



## Öğretmen Adaylarının Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemini Yorumlama Biçimleri

MAKALE TÜRÜ	Başvuru Tarihi	Kabul Tarihi	Erken Görünüm Tarihi
Araştırma Makalesi	3.7.2018	9.11.2018	12.11.2018

Zeynep Akkurt Denizli <sup>1</sup>  
Ankara Üniversitesi

### Öz

Bu araştırmanın amacı, öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlarken ilgili kavramsal anlamalarını ve ne tür güçlükler yaşadıklarını incelemektir. Araştırmaya, Türkiye’de büyükşehirdeki bir devlet üniversitesinin 3. sınıfında okuyan 162 sınıf öğretmeni adayı katılmıştır. Öğretmen adaylarından,  $\begin{cases} 2x - 3y = 19 \\ 3x + 6y = 18 \end{cases}$  denklem sistemi ile çözülebilen bir gerçek yaşam problemi yazmaları istenmiştir. Böylece, yazdıkları problemlerle, öğretmen adaylarının denklem sistemini nasıl analiz ettiklerini ve sistemdeki kavramları nasıl ele aldıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Sonuç olarak; öğretmen adaylarının, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlamada ve ilgili kavramları anlamlandırmada güçlük yaşadıkları ve bu kavramlarla ilgili önemli eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir.

*Anahtar sözcükler:* Cebir, birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi, kavramsal anlama, öğretmen adayları.

<sup>1</sup>*Sorumlu Yazar:* Arş. Gör. Dr., Eğitim Bilimleri Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü, Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı, E-posta: zeynep0akkurt@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1996-1285>

Temelleri ilkokuldan itibaren atılmaya başlanan cebir, matematik öğretim programlarının temel bileşenlerinden biridir. Bireylerin bazı günlük yaşam işlerinde ve meslek yaşamlarında büyük gereksinim duydukları cebir, tüm öğrencilerin öğrenmesi gereken bir alan olarak kabul edilmektedir (NCTM, 2000). Cebirin matematiğin dili olduğunu savunan Usiskin (1999), okulda öğretilen cebirin matematikçilerin çalıştığı cebirden farklı olduğunu; okuldaki cebirin genellikle, değişkenler ve onlarla yapılan bir dizi işlemle oluştuğunu belirtmiştir. Linchevski (1995), okul cebirini; değişkenler ve cebirsel ifadeleri sadeleştirme, genelleme, yapı, denklemler ve sözel problemler olmak üzere beş ana bileşenle tanımlamıştır.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin, cebirle ilgili önemli kavram yanlışlarının olduğunu, cebirsel dili kullanmada güçlük yaşadıklarını ve cebirle ilgili düşüncelerinin sınırlı olduğunu göstermektedir (Booth, 1988; Dede, 2004; Harper, 1987; Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Macgregor ve Stacey 1997; Sfard, 1995). Öğrencilerin, cebir öğrenirken en fazla güçlük yaşadıkları konulardan biri, denklem sistemleridir. Bunun nedenlerinden biri, denklem sisteminin karmaşık olan yapısı ve çözümünün birden fazla aşamayı gerektirmesidir (Marcus ve Chazan, 2005). Bu durumda, gerekli kavramsal anlama sağlanamadığında, öğrenciler denklem sisteminin anlamı üzerinde düşünmekten uzaklaşıp ezberledikleri kuralları uygulamaktadırlar.

Öğrenciler, okulda öncelikle tek bilinmeyenli doğrusal denklemler ile karşılaşmaktadırlar. Bu denklemler, matematik öğretim programlarında genellikle, denklem çözümünü bulma ve bulunan çözümün doğruluğunu kontrol etme eylemlerini içeren dar bir çerçevede ele alınmaktadır. “Değişkeni ayırma”, “çözüm kümesini tanımlama”, “cebirsel ifadeyi doğrulayan değerleri bulma” işlemlerini anlamlandırmakta güçlük yaşayan öğrenciler, bu güçlüklerini giderecek yeterli örnekle karşılaşmamaktadırlar (Marcus ve Chazan, 2005). İki bilinmeyenli denklemlere geçiş ise öğrenciler için oldukça büyük bir adımdır. Onlar için “çözüm bulma”, “çözüm kümesini bulma” işleminden daha anlaşılır ve kolaydır. Tek bilinmeyenli bir denklemde, bilinmeyeni ayırma işlemi, genellikle denklemin çözümüne götürürken iki bilinmeyenli denklemde bu eylem, sadece çözümü kolaylaştıran bir adımdır. Çözümü birden fazla adım gerektiren iki bilinmeyenli denklem sistemlerinde, çözüm kümesini bulmak için önce bir bilinmeyen bulunması ve sonra onun kullanılması yoluyla ikinci bilinmeyene ulaşılması gerekmektedir (Marcus ve Chazan, 2005). Dolayısıyla iki bilinmeyenli denklem sistemlerindeki daha karmaşık olan bu yapıyı yorumlamak, öğrencilerin cebir öğrenirken yaşadıkları önemli bir güçlüktür.

Alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin denklem sistemini kavramalarını ve yorumlamalarını etkileyecek önemli kavram yanlışlarının ve güçlüklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin, iki farklı harfin aynı sayı değerini alamayacağını düşünceleri, kuralları ve işlemleri aşırı genellemeleri ( $x^2+y^2=25$  ise  $x+y=5$  vb.), sözel durumları cebirsel denklemlere dönüştürememeleri (Bir sayının üç eksiğini,  $3-x$ ;  $2a+3b$  ifadesini, 2 elma ve 3 muzun toplamı olarak çevirme vb.), bu tür kavram

yanılgılarına örnektir (Chow, 2011; Kuchemann, 1981). Bu kavram yanılgıları, sembolleri önceki öğrenmeleriyle ilişkilendiremeyen öğrencilerin, anlamadıkları semboller üzerinde anlamsız işlemler yapmalarına neden olmaktadır (Drijvers, Goddijn ve Kindt, 2011; Herscovics ve Linchevski, 1994).

Sfard'a (1995) göre, cebir öğrenirken yaşanan güçlüklerin temel nedeni, işlevsel yaklaşımın ön planda olması ve işlevsel yaklaşımdan yapısal yaklaşıma geçişte güçlük yaşanmasıdır. Bu durumda, öğrencilerin, bilinmeyenleri tanımlarken yaşadıkları güçlükler ve onları kullanarak bir denklem oluşturamamaları, yapısal yaklaşıma geçememelerinin bir sonucudur (Sfard, 1995). Ayrıca, aritmetikteki işlemsel ve kavramsal yetersizlikler, değişken ve eşitlik kavramının anlaşılmasını engellemekte (Arcavi ve Schoenfeld, 1988) ve bu sorun, öğrencilerin cebirdeki denklem ve denklem sistemlerini kavramada güçlük yaşamalarına neden olmaktadır. Özellikle, öğrencilerin “eşittir” işaretinin anlamı üzerinde düşünmemeleri, bu işareti, soldan sağa doğru eylem belirten bir sembol olarak algılamaları, cebirsel denklemlere geçişlerini güçleştirmektedir (Carpenter ve Levi, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Bunun yanında, öğrencilerin sözel ifadeleri denklemlere (Stacey ve MacGregor, 2000) ve denklemleri sözel durumlara dönüştürmedeki güçlükleri (Dede, 2005; Real, 1996), denklem ve denklem sistemlerini yorumlamada güçlük yaşamalarına yol açmaktadır.

Bu bilgiler doğrultusunda, cebir öğretiminde denklem sistemlerinin, kavramsal güçlüğü olan, karmaşık bir yapı olarak göz önünde bulundurulmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Diğer yandan okuldaki, öğrencileri kuralları ezberlemeye yönlendiren, genellikle uygulamaya yönelik, gerçek yaşamla ilişkili olmayan, sadece sembolleri ve işlemleri içeren uygulamaların yer verildiği cebir öğretimi, bu yapının anlaşılmasının önündeki önemli bir engeldir (Laughbaum, 2003; Yahya ve Shahrill, 2015). Bu durum, öğretmenlerin ve ileride öğrencilerin cebirsel düşünmenin gelişiminde etkin rol oynayacak olan öğretmen adaylarının denklem sistemleri ile ilgili kavramsal anlamalarının sorgulanmasını gündeme getirmektedir.

Bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının, denklem sistemlerindeki bu karmaşık yapıyı nasıl ele aldıkları incelenmektedir. Sınıf öğretmeni adaylarının, denklem sistemlerini anlamaları, öncelikle kendi cebirsel düşüncelerinin gelişimi açısından oldukça önemlidir. Cebirdeki kavramların ve ilişkilerin birlikte ele alınıp anlamlandırılmaları sürecinde denklem sistemleri önemli rol oynamaktadır. İleride, kendi öğrencilerinin cebire geçişte temel oluşturan kavramları anlamalarında yol gösterici olabilmeleri için öğretmen adaylarının cebirsel düşüncelerinin, cebirdeki bu yapıyı anlayabilecek düzeyde olması beklenmektedir.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlarken ilgili kavramları nasıl ele aldıklarını ve ne tür güçlükler yaşadıklarını incelemek amaçlanmıştır. Bu amaçla, öğretmen adaylarından verilen bir denklem sistemine uygun gerçek yaşam problemi yazmaları istenmiştir. Böylece öğretmen adaylarının; denklem sistemindeki bilinmeyenler, sayılar, eşitlikler ve işlemleri nasıl yorumladıkları, yazdıkları sözel problemlerin analiz edilmesiyle

incelenmiştir. Öğretmen adaylarının bu konudaki kavramsal anlamalarının belirlenmesinin, denklem sistemlerini yorumlamak için gerekli olan kavramsal incelikler hakkında bilgi sunacağı ve bunların öğretiminde dikkat edilmesi gereken noktalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

### **Yöntem**

Bu başlık altında; araştırmanın türü, çalışma grubu, verilerin toplanması ve verilerin analizi ele alınmıştır.

### **Araştırma Türü**

Bu araştırma, öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yorumlama biçimlerini ve yorumlarken yaşadıkları güçlükleri ele alan nitel bir araştırmadır. Öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemine ilişkin kavramsal anlamaları, onlara sorulan açık uçlu bir sorunun analizi yoluyla belirlenmeye çalışılmıştır.

### **Çalışma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubunu, Türkiye’de bir büyükşehirdeki devlet üniversitesinde okuyan 3. sınıf düzeyindeki 162 sınıf öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Bu öğretmen adaylarının 106’sı kadın, 56’sı erkektir. Öğretmen adayları, 1. sınıf düzeyinde, denklem sistemlerinin işlendiği Temel Matematik I-II derslerini, 3. sınıf düzeyinde ise Matematik Öğretimi I-II derslerini almışlardır. Çalışma grubunun belirlenmesinde, ölçüt örnekleme tekniği kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Öğretmen adaylarının, Matematik Öğretimi I-II derslerini almış olmaları, ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu derslerde, problem kurma etkinlikleri ile oldukça sık karşılaşan öğretmen adayları, cebir öğretimine ilişkin konuları da tamamlamışlardır. 4. sınıf düzeyindeki öğretmen adaylarının KPSS’ye hazırlanıyor olmaları ve yoğun çalıştıkları dönem sonunda bu araştırmaya katılmak için gönüllü olmamaları, araştırmacının sadece 3. sınıf düzeyindeki adaylarla çalışmayı tercih etmesinde etkili olmuştur.

### **Verilerin Toplanması**

Araştırmada, öğretmen adaylarından, 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 19 \\ 3x + 6y = 18 \end{cases}$$
 denklem sistemi ile çözülebilen bir gerçek yaşam problemi yazmaları istenmiştir. Denklem sisteminin anlamlı bir soru yazmak için çözülebileceği ancak bunun, sorunun yanıtı olarak kabul edilmeyeceği açıklanmıştır. Yaygın olarak kullanılan, verilen bir denklem sisteminin çözümünün ya da verilen bir problemin uygun denklem sistemi kullanılarak çözülmesinin beklendiği soruların aksine, bu araştırmada, öğretmen adaylarından verilen denklem sistemine uygun bir problem yazmaları istenmiştir. Böylece, daha önceden ezberlenip uygulanan rutin işlemlerin ve kuralların, sorunun yanıtlanması için yeterli olabilme olasılığının önüne geçilmiş ve öğretmen adayları akıl yürütmeye zorlanmıştır. Bu soruyla denklem sistemini analiz etmeye yönlendirilen öğretmen

adaylarının ilgili kavramsal anlamalarını, yaptıkları hataları ve yaşadıkları güçlükleri incelemek mümkün olmuştur. Uygulamadan önce bu soru, araştırmacı dışındaki iki matematik eğitimi uzmanı tarafından, içerik, araştırmanın amacına ve katılımcı düzeyine uygunluğu bakımından incelenmiş ve uygun bulunmuştur.

Uygulama, 2015-2016 ve 2016-2017 eğitim-öğretim yıllarında, ikinci dönemin sonunda, Matematik Öğretimi II dersinin son saatinde gerçekleştirilmiş ve uygulamaya o anda sınıfta bulunan tüm öğretmen adayları katılmıştır. Öğretmen adaylarına çalışmaya katılmak zorunda olmadıkları, istedikleri zaman katılımcı olmaktan vazgeçebilecekleri belirtilmiştir. Uygulamada herhangi bir süre kısıtlaması yapılmamış, öğretmen adaylarına kendilerini akıl yürütmeye zorlayan bir soru üzerinde diledikleri kadar düşünme fırsatı verilmiştir. Uygulama, yaklaşık 20-30 dakikada tamamlanmıştır.

### **Verilerin Analizi**

Veriler, nitel içerik analizi tekniğiyle çözümlenmiştir (Krippendorff, 2004). Öncelikle öğretmen adaylarının yazdıkları 162 problem tek tek incelenmiş, problemlerdeki tüm sözcükler dikkate alınarak nasıl akıl yürütüldüğü anlaşılmalı çalışılmış ve her bir problem için bir kod verilmiştir. Kodlar belirlenirken öğretmen adaylarının denklem sistemine ilişkin kavramsal anlamaları, yaptıkları hata türleri ve ne tür güçlükler yaşadıkları dikkate alınmıştır. Daha sonra her bir problem için belirlenen kodlar tekrar okunmuş, kodlardaki benzerlikler ve farklılıklar dikkate alınarak aynı şekilde akıl yürütüldüğü belirlenen problemler için daha genel kategoriler oluşturulmuştur. Son halı verilen kategorilerden problem türlerine ulaşılmıştır. Veriler analiz edildikten sonra betimsel bir yaklaşımla ortaya konulmuş, elde edilen problem türleri, doğrudan alıntılardan yararlanılarak açıklanmıştır.

Araştırmanın güvenilirliği için verilerin %20'si, ayrıca ikinci bir uzman tarafından kodlanmış ve benzerlik oranı Miles ve Huberman (1994) formülüne göre %87,5 bulunmuştur. Bu oran %70'ten büyük olduğu için kodlayıcılar arası görüş birliği sağlanmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Araştırma raporu, iç geçerliğin sağlanması için iki nitel araştırma uzmanına sunulmuştur. Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmış ve rapora son halı verilmiştir.

### **Bulgular**

Araştırmada, öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini yorumlarken kavramları nasıl ele aldıkları ve yaşadıkları güçlükler, yazdıkları sözel problemlerin analiz edilmesiyle incelenmiştir. Analizler sonucunda, denklem sistemi için yazılan yedi problem türü belirlenmiştir (Tablo 1).

Tablo 1

*Öğretmen Adaylarının Yanıtlarının Problem Türlerine Göre Dağılımları*

Problem Türü	Yanıtlar	
	f	%
1. Denklem Sistemine Uygun; Gerçek Yaşama Uygun Olmayan Problem	26	16.05
2. Bilinmeyen Negatif Değerinin Yorumlanamadığı Problem	19	11.73
3. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği, Denklem Sistemine Uygun; Gerçek Yaşama Uygun Olmayan Problem	81	50.00
4. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği ve Denklem Sistemindeki “-” İşlem Sembolünün Yorumlanamadığı Problem	8	4.94
5. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği ve Bilinmeyen Katsayısının Yorumlanamadığı Problem	8	4.94
6. Bilinmeyenlerin Göz Ardı Edildiği Problem	17	10.49
7. Denklem Sistemi ile İlgisi Olmayan Problem	3	1.85
Toplam	162	100

Öğretmen adaylarının yazdıkları problemlerin % 50’sinin 3. problem türünde olduğu Tablo 1’de görülmektedir. Verilen yanıtların yaklaşık % 16,05’inin denklem sistemine uygun ancak gerçek yaşama uygun olmadığı; yazılma sıklığı açısından bu problem türünü sırasıyla yaklaşık % 11,73 ile 2., yaklaşık % 10,49 ile 6., yaklaşık % 4,94 ile 4. ve 5., yaklaşık % 1,85 ile 7. sıradaki problem türünün izlediği anlaşılmaktadır. Belirlenen bu problem türleri, öğretmen adaylarının yazdıkları örnek problemlerle birlikte aşağıda açıklanmıştır:

**1. Denklem Sistemine Uygun; Gerçek Yaşama Uygun Olmayan Problem**

Araştırmada, verilen denklem sistemi için yazılan problemlerin 26’sı, denklem sistemine uygun problemlerdir; ancak gerçek yaşam problemi değildir. Bu kategorideki bir problem aşağıda verilmiştir:

*Çarşamba günü sıcaklıkları hesaplanan 2 il üzerinden bir soru sorulmuştur öğrencilere: Antalya ilinin sıcaklık derecesinin 2 katından Erzurum ilinin sıcaklık derecesinin 3 katı çıkarıldığında elde edilen sıcaklık değeri 19 olmuştur. Antalya ilinin sıcaklığının 3 katı ile Erzurum ilinin sıcaklığının 6 katı toplandığında sonuç bu sefer 18 olmuştur. Bu durumda her iki ilin Çarşamba günü sıcaklıkları nedir?*

Bu türde problem yazan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu x ve y’yi sıcaklık değerleri ya da akılda tutulan sayılar olarak tanımlarken iki öğretmen adayı, sınavdaki doğru ve yanlış yanıtlanan sorulara verilen puanlar, bir öğretmen adayı ise bir asansörde yazılı olan apartmandaki katları belirten sayılar olarak belirlemiştir.

Bu öğretmen adaylarının çözüm kümesini dikkate alarak bilinmeyenleri belirledikleri, her bir denkleme uygun sözel ifadeleri kullanarak denklem sistemi ile çözülebilecek problemler kurdukları belirlenmiştir. Diğer yandan, yazılan problem durumları matematiksel olarak doğru olsa da bu kategorideki tüm sözel problemlerin

gerçek yaşamda karşılaşılmayan problemler oldukları anlaşılmaktadır. Gerçek yaşamda iki ilin sıcaklık derecelerinin toplanması neden gereksin?

## 2. Bilinmeyeninin Negatif Değerinin Yorumlanamadığı Problem

Öğretmen adaylarının bir kısmı, denklemin çözüm kümesini dikkate almış; ancak denklemdaki  $y$ 'nin aldığı  $-1$  değerini yorumlarken oldukça güçlük yaşamış ve denklem sistemine uygun gerçek yaşam problemi kuramamıştır. Bu türde yazılan 19 problemden biri şöyledir:

*Bir kazıcı, yeryüzünde  $x$  metre kadar yeraltında da  $y$  metre kadar kazı yapmıştır. Arkadaşı merak edip sorduğunda ne kadar kazı yaptığını, yeryüzünde yaptığım kazının 2 katından yeraltında yaptığım kazının 3 katını çıkardığımda 19 metre, yeryüzünde yaptığım kazının 3 katı ile yeraltında yaptığım kazının 6 katının toplamı 18 metredir. Kazıcı yeryüzünde kaç metre kazı yapmıştır?*

Bu problemi yazan öğretmen adayının, negatif değer alan  $y$ 'yi yer altındaki kazı miktarı, pozitif değer alan  $x$ 'i ise yer üstündeki kazı miktarı olarak tanımlayarak gerçeğe aykırı durumlara yer verdiği anlaşılmaktadır. “Havanın (+)'lı ve (-)'li katmanları”, “bir sınavda boş bırakılan soruların puanının ‘-’ ile çarpılıp sınav puanına artı yönde etki etmesi”, “kazanılan bir oyundan ‘-’ puan alınması” gibi ifadeler,  $y$ 'nin negatif değer aldığını belirtmek için bu kategorideki öğretmen adaylarının kullandıkları diğer gerçek dışı durumlara örnek olarak verilebilir. Bunun yanında bu adayların, problemlerinde belirledikleri bilinmeyenleri kullanarak denklem sistemine uygun problem kurmaya çalıştıkları söylenebilir.

## 3. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği, Denklem Sistemine Uygun; Gerçek Yaşama Uygun Olmayan Problem

Bu türde yazılan 81 problemde, öğretmen adayları, denklem sisteminin çözüm kümesini göz ardı etmiş ve gerçek yaşama uygun olmayan problemler yazmıştır. Örnek bir problem aşağıda verilmiştir:

*Sarper resim ödevi için kırtasiyeden 3 tane mukavva ve 6 tane boya fırçası aldı. Bu aldıklarına 18 lira ödedi. 2 tane mukavva, 3 tane boya fırçasından 19 lira fazla olduğuna göre 1 tane mukavva ve 1 tane boya fırçasının fiyatlarını ayrı ayrı bulunuz.*

Öğretmen adayları, kendileri için rutin olmayan bu soruda, örnekte de görüldüğü gibi denklemin çözüm kümesini, dolayısıyla bilinmeyen  $y$  harfinin değeri olan  $-1$ 'i göz ardı etmiş, sadece denklem sistemindeki eşitlikleri sağlamaya çalışmış, işlem odaklı düşünülmüşlerdir.

Bu tür problemlerde,  $x$  ve  $y$  harfleri için kullanılan; “Ali ve Ahmet'in kalem sayıları”, “bir defter fiyatı ve bir kalem fiyatı”, “bir sepet eriğin ağırlığı ve bir sepet kirazın ağırlığı” gibi ifadeler, öğretmen adaylarının denklem sistemindeki harflerin her birinin bir değerinin olduğunun farkında olduklarını göstermektedir. Bunun

yanında, bilinmeyen sayı değerlerinin göz ardı edilmesi ve y harfi için gerçek yaşamda negatif değer alamayacak durumların/ifadelerin/nesnelerin kullanılması, içerik olarak uygun olmayan problemlerin yazılmasına neden olmuştur. Ayrıca öğretmen adayları, yine gerçek yaşamda karşılaşılmayan durumlara yer vermişlerdir.

Bu kategorideki öğretmen adaylarının bir kısmı, denklem sistemini çözüp y'nin değerini -1 bulurken bir kısmı, kağıtlarına denklem sistemin çözümü ile ilgili herhangi bir şey yazmamıştır. İkinci gruptaki adayların denklem sistemini kesin olarak çözüp çözmedikleri bilinmese de her iki grubun, hem bilinmeyen harflerin rollerini dikkate almadığı hem de gerçek yaşamda karşılaşmadığımız durumlara yer vermediği söylenebilir.

Ayrıca, örnek olarak verilen problemde, alınan her bir deflerin ve boya fırçasının aynı olduğunun belirtilmediği; ancak öyle varsayıldığı, “1 tane mukavva ve 1 tane boya fırçasının fiyatlarını ayrı ayrı bulunuz.” tümcesi ile anlaşılmaktadır. x ve y için kalem ve silgi fiyatı, tişört ve kazak fiyatı gibi ifadelerin kullanıldığı tüm problemlerde bu durum belirlenmiştir.

#### 4. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği ve Denklem Sistemindeki “-” İşlem Sembolünün Yorumlanmadığı Problem

Verilen yanıtların sekizinde, denklem sisteminin çözüm kümesi göz ardı edilmekle birlikte, çıkarma işlemi içeren denklem doğru yorumlanamamış ve denklem sistemine uygun problem yazılamamıştır. Bu kategorideki problemlerden biri şöyle yazılmıştır:

*Annesi, Ali'yi bakkala yumurta almak için gönderiyor; Ali bakkala gittiğinde ise içerisinde farklı miktarlarda yumurta bulunan iki çeşit koli çeşidi olduğunu görüyor ve Ali 2 koli I. yumurtadan 3 koli de II. yumurta kolisinden alıyor. Ali eve giderken II. kolideki yumurtaların kolisini elinden düşürüp kırıyor ve Ali eve geldiğinde 19 yumurta kalmıştır. Annesi bu yumurtaların yetmeyeceğini söylüyor ve tekrar bakkala gönderiyor Ali'yi ve bu sefer de I. koliden 3 tane, 2. koliden 6 tane alıyor. Bu kolilerde toplamda 18 yumurta olduğuna göre, I. ve II. kolilerdeki yumurtaların adedi nedir?*

Bu problemde, öğretmen adayının,  $2x-3y=19$  işlemindeki eksilen ve çıkan ilişkisini doğru yorumlayamadığı,  $2x=19$ ;  $3x+6y=18$  denklem sistemi ile çözülebilecek bir problem kurduğu anlaşılmaktadır. Bu tür problemlerin tümünde, çıkarma işlemi içeren denklemin yorumlanmasında; yani bu cebirsel ifadenin sözel ifadeye dönüştürülmesinde örnekteki sorunun yaşandığı belirlenmiştir. Diğer yandan, bu öğretmen adaylarının bilinmeyenler için belirledikleri - aslında bilinmeyen sayı değerine karşılık gelmeyen - ifadeleri kullanarak toplama işlemi içeren denklemi yorumlamada sorun yaşamadıkları söylenebilir.



### 5. Çözüm Kümesinin Göz Ardı Edildiği ve Bilinmeyen Katsayısının Yorumlanmadığı Problem

Denklem sisteminin çözüm kümesini göz ardı eden sekiz öğretmen adayının, aynı zamanda bilinmeyen katsayılarını yorumlamakta güçlük yaşadığı ve farklı denklem sistemi ile çözülebilecek problem kurduğu belirlenmiştir. Örnek bir problem aşağıda verilmiştir:

*Bayramda el öpmeye giden Ayşe, babasından bir miktar para almış ve aynı miktar parayı da amcası vermiştir. Fakat Ayşe elindeki harçlığın bir kısmını 3 kardeşine paylaşmıştır. Böylece elinde 19 lirası kalmıştır. Bayramın 2. günü ise babasının verdiği miktarın 3 katını annesinden almış ve kardeşlerine verdiği toplam paranın 2 katını dayısı harçlık olarak vermiştir. 2. gün eline geçen harçlık ise 18'dir. Ayşe'nin babasından aldığı miktar nedir?*

Bu problemde, öğretmen adayı,  $2x-3y=19$  denklemindeki  $3y$  için "harçlığın bir kısmını 3 kardeşe paylaşmıştır" ifadesini kullanmış, buna bağlı olarak ikinci denklemdeki  $6y$  ifadesini "kardeşlerine verdiği toplam paranın iki katı" olarak tanımlamıştır. Bu durumda,  $2x-y=19$ ;  $3x+2y=18$  denklem sistemi ile çözülebilecek bir problem yazılmıştır. Bu tür problemlerde denklemin çözüm kümesinin göz ardı edildiği ve denklemdeki bazen  $x$ , bazen  $y$ 'nin katsayılarının yorumlanmadığı belirlenmiştir. Bu problemleri yazan öğretmen adaylarının, denklem sistemindeki bazı katsayıları yorumlayabilirken bazılarını yorumlayamamaları, *katsayı* hakkında fikir sahibi olduklarını; ancak onu yorumlarken hala güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Bunun yanında bu öğretmen adaylarının, çözüm kümesini dikkate almadan belirledikleri bilinmeyenleri kullanarak denklem sistemine uygun problem kurmaya çalıştıkları anlaşılmaktadır.

### 6. Bilinmeyen Göz Ardı Edildiği Problem

Bu türde yazılan problemler, sadece denklem sistemindeki sayılar dikkate alınarak yazılan, bilinmeyen dikkate alınmadığı, birtakım aritmetik işlemler gerektiren ve verilen denklem sistemiyle ilgisi olmayan problemlerdir. Bu tür problem yazan 17 öğretmen adayı, bilinmeyen  $x$  ve  $y$  harflerini göz ardı etmiştir. "Ayşe 2 kg elma alıp 3 kg portakal verirse 19 kg meyvesi oluyor. 3 kg elma ve 6 kg portakal alırsa 18 kg meyvesi olduğuna göre kaç kg elma ve portakalı vardır?" problemi, bu kategoride yazılan problemlere bir örnektir. Bu problemde ilk tümce olan "Ayşe 2 kg elma alıp 3 kg portakal verirse 19 kg meyvesi oluyor" tümcesi, bir bilinmeyen içeriyor gibi görünse de ikinci tümceye uygun denklemde  $x$ 'in ilk denklemdekinden farklı bir değer aldığı görülmekte, ayrıca problemde istenenin de verilenlerle bir ilgisinin olmadığı anlaşılmaktadır. Bu kategorideki tüm problemlerde rastlanan bu durum, aslında sadece denklem sistemindeki sayıların kullanıldığına, bilinmeyen göz ardı edildiğine, cebirsel ilişkilerden uzak, çelişkili ifadelerin yer aldığına işaret etmektedir. Diğer yandan bu türde problem yazan öğretmen adaylarının, iki ayrı eşitlik oluşturmaya çalışmaları ve her iki eşitlik için de elma ve portakal gibi iki farklı nesne

kullanmaları, aslında denklem sistemi ve bu sistemdeki sembollerle ilgili birtakım sezgilerinin olduğunu düşündürmektedir.

### 7. Denklem Sistemi ile İlgisi Olmayan Problem

Çalışmada yazılan üç problemin, verilen denklem sistemi ile bir ilgisi bulunmamaktadır. Bir öğretmen adayının yazdığı problem şöyledir:

*Ali'nin elinde iki tane torba vardır. Birinci torbaya sarı renkli bilyelerden 16 tane koymuştur. 2. torbaya geri kalan bilyeleri koymuştur. 2. torbada mavi olan 6 bilye sayıp çıkarmıştır. Bu mavi bilyelerden 3 tanesini 1. torbaya yerleştirmiştir. Toplam 38 tane bilyesi olduğuna göre 2. torbada kaç tane bilyesi vardır?*

Bu problemi yazan öğretmen adayının bir dizi işlem sıraladığı; ancak bu işlemleri denklem sistemiyle hiçbir şekilde ilişkilendirmediği görülmektedir. Örnekte, bilinmeyen için torbalardaki bilye sayılarının kullanıldığı anlaşılrsa da bilyelerin sarı ve mavi bilyeler olarak ayrılmasının hangi amaçla yapıldığı bilinmediğinden, düşündürücüdür. Bu tür problem yazan adayların verilen denklem sistemini tamamen göz ardı edip mi bir problem yazdıkları; yoksa denklem sistemine uygun bir problem mi yazmaya çalıştıkları anlaşılmamaktadır. Sonuç olarak bu tür problemler, örnekteki gibi çözümü olan cebirsel problemler gibi görünse de problemi yazan adayların bilinmeyen, eşitlik, denklem sistemi hakkındaki fikirleri ile ilgili net bir bulgu sunmamaktadır.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Araştırmada, öğretmen adaylarının birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini yorumlamada ve ilgili kavramları anlamlandırmada oldukça güçlük yaşadıkları ve kavramlarla ilgili önemli eksiklerinin olduğu bulunmuştur. Denklem sistemini, çözüm kümesini göz ardı ederek yorumlamaya çalışma, öğretmen adaylarının problemlerinde rastlanan sorunların başında gelmektedir. Genellikle verilen probleme uygun denklem sistemi oluşturmaya ya da verilen bir sistemi çözmeye alışkın olan öğretmen adayları, kendileri için rutin olmayan bu soruda, işlem odaklı düşünmüş, çözüm kümesini göz ardı ederek gerçek yaşama uygun olmayan problemler yazmışlardır. Bu durum, öğretmen adaylarının denklem sistemi ile çözülebilecek anlamlı problemler kurabilmeleri için sistemi çözmelerinin gerekli olmadığını düşünmelerinden kaynaklanabileceği gibi, negatif değer alan bilinmeyene ilişkin bir problemi kuramadıkları için onu bilinçli olarak dikkate almamalarından da kaynaklanabilir. Zira, bu tür güçlük yaşayan bazı öğretmen adaylarının kağıtlarında denklem sisteminin doğru çözümü bulunmaktadır. Ayrıca, bilinmeyen negatif değerini dikkate alarak problem kurmaya çalışan bazı öğretmen adaylarının bu değeri, gerçeğe uygun bir durumla ilişkilendirememeleri, onlar için negatif değer alan bir bilinmeyeni yorumlamanın önemli bir güçlük olduğunu göstermektedir. Bu durum, harflerin kullanımı ve bilinmeye verilen anlam ile cebirsel problemlerin anlamlandırılması arasındaki ilişkinin önemini de ortaya koymaktadır (Stacey ve MacGregor, 2000). Bu sonuç, ayrıca denklem öğretiminde, denklemlerdeki

harflerin, ifade ettikleri sayılarla birlikte hangi rolü üstlendiklerinin sorgulanmasının önemini ortaya koymaktadır (Dede, 2005).

Öğretmen adaylarının yaşadıkları ve aslında şaşırtıcı olan bir diğer güçlük, denklemdeki “-” işlem sembolünün yorumlanması sırasında ortaya çıkmıştır. Bazı öğretmen adaylarının, sadece çıkarma işleminin varlığına odaklandıkları, denklem sistemindeki eksilen ve çıkan ilişkisini dikkate almadıkları görülmüştür. Bu sonuç, onların çıkarma işlemi içeren cebirsel denklemi sözel duruma dönüştürmede güçlük yaşadıklarını göstermektedir (Chow, 2011). Toplama işlemi içeren denklemi, toplamanın bir araya getirme anlamına uygun yorumlayan bu adayların, çıkarma işlemini yorumlayamamaları, onların bu aritmetik işlemle ilgili kavramsal açıdan önemli eksiklerinin olduğunu düşündürmektedir (MacGregor ve Stacey, 1997).

Bir diğer şaşırtıcı güçlük, öğretmen adaylarının problemlerinde denklem sistemindeki bilinmeyeni tamamen göz ardı etmeleri sonucunda belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının sadece denklem sistemindeki sayıları kullanmaları ve buna bağlı olarak bazı aritmetik işlemler gerektiren problemler yazmaları, onların önceki bilgileriyle cebirsel sembolleri ilişkilendiremediklerine ve aritmetikten cebire geçişte önemli güçlükler yaşadıklarına işaret etmektedir. Bu durum, genellikle daha küçük yaştaki öğrencilerin harfli sembolleri yorumlamaları sırasında gözlenmektedir (Kuchemann, 1978). Ayrıca bazı öğretmen adaylarının bilinmeyenin katsayısını yorumlarken güçlük yaşamaları, yine bu geçişle ilgili problemlerin olduğunu düşündürmektedir.

Çok önceden öğrenmiş olmalarının beklendiği bu konuda, öğretmen adaylarının bu denli önemli güçlüklerinin ve eksiklerinin olması, 162 öğretmen adayından sadece 26’sının (% 16,05) verilen denklem sistemine uygun problem kurabilmiş olması ve bu problemlerin gerçek yaşam problemi olmaması oldukça düşündürücüdür. Yazılan problemlerde, “Deniz’in kalemlerinin 2 katı” gibi bazı sorunlu ifadelere oldukça sık rastlanmaktadır. Bu problemlerde öğretmen adaylarının “Deniz’in kalemlerinin sayısının iki katı”nı kastettiği, problemin içeriğinden ve soru cümlesindeki ifadelerden anlaşılabilir olsa da aslında bu durum, öğretmen adaylarının, problemlerinde belirledikleri bilinmeyeni, doğru bir matematiksel dille ifade etmede de yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Belirlenen bu sorunlar, cebirsel denklemlerin sözel ifadelere dönüştürülmesinde ve gerçek yaşamla ilişkilendirmesinde, öğretmen adaylarının ciddi güçlükler yaşadıklarına işaret etmektedir. Bu sonuçlar, denklem sistemlerinin yorumlanmasında, aritmetikten cebire geçişte önemli rolü olan sözel problemlerin (Linchevski ve Livneh, 1999) kullanımının gerekliliğini de ortaya koymaktadır.

Bu araştırma sonuçları, denklem sistemlerinin nasıl yorumlandığının ve yorumlanması sırasında ne tür güçlükler yaşandığının incelenmesinde, problem kurmanın etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir. Problem kurmanın, öğretmen adaylarının cebirsel düşünceleri ile ilgili güçlüklerini fark edebilmeleri ve bu güçlüklerinin giderilebilmesi için kullanılabileceği, ayrıca öğretmen adaylarına, ileride kendi öğrencilerinin cebirsel düşünceleri hakkında bilgi sahibi olabilmeleri

için kullanabilecekleri bir yöntem olarak sunulmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

Araştırmada belirlenen, sınıf öğretmeni adaylarının denklem sistemini yorumlarken yaşadıkları güçlükler, onların cebirdeki temel bazı kavramlarla ilgili önemli eksiklerinin olduğunu göstermektedir. Sınıf öğretmeni adayları, ileride kendi öğrencilerinin cebire geçişle ilgili kavramları anlamalarında önemli rol üstleneceklerdir. Bu nedenle onların belirlenen bu güçlüklerinin giderilmesi, ilkökul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerinin gelişimi için oldukça önemlidir. Bu açıdan ele alındığında, araştırmanın sonuçları, üniversitelerdeki ilgili konuya yönelik öğretimin sorgulanmasının da gerekli olduğunu göstermektedir. Üniversitelerdeki ilgili derslerin planlanmasında, belirlenen güçlüklerin dikkate alınması, öğretmen olmadan önce adayların bu güçlüklerinin giderilmiş olması ve ilgili kavramlar hakkında doğru matematiksel bilgiye sahip olmaları gerekli görülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının; eşitlik, bilinmeyen, katsayı kavramlarına ve bu kavramların denklemdeki rolüne ilişkin anlamalarının incelendiği çalışmaların, bu konudaki temel güçlüklerin ve kavram yanlışlarının belirlenmesi açısından yararlı olacağı düşünülmektedir. Diğer yandan, öğretmen adaylarının cebirle ilgili belirlenen güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının giderilmesini amaçlayan çalışmaların da gerekli olduğu düşünülmektedir. Sınıf öğretmenlerinin cebire geçiş ile ilgili verdikleri derslerin incelenmesini içeren araştırmalar da önemli sonuçlar sunabilir.

### Kaynakça

- Arcavi, A., and Schoenfeld, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81 (6), 420-427.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 20–32). Reston, VA: NCTM.
- Carpenter, T.P., and Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. 5 Mayıs 2018 tarihinde <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470471.pdf> adresinden alınmıştır.
- Chow, T. F. (2011). *Students' difficulties, conceptions and attitudes towards learning algebra: an intervention study to improve teaching and learning*. Unpublished doctoral dissertation, Curtin University.
- Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4 (1), 24-56.
- Dede, Y. (2005). I. Dereceden denklemlerin yorumlanması: Eğitim fakültesi 1. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. C.Ü. *Sosyal Bilimler Dergisi*, 29(2), 197- 205.

- Drijvers, P., Goddijn, A., and Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes. In P. Drijvers (Eds.), *Secondary algebra education: Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (pp. 5-26). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Falkner, K.P., Levi, L., and Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-236.
- Harper, E. (1987). Ghosts of diophantus. *Educational Studies in Mathematics*, 28, 75-90.
- Herscovics, N., and Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59-78.
- Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. In D. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.390-419). Macmillan Library Reference, New York.
- Krippendorff, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology* (2<sup>nd</sup> Ed.). Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.
- Kücherman, D. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Eds.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (pp. 102-119). London: John Murray.
- Laughbaum, E. (2003). Developmental algebra with function as the underlying theme. *Mathematics and Computer Education*, 37 (1), 63-71.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of prealgebra. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.
- Linchevski, L., and Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 173-196.
- MacGregor, M., and Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation. 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- Marcus, R., and Chazan, D. (2005). *Introducing solving equations: teachers and the one variable first [algebra] curriculum*. 2 Mayıs 2018 tarihinde [https://www.researchgate.net/profile/Daniel\\_Chazan/publication/242091175\\_Introducing\\_solving\\_equations\\_Teachers\\_and\\_the\\_one-variable\\_first\\_curriculum/links/00463528df7d866ed8000000/Introducing-solving-equations-Teachers-and-the-one-variable-first-curriculum.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Daniel_Chazan/publication/242091175_Introducing_solving_equations_Teachers_and_the_one-variable_first_curriculum/links/00463528df7d866ed8000000/Introducing-solving-equations-Teachers-and-the-one-variable-first-curriculum.pdf) adresinden alınmıştır.

- Miles, M.B., and Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook (2nd ed.)*. Newbury Park, CA: Sage.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Real, L. F. (1996). Secondary pupils' translation of algebraic relationships into everyday language: A Hong Kong Study, (Eds. Luis, P. and Angel, G.). Paper presented at PME 20, Valencia, Spain, 3, pp. 280-287.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Stacey, K., and MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (2), 149-167.
- Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Eds.), *Algebraic thinking, grades K-12: Readings from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 7-13.). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1999.
- Yahya, N., and Shahrill, M. (2015). The strategies used in solving algebra by secondary school repeating students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 186 (2015), 1192 – 1200.



## Preservice Teachers Interpretations of First Degree Equation in Two Variables

ARTICLE TYPE	Received Date	Accepted Date	Online First Date
Research Article	07.03.2018	11.09.2018	11.12.2018

Zeynep Akkurt Denizli <sup>1</sup>  
Ankara University

### Abstract

The purpose of this study was to examine pre-service teachers' conceptual understandings and difficulties they experienced while interpreting first degree equations in two variables. The participants of the study were 162 pre-service teachers in their junior year at a state university located in Turkey. The participating pre-service teachers were asked to write a real-life problem that can be solved with the following equation system:  $\begin{cases} 2x - 3y = 19 \\ 3x + 6y = 18 \end{cases}$ . In this way, an attempt

was made to elicit how pre-service teachers analyze the equation system and how the concepts involved in the system were handled. As a result, it was concluded that the pre-service teachers did experience difficulties in interpreting first degree equations in two variables and in making sense of the related concepts as well as having serious shortcomings related to these concepts.

**Keywords:** Algebra, first degree equations in two variables, conceptual understanding, preservice teachers.

---

<sup>1</sup>Corresponding Author: Research Assistant Dr., Faculty of Educational Sciences, Department of Elementary Education, Primary Education, E-mail: zeynep0akkurt@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1996-1285>

### **Purpose and Significance**

Algebra, which individuals need in their everyday life, both personally and professionally, has long been accepted as an area which all students should learn. Research shows that students have important conceptual misconceptions about algebra, difficulty in using algebraic languages, and limited thinking about algebra (Booth, 1988; Dede, 2004; Harper, 1987; Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Macgregor ve Stacey 1997; Sfard, 1995).

Systems of equations is one of the topics students have the most difficulty with in algebra. The reason behind this difficulty is the complex nature of the system as well as the numerous steps required to reach the solution. When a solid conceptual understanding is not attained, instead of thinking about what a solution of a system means, students resort to memorizing the algorithm. In equation systems, the transition to the first degree equations in two variables is a very big step particularly for students who have difficulty in understanding the operations of “separation of variables”, “definition of solution set”, “finding values to verify algebraic expressions” (Marcus ve Chazan, 2005). Interpreting the more complex structure involved in equation systems in two variables whose solutions require more than one step is a major difficulty experienced by students while learning algebra (Marcus ve Chazan, 2005).

The purpose of this study was to examine how pre-service teachers handle the related concepts and the difficulties they experience while interpreting first degree equations in two variables. To this end, the pre-service teachers were asked to write a real-life problem in compliance with a given equation system. Then the problems created by the pre-service teachers were analyzed to reveal how they interpret the numbers, unknown elements, equations, and operations in the equation system. This current research is believed to provide valuable information about pre-service teachers’ conceptual understandings and their difficulties related to equation systems as well as to also shed light on points to be taken into consideration while instructing this topic to pre-service teachers.

### **Method**

The participants of the current study are 162 pre-service teachers in their junior year at a state university located in a large city in Turkey. The participating pre-service teachers were asked to write a real-life problem that can be solved with the following equation system: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 19 \\ 3x + 6y = 18 \end{cases}$$
. Through this question, the pre-service teachers were directed to the analysis of the equation system and thus it became possible to investigate their related conceptual understandings, the mistakes they committed and the difficulties they experienced. Before the application, this question was reviewed by two math experts aside from the researcher in terms of its content, compliance with the purpose of the study, and level of the participants and in the end it was found to be suitable. After the assessment, qualitative content analysis was used to analyze



students' responses. In the data analysis process, first the responses of 162 students were analyzed one by one and then codes were determined on the basis of their conceptual understandings, the mistakes they committed and the difficulties they experienced. The data were also coded by a second expert and the rater agreement was found to be 87.5 %. Thus, the inter-coder agreement was ensured (Miles ve Huberman, 1994). Then, by considering the common points between the codes, categories were formed and from these categories, problem types were derived.

### **Results**

The research findings have shown that trying to interpret the equation system by ignoring the solution set seems to be the most prominent issue emerging in the problems created by the pre-service teachers. 50% of the pre-service teachers, conducted operation-focused thinking in this case which was not routine to them and ignored the solution set and wrote problems, not from real life. Moreover, some pre-service teachers (11.73%) attempting to create their problems considering the negative value of the unknown could not relate this value to anything which can be real. Another important and actually surprising difficulty experienced by nearly 4.94% of the pre-service teachers emerged during the interpretation of the operation symbol “-”. These pre-service teachers seem to have only focused on the presence of the subtraction operation and have ignored the decreasing and subtrahend relationship in the equation. Another difficulty experienced by 10.49% of the pre-service teachers emerged as a result of their inability to interpret the unknown in the equation system. These pre-service teachers only used the numbers completely ignoring the letters in the equation system and thus wrote problems requiring some arithmetic operations, which may indicate that they cannot relate their prior knowledge to algebraic symbols and that they experienced serious difficulties during the transition from arithmetic to algebra in the past. Moreover, 4.94% of the pre-service teachers experienced problems while interpreting the coefficient of the unknown, which points to a problem related to this transition. Only 16.05% of the pre-service teachers were able to create problems complying with the given equation system and even these problems weren't real life problems.

### **Discussion and Conclusions**

The results obtained in the current study have shown that the pre-service teachers experience great difficulties in interpreting first degree equations in two variables and in making sense of the related concepts and that they have serious shortcomings related to these concepts. For these pre-service teachers, interpreting the unknown taking a negative value is a serious difficulty. This demonstrates the importance of the relationship between the use of letters and the meaning assigned to the unknown and understanding of algebraic problems (Stacey ve MacGregor, 2000). The pre-service teachers interpreting the addition operation in a way suitable for its meaning of bringing together could not interpret the subtraction operation, which might indicate that they have serious deficiencies in terms of conceptual understanding of this arithmetic operation (MacGregor ve Stacey, 1997). It is clear that the problems

experienced by pre-service teachers who will teach elementary school students in the field of algebra will have negative effects on the development of students' algebraic thinking. It is also important to help pre-service teachers to increase awareness of difficulties as well as to reveal their understanding of certain concepts. This requires special attention be given to the content of courses offered in the universities. These research findings show that for the analysis of the difficulties experienced in relation to an equation system, problem posing is an effective method. Problem posing can be presented as a method through which pre-service teachers can recognize their problems in their algebraic thinking and also through which pre-service teachers can gather information about their prospective students' algebraic thinking in the future.