

İKİ FAKTÖRLÜ VARYANS ANALİZİ

Şener Büyüköztürk *

Özet

Bu çalışmada, iki faktöre göre oluşturulan faktöryel desene uygun iki faktörlü varyans analizi, matematiksel temellerine girilmeksizin tanıtılmaya çalışıldı. Çalışma, SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) kullanılarak yapılan bir örnekle desteklendi.

Abstract

In this study, we tried to introduce two-way analysis of variance for factorial design with two factors without attempting to examine mathematical foundations. The study was supported with an example by using the SPSS .

Giriş

Faktöryel desen, en az iki faktör (boyut, bağımsız değişken) içeren güçlü bir araştırma desendir. Ancak bu araştırma deseninin gerektirdiği veri analizi ve analiz sonuçlarının yorumlanması, tek faktörlü desenlere göre çok daha karmaşıktır.

Faktöryel desen, iki ya da daha fazla faktörün eş zamanlı değerlendirilmesine olanak veren bir desendir (Kirk, 1968). Bu desende her bir faktörün tüm düzeylerinin, diğer faktörün her bir düzeyi ile eşleştirilmesi söz konusudur. Faktöryel desen, bağımsız

* Araş. Gör. Dr. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Eğitim Yönetimi ve Planlaması Bölümü Eğitim İstatistiği ve Araştırması Anabilim Dalı

değişkenlerin düzeylerinin tüm kombinasyonlarını içerir. Burada deneme koşulları için iki farklı durum söz konusu olabilir : Birincisi her bir koşul altında farklı deneklerin olmasıdır. Örneğin, her iki faktör için de 5 satır ve 2 sütun koşulu, $5 \times 2 = 10$ kombinasyonu, yani 10 farklı grubu gerektirir. İkinci durumda ise, aynı denek birden fazla deneme koşuluna tabi tutulabilir ki buna tekrarlanmış ölçümler deseni denir (Howell, 1987).

Faktöryel desenler faktör sayısı ile de isimlendirilirler. İki bağımsız değişkenli bir desen, iki faktörlü desen olarak isimlendirilir. İsim vermede alternatif bir yol da her bir faktörün düzey sayısının kullanılmasıdır. Örneğin, 2×5 , $3 \times 3 \times 4$ deseni gibi. Kirk (1968), iki faktöre göre oluşturulan faktöryel desene, tam randomize faktöryel desen (CRF) ismini vermektedir.

Faktöryel desende araştırmanın hipotezini test etmek, ya da sorularını cevaplamak için tercih edilen varyans analizinin (ANOVA) kullanımı bazı koşulları gerektirmektedir :

Varyans analizi, bazen ölçüt değişken olarak da isimlendirilen ve en az aralık ölçeğinde ölçülmüş bir bağımlı değişkene sahip olmalıdır. Bağımsız değişkenler tümüyle ölçülemeyen (nonmetric) ya da biri ölçülüp (metric) diğeri ölçülemeyen değişkenlerin bir seti olabilir. Bir bağımsız değişken kategorik bir değişken olarak düşünülürse, her bir kategori (düzey) bazı ölçme değerlerini gösterebilse de, ölçülemeyen bir değişken olarak tanımlanır. ANOVA'da ölçülemeyen bağımsız değişkenler, "faktör" olarak isimlendirilir. Buna göre bir araştırmada, a) tek bir faktörün pozitif etkisiyle ilgileniliyorsa ANOVA, bir-yönlü varyans analizini, b) n faktörün eş zamanlı etkileriyle ilgileniliyorsa ANOVA, n-yönlü varyans analizini anlatır. Araştırmada yalnız ölçülebilen bağımsız değişkenlerin etkileriyle ilgileniliyorsa daha uygunu olarak çoklu regresyon analizi gündeme gelir. Araştırmacı hem ölçülebilen, hem de ölçülemeyen bağımsız değişkenin etkileriyle ilgileniliyorsa, kovaryans analizi yapılabilir. Ölçülebilen

ve ölçülemeyen bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin incelendiği bir desende alternatif bir yol da çoklu regrasyon analizidir. Bu analizde ölçülemeyen bağımsız değişken, “dummy” değişken olarak isimlendirilen bir başka değişken olarak tanımlanarak, analize dahil edilir (Nie ve diğerleri, 1975).

Araştırmacı, birden fazla faktörün bir bağımlı değişken üzerindeki etkisini ayrı ayrı test etmenin yerine birlikte, eş zamanlı (simultane) etkilerini test etmek isteyebilir. Örneğin, farklı öğretim yöntemlerinin akademik başarı üzerindeki etkilerini test ettikten sonra, bir başka deneyde de yalnız sosyo-ekonomik düzeyin akademik başarıya etkisini araştırmak yerine, iki faktörün başarı üzerindeki temel etkilerini ve bunun da ötesinde birlikte etkilerinin olup olmadığını araştırmak isteyebilir. İşte bu tür bir karşılaştırma, iki faktörlü bir deseni gerektirir.

Howell (1987), faktöryel desenlerin bir yönlü desenlere avantajlarını şu şekilde sıralamaktadır:

1) Sonuçlar daha geniş gruplara genellenebilir. Örneğin, sadece yaşlılardan oluşan bir araştırma grubunda bağımlı değişkene verilen tepkilerin bir A faktörüne göre incelenmesine ilişkin sonuçlar, yalnız yaşlı grup için geçerlidir. Araştırmaya gençlerin de dahil edilmesi durumunda, yani yaş faktörünün (yaşlı - genç) ikinci bir faktör olarak dikkate alınması ile bulgular, yaşlıların yanı sıra gençler için de geçerli olabilecektir.

2) Değişkenlerin ortak etkisinin değerlendirilmesi. Koşulların etkisinin yaştan bağımsız olup olmadığını, ya da koşullar ile yaş arasında ortak etkinin olup olmadığını değerlendirme olanağı vardır. Örnek, gençlerin farklı koşullarda, yaşlılardan büyük farklılık gösterip göstermediği ortaya konabilir.

3) Faktöryel desen ekonomiktir. Aynı düzeydeki testin gücü için faktöryel desen, bir yönlü desenden daha az denek gerektirir.

Öte yandan, iki yönlü varyans analizi bir yönlü varyans analizine göre daha büyük F değeri üretir ve bir yönlü varyans analizinde işleme girmeyen faktörün yol açtığı tüm varyans, hata varyansına dahil edilir. Oysa iki yönlü varyans analizinde ikinci faktörün yol açtığı varyans ayrılır, hata varyansına eklenmez (Nie ve diğerleri, 1975).

İki Faktörlü Varyans Analizi

İki faktörlü (boyutlu, yönlü) varyans analizinin yapısal modeli bir gözlem için, $X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + e_{ijk}$ şeklinde gösterilmektedir. Burada μ , genel ortalamayı ; α_i , A faktörün etkisini ; β_j , B faktörünün etkisini ; $\alpha\beta_{ij}$, ortak etkiyi ve e_{ijk} hata terimini açıklar (Howell, 1987).

Varyans analizinde araştırma desenine bağlı olarak temelde iki istatistiksel model söz konusudur: Birincisi “sabit etki” modeli, ikincisi “yansız etki” modelidir. Araştırma desenine, iki faktörün de az sayıda olan düzeylerinin tamamının ya da her iki faktöre ait fazla sayıdaki düzeylerden i ve j tanesinin, keyfi olarak (araştırmacının ilgisine göre) alınması durumunda kullanılan model, sabit etki modelidir. Analiz sonuçları da yalnız keyfi olarak seçilen bu düzeyler için geçerlidir. Faktörlerin düzeylerinin seçimi yansız olarak yapılmışsa modele, yansız etki modeli denir. Analiz sonuçları, tüm faktör düzeyleri için geçerlidir (Ünver ve Gamgam, 1986).

Söz konusu modeller, analizde, kareler ortalamasının belirlenmesinde farklı yol izlerler. Modellerin hata terimini belirleme şekilleri farklıdır. İki faktörlü bir varyans analizinde, a) satır ve kolon değişkenlerinin ikisi de sabit etkiler (Model I), b) her iki değişken de yansız etkiler (Model II) ve c) iki değişkenden biri sabit, diğeri yansız etkiler (Model III) olabilir. Üçüncü modele

karışık etkiler modeli de denilmektedir (Ferguson ve Takane, 1989 ; Roscoe, 1975). Bu çalışmada anılan modellerin kuramsal temellerine girilmeyerek, uygulamada genellikle sabit etki modeli kullanıldığından bu modele uygun bir örnek üzerinde durulacaktır.

İki faktörlü bir desende genelde üç ayrı test işlemi söz konusudur (Nie, 1975) :

1) İki faktörün bir bütün olarak istatistiksel olarak anlamlı bir etkiye sahip olup olmadığı incelenebilir. Toplam açıklanan kareler toplamını dikkate alan bu testte F değeri şu formülle bulunur.

$$F = \frac{(SS_A + SS_B + SS_{AB}) / df_{A,B,AB}}{SS_{error} / df_{error}} = \frac{MS_{A,B,AB}}{MS_{error}}$$

$SS_{A, B, AB}$ sembolleri; faktör A, B ve etkileşimlerini simgeleyen kareler toplamını (sum of squares), $MS_{A,B,AB}$ ise, faktör A, B ve etkileşimlerini simgeleyen kareler ortalamasını (mean of squares) gösterir. Formülde df (degrees of freedom) serbestlik derecesini göstermektedir. SS_{error} , MS_{error} ve df_{error} hata için kareler toplamı, kareler ortalaması ve serbestlik derecesini vermektedir.

$$df_{A,B,AB} = (C_A - 1) + (C_B - 1) + (C_A - 1)(C_B - 1) = C_A C_B - 1$$

$$df_{error} = N - C_A C_B$$

Burada, N, denek sayısını ve C ilgili faktördeki kategori (düzey) sayısını gösterir. F anlamlı ise, bir bütün olarak modelin, yani A, B ve AB'nin toplam birleşik etkisinin Y üzerinde bazı etkilerinin olduğu söylenir. Ancak, bu bulguya raporlarda genellikle yer verilmez.

2) Ortak etkinin (interaction effect) anlamlı olup olmadığı araştırılabilir. Burada, MS_{AB} ve MS_{error} arasındaki oran F değerini

verir. Ortak etki anlamlı ise A'nın etkisinin B'nin bir kategorisinden diğerine değiştiği sonucuna ulaşılabilir ve B'nin etkisinin de A'nın farklı kategorilerinde değiştiği söylenir.

3) Her bir faktörün temel etkisinin (main effects) anlamlılığı test edilebilir. Sabit etki modeline göre iki temel etki için uygun F oranları şu formülle bulunur.

$$F_A = MS_A / MS_{error} \quad \text{ve} \quad F_B = MS_B / MS_{error} \quad \text{'dir.}$$

Önceki tartışmalardan da görüleceği gibi İki boyutlu varyans analizi, iki deneysel (bağımsız) değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin birlikte incelenmesine olanak veren bir araştırma deseninde kullanılmaktadır. Bu analiz ile deneysel değişkenlerin (faktörlerin) bağımlı değişkene temel etkilerinin yanı sıra ortak etkilerinin de anlamlılığının test edilebilmesi araştırmacıya önemli bir yarar sağlamaktadır. İki boyutlu varyans analizinde temel etki testi, faktörlerin satır ya da sütundaki kenar ortalamaları arasındaki farkların testidir. Bir temel etki, diğer faktör dikkate alınmadığında oluşan etkidir. Ortak etki testi ise, bir faktörün etkisinin, diğer faktörün farklı düzeylerinde farklılaşp farklılaşmadığını test eder (Ferguson ve Takane, 1989 ; Howell, 1987).

Faktörlerin kenar ortalamaları ile açıklanan temel etkilerinin dışında ortak etkiyi doğuran etkilerine, faktörlerin basit temel etkisi denir. Biz bir faktörün diğer faktörün yalnızca bir düzeyindeki etkisine bakıyorsak buna basit etki (simple effect) denir. Faktörler arasındaki kesişim olarak da adlandırılan ortak etki, bir faktörün diğer faktörün farklı düzeylerindeki basit temel etkilerinin ne derece değiştiğinin bir ölçüsü olarak açıklanabilmektedir. Ortak etkinin anlamlı olması, bir değişkenin etkisinin, diğer değişkenin düzeylerine bağlı olduğunu gösterir (Ferguson ve Takane, 1989 ; Howell, 1987). Ortak etki anlamlı ise satır etkisi kolondan kolona,

kolon etkisi ise satırdan satıra sabit değildir, değişkendir. Basit temel etki testleri bir boyutlu analizlerle yapılabilir (Roscoe, 1975).

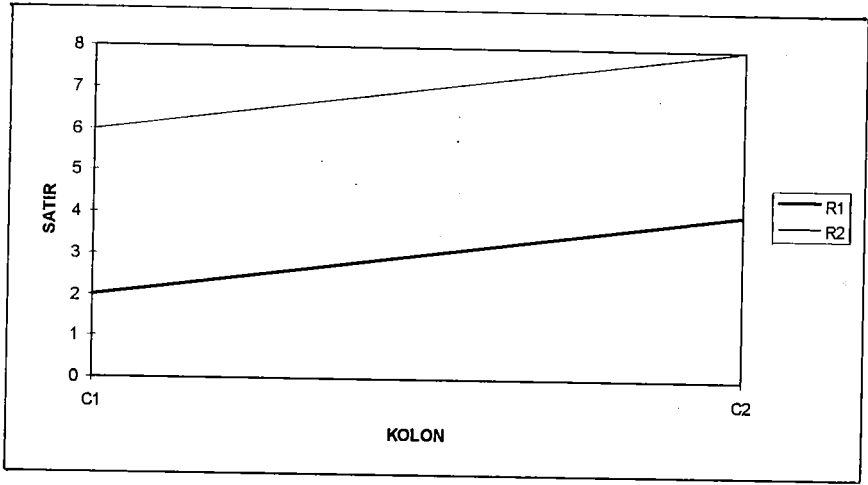
Bir araştırma deseninde basit temel etki testleri anlamlı iken ortak etki anlamlı çıkmayabilir. Ortak etkinin anlamlı olması, A faktörünün B gibi ikinci bir faktörün bir düzeyine ilişkin gözeneklerine ait ortalama değerleri arasında gözlenen farkın, B faktörünün diğer düzeylerinde farklı olmasını gerektirir. Bu husus, Çizelge 1'de kenar ve gözenek ortalamaları verilen 2x2'lik bir araştırma deseninde tartışılmaya çalışılmıştır.

Çizelge 1_a'da R'nin basit temel etkisi incelenirse C₁'de R₂ - R₁ = 4 olup bu fark, C₂ için oluşan farkla aynı yönde ve eşittir. Bu durumda satır etkisinin kolonların düzeylerinde bağımlı değişken üzerinde farklı bir etki yaratmadığı görülür. Benzer durum, kolon için de geçerlidir. Bunun grafiğe yansımaları Şekil 1'de görülmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi satırları gösteren doğrular kesişmemektedir. Yani kenar ortalamalar dikkate alındığında satır ve kolonun temel etkileri gözlenebilirken, ortak etkinin anlamlı olmadığı söylenebilir.

1 _a	1 _b																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">C₁</td> <td style="text-align: center;">C₂</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">R₁</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">R₂</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">7</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </table>		C ₁	C ₂		R ₁	2	4	3	R ₂	6	8	7		4	6	5	<table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">C₁</td> <td style="text-align: center;">C₂</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">R₁</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">R₂</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </table>		C ₁	C ₂		R ₁	2	8	5	R ₂	8	2	5		5	5	5
	C ₁	C ₂																															
R ₁	2	4	3																														
R ₂	6	8	7																														
	4	6	5																														
	C ₁	C ₂																															
R ₁	2	8	5																														
R ₂	8	2	5																														
	5	5	5																														

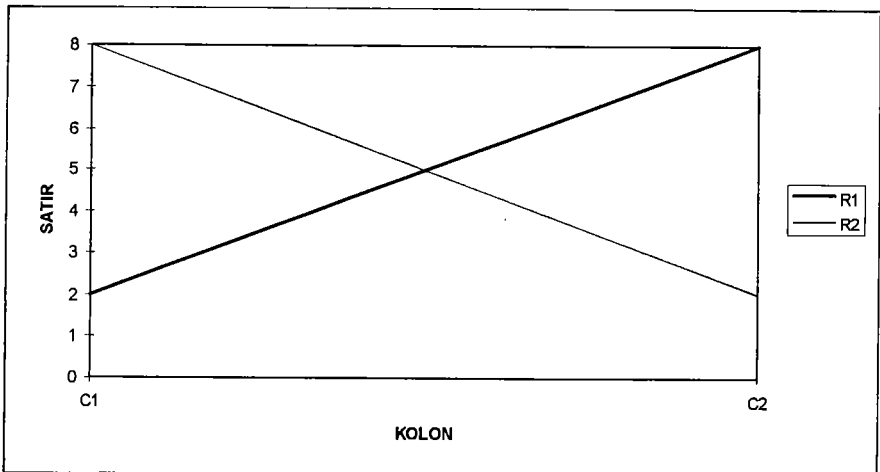
Çizelge 1 . 2x2 'lik Bir Desende Gözenek ve Kenar Ortalamaları

Kaynak . (Ferguson ve Takane, 1989)



Şekil 1 . Çizelge 1_a'daki Ortalama Değerlere İlişkin Çizgi Grafiği

Öte yandan Çizelge 1_b' de R'nin C'nin farklı düzeylerindeki ortalamaları incelendiğinde hem C₁ ve hem de C₂ için oluşan fark değer olarak eşit olmakla birlikte C₁'de $R_1 < R_2$ iken, bu fark C₂'de tam tersidir, yani, $R_1 > R_2$ 'dir. Bu durum, satır ve kolonun temel etkilerinin olmamasına karşılık, şekil 2'de görüleceği gibi satır ve kolonun etkileştiği, ortak etkinin anlamlı olduğu şeklinde yorumlanır.



Şekil 2. Çizelge 1_b'deki Ortalama Değerlere İlişkin Çizgi Grafiği

Uygulamada “ortak etki” testinin anlamlı çıkması durumunda yorumlanmasında güçlük çekilmektedir. Ortak etki anlamlı bulunduğu ilgililenen değişken bakımından iki faktörün arasında karşılıklı etki olduğu söylenir. Bu durum, ilgililenen değişken bakımından gözlenen miktarın, birinci faktörle ilgili olarak değişiminin, ikinci faktörün bir düzeyinde başka bir şekilde, diğer düzey ya da düzeylerinde başka şekilde değiştiğini anlatır. Benzer olarak, ilgililenen değişken bakımından gözlenen miktarın, ikinci faktörle ilgili olarak değişiminin, birinci faktörün bir düzeyinde başka, diğer düzey ya da düzeylerinde başka şekilde değiştiği söylenebilir.

İki boyutlu varyans analizi için de geçerli olan varyans analizinin üç temel varsayımı şöyledir: a) Bağımlı değişkene ilişkin gözlemler (ölçümler), grupların ait oldukları evrende normal dağılım gösterir. b) Gözlemler, grupların ait oldukları evrenlerde eşit varyansa sahiptir. c) Gözlemler birbirlerinden bağımsızdır. Söz konusu varsayımlardan gözlemlerin bağımsızlığı bir değişkene ilişkin tüm gözlemlerin farklı araştırma birimlerinden (birey ya da objelerden) elde edilmesini gerektirir. Bunun için araştırma birimlerinin gruplara yansız atanmış olması önemlidir. Dağılımların eşit varyanslı ve normal dağılım göstermesi varsayımları, ekstrem (aşırı) bir şekilde ihlal edilmemeleri durumunda analizin sonuçlarının pek etkilenmeyeceği kabul edilmektedir (Ferguson ve Takane, 1989 ; Howell, 1987).

Alanyazında, karşılaştırılan grupların varyanslarının eşit olması önerilmekle birlikte, Fox (1969, 312), son yıllarda homojenlik testlerine bakılmadığını belirtmekte ve bazı istatistikçilerin görüşlerine dayanarak da homojenlik testlerinin normal olmayan dağılımlarda yüksek derecede duyarlı olduğunu aktarmaktadır. Buna dayanılarak normal dağılım gösteren

değişkenlerde, bu testin ihmal edilebileceği, eşit büyüklükteki örneklem için hiç gerek olmadığı belirtilmektedir.

Varyans analizi, güçlü bir istatistiksel işlem olduğundan uygulamada normallik ve homojenlik varsayımları, görel olarak önemsiz görülen küçük etkilerde ihlal edilebilir. Genelde, evrenlerin simetrik ya da benzer bir dağılıma sahip oldukları varsayılırsa ve en büyük varyans, en küçük varyanstan dört ya da beş katı daha fazla değilse, varyans analizinin geçerli ve uygun olması çok muhtemeldir. Bununla birlikte şunun da not edilmesi önemlidir. Varyansların heterojen ve eşit olmayan örneklem büyüklükleri birbirleriyle bağdaşmaz. Grupların varyanslarının eşit olmayacağı bekleniyorsa, örneklem büyüklüklerinin olabildiğince yakın tutulmasına özen gösterilmelidir (Howell, 1987).

Heterojenlik ya da normal olmayan dağılımlar söz konusu ve bu önemseniorsa, problemin çözümünde alternatif yollar vardır. Bunlar : (1) Hesaplanan F değerini karşılaştırmada dikkate alınacak ve Box tarafından geliştirilen F dağılımını kullanmak. (2) Veri dönüştürme işlemlerini kullanmak. Varyans analizinin varsayımlarının karşılanmaması durumunda veriler için üç temel dönüştürme yöntemi önerilmektedir. Bunlar: Logaritmik dönüştürme, karekök ($\sqrt{\quad}$) ve tersini almadır ($1/X$) (Howell, 1987).

İki faktöre göre oluşturulan bir faktöryel desende: a) Deneysel gruplardaki (gözeneklerdeki) her denek için yalnızca bir puan söz konusudur. b) Deneysel grupların her birinde eşit sayıda denek bulunması genelde istenen bir durumdur. Bu eşitliğin sağlanmadığı durumda, gözeneklerdeki denek sayılarının orantılı olması istenir (Bruning ve Kintz, 1968). Oransallık, örneğin 2×3 'lük bir desende satır için düşünüldüğünde, R'nin C'nin üç düzeyi için R_1 / R_2 oranının eşit olmasını gerektirir. Bu oransallık, gözeneklerdeki frekansların kenar toplamları için de söz konusudur. Ancak gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olması her zaman sağlanmadığı gibi böyle bir oransallık da söz konusu olmayabilir.

İki faktörlü varyans analizinde birinci faktör satırı (sıra sayısı-r), ikinci faktör sütunu (sütun sayısı-c) gösterirse, iki faktör için $r \times c$ tane koşul (gözenek, durum, kombinasyon) oluşur ve bu gözeneklerdeki denek dağılımı üç farklı biçimde olabilir (Özden, 1981). a) Her koşulda bir denek, b) her koşulda birden fazla ancak eşit sayıda denek ve c) koşullardaki denek sayılarının eşit olmaması. Birinci durum için sadece temel etki testleri, ikinci ve üçüncüsünde ise bunun yanı sıra ortak etki testi de yapılmaktadır. Bu çalışmada her koşulda bir deneğin olduğu desen üzerinde durulmayacak, tartışma ve örnek her koşulda birden fazla deneğin olduğu durumlar için söz konusu olacaktır.

Deneyssel desenlerde random atamalarda gözeneklere eşit sayıda birey olması kolaydır. Gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olması durumunda desenin, yani faktör etkilerinin dikey (orthogonal) olduğu (her bir faktörün temel etkisinin diğer faktörlerin etkilerinden ve aynı zamanda çeşitli faktörler arasındaki ortak etkilerin temel etkilerden bağımsız olduğu) açıklanmaktadır. Gözeneklerdeki frekansların eşit olması nedeniyle bu sayıların oransal olduğu belirtilmektedir. Gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olmaması durumunda araştırma deseninin dikey olmadığı (nonorthogonal) ve gözeneklerdeki denek sayılarının oransal olmayabileceği açıklanmaktadır. Gözeneklerdeki frekanslar eşit değil ancak oransallık söz konusu ise sadece temel etkiler dikeydir (Nie ve diğerleri, 1975 ; Norusis, 1990). Gözeneklerdeki denek sayılarının eşit ve oransallığın olmadığı desenlere dikey olmayan, ayarlanmamış (nonorthogonal, unbalanced) desenler de denilmektedir (Ferguson ve Takane, 1989).

Gözeneklerdeki denek sayılarında, araştırmacının inisiyatifi dışında çeşitli nedenlerle kayıplar söz konusu olabilir ve bu da gözeneklerdeki eşitliği bozabilir. Öte yandan deneyssel olmayan desenlerde din, cinsiyet, parti, ırk gibi bazı bağımsız değişkenler vardır ki manipüle edilemezler. Sonuçta eşit olmayan gözeneklerle

karşılaşılabilir (Nie ve diğerleri, 1975). Temel etki testleri için hesaplanacak F oranları, gözeneklerdeki birey sayısının eşit olup olmamasına göre kareler toplamalarının hesaplanmasında izlenen farklı yollar nedeniyle farklılık gösterir. Gözeneklerdeki birey sayısı eşit ise hangi yol izlenirse izlensin sonuç aynı olmaktadır.

Birey sayısı bakımından eşit gözeneklere sahip faktöryel desende toplam varyans, $SS_Y = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_{error}$ eşitliği ile açıklanır.

Sabit etki modeline göre A ve B faktörleri için uygun F oranları şu şekilde formüle edilmektedir.

$$F_A = (SS_A / df_A) / (SS_{error} / df_{error}) , \quad F_B = (SS_B / df_B) / (SS_{error} / df_{error}) \text{ 'dir.}$$

Gözeneklerdeki birey sayısının eşit olmadığı durumlar için farklı yaklaşımlar önerilmektedir. Aynı desen ve veriler için farklı yaklaşımlarla hesaplanacak F oranları (temel etkiler için) farklı olacaktır. Çünkü, yaklaşımların kareler toplamı terimlerini (SS) bulma yöntemleri farklıdır. Bu durumlar için kullanılan yaklaşımlar bazı yazarlar tarafından klasik deneysel çözümlene, ağırlıksız ortalamalar çözümlenmesi ve en küçük kareler çözümlenmesi olarak isimlendirilmektedir ve formülleştirilmektedir (Kirk, 1968 ; Howell, 1987). Araştırmacı, gözeneklerdeki gözlem sayılarının eşit olmamasının yanı sıra, istemese de ve nadiren de olsa, gözeneklerdeki frekansların çok az ya da hiç olmaması gibi özel durumlarla da karşılaşılabilir. Böyle durumlarda ağırlıksız ortalamalar çözümlenmesi ile bu gözenekler için de ortalama tahmini yapıldığı belirtilmektedir (Kirk, 1968).

İstatistiksel analizlerde bilgisayar teknolojisinin kullanımının giderek artmasıyla geliştirilen ve yaygın olarak kullanılan istatistik paket programlarından SPSS'de, gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olmaması durumunda önerilen yaklaşımlar klasik deneysel, regresyon ve hiyerarşik olmak

üzere üç grupta toplanmaktadır. Programda regresyon yaklaşımı kurulu (default, başlangıç) iken diğer yaklaşımlar seçenekler olarak kullanıma hazırdır. Araştırmacıların analizlerinde bilgisayar kullanabileceği de dikkate alınarak eşit sayıda deneklere sahip olmayan faktöryel desenler için sözü edilen bu üç yaklaşım, aşağıda kısaca tanıtılmaya çalışılmıştır (Nie ve diğerleri, 1975 ; Norussis, 1990).

Klasik Deneysel Yaklaşım

Bu yaklaşıma göre, A ve B gibi seçilen iki faktör birbirine dikey olmadığından SS_A ve SS_B , $SS_{A,B}$ 'ye toplamsal (additive) değildir. Faktörler arasındaki ilişki güçlendikçe $SS_A + SS_B$ ile $SS_{A,B}$ arasındaki fark artar. Faktörler arasındaki bu ilişki güçlü ve pozitif ise toplamsal etki anlamlı olmasına karşılık, faktörlerin temel etkilerinden hiçbiri anlamlı olmayabilir (oysa dikey desenlerde aynı durum için en az bir faktörün temel etkisinin anlamlı olması söz konusudur). Temel etkilerden hiç birinin anlamlı olmadığı bir durumda toplamsal etki anlamlı olabilir ki bu, klasik deneysel yaklaşımı dikey desenlerden ayıran bir noktadır. Temel etkiler dikey, yani gözeneklerdeki frekanslar kenar toplamlarına orantılı ise, bu yaklaşım hiyerarşik yaklaşımla aynı sonucu üretir.

Hiyerarşik Yaklaşım

Hiyerarşik yaklaşımda izlenen anlamlılık testi işlemleri klasik deneysel yaklaşımla aynıdır. Araştırmacı, deseni açısından öncelik verdiği faktörü temel etki testi için ilk olarak işleme dahil eder. Toplamsal etki anlamlı ise temel etkilerden en az biri anlamlı olacaktır. A ve B'nin kareler toplamı toplamsaldır. Yani, $SS_A + SS_B = SS_{A,B}$ 'dır. Değerlendirilecek değişkenlerin sırası,

bağımsız değişkenler ya da ortak değişken listesindeki değişkenlerin sırasına (araştırmacı tarafından kararlaştırılan) bağlıdır. Faktör temel etkileri, yalnızca kendisinden önce gelen faktörler için ayarlanır. Buna göre örneğin, eğer bağımsız değişken listesinde ilk olarak A var ise önce, A temel etki, B ya da AB etkileri için ayarlanmaksızın değerlendirilir. Daha sonra B temel etki, A için ayarlama yapıldıktan sonra analize dahil edilir. AB ise, hem A ve hem B temel etkiler için ayarlama yapıldıktan sonra değerlendirilir.

Regresyon Yaklaşımı

Bu yaklaşımda her bir etki, diğer tüm etkiler için ayarlanarak eş zamanlı karşılaştırılır. Her bir etki, açıklanan varyansa ek katkıları dikkate alınarak değerlendirilir. A'nın temel etkisi, B temel etki ve AB ortak etki için ayarlandıktan sonra test edilir. B'nin temel etkisi de benzer şekilde bulunur. AB ortak etki ise, A ve B için ayarlandıktan sonra test edilir. SS_A ve SS_B toplamsal değildir ve $SS_{A,B}$ diğer iki yaklaşımla bulunan değerlerden daha küçüktür. Çünkü bu terim ortak etki için ayarlanır.

İki faktörlü varyans analizinde temel ve ortak etkilerin ayarlanmasında farklı yaklaşımlar için izlenen yollar, Çizelge 2'de gösterilmiştir. Gözeneklerdeki frekansların birbirine eşit olması durumunda faktörler orthogonal olacaktır ve üç yöntemde de aynı sonucu verecektir. Gözeneklerdeki n'ler eşit değil, ancak oransallık var ise bu defa klasik ve hiyerarşik yöntemler aynı sonucu üretir. Eşitliğin ve oransallığın olmadığı durumda üç yöntem temel etkiler için üç ayrı sonuç üretir.

Çizelge 2 . Temel ve Ortak Etkilerin Ayarlanmasında İzlenen Yollar

Etki	Klasik	Hiyerarşik	Regresyon
------	--------	------------	-----------

A temel etki	B	B ve AB ortak etki	-
B temel etki	A	A ve AB ortak etki	A
AB ortak etki	A ve B	A ve B	A ve B

Kaynak : (Nie ve diğerleri, 1975).

Araştırma desenleri için uygun olan yaklaşımın seçiminde dikkat edilecek husus, problemin doğasıdır, araştırma deseninin özellikleridir. Araştırma deseninde yer alan faktörler arasında test edilmede öncelik sorunu yoksa, faktörler bilinen bir nedensellik sırasına sahip değiller ancak, temel etkilerin ortak etkiden daha bir yüksek önceliğe sahip olduğu düşünülüyorsa klasik deneysel yaklaşımın tercih edildiği ve yaygın olarak kullanıldığı açıklanmaktadır (Nie ve diğerleri, 1975).

Büyüköztürk (1996) tarafından yapılan bir araştırmada toplanan veriler üzerinde SPSS kullanılarak yukarıda sözü edilen üç yaklaşım için yapılan analiz sonuçları Çizelge 3'te verilmiştir. Buna göre ortak etki testi için bulunan F değeri üç yaklaşımda da aynıdır. Gerçekte fark, temel etki testlerindedir. Örnekte, birinci faktörü "araştırma dersini alıp almama", ikinci faktörü "öğrenim görülen üniversite" ve bağımlı değişkeni "öğrencilerin araştırmada yöntemsel yeterlikleri" oluşturmaktadır.

Çizelge 3. İki Faktörlü Varyans Analizi Sonuçlarının Üç Yaklaşımına Göre Karşılaştırılması

Varyansın Kaynağı	DF	Deneysel Yaklaşım		Hiyerarşik Yaklaşım		Regresyon Yaklaşım	
		SS	F	SS	F	SS	F
Temel Etkiler	4	1849.852	8.98**	1849.852	8.98**	1482.945	7.20**

Araştırma D.	1	278.894	5.42*	348.892	6.78**	336.803	6.54*
Üniversite	3	1500.960	9.72**	1500.960	9.72**	1065.377	6.90**
Ortak Etki (A x Ü)	3	1015.248	6.58**	1015.248	6.58**	1015.248	6.58**
Açıklanan	7	2865.100	7.95**	2865.100	7.95**	2865.100	7.95**
Kalan	358	18426.826		18426.826		18426.826	
Toplam	365	21291.926		21291.926		21291.926	

* $p < .05$ ** $p < .01$

Çizelge 3'e göre ortak etki testi için üç yaklaşımda da aynı F değerine ulaşılmakta iken, temel etki testleri için bir farklılaşma söz konusudur. Kareler toplamı terimi incelendiğinde, SS_A ve SS_B 'nin toplamalarının hiyerarşik yaklaşımda $SS_{A,B}$ 'ye eşit, buna karşılık diğer iki yaklaşımda farklı olduğu görülmektedir. Regresyon yaklaşımında hesaplanan $SS_{A,B}$ değerinin diğer iki yaklaşımda üretilen değerlerden küçük olduğu gözlenmektedir. Çünkü, regresyon yaklaşımında bu terim hesaplanırken ortak etkiye göre bir düzeltme söz konusudur. Analiz deneysel yaklaşım bazında incelendiğinde, iki faktör arasındaki ilişkinin güçlü olduğu oranda SS_A ve SS_B 'nin toplamalarıyla $SS_{A,B}$ arasındaki farkın büyümesi beklenirdi. Örnekte, bu farkın çok geniş olmadığını görülmesi iki faktör arasındaki ilişkinin güçlü olmadığını açıklayabilir. Analiz sonuçları, örneğin klasik deneysel yaklaşım dikkate alındığında şu şekilde betimlenebilir.

Öğrencilerin araştırma dersini alıp almamaları onların yönetsel yeterliklerini etkilemektedir [$F_{(1, 358)} = 5.42$, $p < .05$]. Öte yandan öğrenim görülen üniversitenin de anılan yeterlikleri etkilediği görülmektedir [$F_{(3, 358)} = 9.72$, $p < .01$]. Bu bulgu, üniversite öğrencilerinin araştırmada yönetsel yeterliklerinin araştırma dersini alıp almamaya ve buldukları üniversitelere göre

farklılaştığını gösterir. Ayrıca araştırma dersi alıp almama ve üniversite değişkenlerinin (faktörlerinin) öğrencilerin yönetsel yeterliklerini birlikte karşılıklı olarak etkiledikleri yani, bu yeterlikler üzerinde ortak bir etkiye sahip oldukları anlaşılmaktadır [$F_{(3, 358)} = 6.58, p < .01$]. Bu bulguya göre, araştırma dersini alan ve almayan öğrencilerin söz konusu yeterliklerinin buldukları üniversiteden farklı bir biçimde etkilendikleri, başka bir anlatımla, araştırma dersini alan ve almayanların bu yeterliklerinin farklı üniversitelerde farklı bir değişkenliğe sahip olduğu söylenebilir. Benzer açıklama farklı üniversitelerde öğrenim görenlerin anılan yeterliklerinin araştırma dersini alıp almama durumuna göre farklılaştığı şeklinde ifade edilebilir. Temel ve ortak etki testlerinin anlamlı çıkması durumunda gruplar ya da alt gruplar (gözenekler) için, örneğin grupların sahip oldukları yönetsel yeterliklerin düzeyleri betimlenecekse, kenar ve gözeneklere ait ortalama değerlerine bakmak gerekir. Yine araştırmanın problemi gerektiriyorsa basit temel etki testleri yapılabilir.

Sonuç

Gerek deneysel desenlerde ve gerek nedensel karşılaştırmalı desenlerde (karşılaştırmalı türden ilişkiyel tarama modellerinde) geliştirilen hipotezleri test etmek ve/veya soruları cevaplamak amacıyla başvuru ve güçlü bir istatistik olan iki faktörlü varyans analizi, farklı boyutlarıyla okuyucuya tanıtılmaya çalışılmıştır. İki faktörlü ANOVA güçlü bir parametrik istatistik olmakla birlikte uygulamada çözümlenebilir de olsa da bazı sorunlarla karşılaşılabilir. Gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olduğu bir araştırma deseninin, olası sorunların aşılmasında araştırmacıya başlangıçta bir avantaj sağlayabileceği unutulmamalıdır. Gözeneklerdeki denek sayılarının eşit olmaması durumunda ise başlıca üç yaklaşım uygulanabilmektedir. Bunlardan hangisinin uygulanacağına karar vermek, verilen yaklaşımların ayırt edici özelliklerine bakarak mümkün olacaktır.

KAYNAKÇA

Bruning, J.L. and B.L. Kintz. (1968). **Computational handbook of statistics**, USA : Scott, Foresman and Com.

Büyüköztürk, Ş. (1996). **Türk yükseköğretiminde araştırma eğitimi**. Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yayınlanmamış Doktora Tezi.

Ferguson, G. A. and Y. Takane. (1989). **Statistical analysis in psychology and education**. USA: Mc Graw Hill Book.

Fox, D. J. (1969). **The research process in education**. USA : Holt, Rinehart and Winston.

Howell, D.G. (1987). **Statistical methods for psychology**, (Second Edition). USA

Kirk, R.E. (1968). **Experimental design : Procedures for the behavioral sciences**, California : Brooks/Cole Publishing Com.

Nie, and others. (1975). **SPSS statistical package for social sciences** (second ed.), USA : Mc Graw-Hill Book.

Norusis, M.S. (1990). **SPSS base system user's guide**. Chicago : SPSS Inc.

Özden, H. (1981). **İstatistik kuramı ve uygulamalar**, Ankara : Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları 13.

Roscoe, J. T. (1975). **Fundamental research statistics for the behavioral sciences**. (Second edition). New York : Holt, Rinehart and Winston.

Ünver, Ö. ve H.Gamgam. (1986). **Uygulamalı istatistik yöntemler**, Ankara.