

## Üçüncü Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerdeki Bütün-Yarım-Çeyrek Kavramları Hakkındaki Düşüncesi ve Kavramları Açıklamada Kullandığı Matematiksel Temel Beceriler\*

### Third Grade Students' Opinions about Whole-Half-Quarter Concepts in the Fractions and Mathematical Basic Skills Used To Explain Concepts

Nejla GÜREFE\*\*

Şeyma ÖZDİL\*\*\*

Received: 01 June 2018

Research Article

Accepted: 26 November 2018

**ABSTRACT:** In this research, it was investigated the students' opinions about the whole, half, quarter concepts in the learning subject of fractions and the basic skills they use when explaining these concepts. While the skills used by the students were classified, the skills included in the 2015 Mathematics Lesson Curriculum (for grades 1-4) were taken into account. In this study, case study from qualitative research method was used and participants were 12 students who were educated in the third grade of primary school in a public school and determined by purposive sampling method. The data of the study were collected through semi-structured interviews. In the interviews, a scale consisted nine questions were used. Data were analyzed with content analysis. Analyzes have shown that the students explained the whole, half and quarter concepts in general by associating with each other and by using examples related to their daily life. In addition, it is determined that the students have some errors by referring to the physical size of another concept in the process of expressing any of the concepts of whole, half or quarter. In mathematical basic skills, students mostly used reasoning and communication, while they rarely used problem solving skills, and they have difficulties in mathematical modeling skills in general.

**Keywords:** fractions, whole-half-quarter, math basic skills, elementary school students.

**ÖZ:** Bu araştırmada kesirler öğrenme alanındaki bütün, yarım, çeyrek kavramları hakkında öğrencilerin sahip oldukları düşünceler ve bu kavramları açıklarken kullandıkları matematiksel temel beceriler incelenmiştir. Öğrencilerin kullandıkları beceriler sınıflandırılırken 2015 Matematik Dersi (1-4. sınıflar için) Öğretim Programında yer alan beceriler dikkate alınmıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmış ve katılımcıları, bir devlet okulunun ilkokul üçüncü sınıfında öğrenim gören ve amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiş 12 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri ise dokuz sorudan oluşan bir formla yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmış ve verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Analizler sonucunda öğrencilerin bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını genel olarak birbirleri ile ilişkilendirerek ve kavramların günlük hayattaki kullanımlarına örnekler vererek açıkladıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin bütün, yarım ya da çeyrek kavramlarından herhangi birini ifade etme sürecinde diğer bir kavramın fiziksel büyüklüğünü referans olarak bazı hatalara sahip oldukları görülmüştür. Matematiksel temel becerilerden ise öğrencilerin çoğunlukla akıl yürütme ve iletişim, en az ise problem çözme becerisini kullandıkları, genel olarak da matematiksel modelleme becerisinde sıkıntılar olduğu tespit edilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** kesirler, bütün-yarım-çeyrek, matematiksel temel beceriler, ilkokul öğrencileri.

\* This study was presented as an oral presentation at International Congress on Science and Education (ICSE-2018) in March 2018.

\*\* Corresponding Author: Dr. Instructor, Nejla Güreffe, Usak University, Usak, Turkey, [nejlacialik@gmail.com](mailto:nejlacialik@gmail.com)

\*\*\* MA student, Usak University, Usak, Turkey, [seymazdl@gmail.com](mailto:seymazdl@gmail.com)

#### Citation Information

Güreffe, N., & Özdi, Ş. (2018). Üçüncü sınıf öğrencilerinin kesirlerdeki bütün-yarım-çeyrek kavramları hakkındaki düşüncesi ve kavramları açıklamada kullandığı matematiksel temel beceriler. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi [Journal of Theoretical Educational Science]*, UBEK-2018, 166-188.

## Giriş

Matematik öğretiminin temel amacı kişilere günlük yaşantısında da kullanabileceği temel matematiksel becerileri kazandırmaktır. Nitekim matematik dersi öğretim programı da bireylerde kavramsal öğrenme, matematiksel kavramlar arasında ilişki kurma, matematiğin dilini uygun bir şekilde kullanarak iletişim kurabilme, matematiksel modelleme yapabilme, akıl yürütme ve problem çözme gibi becerilere sahip olmayı sağlamaktadır (MEB, 2015). İleri sınıflardaki matematik öğrenimi için özellikle ilkokulda kazandırılacak bu beceriler önem arz etmektedir.

İlkokuldaki matematik müfredatında öğrencilerin 1. sınıftan itibaren her yıl karşılaştıkları ve daha sonraki öğrenme hayatlarında matematik bilgisine temel oluşturan önemli öğrenme alanlarından birisi de kesirlerdir (MEB, 2009). Kesirlere 1. sınıfta bütün ve yarım kesirler ile giriş yapılarak öğrencilerde bir farkındalık oluşturulmaya çalışılmakta, 2. sınıfta bütün ve yarım kavramlarının çeyrek ile ilişkisi verilmektedir. 3. sınıfta ise parça-bütün ilişkisi vurgulanarak kesre ait terimler ve birim kesirler tanıtılmakta, birim kesrin pay ve paydası arasındaki ilişki pekiştirilmekte, 4. sınıfta da basit, bileşik ve tam sayılı kesir tanımları verilmekte ve kesirlerde toplama-çıkarma işlemlerine giriş yapılmaktadır (MEB, 2017). Görüldüğü üzere öğrenciler kesirlerde “tam” ve “yarım” kavramları ile ilk olarak 1. sınıfta karşılaşmakta, 2. sınıfta ise bu kavramlara “çeyrek” kavramı da eklenmektedir. Dolayısıyla kesirler konusunun temeli “bütün, yarım ve çeyrek” kavramlarına dayanmaktadır. Matematiksel kavramların ardışık ve aşamalı bir sıra takip edilerek öğrenildiği düşünüldüğünde daha ileri sınıflardaki kesirlere ilişkin kavram ve işlemlerin daha kolay öğrenilmesi için temeldeki bu kavramların tam anlamıyla anlaşılması gerekmektedir (Alacacı, 2010). Bir kavramın öğrenilememesi veya eksik öğrenilmesi, bir sonraki aşamada ilişkili yeni bir kavramın öğrenilmesini de zorlaştırmaktadır.

Alan yazındaki çalışmalar ilkokuldaki öğrencilerin kesirler konusunda çok zorlandıklarını göstermiştir (Alacacı, 2010; Altun, 2005; Behr, Wachsmuth, & Post, 1985; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005; Hansen, 2014; Pesen, 2003; Moss & Case, 1999; Olkun & Toluk, 2004; Stafylidou & Vosniadou, 2004). Kesir kavramı bir bütün ve bütünün parçaları arasındaki ilişkiyi belirtmektedir (Altun, 2005). Öğrencilerin günlük hayatlarında paylaşma kavramını sıklıkla ve doğru bir şekilde kullanmasına rağmen kesirlerde bütünün parçalarının eşit olarak bölünmesi gerekliliğini anlamaması (Hansen, 2014) ve kesirleri kavramsal olarak anlamayıp da formül olarak ezberlemeleri (Şiap & Duru, 2004) konunun birçok öğrenciye zor gelmesinin sebeplerinden bazılarıdır. Van de Walle, Karp ve Bay Williams (2014) de sıkıntı olan bu güçlüklerde başarıya ulaşmaları için öğrencilere kesirler öğretilirken ilk olarak parça-bütün ilişkisinin anlatılması gerektiğini belirtmiştir. Çünkü kesirlerde öğrenciler öncelikle çevrelerindeki bütünleri iki ve dört eş parçaya ayırarak ayırdıkları parçaları adlandırmaktadır. Dolayısıyla kesir öğretiminde bütün, yarım ve çeyrek kavramları ve bu kavramlar hakkında öğrencilerin sahip oldukları bilgilerin ortaya çıkarılması önemlidir. Çünkü öğrencilerin bir konuda hatalarının bulunması, onun aynı konudaki daha sonraki öğrenmelerini de olumsuz etkileyecek ve hatalar zamanla yanılığa bu da yanlış öğrenmelere dönüşecektir (Özçifçi, 2007; Yılmaz & Yenilmez, 2008). Öyle ki, Baki ve Bell (1997), yanılığın teşhis edilerek düzeltme yoluna gidilmediğinde öğrencinin de yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamayacağını vurgulamıştır. O yüzden henüz başlangıç seviyesindeki konularda öğrenci hataların belirlenmesi ve bunların

giderilmesine yönelik önlemlerin alınması açısından temeldeki bu kavramlar oldukça önemli görülmektedir.

Alan yazında kesirler konusundaki kavramsal ve işlemsel performansın (Haser & Ubuz, 2002), öğrenme güçlüklerinin (Soylu & Soylu, 2005), kavram yanılgılarının (Biber, Tuna, & Aktaş, 2013; Yorulmaz & Önal, 2017), başarı, formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki ilişkinin (Orhun, 2007) ve kesirleri ifade etmede geometrik modellerin kullanılma becerilerinin (Şiap & Duru, 2004) araştırıldığı çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Ancak kesirler konusuna girişin yapıldığı bütün, yarım ve çeyrek kavramları hakkında öğrencilerin sahip olduğu bilgileri ortaya koyan herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışma ile de öğrencilerin bütün, yarım ve çeyrek kavramları hakkında sahip olduğu düşüncesi ve bu kavramları açıklama sürecinde kullandıkları temel becerilerin neler olduğunu ortaya çıkarılmak istenmiştir.

## Yöntem

### Araştırmanın Modeli

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmasında araştırmacı “neden” ve “nasıl” sorularına odaklanarak “hedeflenen durumu” derinlemesine ve ayrıntılı biçimde incelemektedir (Yin, 2003). Bu araştırmada kesirlerdeki bütün, yarım ve çeyrek kavramları hakkındaki öğrenci düşünceleri durum olarak değerlendirilmiştir.

### Katılımcılar

Araştırma Türkiye'nin batısındaki bir devlet okulundan amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş 3. sınıflardan 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu öğrencilerin tamamı 1. ve 2. sınıfta ilgili kavramların kazanımlarına ilişkin gerekli eğitimi almış kimselerdir. Katılımcıların 5'i kız, 7'si erkektir. Katılımcıların gerçek ismi gizli tutularak öğrenciler Ö1, Ö2, ..., Ö12 şeklinde kodlanmıştır.

### Veri Toplama Aracı ve Süreci

Çalışmada bütün, yarım, çeyrek kavramları ile bunlar arasındaki ilişkiyi, eş ve eşit kavramları ile bunlar arasındaki ilişkiyi tespit etmeyi sağlayan dokuz açık uçlu sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Formun oluşturulmasında matematik eğitimi alanında uzman bir öğretim üyesi ile araştırmaya katılan öğrencilerin sınıf öğretmeninin görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak öğrenci seviyesine uygun olmadığı tespit edilen sorulardan bazıları araştırmaya dâhil edilmemiştir. Soruların anlaşılabilirliğini belirlemek için bir tane 3. sınıf öğrencisi ile pilot görüşme yapılmış ve elde edilen sonuçların da değerlendirilmesi ile formun nihai hali oluşturulmuştur. Hazırlanan son form öğrencilere yazılı olarak verilmiş ve veriler onlarla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Görüşmeler sırasında öğrenciye istediği takdirde kâğıt üzerinde işaretleme yapabileceği de söylenmiştir. Öğrenciler ile yapılan görüşmeler ortalama 10-15 dakika sürmüştür ve veriler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır.

### Veri Analizi


Araştırmada ses kayıtlarının transkriptleri içerik analiz yoluyla analiz edilmiştir. Çalışmada öğrencilerden toplanan verilerden kategoriler belirlenmiş ve daha sonra bu

katagoriler bazı ana katagoriler altında birleştirilmiştir. Öğrencilerin bütün, yarım ve çeyrek kavramlarından anladıkları, bazı katagoriler ile verilirken bu kavramları açıklama sürecinde kullandıkları beceriler de ayrı katagorilerle verilmiştir. Öğrencilerin kullandıkları beceriler sınıflandırılırken 2015 Matematik Dersi (1-4. sınıflar için) Öğretim Programı'ndaki beceriler dikkate alınmıştır. Öğretim programında öğrencilere problem çözme (PÇ), akıl yürütme (AY), matematiksel modelleme (MM), matematik dilini kullanarak iletişim (MDKİ), araç ve gereçleri uygun biçimde kullanma ve bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma becerilerinin kazandırılması hedeflenmiştir. Bu çalışmada yapılan görüşmelerde kullanılma durumu söz konusu olmadığından araç ve gereçleri uygun biçimde kullanma ve bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma becerileri araştırmanın dışında bırakılmıştır. Bu iki beceri dışındakiler sınıflandırılırken ise Tablo 1'deki kritik davranışlar referans olarak alınmıştır.

Tablo 1

*İlkokul Matematik Öğretim Programındaki Beceriler ve Kritik Özellikleri*

Matematiksel Temel Beceriler	Becerilere ilişkin kritik özellikler	Örnek öğrenci cevapları
Problem çözme	*Sorunun cevaplanması sürecinde özellikle günlük hayattan yeni bir problem durumunun kurgulanarak bu problem durumunun yeniden düzenlenmesi, problemi çözmek için modelleme yapılması, problemin matematik terimleriyle ifade edilmesi (MEB, 2015)	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Mesela ekmek var. Bölüyorsun yarım oluyor... Bütünü ortadan böldüğümüzde, tam ortadan böldüğümüzde yarım olur.</li> <li>❖ Bütünü ortadan bölerek yarım olur. İkisi de eşit olmalı... Bir tane kek vardır. İki kişi vardır. Onların ikisine de eşit vermek için ortadan ikiye yarım paylaşırlar.</li> </ul>
Akıl yürütme	<p>*Verilen durumunun soyutlanması ve matematiksel sembollerle ifade edilmesi, sembollerini kullanırken sembollerin temsil ettiği varlığı veya niceliği düşünme ve bu niceliği derinlemesine anlama, her bir ögenin neyi temsil ettiğinin ve diğer öğelerle nasıl ilişkilendiğinin anlamlandırılması (MEB, 2015)</p> <p>*İnceleme ve tahmin becerilerini içerdiğinden, belli varsayım ve kurallara dayalı mantıksal çıkarımda bulunma ve sonuçları doğrulama (Mullis, Martin, &amp; Foy, 2005).</p> <p>*Bilginin farklı öğeleri, ilgili gösterimleri arasında ilişkilendirmeler yapma ve ilgili matematiksel fikirler arasında bağlantı kurma (Mullis, Martin, &amp; Foy, 2005)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Bütün bir yuvarlak, bütün kare, dikdörtgen, üçgen... Futbol sahası bütüne bir örnektir. Çünkü bütünler tam bir parçadır. Parçadan alınmıyor, ortadan kesilmiş olmayan bir bütündür. Hiçbir şey olmayan...</li> </ul>
Matematiksel modelleme	*Matematiksel kavramlar, ilişkiler ve düşüncelerin somut nesnelere, tablolar, semboller, resimler ve grafikler yardımı ile modellenmesi (MEB,	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ ... biri küçük biri büyük (Biçim1'deki şekli çiziyor). bütün daha büyük yarım küçük.</li> </ul>

2015)	
Matematik dilini kullanarak iletişim	*Matematiksel bir düşüncenin sözlü, yazılı, görsel olarak ifade edilirken resimler, sözcükler, grafikler, sembollerin kullanılması (MEB, 2015) ❖ Bir bütünü parçaya böldüğümüzde onların ikisi eş olur. Birleştirdiğimizde de bütün olur.

Verilerin analizinde ilk yazar tüm verileri belirtilen kategorilere göre kodlamıştır. Kodlamada güvenilirliğini sağlamak için ise diğer araştırmacı tarafından verilerin tamamı yeniden kodlanmış ve araştırmacılar arasındaki tutarlık %93 olarak hesaplanmıştır. Araştırmanın güvenilirliğini hesaplamak için (Güvenirlilik = Görüş Birliği/(Görüş Birliği+Görüş Ayrılığı) formülü kullanılmıştır (Miles & Huberman, 1994). Uyum görülmeyen veriler üzerinde araştırmacıların birlikte kodlama ve gerekli tartışmalar yapması sonucunda fikir birliğine varılmıştır.

### Bulgular

Bu bölümde bütün, yarım, çeyrek kavramları hakkındaki öğrenci düşüncesi ve bu kavramları açıklama sürecinde öğrencilerin kullandıkları beceriler ayrı ayrı ele alınmıştır.

#### Bütün Kavramı

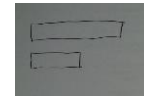
Öğrencilerin “*Bütün deyince ne anlıyorsun?*” sorusuna verdikleri cevaplar Tablo 2’ de sunulmuştur. Bütün kavramını öğrencilerin bir nesnenin parçalanmamış, bölünmemiş hali, yarım ve çeyrek arasındaki ilişkiye dayanarak, yani iki yarımın (eş ya da değil) ya da eş dört çeyreğin birleşimi, yarıma göre büyük ve büyük bir şey olarak açıkladıkları belirlenmiştir.

Tablo 2

#### Öğrencilerin Bütün Kavramı Hakkındaki Düşüncesi ve Kavramı Açıklamada Kullandığı Beceriler

Kategoriler	Örnek Öğrenci cevapları	Beceriler ve Modeller	Öğrenciler
Tam-tamamı-bölünmemiş-dağılmamış	❖ Televizyon gibi bir şeyin tam olması...	MDKİ	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12
	❖ Bütün, beraberlik, toplumsal yaşam... Ekmeği bölmezsek bütün oluyor.		
	❖ Ekmeğin bütünü mesela... Saat, kâğıt...		
	❖ Komple bir şey... Mesela elmanın tamamı...		
	❖ Bir şeyin toplu hali... Turşu kavanozu.		
	❖ Katı maddenin dağılmamışı... Bütün, bir şeyin kırılmamış halidir. Kırılmamış bir bardak, elma, portakal, mandalina...		
	❖ Bir parçası alınmamış...		
	❖ ...elma geliyor. Bir bütündür... Armut... Parçaya bölünmemiş.		

	❖ Bütün bir yuvarlak, bütün kare, dikdörtgen, üçgen... Futbol sahası bütüne bir örnektir. Çünkü bütünler tam bir parçadır. Parçadan alınmıyor, ortadan kesilmiş olmayan bir bütündür. Hiçbir şey olmayan...	AY, MDKİ	
İki yarımın birleşimi	❖ Yarımları birleştirdiğinde bütün olur. ❖ Bir nesne bütündür, ikiye bölünce yarım olur.	AY, MDKİ	Ö1, Ö2
Eş iki yarımın birleşimi	❖ İki tane yarımı birleştirdiğimizde bütün olur. Tekrar böldüğümüzde de yarım olur. ❖ ... İki yarımı birleştirdiğimizde bir bütün oluyor. ❖ Yarım dediğin onun ortadan bölümü olur. Yarım yarım bir bütüne eşittir. ❖ Bir bütünü parçaya böldüğümüzde onların ikisi eş olur. Birleştirdiğimizde de bütün olur. ❖ Mesela ekmek var. Bölüyorsun yarım oluyor... Bütünü ortadan böldüğümüzde, tam ortadan böldüğümüzde yarım olur.	AY, MDKİ	Ö3, Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö9, Ö12
İki yarımın toplamı	❖ Yarım ile yarımı topladığımızda bütün ediyor.	AY, MDKİ	Ö12
Eş dört çeyreğin birleşimi	❖ Ortasından bölersek yarım, dörde bölersek de çeyrek... ❖ Çünkü bütün tam, onu ortadan kesiyoruz iki parça oluyor. Bir daha kesiyoruz çeyrek oluyor. Çeyrekleri birleştirdiğimizde bütün oluyor. ❖ Dört suyun her biri çeyrek sayılırsa her biri bütünü oluşturur.	AY, MDKİ	Ö1, Ö5
Yarıma göre büyük/ çok	❖ ...birisi (bütün için diyor) az birisi (yarım için diyor) çoktur. ❖ Yarım biraz daha küçüktür. Bütün biraz daha büyüktür. ❖ ... biri küçük biri büyük (Biçim1'deki şekli çiziyor). bütün daha büyük yarım küçük. ❖ Mesela bir yuvarlak, karede bütün böyle yarım böyle çeyrek böyle. (Öğrenci bir yuvarlak ve kare çizip dörde bölerek açıklama yaptı) ❖ Mesela (eliyle boyutlarını gösterdi) Bütün ve yarım işte böyle. Ne fark edecek... Kalem ve yarısı (gösterdi)...	AY, MDKİ MM, AY, MDKİ	Ö2, Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12
Büyük bir şey	❖ Bardağın bayağı büyük hali gibi... Bütün bayağı büyük bir şey... ❖ ... Eşya çok büyük olduğu zaman bütün deriz...	MDKİ	Ö4, Ö10



Biçim1-(Ö3)

MEB'de okutulan Bozdağ'ın (2017) ders kitabında bütün kavramı "bir nesnenin tamamı", "birbirine eş iki yarımın birleşimi" ve "4 eş çeyreğin birleşimi" olarak ifade edilmiştir. Nitekim çoğu öğrencinin yaptığı açıklama bu tanımı karşılar nitelikte olmuştur. Ancak bütünü iki yarımın birleşimi olarak açıklayan öğrencilerden bazılarının yarımın eş olmasına dikkat etmedikleri belirlenmiştir. Bir öğrenci de bütünü iki

yarımın toplamı şeklinde açıklamıştır. Öğrencinin bu açıklaması işlemsel bir bilgiyi içermiştir. Bazı öğrenciler ise ders kitabındaki tanımlamalardan farklı olarak bütünü “büyük bir şey” olarak açıklamıştır. Bütünün büyük bir şey olduğunu söyleyen öğrenciler bir nesnenin ancak büyük olması durumunda bütün olduğunu belirtmiştir. Ayrıca bu kavramı açıklarken öğrencilerin akıl yürütme, matematiksel modelleme ve matematik dilini kullanarak iletişim olmak üzere üç beceriyi de kullandığı görülmüştür. Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin en çok iletişim becerisini kullandığı, problem çözme kullanmadığı, matematiksel modelleme becerisinde ise sıkıntı olduğu belirlenmiştir. Nitekim Ö3 kodlu öğrenci bütünü ifade ederken eş iki yarımдан oluştuğunu belirtmesine rağmen bütünün yarısı için çizdiği şekil tam anlamıyla bütünün yarısını yansıtamamıştır. Burada öğrenci yarımın şeklin tam olarak ortadan bölünmesi ile oluştuğunu göz ardı ederek bütünün yarımдан daha büyük olmasına odaklanmış ve bütünü büyük, yarımı ise daha küçük çizmiştir.

Bütünün bir nesnenin tamamı olduğunu söyleyen Ö8 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci açıklamasını mantıksal çıkarımlara dayandırarak akıl yürütme becerisini ve sözel yolla açıklayarak da matematiksel iletişim becerisini kullanmıştır. Bu süreçte araştırmacı (A) ile öğrenci arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

A: Bütün deyince ne anlıyorsun?

Ö8: Bütün bir yuvarlak, bütün kare, dikdörtgen, sonra üçgen...

A: Bütünün özellikleri nelerdir? Sence neden bütün olarak adlandırılmış?

Ö8: (Düşünüyor... Cevap yok.)

A: Kare senin için neden bir bütün?

Ö8: (Düşünüyor.)

A: Bütüne bir örnek verebilir misin?

Ö8: Futbol sahası.

A: Neden?

Ö8: Çünkü bütünler tam bir parçadır. Parçadan alınmıyor, ortadan kesilmiş olmayan bir bütündür. Hiçbir şey olmayan...


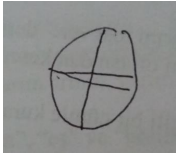
Ö8 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öncelikle bütünün ne olduğu sorulmuş, öğrenci ise bütünü tanımlamak yerine bütüne geometrik şekillerden örnekler vermiş, yuvarlak, kare, dikdörtgen ve üçgenin bütün olduğunu belirtmiştir. Karenin neden bütün olduğu sorulduğunda ise herhangi bir açıklama yapamamış, bütüne farklı bir örnek olarak futbol sahasını vermiş yine nedeni sorulduğunda ise kesilmemiş, parçası alınmamış, tam olan parçaların bütünü oluşturduğunu belirtmiştir. Öğrenci bütünü kavramsal olarak tanımlamakta güçlük çekmiş ancak verdiği örnekler ile açıklama yoluna gitmiştir. Öğrenci bu süreçte bütüne ilişkin düşüncesini sözlü olarak açıklayarak iletişim becerisini kullanmıştır.

### Yarım Kavramı

“Yarım kavramından ne anladığını açıklar mısınız?” ve “Yarım nasıl elde edilir?” sorularına 3. sınıf öğrencilerinin verdikleri cevaplar Tablo 3’de sunulmuştur. Öğrenciler yarım kavramını genel olarak bir nesnenin/bütünün iki eş parçaya bölünmesi, iki çeyreğin (eş veya değil) birleşimi, bütünün dörtte ikisi olarak ve diğer kesir kavramlarının (yarım ve çeyrek) boyutlarıyla kıyaslayarak açıklamışlardır.

Tablo 3

## Öğrencilerin Yarım Kavramı Hakkındaki Düşüncesi ve Kavramı Açıklamada Kullandığı Beceriler

Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları	Beceriler ve Modeller	Öğrenciler
Bütünü eş iki parçaya bölme	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Elmayı bölersem yarım olur... İki parçanın eşit olması gerekir.</li> <li>❖ Bir tane keki ortadan ikiye bölünce iki tane yarım kekimiz oluyor.</li> <li>❖ İkiye böldüğünde yarım olur. Mesela elmayı ikiye bölersin, limonu ikiye bölersin. ...bir taraf büyük bir taraf küçük, haksızlık olur. ...Ortadan bölmemiz gerekir.</li> <li>❖ Bir bütün şeyi ortadan ikiye keserek elde edilir. Yarım ekmeğimiz kalmıştır... Ödevimin yarısını yapmışımdır...</li> <li>❖ Mesela bunu (yuvarlağı gösterdi) ortadan ikiye bölersek yarım... Yarım elma, yarım armut, yarım pasta...</li> <li>❖ Yarım armut. İkiye bölünen şey... İkisi de eş olmadığı için yarım olmaz.</li> <li>❖ Bir bütünün ortasından ayrılması (Ö8 tarafından Biçim 2'deki şekil çiziliyor) (Ö10 tarafından Biçim 3'deki şekil çiziliyor; Biçim 3'deki şeklin dikey olarak ortadan ikiye bölündüğünde oluşan iki parçadan her biri)</li> </ul>	<p>AY, MDKİ</p> <p>MM, AY, MDKİ</p>  <p>Biçim 2-(Ö8)</p>  <p>Biçim 3-(Ö10)</p>	<p>Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12</p>
İki çeyreğin birleşimi	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Bütünü ortadan bölerek yarım olur. İkisi de eşit olmalı... Bir tane kek vardır. İki kişi vardır. Onların ikisine de eşit vermek için ortadan ikiye yarım paylaşırlar.</li> </ul>	PÇ, AY, MDKİ	Ö1, Ö8
Eş iki çeyreğin birleşimi	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Çeyrekle çeyreğin birleşimi... Sıraların küçük tarafıyla diğer küçük tarafını birleştirdiğimizde yarım olur. ...Yarım bardak su, ...</li> </ul>	AY, MDKİ	Ö5
Bütünün dörtte ikisi	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Bütünün dörtte ikisidir.</li> </ul>	AY, MDKİ	Ö9



Çeyreğe göre büyük	❖ Küçük olan çeyrek büyük olan yarım. (Biçim 4, 5 ve 6'daki şekiller çiziliyor)	AY, MM, MDKİ	
	❖ ...yarım küçüktür, çeyrek ondan da küçüktür.		
	❖ ...yarım orta boy, çeyrek küçük oluyor.		
		MM-Biçim 4- (Ö10)	Ö4, Ö10, Ö12
		MM-Biçim 5- (Ö4)	
		MM-Biçim 6- (Ö4)	

MEB'de okutulan Bozdağ'ın (2017) ders kitabı incelendiğinde yarım kavramının “2 eş parçaya bölünmüş bir bütünün bir parçasıdır.”, “Bir bütün iki eş parçaya bölündüğünde, parçalardan her biri yarımdır.” ifadeleri ile açıklandığı ve kitapta bu ifadeleri destekleyen günlük yaşam örneklerinin olduğu görülmüştür. Öğrenci açıklamalarına bakıldığında ise bazı öğrencilerin yarımın iki eş parçadan oluşması gerektiğini ifade ettiği, bazı öğrencilerin ise yarımı boyut olarak nitelendirmeyi yeterli gördüğü belirlenmiştir. Boyut açısından değerlendiren öğrencilerden ikisinin (Ö4, Ö10) açıklamalarında eşitlik/eş parçaya değinmeyerek sadece çeyreğe göre büyüklüğüne değindiği ve çizimlerinde de bu duruma dikkat etmediği, sadece şekillerin şekilsel olarak büyüklüğüne odaklandıkları tespit edilmiştir. Bu öğrenciler çizdikleri modellerde de küçük olanın çeyrek, ondan daha büyük olanın ise yarım olduğunu belirtmişlerdir. Sorulara verilen cevaplarda öğrencilerin; kavramı açıklamada bir problem cümlesi kurgulayarak onu çözmeye çalışması ile problem çözme, yarım kavramını diğer kavramlar olan bütün ve çeyrek ile ilişkilendirerek açıklaması ile akıl yürütme, kavramı açıklayan yapının şeklini çizerek matematiksel modelleme ve ifade etmeye çalıştıklarını konuşma, yazma ve şekil çizerek ifade etmesi ile de iletişim becerilerini kullandıkları belirlenmiştir.

Ö10 kodlu öğrenciye yarım kavramının ne olduğu ve nasıl elde edildiği sorulmuş, öğrenci yarım kavramını açıklarken şekil çizmiş ve bir daire modeli üzerinde yarımı göstermeye çalışmış, böylece matematiksel modelleme becerisini kullanmıştır. Ayrıca, yarımı bütün ve çeyrek ile ilişkilendirerek akıl yürütme, konuşma ve şekil çizerek açıklaması ile de matematiksel iletişim becerilerini de kullanmıştır. Bu süreçte A ile Ö10 öğrencisi arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

A: “Yarım” kavramından ne anladığını açıklar mısın?

Ö10: Mesela bunu (Şekil 1 çiziliyor; şekil sadece dikey olarak ortadan bölünüyor) ortadan ikiye bölersem yarım... Bir kez daha böldük mü çeyrek olur (Şekil 1a'daki şekli sonra yatay olarak ortadan bölüyor). Ben düzgün bölemedim.

A: Düzgün mü bölmek gerekiyor?

Ö10: (Başını sallıyor.)...

A: (Bir yuvarlak ve içine iki tarafı eşit bölmeyecek şekilde bir çizgi çiziliyor: Şekil 1b'deki şekil çiziliyor) Bu (parçalardan birini gösteriyor) bir yarım mıdır?

Ö10: Hayır, bir tarafı (Şekil 1b'de daha küçük olan parçayı işaret ediyor) çeyrek diğer tarafı (Şekil 1b'de daha büyük olan parçayı gösteriyor) yarım olur. ...

A: Yarım nasıl elde edilir? Günlük hayatta yarım kavramını hiç duydun mu? Başka örnekler verir misin?

Ö10: Bir şeyi ortadan bölerek... Mesela bir pastayı bıçakla ortadan ikiye bölerek...

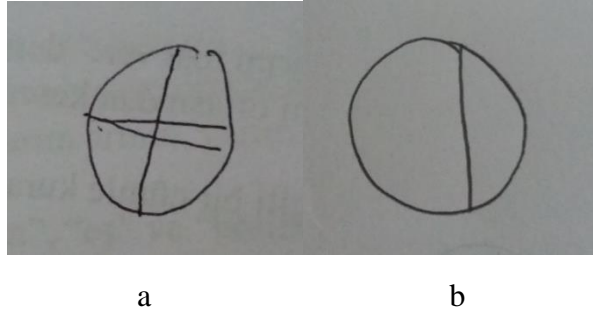
A: ...Çeyrek kelimesini günlük hayatta hiç duydun mu? Buna bir örnek verir misin?

Ö10: Mesela bu bir pasta. Çeyreğini kestiğimizde... (Bir yuvarlak çizip rastgele bir çizgi çizdi.)

A: Bunun çeyrek olduğunu nasıl anladın?

Ö10: Çünkü küçük bir parça. Ortadan kesseydik yarım olurdu.

### Şekil 1. Ö10 Kodlu Öğrencinin (a) Yarım ve Çeyrek için Çizdiği Şekiller (b) Yarım Olup Olmadığı Sorgulanan Şekil



Ö10 öğrencisine yarım kavramından ne anladığı sorulduğunda öğrenci kavramı kavramsal olarak açıklamamış, ilk etapta kâğıda yuvarlak çizmiş ve yuvarlağı dikeyde tam ortadan ikiye bölerek (Şekil 1a) ayrılan her bir parçanın yarım olduğunu söylemiştir. Ardından yuvarlağı yatayda ortadan ikiye bölmeye çalışmış (Şekil 1a) ve dört parçadan oluşan her bir şeklin çeyrek olduğunu belirtmiştir. Ancak öğrenci yatayda bölme işlemini gerçekleştirirken çizgiyi düz çizemeyerek eğri çizmiş ve şeklin düzgün olmadığını ifade etmiştir. Bu süreçte araştırmacı Şekil 1b'deki şekli çizerek bu şekildeki parçaların yarım olup olmadığını sormuş ve öğrenci büyük olan parçayı yarım, küçük olanı ise çeyrek olarak ifade etmiştir. Öğrenciye yarımın nasıl elde edildiği sorulduğunda öğrenci bir nesnenin ortadan ikiye bölünmesi gerektiğini “bir şeyi ortadan bölerek... Mesela bir pastayı bıçakla ortadan ikiye bölerek...” cümleleri ile açıklamış, ancak çeyreğin bir nesnenin küçük bir parçasının olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin yaptığı açıklamalardan ve Şekil 1b için yaptığı yorumdan bütünü iki eş parçaya bölünmesi ile yarımın oluştuğunu bildiği, ancak çeyrek için bir bütünü dört eş parçaya ayrılması gerektiğini bilmediği tespit edilmiştir. Çünkü öğrenci çeyreğin bütünden alınan küçük bir parça olduğunu belirtmiş aynı zamanda Şekil 1b'de de rastgele çizilmiş küçük parçayı çeyrek olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla öğrencinin “...düzgün bölemedim” ile ifade etmeye çalıştığı şey şeklin eş parçalara ayrılamaması değil, çizginin eğri çizilmiş olmasıdır.

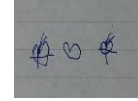
### Çeyrek Kavramı

3. sınıf öğrencilerinin sırasıyla “Çeyrek kavramından ne anlıyorsun?”, “Çeyrek kelimesini günlük hayatta hiç duydun mu, kullanıyor musun?”, “Çeyrek nasıl elde edilir?” sorularına verdikleri cevaplar Tablo 4’te sunulmuştur. Çeyrek kavramını öğrencilerin genel olarak bütünün dörde ya da dört eş parçaya bölünmesi, yarımın ikiye ya da iki eş parçaya bölünmesi, bütünün/yarımın bölünmesi, bir şeyin küçük boyda olması ve küçük parça olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerden birinin ise çeyreği dik açığa benzettiği görülmüştür.

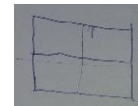
Tablo 4

#### Öğrencilerin Çeyrek Kavramı Hakkındaki Düşüncesi ve Kavramı Açıklamada Kullandığı Beceriler

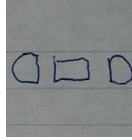
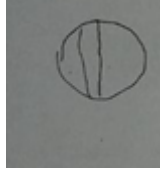
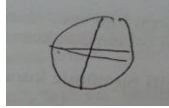
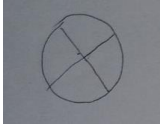
Kategoriler	Örnek Öğrenci Cevapları	Beceriler ve Öğrenciler Modeller
Bütünü dörde bölme	❖ Bir şeyin dörde bölünmüş hali.	AY, MDKİ
Bütünü dört eş parçaya bölme	❖ Dört parça olmalıdır. ...Eşit olmalı. ❖ Bir bütünü dört eş parçaya bölmek... Eş parçalar olmalı. Bir taraf fazla olmamalı. ❖ Dörtte birini... Eşit olmalı...Saatte kullanırız. ❖ Bir elmanın dörde bölünmesi... (Dörde bölerken dikkat ettiğimiz bir şey var mı?) Eşit olması... (Biçim 7'deki şekil çiziliyor)	AY, MDKİ, MM, AY, MDKİ
Yarımı ikiye bölme	❖ Yarımı ikiye bölersek de çeyrek elde ederiz.	AY, MDKİ
Yarımı eş iki parçaya bölme	❖ Mesela bir elmayı dört arkadaşına paylaşmak istiyorum. Ortadan ikiye bölerim. Bir daha ortadan ikiye bölerim. Hepsine paylaştırırım. Böyle dört tane çeyrek oluşturmuş olurum... Evet. Annenin bir şeyi dört arkadaşına paylaşması... Dört suyun her biri çeyrek sayılırsa her biri bütünü oluşturur.	PÇ, AY, MDKİ
Yarımın ikide biri	❖ Yarımın ikide biri...	AY, MDKİ
Bütünü/yarımı bölme	❖ Bölerek. Hayır. Dört parçaya bölmek zorunda değiliz... Bir bütünün yarımın bölümüdür. Yani her zaman dörde ayırmayız ama üçe de ayıramayız. ❖ Bir şeyi dörde ayırarak...Her zaman dörde bölmek zorunda değiliz. İkiye bölebiliriz. İki değil üçe bölebiliriz. (Ö7 tarafından Biçim 8'deki şekil çizilerek küçük parçanın çeyrek olduğu ifade edildi.)	AY, MDKİ, MM



Biçim 7-(Ö6)



Biçim 8- (Ö7)

	❖ Bir şeyin en küçüğü...	MDKİ	
Bir şeyin küçük boyda olması /küçük parça	❖ Çok küçük olduğu zaman çeyrek deriz. Şu kadar olduğu zaman da yarım, şu kadar çeyrek... (Eliyle büyüklükler yaparak söyledi.)	AY, MDKİ, MM	
	❖ Bir şeyin küçük boylarında olmasına... Çeyreği ekmek üstünde gösteririm...(Biçim 9'daki şekil çiziliyor)		Ö4, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12
	❖ Mesela bu bir pasta... Çeyreğini kestiğimizde... (Biçim 10'daki şekil çiziliyor; Bir yuvarlak çizilip rastgele bir çizgi çiziliyor.) ...Çünkü küçük bir parça...	Biçim 9-(Ö4)	
	❖ Küçük olan çeyrek büyük olan yarım. (Biçim 10'daki şekildeki küçük ve büyük parçaları çizerek gösteriyor).		Biçim 10-(Ö4)
	❖ Çeyrek küçük bir parça (Biçim 11'deki şekli çizerek dört parçadan her birini gösteriyor)		Biçim 11-(Ö10)
Dik açı	❖ Dik açığa benziyor.	AY, MDKİ,MM	
			Biçim 12-Ö11

MEB'de okutulan Bozdağ'ın (2017) ders kitabında çeyrek kavramı "Bir bütün 2 eş yarımdan oluşur. Bir yarım ise 2 eş çeyrekten oluşur. Dolayısıyla bir bütün 4 eş çeyrekten oluşur." şeklinde ifade edilmiş ve  $\frac{1}{4}$  kesrinin açıklaması "4 eş parçaya bölünmüş bir bütünün 1 parçası anlamındadır. 'Dörtte bir' olarak okunur." şeklinde verilmiştir. Cevaplar incelendiğinde bazı öğrencilerin ders kitabında yer alan açıklamalara yönelik cevaplar verirken bazı öğrencilerin "eş parça" ifadesini önemsemedikleri, küçük boyutta olmayı yeterli gördükleri belirlenmiştir. Ayrıca boyutsal anlamda nitelendirerek açıklama yapan öğrencilerden bazılarının (Ö4, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12) bütüne yönelik referans ölçüt belirlemedikleri, rastgele bir küçük parçanın ve devamı görülmeyen küçük bir nesnenin çeyrek olabileceğini açıkladıkları görülmüştür. Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin cevaplarında çeyrek kavramını bütün ve yarım ile ilişkilendirerek açıklamaları ile akıl yürütme, "Mesela bir elmayı dört arkadaşına paylaştım. Ortadan ikiye bölerim. Bir daha ortadan ikiye bölerim. Hepsine paylaştırırım. Böyle dört tane çeyrek oluşturmuş olurum..." şeklinde bir problem cümlesi kurgulayıp onu çözmeye çalışması ile problem çözme, çeyreğin daire, dikdörtgen, elma ve ekmek modelleri üzerinde gösterilmesi ile matematiksel modelleme, konuşma ve şekil çizme yoluyla açıklamaları ile iletişim becerisini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin özellikle açıklamalarını günlük yaşam örnekleriyle destekledikleri ancak oluşturdukları modellemelerde bazı sıkıntılar olduğu, zaman zaman modellerin yaptıkları açıklamalar ile paralellik gösterdiği bazen ise çeliştiği görülmüştür. Ö4 çeyreğin küçük bir parça olduğunu belirtmiş ve bunu da çizdiği modeller üzerinde göstermiştir. Şeklin üç parçasından birinin çeyrek olduğunu

belirtirken bir ekmek modeli çizmiş ve her bir parçayı çeyrek olarak isimlendirmiş, başka bir soruda ise daire modelini eş olmayan üç parçaya bölerek oluşan küçük parçanın çeyrek olduğunu söylemiştir. Ö4'e göre küçük olan her parça çeyreği ifade etmiştir. Ö10 daire modeli üzerinde eşit olmayacak şekilde dört parçaya böldüğü her bir küçük parçanın çeyrek olduğunu belirtirken, Ö7 ise dikdörtgen modeli üzerindeki küçük parçanın çeyrek olduğunu söylemiştir. Ö11, daire modelini dört parçaya bölerek oluşan parçaların dik açığa benzemesinden dolayı çeyrek olduklarını belirtmiş, Ö6 ise bütünün 4 eş parçasından her birinin çeyrek olduğunu belirtmiş bunu da düzgün olmayan bir elma şekli üzerinde göstermiştir. Şekil düzgün olmadığından ayrılan her bir parçanın eş olmamasına rağmen öğrenci oluşan parçaların eşit olması gerektiğini ifade ederek bunların çeyrek olduğunu belirtmiştir.

Küçük boyda olan her şekli çeyrek olarak yorumlayan Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci çeyreği çizdiği ekmek ve daire modelleri üzerinde göstererek matematiksel modelleme, sahip olduğu bilgileri şekil üzerinde ilişkilendirme yaparak, çeyrek kavramına yönelik fikirleri arasında bağlantı kurarak açıklaması ile akıl yürütme, konuşma ve şekil çizerek açıklaması ile de iletişim becerilerini kullanmıştır. Bu süreçte Aile Ö4 arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir:

A: Çeyrek kavramından ne anlıyorsun?

Ö4: Bir şeyin küçük boylarda olmasını anlıyorum.

A: ...Model üstünde gösterebilir misin?

Ö4: (Şekil 2a'yı çiziyor.)

A: Peki biz çeyreği elde ederken kaç parçaya ayırırız?

Ö4: Üç.

A: Peki o zaman bir şekli şöyle çizsem (Şekil 2b'yi çiziyor) çeyrek olur diyebilir miyiz?

Ö4: Çeyrek değil. Bunlar (Şekil 2b'deki daha büyük olan iki parçayı gösteriyor) yarım oldu. Bu (Şekil 2b'deki küçük olan parçayı gösteriyor) da çeyrek oldu.

A: Böyle bir şekil (Şekil 2c'yi çiziyor) çizsem?

Ö4: Bu (Şekil 2c'de alttaki parçayı gösteriyor) yarım, ikisi (Şekil 2c'deki üstteki iki parçayı gösteriyor) çeyrek olur.

A: Böyle (Şekil 2d'yi çiziyor) bir şekil çizsem?

Ö4: O zaman üçü de (Şekil 2d'de küçük olan parçaları kastediyor) çeyrek olur.

A: Çeyreği bulurken dikkat ettiğimiz bir şey var mı?

Ö4: Mesela saatte gösterebilirim. 2 ile 4 ün arası çeyrek oluyor.

A: (Saat şekli çizilip 2 ve 4 arası gösteriliyor.) Çeyrek oldu mu sence?

Ö4: Yarım gibi ama çeyrek olur diye düşünüyorum.

A: Çeyrek kelimesini günlük hayatta kullanıyor musun? Örnek verir misin?

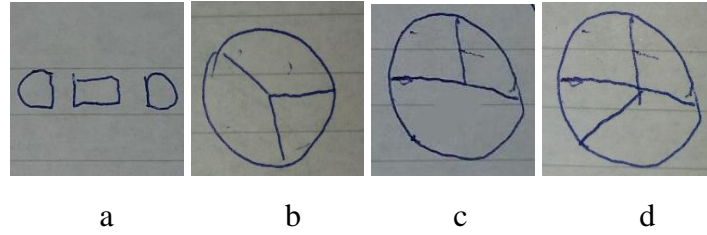
Ö4: Annem bazenleri bana para verdi mi karnım aç olduğunda kantine gidip tost aldığımda...

A: Peki sana bu kâğıdın (dikdörtgen) çeyreğini verir misin desem nasıl ölçersin?

Ö4: Bunu katlarım, o zaman olabilir.

A: Gösterebilir misin?

Ö4: (Kâğıdı iki kez ortadan ikiye katlıyor.) ...

**Şekil 2. (a) Öğrencinin Çeyrek için Çizdiği Şekil (b-d) A'nın Çizdiği Şekiller**

Ö4 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmede öğrencinin, çeyreği bulmada eşitliği bütüne göre referans almadığı ve bir şeyin çeyrek olabilmesi için küçük boylarda olmasının öğrenci tarafından yeterli görüldüğü belirlenmiştir. Araştırmacı tarafından çizilen Şekil 2d de öğrencinin üç küçük parçayı çeyrek olarak kabul ettiği, kalan kısmı ise adlandırmadığı görülmüştür. Aynı zamanda Şekil 2b de bir yarımın iki eş parçadan oluşacağı düşüncesini karşılamayan bir yorum yaptığı, büyük parçaları yarım olarak kabul ettiği tespit edilmiştir. Öğrenci çeyrek ifadesinin üç parçadan oluştuğunu ifade etmiş, konuşmanın ilerleyen kısımlarında kararını değiştirerek büyük şekillerde daha çok parçaya ayrılarak da çeyreğin oluşturulabileceğini dile getirmiştir. Aynı zamanda öğrenciye bir kâğıdın çeyreğini nasıl gösterebileceği sorulduğunda iki kez ortadan katlayarak doğru bir modelleme yaptığı ancak çizdiği şekillerin yanlış olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencinin öğrenme alanlarıyla ilişki kurarak çeyrek kavramına saat üzerinde her beş dakikaya denk gelecek çizgileri örnek verdiği belirlenmiştir. Öğrencinin Şekil 2a-d şekillerinden ve açıklamalarından yola çıkılarak; öğrencinin eş parçaları önemsemeden şeklin bölündüğü parçalarının büyüklüklerini kıyaslama yoluyla çeyreği belirlediği ve kavramlar hakkındaki açıklamaları ve gösterimlerinde çelişkiler yaşadığı söylenilebilir.

Çeyrek kavramını dik açığa benzeterek açıklayan Ö11 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrencinin akıl yürütme, iletişim ve matematiksel modelleme becerilerini kullandığı söylenebilir.

A: Çeyrek kavramından ne anlıyorsun?

Ö11: Dik açığa benziyor.

A: Dik açının oluştuğu yerler midir çeyrek?

Ö11: Evet.

A: Bir yuvarlakta gösterebilir misin?

Ö11: (Şekil 3a'daki şekli çiziyor.)

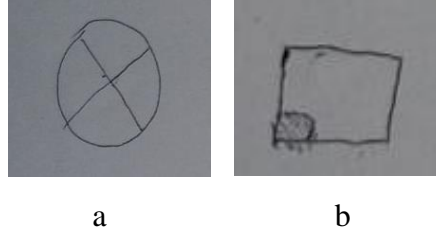
A: (Şekil 3b'deki kareyi çiziyor) Dik açı oluştu sence bu çeyreği mi ifade ediyor?

Ö11: Hayır. Çünkü düzgün değil.

A: Nasıl olsaydı çeyrek olurdu?

Ö11: Bunun aynısı olunca çeyrek olurdu. (Şekil 3b de yer alan küçük kareyi işaretliyor.)

### Şekil 3. Çeyrek Kavramı için Çizilen Şekiller



Ö11 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmede öğrenci çeyrek kavramını dik açıyla ilişkilendirerek açıklamıştır. Bir yuvarlak şekil üzerinde bunu göstermesi istendiğinde ise öğrenci bir çember çizerek bunu dört parçaya ayırmıştır. Daire model olarak ifade edilen bu modelin dört parçaya ayrılması bu parçaların da eş olması durumunda çeyreği oluşturmakta ve merkez açıları da  $90^0$  lik bir dik açıya sahip olmaktadır. Öğrenci de daire üzerindeki çeyrek şeklini dik açı ile özdeşleştirerek çeyreği dik açı olarak düşünmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmenin devamında araştırmacı bir kare çizerek burada bir dik açı oluştuğunu ve bunun çeyrek olup olmadığını sorduğunda ise öğrenci şeklin düzgün olmadığından çeyrek olamayacağını, araştırmacının çizdiği karenin açılarından birini göstererek bu şeklin çeyrek olabileceğini ifade etmiştir. Öğrenci çeyrek kavramını daire modelinde dik açı olarak düşündüğünden her gördüğü dik açıya çeyrek gibi davranmıştır. Karenin dik açısını dahi çeyrek olarak düşünmesi öğrencinin dairedeki gösterimini göz önünde bulundurarak çeyreği dik açıya genellediğinin açık bir göstergesidir.

#### Eş ve Eş Parça Kavramları

Öğrencilere eş, eşit ve eş parça kavramları sorulmuş, öğrencilerin bazıları (Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11) eş kavramını hiç duymadıklarını ancak eşit kavramını bildiklerini ifade etmişlerdir. Eş kavramını bilen öğrenciler ise “bütünün ortadan bölünmesi ile oluşan parça, bir şeyin eşi/aynısı/benzeri, eş anlamdaki kelime” kavramları ile açıklamış ve genel olarak eş kavramını tanımlayabilmek için de “bir tane üçgenle aynı üçgen, mektep, okul, muallim gibi eş anlamlı kelimeler, yarış (yarışta eşit başlamak, yarışa aynı anda başlamak), dolapların kareleri, evlenen kişiler” gibi örnekler vermişlerdir. Eş parçayı da “iki şeyin aynı ya da aynı sayıda olması, bütünün çeyreği, bir bütünden alınan parça, birleştirildiğinde bütün oluşturan parçalar” kavramları ile açıklamışlar ve eş parça kavramına “ceketteki düğmelerin takıldığı yerler, kağıdın aynısı, kağıdı dört eş parçaya bölme, dolabı ortadan bölme, iki eş portakal” örneklerini vermişlerdir.

Eş, eşit ve eş parça kavramlarının sorgulanması sürecinde Ö8 kodlu öğrenci ile aşağıdaki diyalog geçmiştir.

A: Sence “eş” kavramı ne demektir?

Ö8: Eş anlamlı sözcükler aklıma geliyor. Mektep-okul, öğretmen-muallim gibi...

A: Matematik dersinde hiç duydun mu?

Ö8: Hayır.

A: Peki eşit ne demek?

Ö8: Eşit birbirine eşit olan demektir.

A: İki şeyin birbirine eşit olduğunu nasıl anlarız?

Ö8: Şeklinin aynı olması yeterli...

A: “Eş parçalar” deyince ne anlıyorsun?

Ö8: Çeyrek. Eş parça demek bir bütünden alınan parça demektir. ...

Ö8 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmede başlangıçta öğrencinin eş kavramını Türkçe dersindeki anlamıyla ifade ettiği görülmüş, araştırmacı matematik dersindeki anlamını sorması üzerine Ö8 eş kavramını hiç duymadığını söylemiş ve eşit kavramının sorulması üzerine ise bu kavramı “birbirine eşit olma” ile açıklayarak bunu iki şeklin aynı olması şeklinde düşünmüştür. Eş kavramını hiç duymadığını söylemesine rağmen Ö8 daha sonra eş parçayı “çeyrek” ve “bir bütünden alınan parça” olarak ifade etmiştir. Ö8’in eş kavramını tanımlamayıp eş parçayı açıklayabiliyor olması ilginç bir durumdur. Oysaki eş kavramı 2. sınıf matematik ders kitaplarında “Bir bütün 2 eş yarım dan oluşur. Bir yarım ise 2 eş çeyrekten oluşur. Dolayısıyla bir bütün 4 eş çeyrekten oluşur.” açıklamalarıyla öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Ayrıca öğrencinin eş kavramını çeyrek ve bütünden alınan bir parça olarak açıklaması onun bir yanlış anlayış içerisinde olduğunu göstermiştir. Çeyrekte eş parçaların olması öğrencinin eş parçayı çeyrek şeklinde tanımlamasına sebep olmuş olabilir. Eş kavramının tanımlanabilmesi için en az iki varlığın karşılaştırılması gerekmesine rağmen öğrencinin bütünden alınan herhangi bir parçayı eş olarak tanımlaması da yine öğrencinin bir kavram kargaşası yaşadığını göstermiştir.

### Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Çalışmada ilkökul 3. sınıfta eğitim gören öğrencilerin bütün, yarım ve çeyrek kavramlarına yönelik düşünceleri ve düşüncelerini açıklama sürecinde kullandıkları matematiksel temel beceriler ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin kavramları açıklama sürecinde bazı yanlış anlayışlara sahip oldukları ve çoğunlukla da akıl yürütme ve iletişim becerilerini kullandıkları tespit edilmiştir.

Katılımcılar bütün, yarım, çeyrek ve eş kavramlarını açıklarken doğru ifadeler kullandıkları gibi bazı hatalı açıklamalar da yapmıştır. Çalışmamızda öğrencilerden bazıları bütün kavramını eş iki yarım ya da dört çeyreğin birleşimi, yarımı bir nesnenin ya da bütünün iki eş parçaya bölünmüş hali, eş iki çeyreğin birleşimi ve bütünün dörtte ikisi, çeyreği bütünün dört eş parçaya bölünmesi, yarımın ikiye ya da iki eş parçaya bölünmesi şeklinde açıklayarak ders kitabındaki ifadeleri kullanarak matematiksel tanımlar yapmışlardır. Bunların yanı sıra bazı öğrenciler de bütünü “bir nesnenin parçalanmamış, bölünmemiş hali, tamamı” gibi açıklamalar yaparak herhangi bir yerinden parçalanmamış, parçası alınmamış bir nesneyi yani nesnelerin tamamını bütün olarak değerlendirmişlerdir. Bütün kavramına yönelik yapılan açıklamalar incelendiğinde kavramın daha çok günlük hayattan seçilen örnekler ile açıklanmaya çalışıldığı görülmüştür.

Empson (1999) kesirlerde parça-bütün ilişkisinin kazanılabilmesi için eşit paylaşım fikrinin geliştirilmesinin önemli olduğunu belirtir. Ancak, bu çalışmada bazı öğrencilerin iki yarımın birleşiminin veya iki yarımın toplamının bütün, iki çeyreğin birleşiminin yarım, bütünün dörde ve yarımın ikiye bölünmesinin çeyrek olduğunu söyleyerek birleştirilen veya bölünmüş parçaların eş olması gerektiğini göz ardı ettikleri görülmüştür. Alan yazında da kesir gösterimleri ile ilgili durumlarda eş parçalara ayırma kuralının göz ardı edildiği görülmüştür (Alacacı, 2010; Bempeni & Vamvakoussi, 2015; Haser & Ubuz, 2002; Karaağaç & Köse, 2015; Öztürk, Akkan, Kaleli-Yılmaz, & Kaplan, 2015; Pesen 2007). Bazı öğrenciler de bu kavramlarla ilgili olarak kavramların



temsil ettiği şekillerin görünüşüne odaklanmış, yarımı referans alarak yarımından daha büyük ya da yarım kriter olarak alınmaksızın büyük olan şeylerin bütün, çeyreği referans alarak çeyrekten büyük boyda olanların yarım ve küçük boyda olan şeylerin ise çeyrek olduğunu söylemişlerdir. Her ne kadar bütün yarımından, yarım da çeyrekten büyük olsa da yarımından büyük olan şeyler her zaman bir bütün, çeyrekten büyük olanlar ise yarım oluşturmamaktır. Bu durum öğrencilerin bazılarının bu konuda bir yanlış anlayışa sahip olduğunu göstermiştir. Bunun sebebi öğrencinin bütün, yarım ve çeyrekle ilgili sembolik ifade güçlüğüne sahip olması olabilir. Örneğin, öğrenci yarımın  $1/2$  ve bütünün  $1$  ile temsil edildiğini bilseydi bu iki sayı arasında farklı en az bir sayı olabileceğini düşünerek yarımından büyük her şeyi bütün olarak yorumlama hatasına düşmeyebilirdi.

Çalışmada büyük olan her şeyi bütün ve küçük olan her şeyi de çeyrek şeklinde yorumlayan öğrenciler de olmuştur. Bu öğrenciler de bir hata içerisindedir. Bu da öğrencilerin şekillerin fiziksel görünüşüne odaklandıklarını göstermiştir. Bundan dolayı öğretmenlerin sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını açıklarken kavramları ifade etmede kullanılan modellerde modelin sadece şekilsel görünüşüne değinmeyip modelin ne anlama geldiğini kavramsal olarak açıklamaları konuyu daha anlaşılır kılacaktır. Cramer, Behr, Post ve Lesh (2009) öğrencilerin çeyrek kavramına daha geniş bir açıdan bakmasına yardımcı olmak için öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında bir karenin farklı şekillerdeki çeyreklerini bulmasını ve karşılaştırmasını önermiştir. Daha sonraki öğrenmeler için gerekli olan bu kavramların öğrenciler tarafından anlamlı bir şekilde öğrenilmesi gereklidir. Doğan Timur (2011) da çalışmasında öğretmenler ile yaptığı görüşmelerde öğretmenlerin 4. sınıf öğrencilerinin kesir konusunu anlaması için tam, bütün, yarım, çeyrek gibi kavramlar ve eş parçalar konusunda bir ön bilgiye sahip olmaları gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca bazı öğrenciler de eş kavramını açıklayamayarak eş parçayı çeyrek ve bütünden alınan parça şeklinde tanımlayarak bir yanlış anlayışa sahip olduklarını göstermişlerdir.

Çalışmada bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını açıklarken öğrencilerin problem çözmeye, akıl yürütme, matematiksel modelleme ve matematik dilini kullanarak iletişim olmak üzere dört beceriye de başvurdukları, en çok akıl yürütme becerisini kullanarak kavramlar arasındaki ilişkilere değinerek ve günlük hayat örnekleriyle düşüncelerini açıkladıkları görülmüştür. Öğrencilerin kavramları açıklarken günlük hayattan örnek vermeleri dönemin gelişimsel özellikleriyle desteklenen bir durumdur. Piaget (1973) ilkökul çağının öğrenciler için somut işlemler dönemi olduğunu ve bu dönemdeki öğrencilerin daha çok somut örnek ve deneyimlere ihtiyaç duyduğunu belirtmiştir. Bu çalışma da ifade edilen bu görüşü destekleyici örnekleri barındırmıştır. Albayrak (2010) da kesirlere girişin yarım elma, yarım ekmeğe, simidin yarısı gibi günlük hayat örnekleriyle başlanması gerektiğini belirtmiştir. Ancak modelin kavramı açıklamada doğru kullanımı da önemlidir. Çalışmada öğrencilerin kavramı sözel olarak doğru açıklamasına rağmen kavrama ilişkin modelini oluşturmada sıkıntılar yaşadıkları belirlenmiştir. Nitekim araştırmada öğrencilerin bazı nesnelere doğru şekilde kullanmadığı görülmüştür. Örneğin, Ö4 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci çeyreği ifade ederken bütünün üçe bölünmesi gerektiğini belirtirken ekmeğe yararlanmış (Şekil 3a), ancak kullandığı ekmeği üçe böldüğünde parçaların tamamı birbirine eş olmamıştır. Öğrenci dikdörtgen gibi daha düzgün geometrik şekildeki bir ekmeğe örneği üzerinde çeyreği gösterebilirdi, ancak bu şekildeki model seçimi

öğrencinin kavramları tam olarak anlamadığını göstermiştir. Öğretmenlerin sınıf içerisinde kullandıkları problem, örnek, vs. öğrencilerin matematik öğrenimleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Crespo, 2003; Knott, 2010). Bu sebeple öğretmenlerin sınıftaki etkinliklerde kullandıkları modeller konusunda daha dikkatli olması önerilmektedir. Nitekim Kieren (1988) da kesirlerle yapılan işlemlerin öğretiminde düzgün geometrik şekillerin kullanıldığı modellerin kullanılmasını önermiştir. Ancak bu çalışmanın aksine, Öztürk, Akkan, Kaleli-Yılmaz ve Kaplan (2015) öğrencilerin, kesirlerin modellerle ifade edilmesinde güçlük yaşamamasına rağmen; sembol kullanımında ve sözel ifade etmede zorluk yaşadıklarını belirlemiştir. Genel anlamda bakıldığında en çok kullanılan becerilerinin akıl yürütme ve iletişim; en az kullanılan becerinin ise problem çözme olduğu belirlenmiştir. Öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarda öğrencilerde problem çözme becerisinin geliştirilmesine yönelik etkinliklere biraz daha ağırlık vermesi önerilebilir. Ayrıca modelleme becerisini kullanan öğrencilerin de kavramları sözel olarak doğru açıklasalar dahi kavramı modellemede sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Öğretmenler sınıf içi uygulamalarında bu beceriyi geliştirecek şekilde etkinlikler tasarlayabilir ve uygulamalarında buna ağırlık verebilir.

## Summary

**Purpose and Significance:** The aim of the research is to reveal the primary school third graders' opinions about the whole, half and quarter and the skills they used in the explaining process. The students firstly come across first class with the whole and half concepts and quarter concept at the second class. Therefore, the basis of fractions is based on the whole, half and quarter concepts. When it is thought that mathematical concepts are learned by following a sequential and gradual sequence, it is necessary to fully understand these basic concepts in order to learn the concepts and operations related to the fractions (Alacacı, 2010). The inability to learn a concept also makes it difficult to learn a new concept associated with it in the next stage. It is important to examine these concepts in terms of the basis of the subjects to be learned in the next years about fractions. In the first years, it is considered important to study the students' thoughts, so that it is possible to avoid the misconceptions that can be seen in the future learnings.

**Methods:** The case study was used in the research. Participants selected by purposive sampling were 12 students from 3rd grade in a public school. Five of the participants were girls, seven were boys. In the study, a form consisting of nine open-ended questions related to whole, half, quarter concepts and relationship between them, equal and equivalent concepts was used to collect data. For the final form, the opinions of participants' primary school teachers and lecturer who is expert in the field of mathematics education were got. The data were collected through semi-structured interviews with participants. The interviews with the students lasted approximately 10-15 minutes and the data were recorded with the voice recorder. The data of the study were analyzed through content analysis. The categories were determined to reveal the students' opinions and math basic skills about whole, half and quarter concepts. The skills in the 2015 Mathematics Instruction (for grades 1-4) Curriculum have been taken into consideration while the skills used by the students have been classified. The aim of the curriculum is to enable students to use problem solving, reasoning, mathematical modeling, and communication using mathematical language. In the analysis of the data, the first author coded all data according to the specified categories. In order to ensure reliability in coding, all of the data were recoded by the other investigator.

**Results:** It has been determined that the students defined the whole concept as unbroken of an object, combination of two halves (equal or not) and equal four quarters, big and bigger than half. The students explained that half concept is the division of an object/whole into two equal parts, combination two quarters (equal or not), bigger than quarter. It was seen that students defined quarter concept as division of a whole into four parts (equal or not), division of half into two parts (equal or not), division of the whole/half, being small-sized object, small part and perpendicular angle. The students used four skills in explaining process of these concepts. Also, the students said that equal concept was a part with division of the whole from middle, the same/similar of the one thing, synonym word, and equal part was the same two things, quarter of the whole, a part of the whole.

**Discussion and Conclusions:** In the study, it was determined how participants expressed the whole, half and quarter concepts and which skills they used in this process. Analyzes have shown that the students explained the whole, half and quarter concepts in general by associating with each other and by using examples related to their daily life. In addition, it is determined that the students have some errors by referring to the physical size of another concept in the process of expressing any of the concepts of whole, half or quarter. For example, it was revealed that there were students who interpret everything that is big as whole and that is small as quarter. This has also shown that students were focused on the physical appearance of shapes rather meaningful. However, in this study, it was seen that some students ignored the fact that the combined or divided parts should be equal by telling that ‘the whole is combination of the two halves or the sum of the two halves’, ‘the half is the combination of the two quarters’ and ‘the quarter is the halving of the half’. In mathematical basic skills, the students mostly used reasoning and communication, rarely used problem solving skills, and in general they have problems in mathematical modeling skills.

### Kaynakça

- Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. In E. Bingölbali & M.F. Özantar (Eds.), *Matematsel zorluklar ve çözüm önerileri içinde* (s. 63-95). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Albayrak, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için ilköğretimde matematik ve öğretimi-I* (3. Baskı). Erzurum: Mega Ofset Matbaacılık.
- Altun, M. (2005). *Matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Baki, A., & Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi*. YÖK/MEB İşbirliği Projesi, Ankara.
- Behr, M., Wachsmuth, I., & Post, T. (1985). Construct a sum: A measure of children's understanding of fraction size. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(2), 120-131.
- Bempeni, M., & Vamvakoussi, X. (2015). Individual differences in students' knowing and learning about fractions: Evidence from an in-depth qualitative study. *Frontline Learning Research*, 3(1), 17-34.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Bozdağ, F. G. (2017). *2. sınıf matematik ders kitabı 3. kitap*. Ankara: Başak Baskı.
- Charalambous C. Y., & Pitta-Pantazi, D. P. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: implications for teaching and research. In Chick, H.L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 233 – 240).
- Cramer, K., Behr, M., Post T., & Lesh, R., (2009). *Rational number project: Initial fraction ideas*. Originally published in 1997 as Rational Number Project: Fraction Lessons for the Middle Grades - Level 1, Kendall/Hunt Publishing Co., Dubuque Iowa.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270.
- Doğan Temur, Ö. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: Fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 29, 203-212.
- Empson, S. B. (1999). Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first-grade classroom. *Cognition and Instruction*, 17(3), 283-342.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. London: Sage Publications.
- Haser, Ç., & Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 53-61.
- Karaağaç, M. K., & Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 72-92.
- Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Research agenda for mathematics*

- education: *Number concepts and operations in the middle grades*. Lawrence Erlbaum, Virginia.
- Knott, L. (2010). Problem posing from the foundations of mathematics. *TMME*, 7, 413-432.
- MEB, (2009). *Matematik Dersi (1-5. sınıflar) öğretim programı*. Ekim, 3, 2017 tarihinde <http://talimterbiye.mebnet.net/Ogretim%20Programlari/ilkokul/2013-2014/Matematik1-5.pdf> adresinden alınmıştır.
- MEB, (2015). *İlkokul matematik dersi (1, 2, 3 ve 4. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- MEB, (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd Edition). Calif: SAGE Publications.
- Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: a new model and experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 122 -147.
- Olkun, S., & Toluk, Z. U. (2004). *İlköğretim etkinlik temelli matematik öğretimi* (3.baskı). Ankara: ANI yayıncılık.
- Orhun, N. (2007). Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişsel boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(14), 99-111.
- Özçifçi, R. (2007). *Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Öztürk, M., Akkan, Y., Kaleli-Yılmaz, G., & Kaplan, A. (2015). Birleştirilmiş sınıflı bir okulda drama yöntemiyle kesir öğretiminden yansımalar: Bayburt örneği. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(31), 371-394.
- Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.
- Piaget, J. (1973). *To understand is to invent: The future of education*. New York: Grossman.
- Soylu, Y., & Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: Kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 101-117.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.
- Yılmaz, Z., & Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları (Uşak ili örneği). *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 8(1), 291-312.

- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3. Baskı). Applied Social Research Methods Series (Volume 5). New Delhi: Sage.
- Yorulmaz, A., & Önal, H. (2017). Examination of the views of class teachers regarding the errors primary school students make in four operations. *Universal Journal of Educational Research*, 5(11), 1885-1895.



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0). For further information, you can refer to <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>