizden tek tek istiyorsanız yazın kısa kenarı, uzun kenar ve karenin bir kenarı. Onları bir de asal çarpanlarına ayırmanızı istiyor sizden, ilk önce istiyorsanız kenarları yazın. (Ön sayfaları çevirdiler)

A: Uzun kenarı 3, kısa kenarı 2 üçüncüsü 6 (Yaprak yazıyor).

Y: hum 6' nın ikisi mi?

Ö: Asal çarpanlarına ayrılmış halini hepsini yazacaksınız. (sildi tekrar yazdı)

A: 3,2, 6.. 5, 4, 20 Tam tersi olmayacak mı?

Y: Hayır kısa kenardan.

A: 6'ya 3, 18 (Ada da yazmaya başladı)

(Sayıları tablo halinde görmeleri ön sayfada yaptıkları hatayı görmelerini sağlamıştır)

Ö: 3, 6, 18 miydi bu tekrar kontrol edin isterseniz.

Y: 24 yazmışız.

Ö:Hayır Hayır, 3'er, 6'lık olan kenarları 3 ve 6 olan siz burada kaç eşitlediniz?

A: 12...

Ö: 12 peki geri gelelim peki sizce 12 burada en küçük sayı mıydı? 3 ve 6'da.

Y: Aa değil.

Ö: Kaç?

Y: Eşitleyebiliyoruz.

A: Hayır. En küçük kaç oluyor ki.

Y: Şey bir kare koyup eşitleniyor 6 olmuyor mu?

A: Ha evet, 3'e bir kare koyuyoruz. Aaa evet. (sildiler ve yeniden çizmeye başladılar). İki tane alt alta değil mi?

Y: Evet.

A: 6 olacak o zaman (tabloyu düzelttiler).

Ö: Sayılar doğru mu, dikdörtgenin kenarları 3'e 6'?

A: 2a ya bakalım.

Ö: Arka taraftaki değerler mi?

A: 9, 8, 72.

Y: 8, 9, 72.

A: Hımmm 15, 12, 60 (yazdılar). 180, 120, 360.

Ö: Şimdi bunlara asal çarpanlarına ayırmanızı isteniyor, yanlarına asal çarpanlarını yazabilir misiniz?

Öğrenciler tüm sayıları asal sayıların çarpımı formuna getirdikten sonra ilişkilerini incelemiş ve birbirlerinin cümlelerini tamamlayarak en az iki sayının ekokunun sayıların asal çarpanlardan ortak olmayanların ve ortak olan asal çarpanlardan büyük kuvvetli olanların çarpımı olduğu sunucuna ulaştığı görülmüştür. Aşağıda öğrencilerin bu sürece ait diyaloguna yer verilmiştir.

A: Dikdörtgenin kenar uzunluklarının asal çarpanları ile oluşan karenin bir kenarının uzunluğunun asal çarpanları arasındaki ilişkiyi ifade edebilir misiniz? Düşündüler.

A: İkisi de uzun kenarı, kısa kenarla çarpımı ile elde edilir. Mesela burada iki ya burada 3 üzeri 1; burada da 3 üzeri 1 çarpı 2.

Ö: Peki diğerlerini incelediniz mi? Mesela en alttakini kontrol eder misiniz?

A,Y: 2 üzeri 3, 3 üzeri 1,

Y: 5 üzeri 1.

Ö: İkisinin çarpımını mı koymuş musunuz oraya?

A: Hayır.. ha orada. Kısa kenarı... ne yapmışız şimdi 2 üzeri 3, 5 üzeri 1 huumm

Ö: 3, 6, 18 miydi? Bunu tekrar kontrol edin isterseniz.

Y: 24 yazmışız.

Ö: Hayır Hayır, 3, 6'lık olan kenarları 3 ve 6 olan siz burada kaç eşitlediniz?

A: 12...

Ö: 12 peki geri gelelim peki sizce 12 burada en küçük sayı mıydı? 3 ve 6'da.

Y: Aa değil.

Ö: Kaç?

Y: Eşitleyebiliyoruz.

A: Hayır. En küçük kaç oluyor ki.

Y: Şey bir kare koyup eşitleniyor 6 olmuyor mu?

A: Ha evet, 3'e bir kare koyuyoruz. Aaa evet. (sildiler ve yeniden çizmeye başladılar). İki tane alt alta değil mi?

Y: Evet.

A: 6 olacak o zaman (tabloyu düzelttiler).

Ö: Sayılar doğru mu, dikdörtgenin kenarları 3 e 6.

A: 2a ya bakalım.

Ö: Şimdi bunlara asal çarpanlarına ayırmanızı isteniyor, yanlarına asal çarpanlarını yazabilir misiniz?

Üslülerden nasıl almış, bir bakın bakalım. Evet, ikisini de almışsınız. İkincisinde ne yapmışsınız?

A: İkincisinde nasıl yani?

Ö: İkincisinde bu asalların hangilerini almışsınız) Yani kısa kenarın ve uzun kenarın asal çarpanları var onların hangileri alınmış, hepsi alınmış mı?

A: Haa..yır.

Y: Alınmamış...

Ö: 2 üzeri 2 var burada almış mısınız?

A,Y: Evet, Ö: burada 5 üzeri 1 var, beş üzeri bir almış mısınız?

A: Evet.

Ö: Bir aşağıdakini kontrol edin.

A: 3 üzeri bir.

Y: Almışsınız.

A: 2 üzeri bir almışsınız.

Ö: 3 üzeri birin neden iki defa almamışsınız... Bir defa almışsınız değil mi?

Y: Evet.

A: Çünkü ikisi de yani 3 üzeri birin 2 bölüneni var o yüzden olabilir mi? Hani bir kendisini kullanmayıp...

Ö: bilmem bir sonrakine bakalım.

A: 2 üzeri 1,2 üzeri 3 almışsınız, 3 üzeri bir almamışsınız, 3 üzeri 2 almışsınız. 2 üzeri 1 almamışsınız.

Ö; Peki 2 üzeri 1 ile 2 üzeri 3 arasında seçim yapmışsınız diyebilir miyiz? A: evet. Ö: Hangisini seçmişsiniz. A,Y: 2 üzeri 3.

A: Sayılarda en küçük ortak katı oluştururken, kuvveti en büyüğünü alacağız o zaman.

Y: En büyük kuvvetlisi...

A: Sayılarda en küçük ortak katı oluştururken farklı kuvvetlerin en büyüğünü

Ö: Farklı kuvvetlerin mi farklı çarpanların mı?

Y: Öyle değil...

A: Farklı çarpanların...

Ö: Asal çarpanlarımızı alırken, biz neleri aldık bir kere onlara karar verelim bütün asal çarpanları aldık mı biz?

Y: Evet.

Ö: Peki bütün asal çarpanlara aldık. Peki aynı asal çarpanların neyine dikkat ettik?

Y: Büyük kuvvetler olmasına dikkat ettik.

A: Şey olur mu farklı çarpanların en büyük kuvvetlisi?

Y: Ortak çarpan..

A: Ortak çarpanların en büyük kuvvetlisini alıyoruz.

Ö: Ortak çarpanların en büyük kuvvetlilerini... Sadece onları mı alıyorsunuz peki?

Y: Hayır. (Ada yazmaya başladı)

A: Ve aynı çarpanları...

A: Başka ne almışsınız...

Ö: Burada ortak var mıydı? (1a da)

A: Yoktu.

Y: Ortak olmayanları da alıyoruz.

Yukarıda öğrenciler arasında geçen diyalog sırasında yapılan gözlemlerde, Y'nin başlangıçta bölme işlemini yapmakta güçlük çektiği gözlemlenmiştir. Ancak A'nın dönüt ve

düzeltilmeleri doğrultusunda akran etkileşimi sağlandığı sonrasında Y'nin bölme işlemi yaparken güçlük çekmediği fark edilmiştir.

Ekok konusunda son olarak oluşturulan bilginin pekiştirilmesi amaçlanarak öğrencilere iki problem içeren etkinlik kâğıdı verilmiştir.

A: Sırasıyla yirmişer otuzar kırkar dakika arayla çalan 3 ayrı zil aynı anda çaldıktan kaç dakika sonra yine birlikte çalarlar?

Ö: Neyi bulmanızı istiyor sizden?

A: Ortak ne zaman çalacak.

Ö: Yani neyi bulmanız lazım?

A: İşte bunları yine çarpanlarına ayırabiliriz.

Ö: Nesini istiyor peki sizden çarpanlarına ayırıp, nesini bulacaksınız?

Y: Humm...

A: En küçük...

A,Y: ortak katını bulacağız.

Ö: İlk defa nerede buluşacakları değil mi?

Y,A: Evet.

A: Bu 2 üzeri 1 çarpı 3 üzeri bir çarpı 5 üzeri 1...

Ö: Şimdi ortak katını oluşturun. Ortak katını nasıl oluşturacaksınız.

A: 5 üzeri 1. beşten kullanacağız çarpı 2 üzeri 3 sonra 3 üzeri 1.

4) Kenar uzunlukları 45 cm ve 35 cm olan dikdörtgen şeklindeki fayanslar ile kaplanabilecek en küçük karesel bölgenin bir kenarı kaç cm'dir ve kaç fayansa ihtiyaç vardır?

45 | 3
15 | 3
5 | 5
1

35 | 5
7 | 7
1

3² · 5¹
5¹ · 7¹

3² · 5¹ · 7¹ = 315

3 · 35 = 315 cm → bir karenin kenarı

uzun kenar = 7 sıra
kısa " = 5 sıra

5) Sırasıyla 20 şer , 30 ar ve 40 ar dakika arayla çalan üç ayrı zil , aynı anda çaldıktan kaç dakika sonra yine birlikte çalarlar?

20 | 2
10 | 2
5 | 5
1

30 | 2
15 | 3
5 | 5
1

40 | 2
20 | 2
10 | 2
5 | 5
1

2² · 5¹
2¹ · 3¹ · 5¹
2³ · 5¹

5¹ · 2³ · 3¹
5¹ · 8¹ · 3¹
120'den sonra

Şekil 5. Başarısı düşük ve orta başarılı öğrencilerin ekok bilgisinin oluşturma sürecindeki pekiştirme eyleminin gerçekleştiği etkinlik

Ö: Peki neden 2 üzeri 3'ü seçtin.

A: Çünkü ortak olup, en büyük üst olan o. Buradan, 5 çarpı 8 çarpı 3'ten 120.

Ö: 120 ne?

A: 120 dakika sonra.

Öğrencilerin Geometrik Şekiller Yardımıyla Ebob Kavramını Oluşturma Süreçleri

Ekok kavramının oluşumunda kullanılan etkinliklere eşdeğer etkinlikler hazırlanarak ebob kavramının oluşum süreci incelenmiştir. Öğrencilerden burada elindeki dikdörtgenleri ayırabilecekleri en büyük eş parçalara ayırmaları istenmiştir. Öğrenciler ilk şekilde öncelikle en büyük kare kavramını anlamadıkları sonrasında birkaç deneme yapıldıktan sonra sonuca ulaştıkları görülmüştür.

A: Ortadan kesip, böyle yapsak olur mu? Eşit oluyor mu? Mesela burası 3 ya ikiye bir oluyor mu?

Ö: Şuan bulmanız gereken şey ne?

A: Karesel bölge...

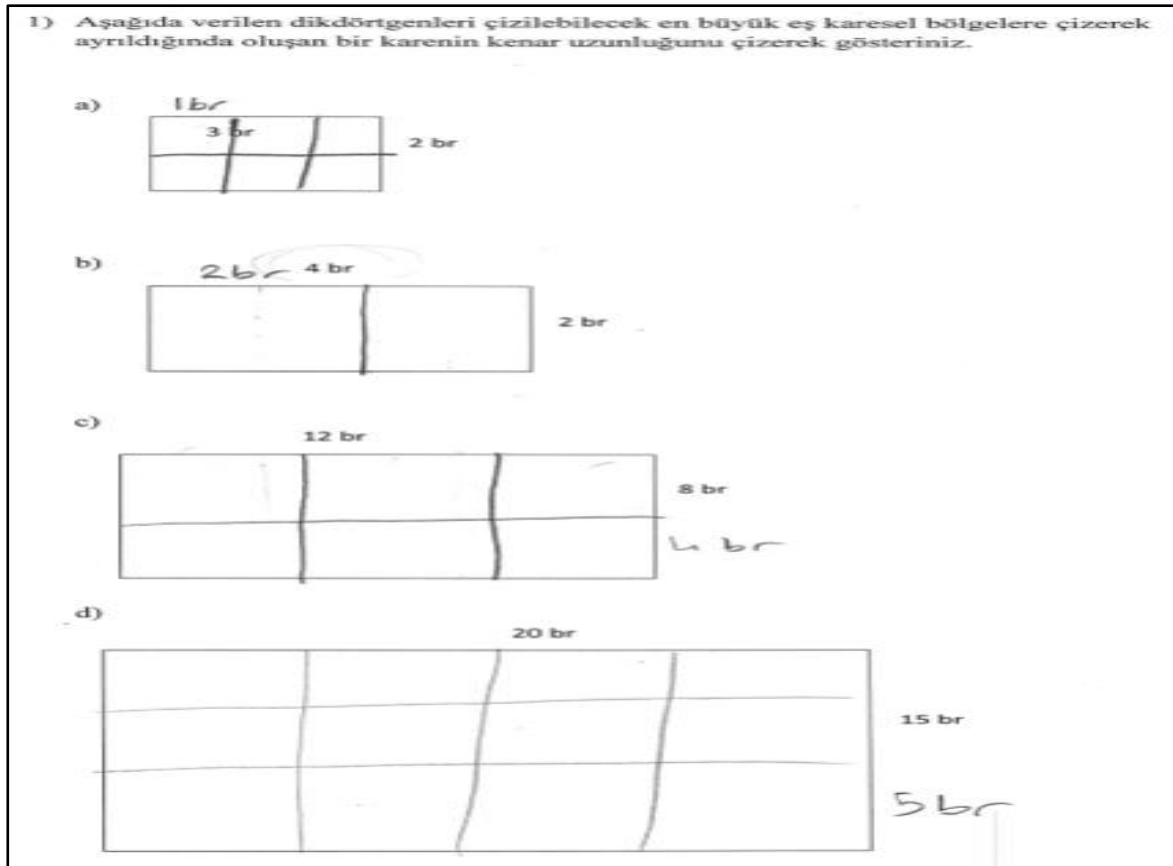
Ö: Karesel bölgenin bir kenarı neye bağlı.

A: Eşit.

Ö: Eşit olacak. Birbirleri ile konuşarak çizim denemeye başladılar.

A: Tamam. Böyle bölsek olmaz mı?

Y: 3 tane, şöyle yapsak olur mu? 1, 2, 3 (sütuna ayırdı) Buradan da şöyle bölsek (yatay ikiye bölündü) oluyor.



Şekil 6. Öğrencilerin ebob bilgisinin oluşturma sürecindeki tanıma eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

A: Bir birim aynen eşit oluyor.

Ö: Daha büyük çizebilir miydiniz, kareyi peki?

A: Hayır.

Ö: Oraya yanına bir birim, yazar mısınız? Teşekkür ederim. İkinciye geçebilirsiniz.

Y: Burada da aynı şey yapabiliriz.

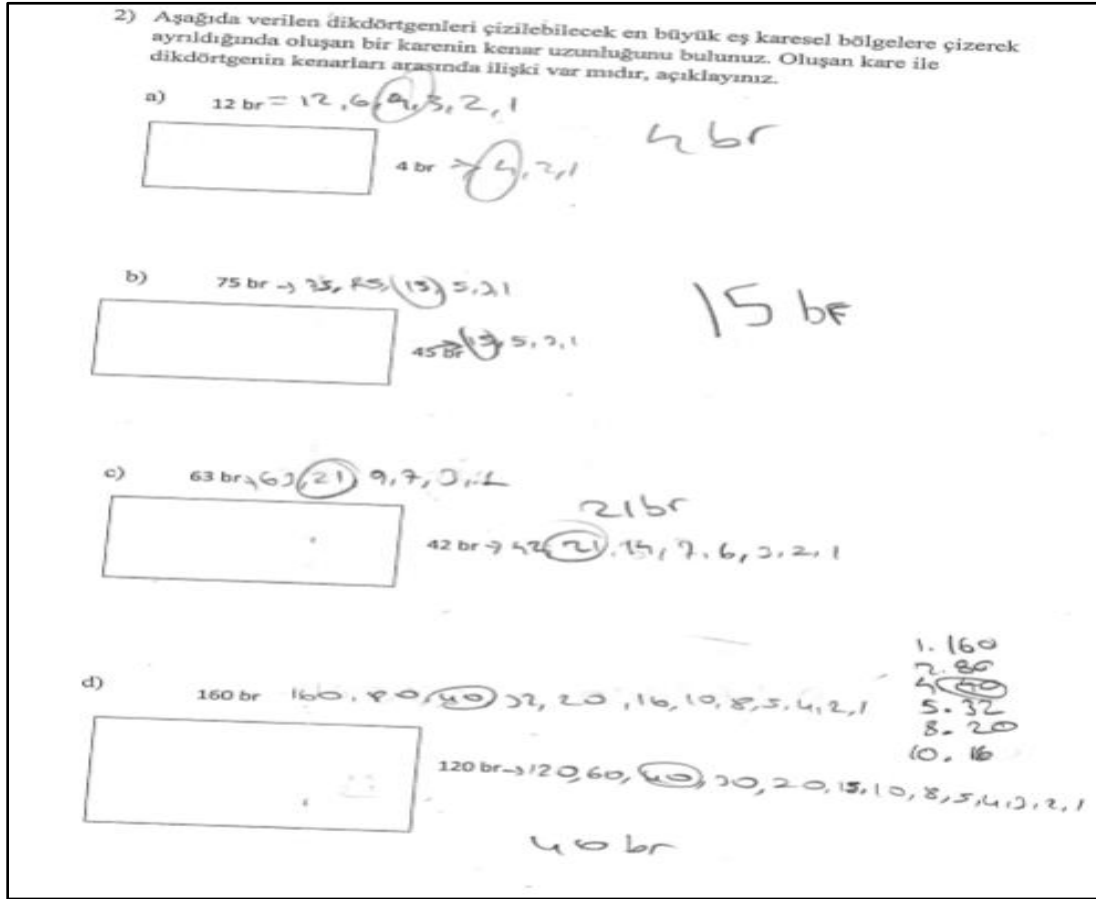
A: Aynen. İkiye bölüp böyle de dörde(satır) böleceğiz.

- Y: Dörde böleceğiz ikiye böleceğiz
Ö: Peki çizebileceğiniz en büyük kareler bu mudur sizce?
Y: Evet.
A: Hayır. Daha büyüğünü çizebiliriz nasıl çizebiliriz?
Y: Çizilmiyor. Anca bu kadar dağıtabiliyoruz dördü.
A: 2.
Y: 2'ye böleriz o zaman.
Ö: İçindeki kareleri büyük olacak. Sayısı çok değil kareleri büyük olacak.
Y: O zaman böyle.(iki sütuna ayırdı).
A: Böyle.
Ö: Oluyor mu peki?
A,Y: Evet oluyor.
Y: 2 birim.
A: Burası da 2 Birim. 12'ye 8.
Ö: Bulduğumuz bu sayılar ne? 2 birim 1 birim ne?
Y: Bir kenarın uzunluğu.
A: Peki, 2 ile 4 arasındaki ilişki ne? İki katı olması
Y: Evet.

Öğrencilere yöneltilen soru ile sayıların arasındaki ilişki hissettirilmesi ile sonraki şekillerde kareleri daha hızlı oluşturdukları görülmüştür. Başlangıçta öğrenciler şekil oluşturdukları için bölenden çok parça sayısına odaklanmıştı.

- A: 12'ye 8. Üç bölüp ikiye bölmek.
Y: Mantıklı.
Ö: Buna nasıl karar verdin?
A: Nasıl karar verdim.... Yine mesela ortak katına böldüm.
Ö: Ortak katına mı böldün.? 8 ile 12'nin ortak katı kaçtır?
A: Haa hayır.
Ö: Doğru söylüyorsun aslında, tekrar düşünerek daha açık bir şekilde ifade edebilir misin?
A: Evet bir dakika.
Ö: Senin şuan içine çizeceğin karenin bir kenarı kaç birim olacak Ada?
A: Bir kenarı 4 birim olacak.
Ö: Peki senin bu 4 dediğin şey neyle ilişkili.
A: 8'in yarısı olması.
Ö: 8'in nesi peki, 4.
Y: Yarısı,
A: Bölümlü.
Ö: 12'nin nesi? Y,A: Bölümlü.

Bir sonraki etkinlikte gene aynı şekilde şekil çizmeden oluşan kareyi direkt bulmaları istenmiştir. Öğrenciler önce karenin en büyük olması gerektiğini unutmuş sonrasında sorulan soru ile en büyük kareye (Şekil 7) odaklanmıştı.



Şekil 7. Başarılı ve orta düşük öğrencilerin ebob bilgisinin kullanma sürecindeki kullanma eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

B: O zaman sayının bölenlerini yaz. Yazsana kardeşim.

T,B: 12,6,4,3,2,1.

T,B: 4,2,1

T: Demek ki 4 en büyük.

B: Tamam bunu ben yapayım. 75,... evet yardım edebilirsin... 45,15,5,3,1.. yani 15 işte .(sonrakini ayrıştırmaya başladılar).

T: Baksana bir şey atlamış mıyım?...

Ö: Sırayla giderseniz sevinirim.

B: Sileyim mi?

T: Silmek yok... (gülüştüler)

B: Sırayla yapmazsak karışacak... (160) için 2 var 5 var. Şunu silip baştan yapabilir miyiz?

Başarılı ve orta başarılı öğrencinin ilişkiyi diğer gruplara göre daha hızlı fark ettiği söylenebilir. Başarı durumları birbirine yakın olan öğrenci gruplarında iletişim daha iyi olduğu ve bilginin oluşturulmasının daha hızlı gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Ebob kavramının oluşturulabilmesi için öğrencilerden verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarının asal çarpanlarını ve bu dikdörtgenlerden elde edilen karelerin kenar uzunluklarının asal çarpanlarını tabloya yerleştirmeleri ve aralarındaki ilişkiyi incelemeleri istenmiştir (Şekil 8).

A: Dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının asal çarpanları ile oluşan karenin bir kenarının uzunluğunun asal çarpanları arasında oluşan ilişkiyi ifade edebilir misiniz? Hımmm... Burada şey Hımmm ne var?(Kurduğu cümleyi daha iyi anlamak için mırıldanıyor) Mesela burada...

Ö: Bir öncekinde neydi? Ekokta nasıl bir yol izlemiştiniz?

A,Y: En büyük kuvveti almıştık.

3) Yukarıdaki dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ve oluşan karelerinin bir kenar uzunluğunun asal çarpanlarına ayrılmış halini tabloya yerleştiriniz.

	Dikdörtgenin kısa kenarı	Dikdörtgenin uzun kenarı	Oluşturulan karenin kenarı
1a	$2 = 2^1$	$3 = 3^1$	$6 = 2^1 \cdot 3^1$
1b	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$
1c	$8 = 2^3$	$12 = 2^2 \cdot 3^1$	$4 = 2^2$
1d	$15 = 5^1 \cdot 3^1$	$20 = 2^2 \cdot 5^1$	$5 = 5^1$
2a	$4 = 2^2$	$12 = 2^2 \cdot 3^1$	$4 = 2^2$
2b	$15 = 3^1 \cdot 5^1$	$45 = 5^2 \cdot 3^1$	$15 = 5^1 \cdot 3^1$
2c	$12 = 2^2 \cdot 3^1$	$63 = 3^2 \cdot 7^1$	$21 = 7^1 \cdot 3^1$
2d	$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$	$160 = 2^5 \cdot 5^1$	$40 = 2^3 \cdot 5^1$

Dikdörtgen kenarlarının asal çarpanları ile oluşan karenin kenarının asal çarpanları arasındaki ilişkiyi ifade edebilir misiniz?

en büyük ortak böleni
bulunan aynı asallar
en küçük kuvvetlisi

Handwritten prime factorizations for 120 and 160:

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$160 = 2^5 \cdot 5^1$$

Handwritten prime factorizations for 20, 45, 75, and 25:

$$20 = 2^2 \cdot 5^1$$

$$45 = 3^2 \cdot 5^1$$

$$75 = 3^1 \cdot 5^2$$

$$25 = 5^2$$

Şekil 8. Başarısı düşük ve orta başarılı öğrencilerin ebob bilgisinin oluşturma sürecindeki oluşturma eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

Ö: Ortak olan en büyük kuvvet almıştınız yani. Bir de ne yapmıştınız? Ortak olmayanları almıştınız.

A,Y: Evet. Ö: Burada ne yapmıştınız? Bir kontrol edin.

A: Burada ortak olanların en küçüğünü mü alıyoruz?

Y: Evet, ortak olanların en küçüğünü alıyoruz.

Ö: Peki ortak olmayanlar, kullanılmış mı?

Y: Evet.

A: Hayır. Bir dakika. (Emin değil) Kullanılmamış ki.

Ö: O zaman ne diyebilirsiniz? Ebobunu bulurken diğer bir ifadeyle en büyük ortak bölenini bulurken?

A: En büyük ortak böleni bulurken aynı asalların nesi kullanılmış (Yaprak yazar).

Ö: En küçük kuvvetlisi değil mi? (Yaprak tekrar ederek yazar.)

A: Evet. Yani biz, asal çarpanların en küçük ortak kuvvetini alsak ebobunu bulmuş oluyoruz.

4) Kezban Hanım, boyutları 210cm ve 180 cm olan duvarını kare şeklindeki taşlarla kaplayacaktır. Kezban Hanım aldığı taş sayısının en az olması için alacağı taşlardan birinin bir kenarı kaç cm olmalıdır?

210 | 2
105 | 3
35 | 5
7 | 7
1

180 | 2
90 | 2
45 | 3
15 | 3
5 | 5
1

2 · 3 · 5 · 7
2² · 3² · 5¹

5 · 2 · 3 = 30 cm

5) 20 ve 36 metre uzunluktaki iki ayrı kumaş, eşit uzunlukta olacak şekilde en uzun kaç metrelik parçalara ayrılır?

20 | 2
10 | 2
5 | 5
1

36 | 2
18 | 2
9 | 3
3 | 3
1

2² · 5¹
2² · 3²

2² = 4 m

Şekil 9. Başarısı düşük ve orta başarılı öğrencilerin ebob bilgisinin oluşturma sürecindeki pekiştirme eylemini gerçekleştirdiği etkinlik

Öğrenciler ebob kavramına daha kolay ulaşmışlardır. Sayıların eboblarının ortak asal çarpanların en küçük kuvvetlerinin çarpımı olduğunu belirtmişlerdir. RBC+C bilgiyi soyutlama sürecinin son basamağı olan pekiştirmenin gerçekleşmesi için öğrencilere iki problem içeren bir etkinlik verilmiş ve etkinlikteki problemleri rahatlıkla çözüme ulaştırdıkları görülmüştür (Şekil 9).

A: Boyutları 210cm ve 180cm olan duvarını kare şeklindeki taşlarla kaplayacaktır. Kezban Hanım aldığı taş sayısının en az olması için alacağı taşlardan birinin bir kenarı kaç santimetre olmalı? (Gülüştüler) Burada işte ebobunu bulacağız.

Ö: Niçin? (Gülüştüler.)

A: Çünkü taş sayısının en az olması isteniyor.

Ö: Taşların nasıl olması gerekiyor.

A: Büyük.

Y: Yani.

A: 210 bölü 2.

Ö: Ne yapacaksınız şimdi.

A: Asal çarpanlarına ayıracağız.

Y: 210 yani demin ki yazdığımız gibi...

Ö: Ortakların kuvvetlerini nasıl alıyordun?

A: He en küçük. 2 üzeri 1.

Y: Evet.

A,Y: Bu da 3 üzeri 1.

Y: O zaman çarpacağız.

A: 30.

Y: Evet.

Ö: 30 santimetre. Kezban Hanım'ın taşlarının bir kenarı 30 cm'dir. Soruda başka bir şey istiyor mu sizden?

A: Hayır. 30 cm bu sayıların aynı zaman da ebobu oldu. Ebob en büyük ortak bölendi çünkü.

Ö: Teşekkür ederim. Katkılarınız için çok teşekkür ederim. Çalışmamız bitti. Bu kavramlarla ilgili kendi örneklerinizi de üretip çözebilirsiniz? Süremiz yok ancak bu kavramlarla ilgili örnek vermek isteyen var mı?

A: Evet, örneğin 150, 100 sayılarını alırsak ekokları 300, ebobları da 50 olur.

Ö: Evet, çok doğru. Aferin size.

Görüldüğü üzere, öğrencilerin oluşturma eylemini doğrulayan örnekler üzerinde çalışarak ebobla ilgili soruları doğru çözdükleri ve pekiştirme eylemini gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Öğretim deneyinde öğrencilerin üzerinde çalıştıkları kavramın ebob olduğunun farkında oldukları ve bunu dile getirdikleri gözlemlenmiştir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin ebob ve ekok kavramlarını RBC+C kuramına göre *tanıma, kullanma, oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri çerçevesinde bilgiyi soyutlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Grup olarak öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürecini gerçekleştirmeleri ve birbirlerine dönüt vermeleri, sürecin devamlılığını sağlayarak öğrenciler arasındaki akran öğrenmenin gerçekleşmesine imkân vermiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin kavramları anlamlandırmakta başlangıçta zorlandıkları, ancak ebob ve ekok kavramlarını etkinlik sonunda yapılandırabildikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin hem ebob, hem de ekok kavramı için hazırlanan etkinliklerde birinci şekildeki deneme yapılmadan sonra sayıların bölenlerini ve katlarını kullanmaları öğrencilerde tanıma eyleminin gerçekleştiğini göstermektedir. İkinci etkinlik sayfasına geçtiklerinde öğrencilerin deneme yapılmadan istenen kareleri oluşturma ve öğrencilerde var olan bilgi ile birinci etkinlik sayfasında kullanılan bilginin bir araya getirildiğini, kullanma eylemi basamağının gerçekleştiğinin göstergesidir. Oluşturma sürecinde ise öğrencilerin asal çarpanlar ile bölme bölünebilme; ebob ile ekok kavramlarının arasındaki ilişkiyi açıklayarak bu kavramları yapılandırdıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin ilgili problemleri ulaştıkları bilgiyi kullanarak çözmeleri ulaşılan bilginin pekiştirildiğini göstermektedir. Bu bulgulara dayalı olarak, ebob-ekok kavramlarının oluşması için asal çarpanlara ayırma ile sayıların bölenlerini, katlarını tanıma ve kullanma

eylemlerinin gerekli olduğu söylenebilir. Diğer bir ifadeyle tanıma ve kullanma eylemlerinin, diğer eylemlerin gerçekleşmesinde önemli bir role sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Pekiştirme eyleminde ise inşa edilen yeni yapının geçerli olduğu yeni örneklerle pekiştirileceğinden, öncelikle bu yeni yapının öğrenciler tarafından oluşturulması gerekmektedir. Dolayısıyla bu bilişsel eylemler soyutlama sürecinde sıralı değil iç içe geçmiş halde bulunurlar. Nitekim birçok araştırmada soyutlama sürecinin iç içe olduğunu ve tanıma eyleminin soyutlama sürecinin temel yapı taşı olduğunu göstermiştir (Altaylı-Özgül & Kaplan, 2016; Hershkowitz ve diğ., 2007; Yeşildere, 2006).

Sonuç olarak, RBC+C soyutlama sürecinin bilginin oluşumunda etkili bir süreç olduğu ifade edilebilir. Ayrıca etkinlik sürecinde yapılandırılmamış gözlemlerden elde edilen bulgular, grup çalışması halinde yapıldığından öğrenciler arasındaki başarı seviye farkının azaldığı ve öğrencilerin eş değer öğrenmeler edindiği gözlemlenmiştir. Sonuç olarak etkinlikler sırasında öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin, öğrencilerin bilgiyi yapılandırmalarına ve ebob-ekok bilgisini oluşturma sırasında hangi süreçte ya da eylemde zorlandıklarının anlaşılmasına fırsat vermiştir. Ayrıca öğrencilerin hangi durumlarda zorlandıklarının tespit edilmesi, bu zorluklara odaklanılarak sorunların çözülmesine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle yapılacak araştırmalar için, farklı sınıf ve başarı düzeylerinden öğrenci ya da öğrenci grupları seçilerek öğretim deneyi yöntemi ile öğrencilerin zorlandıkları matematiksel kavramların bilgi oluşumu sürecinin incelenmesi öneri olarak verilebilir. Özet olarak, öğrenmenin nasıl gerçekleştiği konusunda, ortaya çıkan kuram ve yaklaşımların birçok söylemini barındıran RBC+C soyutlama kuramı, bir konunun kavramsal öğrenilmesi sürecinde öğrencinin bilişsel eylemlerini tespit etme ve yorumlama üzerine yürütülen araştırmalar için kuramsal bir çerçeve oluşturabilir (Baki, 2018). Bu kurama dayalı çalışmalar, araştırmacılara ve matematik eğitimcilerine bu konuda bilgi ve tecrübe kazanmalarına fırsat vererek, matematik konularının daha anlamlı bir şekilde öğrenilmesine katkı sağlayabilir.

Kaynakça

Açan, H. (2015). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Altaylı-Özgül, D. & Kaplan, A. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 344-364.
- Altun, M. & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi* (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.
- Bolte, L. (1999). Enhancing and assessing preservice teachers' integration and expression of mathematical knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 167-185.
- Brown, A., Thomas, K., & Toliaş, G. (2002). Conceptions of divisibility: Success and understanding. In S. Campbell & R. Zazkis (Eds.), *Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction* (pp. 41-82). Westport, CT: Ablex
- Can-Şenay, Ş. & Özdemir, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının lineer kongrüanslara ilişkin soyutlamayı indirgeme eğilimleri. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama*, 5(10), 59-72.
- Czarnocha, B. (2008). *Handbook of mathematics teaching-research: Teaching experiment- a tool for teacherresearchers*. University of Rzeszow.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. <http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf>. adresinden 10.09.2018 tarihinde indirilmiştir.
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek D. J., & Rebello, N. S. (2004). The teaching experiment –What it is and what it isn't? *Proceedings of Physics Education Conference-AIP Conference* (pp. 157-160). Madison, WI.
- Hassan, I. & Mitchelmore, M. C. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol 1, pp. 278-285). Adelaide: MERGA.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B.B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195- 222.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T., & Schwarz, B. (2007). Abstracting processes, from individuals' constructing of knowledge to a group's shared knowledge. *Mathematics Education Research*, 19(2), 41-68.
- Kaplan, A. & Açıl E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 130-153.

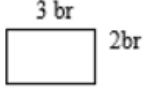
- Kobak-Demir, M. & Gür, H. (2016). Öğretmen adaylarının parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü: durum çalışması. *Education Sciences*, 11(4), 195-216.
- Knuth, E. & Elliott, R. (1997). Preservice secondary mathematics teachers' interpretations of mathematical proof. In J. Dossey, J. Swafford, M. Parmantie & A. Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 545–551). Bloomington, IL.
- Malatyalı, E. & Yılmaz, K. (2010). Yapılandırmacı öğrenme sürecinde kavramlar ve önemi: kavramların pedagojik açıdan incelenmesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 3(14), 320-332.
- Özmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Özmantar, M. F. & Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 481-488). Bergen, Norway: PME.
- Özmantar, M. F. (2004). Scaffolding, abstraction, and emergent goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, (Vol. 24, p. 2). Retrieved from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-214.pdf>.
- Özmantar, M.F. (2005). *An investigation of the formation of mathematical abstractions through scaffolding*. The University of Leeds, School of Education (Unpublished Doctoral Thesis), Leeds, United Kingdom.
- Saraç, H. (2017). 7E öğretim modeline göre hazırlanan materyallerin öğrencilerin ısı ve sıcaklık kavramlarını anlamalarına etkisi. *Fen Bilimleri Öğretimi Dergisi*, 5(1), 1-19.
- Sarıtaş, E. (1999). İlköğretim I. devrede işbirlikli öğrenme yöntemi ile geleneksel. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(6), 97-104.
- Schwarz, B., Hershkowitz, R., & Azmon, S. (2006). The role of the teacher in turning claims to arguments. *Proceedings of PME* (Vol. 5, pp. 65-72). Prague.
- Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim öğrenme ve öğretim* (9. Baskı). Ankara: Gazi Kitabevi.
- Sezgin-Memnun, D. & Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 171-200.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19(2), 81-101.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets—a process of abstraction: The case of Ben. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 1-23.
- Türk Dil Kurumu [TDK] Sözlüğü (2016). www.tdk.gov.tr adresinden 13.04.2018 tarihinde indirilmiştir.

- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2008a). An investigation of the components affecting knowledge construction processes of students with differing mathematical power. *Eurasian Journal of Educational Research*, 31(2), 151-169.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008b). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485–510.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008c, Ağustos). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel soyutlama süreçlerinin incelenmesi: üçgen eşitsizliği örneği*. VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan sözlü bildiri. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

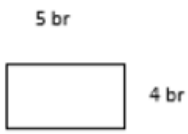
EK.1

1) Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri yatay ya da dikey yan yana koyarak oluşturabileceğiniz en küçük kareyi çiziniz ve çizdiğiniz karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz.

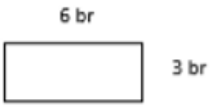
a)



b)



c)

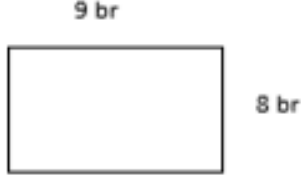


d)



2) Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenleri üst üste ve yan yana koyarak oluşturulabilecek en küçük karenin bir kenar uzunluğunu bulunuz ve oluşturulan karenin kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında ilişki var mıdır, açıklayınız.

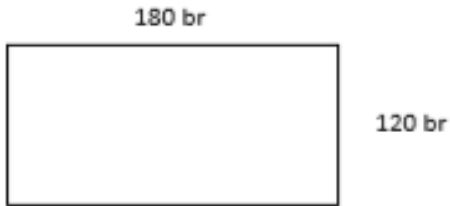
a)



b)



c)



3) Yukarıdaki dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile oluşan karelerin bir kenar uzunluğunun asal çarpanlarına ayrılmış halini tabloya yerleştiriniz.

	Dikdörtgenin kısa kenarı	Dikdörtgenin uzun kenarı	Oluşturulan karenin bir kenarı
1a			
1b			
1c			
1d			
2a			
2b			
2c			
2d			

Dikdörtgenin kenar uzunluklarının asal çarpanları ile oluşan karenin bir kenar uzunluğunun asal çarpanları arasındaki ilişkiyi ifade edebilir misiniz?

4) Kenar uzunlukları 45 cm ve 35 cm olan dikdörtgen şeklindeki fayanslar ile kaplanabilecek en küçük karesel bölgenin bir kenarının uzunluğunu kaç cm olduğunu bulunuz ve kaç fayansa ihtiyaç olduğunu belirleyiniz.

5) Sırasıyla 20'şer 30'ar ve 40'ar dakika arayla çalan üç ayrı zil, aynı anda çaldıktan kaç dakika sonra yine birlikte çalarlar?

1) Aşağıda verilen dikdörtgenleri çizilebilecek en büyük eş karesel bölgelere çizerek ayrıldığında oluşan bir karenin kenar uzunluğunu çizerek gösteriniz.

a)



b)



c)



d)



- 2) Aşağıda verilen dikdörtgenleri çizilebilecek en büyük eş karesel bölgelere çizerek ayrıldığında oluşan bir karenin kenar uzunluğunu bulunuz. Oluşan kare ile dikdörtgenin kenarları arasında ilişki var mıdır, açıklayınız.

a) 12 br



b) 75 br



c) 63 br



d) 160 br



3) Yukarıdaki dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile oluşan karelerin bir kenar uzunluğunun asal çarpanlarına ayrılmış halini tabloya yerleştiriniz.

	Dikdörtgenin kısa kenarı	Dikdörtgenin uzun kenarı	Oluşturulan karenin bir kenarı
1a			
1b			
1c			
1d			
2a			
2b			
2c			
2d			

Dikdörtgenin kenar uzunluklarının asal çarpanları ile oluşan karenin bir kenar uzunluğunun asal çarpanları arasındaki ilişkiyi ifade edebilir misiniz?

4. Kezban Hanım, boyutları 210 cm ve 180 cm olan duvarını kare şeklindeki taşlarla kaplayacaktır. Kezban Hanım aldığı taş sayısının en az olması için alacağı taşlardan birinin bir kenarının uzunluğu kaç cm olmalıdır?

5. 20 ve 36 m uzunluktaki iki ayrı kumaş, eşit uzunlukta olacak şekilde en uzun kaç metrelik parçalara ayrılır?