

## Matematik Öğretmeni Adaylarının Cebirde Harflerin Kullanımı ve Cebirsel İşlemler ile İlgili Öğrenci Hatalarına Yönelik Farkındalıkları \*

Prospective Middle School Mathematics Teachers' Awareness of Students' Errors regarding the Use of Letters in Algebra and Algebraic Operations

Rabiya Amaç\*\*

Makbule Gözde Didiş Kabar\*\*\*

### To cite this article/ Atıf için:

Amaç, R. ve Didiş Kabar, M. G. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler ile ilgili öğrenci hatalarına yönelik farkındalıkları. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 7(4), 1525-1552. doi: 10.14689/issn.2148-2624.1.7c.4s.10m

**Öz.** Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmeni adaylarının *cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler* konusunda öğrenci hatalarına yönelik farkındalıklarını, öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik tahminleri ve öğrenci düşünme şekilleri bilgilerine yönelik öz değerlendirmeleri açısından incelemektir. Çalışma bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında sunulan, Özel Öğretim Yöntemleri-1 dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın katılımcılarını, derse katılan 44 üçüncü sınıf matematik öğretmeni adayı arasından seçilen dört öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma sürecinde, öğretmen adayları verilen cebirsel sorulara yönelik öğrencilerin hatalı cevaplarını tahmin etme ve gerçek öğrenci çözümleri aracılığıyla hatalı öğrenci çözümlerini inceleme süreçlerinden geçmişlerdir. Bu çalışmanın veri kaynaklarını, dört öğretmen adayının öğrenci hatalarını tahminleri üzerine yapılan birebir görüşmeleri ve öz-değerlendirmeleri ile ilgili ön ve son görüşmeleri oluşturmaktadır. Bulgular, dört öğretmen adayının bazı temel öğrenci hatalarının farkında olduğunu gösterirken, öğrencilerden gelebilecek farklı tür hatalara yönelik farkındalık düzeylerinin düşük olduğunu göstermiştir. Bu çalışma matematik eğitimcilerine öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik farkındalıklarını geliştirmek amacıyla öğrenme ortamı tasarımlarını önermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Cebir, ortaokul matematik öğretmeni adayları, öğrenci hataları

**Abstract.** This study investigated the predictive power and awareness among prospective middle school mathematics teachers (PSTs) of student common errors in using letter variables, particularly in terms of student ways of thinking. This study was conducted in a methods course I offered in the Elementary Mathematics Education Program of a public university. The participants of this research included four junior prospective middle school mathematics teachers, who were selected among 44 prospective mathematics teachers enrolled in the methods course. During the research process, PSTs first predicted student common errors and incorrect responses, and then they compared these with the students' actual incorrect answers. The data sources for this study consist of individual interviews of four PSTs about their predictions of student errors and thinking behaviors, as well as before and after interviews regarding their self-evaluations. The findings of the study showed that while the PSTs were aware of some of the most common errors of the students, the scope of their awareness of various errors that students could make was low. This study suggests that mathematics educators should design a learning environment to improve PSTs' awareness of student errors and broaden the band of error types deemed common in mathematics education.

**Keywords:** Algebra, prospective middle school mathematics teachers, students' errors

\* Bu çalışma, Dr.Öğr. Üyesi Makbule Gözde Didiş Kabar'ın danışmanlığında tamamlanan Rabiya Amaç'ın yüksek lisans tezinin bir bölümünden üretilmiştir. Bu çalışmanın bir bölümü 41st Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 41) de poster olarak sunulmuştur.

\*\* Hakkı Demir Anadolu İmam Hatip Lisesi, İstanbul, Türkiye, e-mail: [amacr@windowslive.com](mailto:amacr@windowslive.com), ORCID: 0000-0002-0370-6303

\*\*\* Sorumlu Yazar Correspondence: Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Türkiye, e-mail: [gozde.didis@gop.edu.tr](mailto:gozde.didis@gop.edu.tr), ORCID: 0000-0003-4202-2323

### Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 07.03.2019

Düzeltilme Tarihi: 15.10.2019

Kabul Tarihi: 23.10.2019

## Giriş

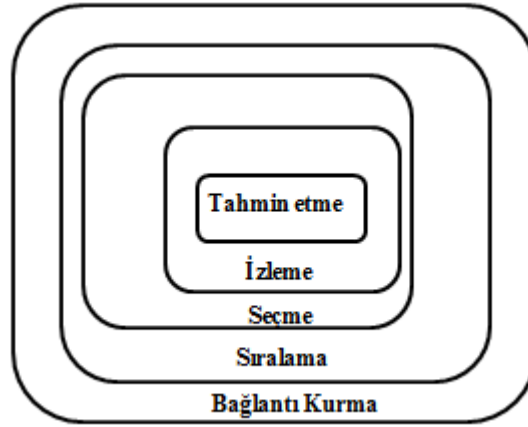
Eğitim-öğretimin kalitesi ve etkililiği, öğretmenin sahip olduğu nitelikle doğru orantılıdır. Günümüzde, çağın gereklilikleri ile birlikte, öğrencilerin farklılaşan ihtiyaçları ve bireyin eğitime yönelik ele alınan yeni yaklaşımlar, eğitim-öğretime yeni anlamlar yüklerken, öğretmene de mesleki anlamda yeni sorumluluklar yüklemektedir. Bu anlayış, öğretmenin konu alanında ve mesleğinde uzman olmasını, yeniliklere ve teknolojiye açık olmasını, farklı öğrenme ihtiyaçlarını dikkate almasını, öğrencilerde analitik ve yaratıcı düşünmeyi geliştirmeye yönelik çalışmalar yapmasını ve her daim kendini yenileyebilen ve geliştirebilen bir yapıda olmasını gerektirmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2017).

Değişen eğitim anlayışıyla, matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken özel alan yeterlikleri arasında ise öğretmenlerin belli bir konu alanında öğrenci hatalarına, hatalı düşünme şekillerine, yaşadıkları zorluklara veya kavram yanlışlarına yönelik bilgiye sahip olmasının önemi ve gerekliliği ön plana çıkmıştır. Son yıllarda matematik öğretmen eğitimi alanında yapılan birçok çalışma (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; Sherin ve van Es, 2005; Stockero, Rupnow ve Pascoe, 2017) matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin farklı problem çözme stratejilerini, ortak hata, zorluk veya kavram yanlışlarını içeren öğrenci düşünme şekilleri bilgisine sahip olmasının önemine dikkat çekmiştir.

Bu anlayış, ülkemizde Yüksek Öğretim Kurumu (YÖK) tarafından 2018 yılından itibaren geçerli olacak şekilde güncellenen Öğretmen Yetiştirme Lisans Programlarından, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programında yapılan değişikliklerde de vurgulanmaktadır. Güncellenen programla birlikte İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programındaki alan eğitimi derslerinin çeşitliliği artırılarak, ortaokul matematik öğretim programının her bir öğrenme alanının öğretimine yönelik, “Sayıların Öğretimi”, “Geometri ve Ölçme Öğretimi”, “Cebir Öğretimi”, “Olasılık ve İstatistik Öğretimi” gibi yeni dersler programa eklenmiştir (YÖK, 2018a, s.18). Bu derslerin hepsinin ders içerik tanımlamalarında ise “bu konulara ilişkin öğrenci bilgisi (kavramlara ilişkin öğrenci düşüncesini anlama, yorumlama, öğrencilerin yaşadığı zorlukları, hatalarını, kavram yanlışlarını ve bunların nedenlerini bilme)” kazanımı ortak olarak yer almıştır (YÖK, 2018b, s.10-11).

Öğretmenin öğrencilerin farklı özelliklerdeki olası cevaplarını, hatalarını, hatalı düşünme şekillerini veya yaşadıkları zorlukları tahmin edebilmesi, öğretmenin sahip olması beklenen öğrenci düşünme şekilleri bilgisinin temel basamağı olarak ele alınabilir (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Llinares, Fernández ve Sánchez-Matamoros, 2016; Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008). Öğretmenlerin öğrencilerin düşünme şekillerini tahmin edebilmesi, Ball vd.’nin (2008) geliştirmiş olduğu “Öğretim için Matematik Bilgisi” modelinin, pedagojik alan bilgisinin alt bileşenlerinden biri olarak tanımlanan, “Alan ve Öğrenci” bilgisi kapsamında ele alınmaktadır. Alan ve Öğrenci bilgisi, öğretmenlerin öğrencilerin neyi düşünebileceklerini veya neyi kafa karıştırıcı bulabileceklerini tahmin edebilmesini; bir örnek seçerken, öğretmenlerin öğrencilerin neyi ilginç ve motive edici bulacağını tahmin edebilmesini veya bir görev verirken, öğretmenlerin öğrencilerin neyi yapabileceğini tahmin edebilmesini gerektirir (Ball vd., 2008, s. 401). Stein vd. (2008) ise bilişsel düzeyi yüksek sorular üzerinde yapılan matematiksel tartışmaları kolaylaştırmak için gerekli beş uygulamayı içeren modelinin ilk uygulamasının temelinde, öğretmenin öğrencilerin verebileceği olası cevapları tahmin edebilmesini ele almıştır (bkz. Şekil 1). Stein vd. (2008, s. 321) sunmuş oldukları bu beş uygulamayı öğretmenlerin (1)

bilişsel seviyesi yüksek olan sorulara öğrencilerin vereceği olası cevapları tahmin etmesi (2) keşfetme süreçlerinde öğrencilerin sorulara verdiği cevapları izlemesi (3) tartışma ve özet aşamasında matematiksel cevaplarını sunacak belli öğrencileri seçmesi (4) gösterilecek öğrenci cevaplarını amaçsal olarak sıralaması ve (5) farklı öğrencilerin cevapları arasında ve kendi cevapları ile temel matematiksel fikirler arasında bağlantı kurması için sınıfa yardımcı olması, şeklinde açıklamıştır.



**Şekil 1.** Her bir uygulamanın içinde gömülü uygulamalara bağlı olduğu beş uygulamanın şematik diyagramları (Stein vd., 2008, s.322)

Son yıllarda matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşünme bilgilerini geliştirmeye yönelik yapılan birçok çalışma da (Didiş, Erbaş, Çetinkaya, Çakıroğlu ve Alacacı, 2016; Kazemi ve Franke, 2004, Sánchez-Matamoros, Fernández ve Llinares, 2015; Stephens, 2006; Talanquer, Bolger ve Tomanek, 2015), sınıf ortamından elde edilmiş, öğrenci yazılı ürünleri (çalışmaları) bir öğrenme aracı olarak ele alınmıştır. Bu çalışmalar, gerçek öğrenci ürünleri ile tasarlanan bir öğrenme ortamında çalışmanın hem matematik öğretmenlerinin hem de matematik öğretmeni adaylarının öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme, anlama ve yorumlama becerilerini geliştirdiğini ortaya koymuştur. Örneğin, Kazemi ve Franke (2004) öğretmenlerin işbirliği içinde öğrencilerin yazılı matematiksel ürünleri üzerinde çalıştıkları bir mesleki gelişim yaklaşımında, öğretmenlerin öğrenci düşünme şekilleri bilgilerine yönelik değişimlerini incelemiştir. Öğretmenler çalışma kapsamında bir dönem boyunca ayda bir kere toplanmışlar ve bu toplantılarında basamak değeri, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme konuları ile ilgili problemleri, kendi sınıflarında yaptıkları uygulamalarla elde ettikleri öğrenci çözümlerinden seçerek, bu çözümler üzerinde grup olarak tartışmışlardır. Bulgular, çalışma sürecince öğretmenlerin, öğrencilerin düşünme şekillerinin detaylarının farkına varmalarına yönelik değişim gösterdiğini ortaya koymuştur. İlk toplantılarda öğrencilerin problemlere getirdikleri farklı çözüm yollarının farkında değilken, problemlerle ilgili öğrencilerin çözüm yolları üzerinde çalıştıklarında öğretmenlerin öğrencilerin çözüm stratejilerinin ve bu stratejilerinin detaylarının farkına vardıklarını göstermiştir. Sánchez-Matamoros vd. (2015) ise matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını içeren sorularda öğrencilerin yazılı çözümlerini ikişer kişilik gruplar halinde analiz ettikleri bir öğrenme modülüne katıldıktan sonra öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarında değişim olduğunu ortaya koymuştur.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini anlama ve bu bilgilerini geliştirme amaçlı olan mesleki gelişim yaklaşımlarından öğrencilerin yazılı ürünleri üzerinde çalışma yaklaşımı ele alınmıştır. Bu çalışma ortaokul matematik öğretmeni adayları ile *cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel ifadelerde işlemler* konusu kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda bu çalışmanın amacı, gerçek sınıf ortamından elde edilmiş öğrencilerin çeşitli ortak hata ve hatalı düşünme şekillerini içeren yazılı öğrenci ürünleri üzerinde çalıştıkları bir öğrenme ortamında, öğretmen adaylarının öğrencilerin bu hatalarına yönelik farkındalıklarını, *öğretmen adaylarının tahminleri ve öğrenci hataları/hatalı düşünme şekilleri bilgilerine yönelik öz değerlendirmeleri açısından* incelemektir. Bu çalışmaya aşağıdaki araştırma soruları yön vermiştir.

1. Dört ortaokul matematik öğretmeni adayının, cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemlere yönelik verilen sorular bağlamında öğrencilerin olası hataları/hatalı düşünme şekilleri ile ilgili tahminleri nasıldır?
2. Dört ortaokul matematik öğretmeni adayının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemlerle ilgili öğrenci hataları/hatalı düşünme şekilleri bilgilerine yönelik öz değerlendirmeleri nasıldır?

Cebir, hem matematiğin alt alanları hem de diğer bilim dallarının öğeleri arasında kavramsal bir köprü görevi görmektedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Aynı zamanda cebir, öğrencilere soyut düşüncenin kapılarını aralar. Öğrencilerin eşitlik kavramını ve değişkenleri içeren sembollerin gösterimini kavramsal olarak çok iyi anlaması, hem cebirde hem de matematikte başarılı olabilmesi için gereklidir (Van de Walle, 2007). Fakat alan yazında birçok çalışmada belirtildiği gibi cebir öğrenme alanı öğrencilerin zorluk yaşadıkları ve birçok hata yaptıkları öğrenme alanları arasında yer alır (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005; Küchemann, 1978; Stacey ve MacGregor, 1997).

Cebir öğrenme alanında yer alan kavramların iyi öğretilmesi için, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme şekilleri hakkında bilgi sahibi olması, öğrencilerin yaşayabileceği olası hata ve kavram yanlışlarını bilmesi ve bunların giderilmesine yönelik öğretim yapması gerekmektedir. Bu çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik tahmin etme sürecinde, öğrencilerin ortak hata/hatalı düşünme şekilleri ile farkındalıklarını ortaya koyacaktır. Geleceğin öğretmenlerinin öğrencilerin hata ve kavram yanlışlarına yönelik farkındalıklarını bilmek ve gerçek öğrenci hatalarını inceledikleri bir öğrenme ortamının farkındalıklarının artmasına ne düzeyde katkı sağladığını görmek, öğretmenlik mesleğine başlamadan önce gerekli önlemleri alabilmek adına oldukça önemlidir.

### **Cebirde Harflerin Kullanımına ve Eşitlik Kavramına Yönelik Öğrenci Hata ve Yanılgıları**

Cebir öğreniminin en temel unsuru, öğrencilerin cebirin iki temel kavramı olan değişken ve eşitlik kavramlarını anlamasıdır. Öğrencilerin cebirsel muhakeme yapabilmesi, cebirin bu iki kavramını anlamasına bağlıdır (Knuth vd., 2005). Fakat ulusal ve uluslararası birçok araştırmanın sonuçları, farklı sınıf düzeylerinde öğrenim gören öğrencilerin değişken ve eşitlik kavramlarını anlamada zorlandıklarını ve bu konularda kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Akkan, Çakıroğlu ve Güven, 2008; Coady ve Pegg, 1993; Knuth vd., 2005; Küchemann, 1978; Stacey ve MacGregor, 1997).

Alan yazında öğrencilerin değişken kavramına yönelik hatalarını ve kavram yanlışlarını inceleyen çalışmalar, öğrencilerin ortak yanlışlarından bir tanesi olarak, öğrencilerin cebirde kullanılan harflerin basamak değerinin olduğuna inandıklarını ve harflerin rakamdan başka bir değer alamayacağını düşündüklerini göstermektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Stacey ve MacGregor, 1997). Öğrenciler  $3a$  ifadesini iki basamaklı,  $2xy$  ifadesini ise üç basamaklı bir sayı olarak düşünmektedirler. Öğrencilerin harflerin basamak değerinin olduğunu düşünmeleri aritmetikten getirdikleri bir alışkanlıktır. Bunun bir nedeni, bölünebilme kuralları anlatılırken  $3a$  veya  $2xy$  gibi ifadelerin, iki veya üç basamaklı sayılar olarak kullanılmasıdır. Bu da öğrencilerin, bu ifadelerin cebirde  $3a$  veya  $2xy$  gibi çarpım şeklindeki kullanımını algılamalarına engel olmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2006).

Öğrencilerin harfleri kelimelerin kısaltılması veya nesnelerin etiketi şeklinde yorumlamaları (örneğin,  $5e$ 'yi öğrencilerin 5 elma olarak yorumlaması) yine öğrenciler tarafından ortak olarak yapılan yanlış bir yorumlamadır (MacGregor ve Stacey, 1997). MacGregor ve Stacey (1997) öğrencilerin harfleri bu şekilde yorumlamalarını farklı sebeplerle açıklamaktadır. MacGregor ve Stacey'e (1997) göre, bu sebeplerden bir tanesi, öğrencilerin matematik içi ve dışı bağlamlarda harflerin farklı anlamlarda kullanımını görmeleri ile ilgili iken, diğer bir sebep ise öğrencilerin özellikle cebir öğreniminden önce harflerin kelimelerin kısaltılmış halini temsil etmesiyle (örneğin, metrenin "m" harfi ile gösterilmesi) ilgili deneyimleridir.

Öğrencilerin sahip oldukları ortak yanlışlardan bir diğeri ise, öğrencilerin  $2x + 3$  gibi açık ifadeleri,  $5x$  veya  $5$  olarak bağlama eğilimleridir (Tirosch, Even ve Robinson, 1998). Öğrenciler, açık ifadeleri tamamlanmamış olarak algılamakta ve tamamlama eğilimi göstermektedir (Booth, 1988).

Öğrencilerin harflerin alfabetik sıralamada olduğu gibi konum belirtmesi de öğrencilerin ortak hatalı kavramalarından biridir (MacGregor ve Stacey, 1994, 1997). Bir diğeri ise, bazı öğrencilerin harflerin tek bir değer alabileceğini düşünmekte olduğu ve harflerin farklı değerler alabileceğini anlayamamalarıdır (Knuth vd., 2005; Küchemann, 1978).

Diğer taraftan, öğrencilerin eşitlik kavramını anlamaları üzerine yapılan bir çok çalışma (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Herscovics ve Kieran, 1980; Knuth vd., 2005; Steinberg, Sleeman ve Ktorza, 1990), öğrencilerin eşitlik işaretini "bir şey yap", "bir aritmetik işlemin cevabı" veya "sembolün sol tarafındaki işlemlerin yapılması ile sonucun sağ tarafta olması" şeklinde işlemsel anlamı ile algılamakta olduğunu ve eşitliğin nicelikler arasındaki ilişkiyi gösteren bir sembol olarak ilişkisel anlamını düşünmediklerini göstermiştir. Öğrencilerin eşitliği bu şekildeki yorumlamalarının kaynağı öğrencilerin aritmetik öğrenimde yaşadıkları önceki deneyimlerinden etkilenmeleri ile açıklanmaktadır. Aritmetik öğreniminde "3 artı 5, 8 yapar" gibi kullanımlar öğrencilerin eşitliğin anlamını "yapar" veya "verir" gibi algılamasına yol açmaktadır (Stacey ve MacGregor, 1997).

### **Öğrencilerin Cebir Öğrenme Alanındaki Hatalarına Yönelik Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Farkındalıkları**

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin cebir konusundaki hata ve yaşadıkları zorluklarına yönelik farkındalıkları ile ilgili yapılan çalışmalar, hem öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının bu bilgilerindeki eksikliklerini ortaya koymuştur. Örneğin, Asquith, Stephens, Knuth ve Alibali (2007) çalışmasında yirmi ortaokul matematik öğretmenin, iki

temel cebirsel kavram olan “eşitlik” ve “değişken” kavramına yönelik öğrenci anlamaları bilgilerini incelemişlerdir. Eşitlik ve değişken kavramı odaklı sorulara verilen öğrenci cevaplarına yönelik, öğretmenlerin tahminlerinin incelendiği çalışmada, veriler görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma kapsamında, öğretmenlerle görüşmeler yapılmadan önce, ikisi değişken, ikisi eşitlik kavramına yönelik dört soru, bir ortaokulda okuyan altıncı sınıftan sekizinci sınıfa kadar tüm öğrencilere uygulanarak gerçek öğrenci çözümlerini içeren öğrenci verileri elde edilmiştir. Daha sonra bu dört soru, görüşmelerde öğretmenlere sunulmuş, öğrencilerin bu sorulara doğru veya yanlış hangi cevaplar verebileceklerine yönelik öğretmenlerin tahminleri belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmenlerin değişken kavramını içeren sorulara yönelik tahminlerinin büyük çoğunluğunun gerçek öğrenci cevapları ile tutarlı olduğunu göstermiştir. Fakat öğretmenlerin eşitlik kavramı ile ilgili öğrenci anlamalarına yönelik tahminlerinin, öğrencilerin gerçek düşünme biçimleri ile uyuşmadığını ortaya koymuştur. Öğretmenlerin çoğunun tahmini, öğrencilerin eşitlik kavramının ilişkisel anlamını verebileceği yönünde olmuştur. Tirosh, Even ve Robinson (1998) da çalışmasında, yedinci sınıfta öğretmenlik yapan dört öğretmenin, öğrencilerinin  $5m + 2$  gibi “açık ifadeleri birleştirme” veya “bitirme” eğilimi konusundaki farkındalıklarını, öğretmenlerin ders planları, derslerinin gözlenmesi ve ders sonrası görüşmeler aracılığıyla araştırmıştır. Tirosh vd.’nin (1998) bulguları bu öğretmenlerden deneyimli olan ikisinin öğrencilerin bu eğilimlerine ve bu eğilimlerinin bazı olası nedenlerine yönelik farkındalıkları olduğunu gösterirken, iki acemi öğretmenin ise öğrencilerin bu eğilimleri yönünde farkındalıklarının olmadığını göstermiştir.

Diğer taraftan, Stephens (2006) çalışmasında, erken yaşlardaki cebirsel akıl yürütmenin iki temel konusu olan ilişkisel düşünme ve eşitlik sorularının amaçlarına yönelik öğretmen adaylarının farkındalıklarını ve bu konular hakkında öğrenci anlamalarına yönelik farkındalıklarını incelemiştir. Stephens (2006) çalışmasında 30 matematik öğretmeni adayı ile ilişkisel düşünme ve eşitlik kavramlarına yönelik hazırlanan beş soru üzerinde birebir görüşmeler yapmıştır. Öğretmen adaylarının öğrencilerin anlamalarına ve kavram yanılgılarına yönelik farkındalıklarını anlamak için, görüşmelerde öğretmen adaylarına “Öğrencilerin hangi cevapları vermesini bekliyorsunuz? ve Öğrenciler sonucu elde etmek için hangi stratejileri kullanabilirler?” soruları yöneltilmiştir. Öğretmen adayları çeşitli stratejiler önerdikten sonra, öğrencilerin yanlış stratejilerini de içeren varsayımsal öğrenci cevapları, öğretmen adaylarına gösterilmiştir. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının ilişkisel düşünmeye yönelik hazırlanmış sorularda, öğrencilerin kullanacağı stratejilere yönelik önerilerinin aritmetiksel hesaplamalar ve cebirsel manipülasyonlar yönünde olduğunu göstermiştir. Aynı zamanda bulgular, öğretmen adaylarının çoğunun öğrencilerin eşitlik işaretinin ilişkisel anlamından ziyade işlemsel anlamına yönelik sahip oldukları yanılgıların farkında olduğunu ortaya koymuştur. Dede ve Peker (2007), 120 ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adayının öğrencilerin cebirsel işlem ve ifadelerle yönelik hata ve yanlış anlamalarını tahmin edebilme becerisi ile öğretmen adaylarının bu hataların giderilmesine yönelik çözüm önerilerini incelemiştir. Dede ve Peker (2007) on soruluk açık uçlu bir test hazırlayarak önce bu testi 7. ve 8. sınıf düzeyindeki ilköğretim öğrencilerine uygulamış, daha sonra ise aynı testi öğretmen adaylarına uygulayarak öğrencilerin ne tür hata ve yanlış anlamalar yapabileceklerini yazmalarını istemiştir. Dede ve Peker’in (2007) bulguları hem ilköğretim hem ortaöğretim öğretmen adaylarının öğrencilerin genellikle tek türlü hata ve yanlış anlamalarını tahmin ettiklerini, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ortaöğretim matematik öğretmen adaylarından ise tahmin etme becerisi açısından, daha başarılı olduklarını ortaya koymuştur.

## Yöntem

### Araştırma Deseni

Bu çalışmada, nitel araştırma desenlerinden, durum çalışması kullanılmıştır. Merriam (2002, s.8) durum çalışmasını bir olgunun veya birey, grup, kuruluş, topluluk gibi sosyal birimin yoğun betimlemesi olarak tanımlamıştır. Merriam'a (2002) göre, durum çalışmasında bir olguya veya duruma odaklanılarak, olgu/durum derinlemesine tanımlanmaya çalışılır. Yin (2003, s.11) ise durum çalışmasını, özellikle olgu ve bağlam arasındaki sınırların açıkça belirgin olmadığı durumlarda, güncel bir olguyu gerçek yaşam bağlamında inceleyen araştırma olarak tanımlamaktadır. Bu çalışmada odaklanılan durum, dört öğretmen adayının öğrenci hatalarına/hatalı düşünme şekillerine yönelik tahminleri ve öz değerlendirmeleri kapsamında, öğrencilerin ortak hatalarına yönelik farkındalıklarıdır.

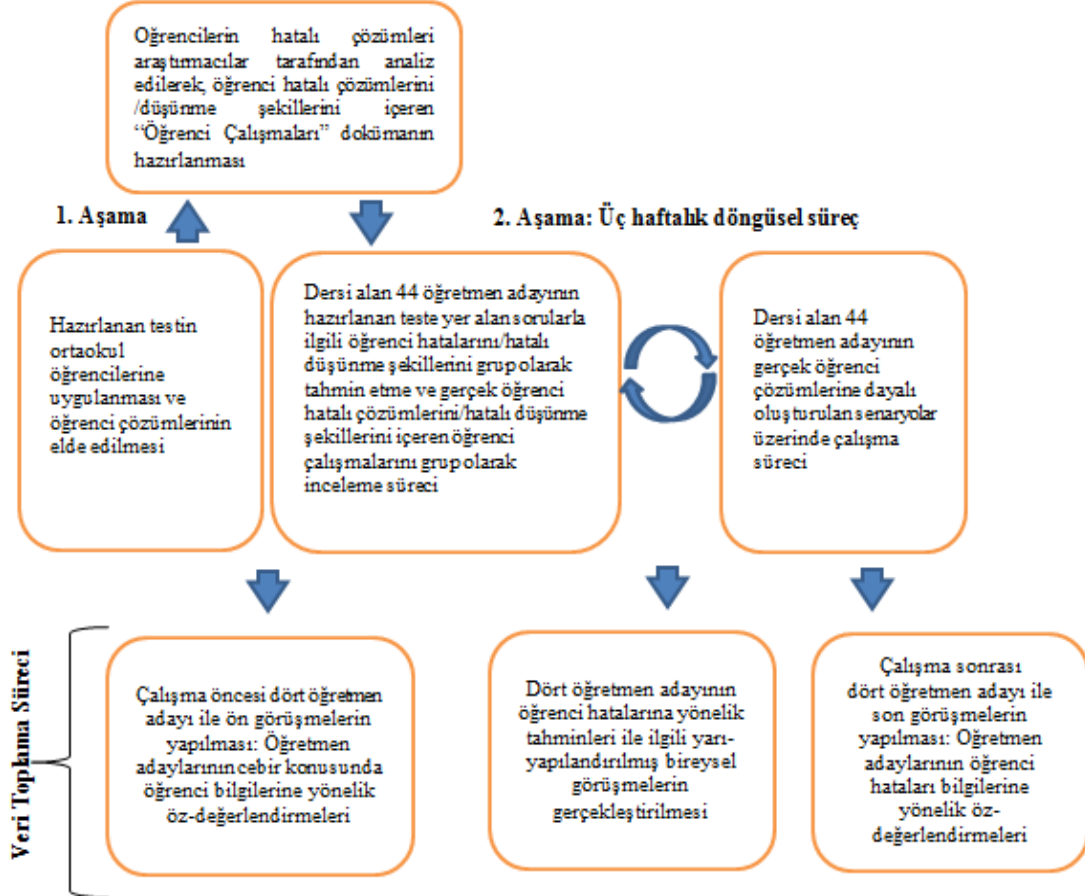
### Araştırmanın Tasarımı

Bu çalışma, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemlere yönelik verilen sorular kapsamında, öğrencilerin ortak hatalarına yönelik tahminlerini, hataların olası kaynaklarına yönelik bilgilerini ve bu hatalar karşısında sergiledikleri pedagojik (öğretimsel) yaklaşımlarını inceleyen kapsamlı çalışmanın, öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarına yönelik tahminleri ile ilgili aşamasına odaklanmaktadır.

Kapsamlı çalışma 2016-2017 öğretim yılının güz döneminde, bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında sunulan, Özel Öğretim Yöntemleri-1 dersinde gerçekleştirilmiştir. Derste 44, 3. sınıf matematik öğretmeni adayı yer almıştır. Çalışma üç buçuk hafta (14 saat) sürmüştür. Çalışma başlamadan önce öğretmen adaylarından dört-beş kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Çalışmada dokuz grup yer almış ve bu gruplar G1, G2,.....,G9 şeklinde numaralandırılmıştır. Kapsamlı çalışmada gerçekleştirilen sınıf içi etkinliklerinin hepsine dersi alan tüm öğretmen adayları katılmış ve tüm etkinliklerde çalışma sürecinde oluşturdukları gruplar ile birlikte çalışmışlardır. Kapsamlı çalışma, Şekil 2'de gösterildiği gibi, iki aşamada gerçekleştirilmiştir.

Kapsamlı çalışmanın birinci aşamasını, gerçek öğrenci çözümlerinin elde edilme ve öğrencilerin ortak hatalarını içeren "Öğrenci Çalışmaları" dokümanının hazırlanma süreci oluşturmaktadır. Çalışmanın amacı doğrultusunda, öğrencilerin cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemlere yönelik sahip oldukları ortak hatalarına/hatalı düşünme şekillerine yönelik gerçek öğrenci verilerini oluşturmak için Küchemann'ın (1978) çalışmasında yer alan test sorularından yararlanılmıştır. Bu sebeple, Küchemann'ın (1978, s.24) çalışmasında sunmuş olduğu 26 sorunun hepsi ilk olarak Türkçe'ye çevrilmiştir. Çevrilen tüm sorular dilin anlaşılabilirliğini değerlendirmek açısından alanında bir uzman tarafından, soruların amaca ve öğrenci seviyesine uygunluğunu değerlendirmek açısından ise bir ortaokul matematik öğretmeni ve matematik eğitimi araştırmacısı tarafından incelenmiştir. Uzman görüşleri, soruların dilsel açıdan anlaşılır olduğu yönünde fakat sorulardan iki tanesinin tamamen aynı amaca hizmet eden aynı tip soru olması yönünde olmuştur. Elde edilen uzman görüşleri çerçevesinde, bu sorulardan bir tanesinin kullanılmamasına karar verilmiştir. Diğer tüm soruların öğrencilerinin düzeyine ve çalışmanın amacına uygun olması sebebiyle, 25 sorunun hepsi kullanılarak, öğrencilerin cevaplarını yazılı olarak verebileceği açık uçlu bir test hazırlanmıştır. Öğrenci verilerinin elde edilmesi amacıyla,

hazırlanan bu test ilk olarak bir devlet okulunda öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Ölçeğin güvenilirliği için Cronbach's alfa güvenirlik katsayısına bakılmış ve .91 olarak bulunmuştur.



Şekil 2. Kapsamlı çalışmanın tasarımı ve mevcut çalışmanın veri toplama süreci

Testin öğrencilerine uygulanmasından sonra, öğrencilerin hatalı çözümlerini/hatalı düşünme şekillerini içeren "Öğrenci Çalışmaları" dokümanının oluşturulması amacıyla, araştırmacılar tarafından her bir soru için öğrencilerin vermiş olduğu tüm cevaplar analiz edilerek, en çok ortaya koyulan ortak hatalı cevaplar belirlenmiştir. Diğer taraftan, hem bu araştırmanın tasarlanma sürecinde hem de öğrencilerin farklı hatalı çözümlerini içeren öğrenci çalışmalarını dokümanının hazırlanma sürecince, ulusal ve uluslararası bir çok araştırma (Akkaya ve Durmuş, 2006; Coady ve Pegg, 1993; Knuth vd., 2005; Küchemann, 1978; MacGregor ve Stacey, 1997; Stacey ve MacGregor, 1997) incelenmiş ve bu çalışmaların hepsinde belirtilen ortak öğrenci hataları ve kavram yanılgıları not edilmiştir. Gerçek sınıf ortamından elde edilmiş öğrencilerin çözümleri, alan yazında belirtilen ortak öğrenci hataları/kavram yanılgıları doğrultusunda değerlendirilerek ve çeşitlilik dikkate alınarak, her bir soru için iki-üç farklı öğrenciden gelen hatalı çözümler seçilmiştir. Seçilen bu ortak hatalı cevaplar kullanılarak öğrenci hatalı çözümleri/hatalı düşünme şekillerini içeren "Öğrenci Çalışmaları" dokümanı oluşturulmuştur



(bkz. Ek). Hazırlanan öğrenci çalışmaları dokümanında yer alan 25 soru, seviyeleri ve birbirleri ile ilişkileri dikkate alınarak 10, 11 ve 4 soru olarak, üç hafta uygulanacak şekilde sınıflandırılmıştır. Soruların sınıflandırılmasında Küchemann'ın (1978) çalışmasında harflerin kullanımı ile ilgili belirtmiş olduğu altı seviye dikkate alınmıştır. İlk hafta kullanılan sorular “harflerin tek bir sayısal değeri temsil etmesi” ve “harflerin değerinin önemli olmaması”, ikinci hafta kullanılan sorular “harflerin bir nesne olarak kullanılması” ve “harflerin özel bir bilinmeyen olarak kullanılması” ve üçüncü hafta kullanılan sorular ise “harflerin genelleştirilmiş sayılar olarak kullanılması” ve “harflerin değişken olarak kullanılması” seviyesinde yer almıştır.

Kapsamlı çalışmanın ikinci aşamasını, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini tahmin etme, inceleme ve gerçek öğrenci çözümlerine dayalı oluşturulan senaryolar üzerinde çalışma süreci oluşturmaktadır (bkz. Şekil 2). Öğrenci hatalı çözümlerini/hatalı düşünme şekillerini tahmin etme etkinliği kapsamında, ilk olarak öğrencilerin hatalı çözümlerini tahmin etmesi için araştırmacılar tarafından hazırlanan “Öğrenci Hatalı Çözümlerini Tahmin Etme” dokümanı öğretmen adaylarına sunulmuştur. Öğretmen adayları grup olarak bu doküman üzerinde, ortalama bir ders saati çalışarak, verilen sorulara yönelik tahminlerde bulunmuştur. Öğretmen adayları dokümanda yer alan her bir cebirsel soru için “Öğrencilerin bu sorulara getirebileceği çözümler neler olabilir? Öğrencilerden gelebilecek olası hatalı çözümler/hatalı düşünme biçimleri nelerdir?” sorularını cevaplayarak, tahminlerini not etmişlerdir. Öğretmen adayları öğrencilerin hatalı çözümleri üzerinde tahminde bulunduktan sonra, tahminde buldukları sorulara yönelik öğrenci hatalı çözümlerini incelemeleri ve analiz etmeleri için, öğrencilerin hatalı çözümleri içeren “Öğrenci Çalışmaları” dokümanı verilmiştir (bkz. Ek). Öğretmen adaylarından bu sorulara, öğrencilerin hatalarına/hatalı düşünme şekillerine yönelik tespitlerini ve hatalarının kaynağını dayandırdıkları sebepleri detaylı bir şekilde not etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları, tüm bu inceleme sürecinde grup olarak ortalama bir ders saati çalışmış ve inceleme sonuçlarını yazılı olarak sunmuşlardır.

### Çalışmanın Katılımcıları

Bu çalışmanın katılımcılarını, üçüncü sınıfta öğrenim gören ve dersi alan 44 (27 kız, 17 erkek) öğretmen adayı arasından seçilen 4 (2 bayan, 2 erkek) öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının cinsiyet ve lisans ortalamalarına ilişkin bilgiler Tablo 1'deki gibidir.

**Tablo 1.**

#### Öğretmen Adaylarına İlişkin Bilgiler

Öğretmen Adayı*	Cinsiyet	Yaş	Ağırlıklı Genel Not Ortalaması
Elif	Bayan	20	70.46
Onur	Bay	22	69.88
Ahmet	Bay	21	67.64
Hande	Bayan	20	67.09

\* Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının gerçek isimleri yerine takma isimler kullanılmıştır.

Çalışmaya katılacak öğretmen adayları seçilirken, farklı gruplarda yer alarak çalışıyor olmaları dikkate alınmıştır. Aynı zamanda, katılımcı öğretmen adaylarının seçiminde derse düzenli devam etmeleri ve araştırmaya katılmaya gönüllü olmaları belirleyici olmuştur. Çalışmaya

katılan dört öğretmen adayının çalıştıkları gruplar G1, G4, G5 ve G9'dur. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının yaşları 20-22 aralığında olup genel not ortalamaları 67,09 ve 70,46 arasında değişmektedir ( $\bar{X}$  = 68,76; SS = 1,43).

### Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama

Bu çalışmanın veri kaynaklarını, dört öğretmen adayının öğrenci hatalarını/hatalı düşünme biçimlerini tahminleri üzerine yapılan birebir görüşmeler ve öğretmen adaylarının öz-değerlendirmeleri ile ilgili yapılan ön ve son görüşmeler oluşturmaktadır.

İlk olarak, çalışma başlamadan önce, bu çalışmanın katılımcısı olan dört öğretmen adayı ile ön görüşmeler yapılmıştır (bkz. Şekil 2). Bu görüşmelerde öğretmen adaylarından, öğrencilerin cebir öğrenme alanında yapabilecekleri çeşitli hatalar ve sahip olabilecekleri kavram yanılgıları ile ilgili bilgi düzeylerine ilişkin kendilerini değerlendirmeleri istenmiştir.

Haftalık ders içi uygulamalardan sonra ise, dört öğretmen adayının sınıf içi etkinlik sürecinde yaptıkları tahminlerini derinlemesine incelemek ve bireysel olarak öğrenci düşüncelerine yönelik tahminlerini ortaya çıkarmak için yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır (bkz. Şekil 2). Yarı yapılandırılmış görüşme formu, matematik öğretmenlerinin eşitlik ve değişken kavramlarını öğrencilerin anlamalarına yönelik bilgilerini (Asquith vd., 2007), matematik öğretmenlerinin cebirsel ifadelerin sadeleştirilmesine yönelik farkındalıklarını (Tirosh vd., 1998) ve matematik öğretmeni adaylarının öğrencilerin denklik ve ilişkisel düşünmelerine yönelik farkındalıklarını (Stephens, 2006) inceleyen benzer amaçlı yapılmış çalışmaların görüşme sorularından yararlanılarak hazırlanmıştır. Yarı-yapılandırılmış birebir görüşmeler öğretmen adaylarının ders kapsamında grupça inceledikleri sorular üzerinden yapılmıştır. Görüşmeler esnasında öğretmen adaylarına, "Öğrenciler bu soruya hangi hatalı cevapları vermiş olabilirler? Öğrencilerin hatalı çözümlerine/hatalı düşünme şekillerine yönelik senin tahminlerin nelerdi?" şeklinde sorular yöneltilmiştir. Fakat bu görüşmelerde, öğretmen adaylarının ders kapsamında grupça inceledikleri tüm sorular kullanılmamış olup, yirmi beş soru arasından bazı sorular seçilerek öğretmen adaylarına sorulmuştur. Öğretmen adaylarına, birinci görüşmede dört, ikinci görüşmede altı, üçüncü görüşmede ise iki soru olacak şekilde, üç hafta boyunca inceledikleri yirmi beş soru arasından toplam on iki soru sorularak, bu sorular üzerinde görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının ders kapsamında çalıştıkları tüm soruların görüşmelerde kullanılmamasının nedeni, belirlenen görüşme süresinde öğretmen adaylarının sorulan her bir soru üzerinde derinlemesine düşünüp, cevap verebilmesini sağlamaktır. Çalışma kapsamında öğrenci düşünme şekillerini tahminleri ile ilgili her bir öğretmen adayı ile üç görüşme yapılmış olup, toplam on iki görüşme yapılmıştır. Görüşmeler çalışmanın gerçekleştirildiği dersin bitiminden hemen sonra yapılmıştır. Görüşmeler, her bir öğretmen adayı için ortalama 25-30 dakika sürmüştür.

Tüm çalışma tamamlandığında, dört öğretmen adayı ile öğrencilerin hatalarını tahmin etme düzeylerini ve öğrenci hatalarını tahmin etme ve inceleme sürecinin onlara sağladığı katkıları değerlendirdikleri son görüşmeler yapılmıştır (bkz. Şekil 2).

Bu çalışmanın katılımcı öğretmen adaylarının ders içi çalışmaları, grup çalışmalarındaki katılım düzeyleri araştırmacılar tarafından gözlemlenmiş ve gözlem notları alınmıştır. Aynı zamanda sınıf içi etkinlikler sürecinde, grup içindeki bireysel tahminleri ve katkılarının ayırt edilebilmesi amacıyla, çalışmaya katılan dört öğretmen adayının çalışmaya katıldığı grupların çalışma süreçleri ses kaydına alınmıştır.

## Verilerin Analizi

Verilerin analizinden önce, öğretmen adayları ile yapılan tüm görüşmelerin yazılı dökümleri oluşturulmuştur. İlk olarak öğretmen adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemlere yönelik kendilerine verilen sorular üzerinde öğrencilerin yapabileceği olası hatalar ile ilgili tahminleri analiz edilmiştir. İkinci olarak öğretmen adaylarının öğrenci hataları/hatalı düşünme şekilleri bilgilerine yönelik öz değerlendirmeleri analiz edilmiştir. Verilerin analizinde nitel veri analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analiz yaklaşımına göre, veriler daha önceden belirlenen temalara (kategorilere) göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler, araştırmanın kavramsal çerçevesinden, gözlem veya görüşme sorularından oluşturulan bir tematik çerçeveye göre okunur, düzenlenir ve yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu çalışmanın birinci araştırma sorusuna ait verilerin analizi için, alan yazındaki ilgili çalışmalardan (Dede ve Peker, 2007; Norton, McCloskey ve Hudson, 2011) yararlanılarak kategoriler belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin olası hatalarına yönelik tahminleri Tablo 2’de sunulduğu gibi “tahmin düzeyi, tahmin çeşitliliği ve tahmin derinliği” şeklinde üç kategori altında analiz edilmiştir.

**Tablo 2.**

*Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarını Tahminlerinin Analizine ait Kategori ve Kod Listesi*

Kategori	Kodlar	Alt Kodlar	Kodların Açıklaması
Tahmin düzeyi	Tahmin var	Tahmin edilen ve öğrencilerde ortak görülen hata/hatalı düşünce	Öğretmen adayının öğrenci hatasını/hatalı düşünme şeklini tahmin etmesi ve bu tahminlerinin öğrenci çalışmaları dokümanında yer alması veya alan yazındaki çalışmalarında ortak (yaygın) hata olarak yer alması
	Tahmin var	Tahmin edilen fakat öğrencilerde ortak görülmeyen hata/hatalı düşünce	Öğretmen adayının öğrenci hatasını/hatalı düşünme şeklini tahmin etmesi, fakat bu tahminlerinin öğrenci çalışmaları dokümanında yer almaması veya alan yazındaki çalışmalarda yer alan ortak (yaygın) hata olarak belirtilmemesi
	Tahmin yok		Öğretmen adayının öğrencilerin olası hatalarına yönelik hiç bir tahminde bulunmaması
Tahmin Çeşitliliği	Tahmin Sayısı		Öğretmen adayının aynı soru için öğrenciden gelebilecek olası hatalara yönelik kaç tane tahmin yapmış olduğu
Tahmin Derinliği	Yüzeysel		Öğretmen adayının “bilinmeyene değer verir, işlem hatası yapar” şeklinde genel ifadelerle öğrenci hatasını tahmin etmesi
	Kısmen Açıklayıcı		Öğretmen adayının öğrencinin hatalı çözüm sürecini nasıl gerçekleştirebileceğini kısaca açıklaması fakat nedenini sunmaması
	Açıklayıcı		Öğretmen adayının öğrencinin hatalı çözüm sürecini nasıl gerçekleştirebileceğini detaylı olarak nedeni ile birlikte sunması

Öğretmen adaylarının görüşmeleri uygulama sırasına göre belirlenen üç kategori altında analiz edilmiş ve ilişkilendirilmiştir. İlk olarak her bir soru için öğrenci hatası ile ilgili öğretmen adayının tahminde bulunup bulunmadığı ve tahmin sayısı kodlanmıştır. Daha sonra öğretmen adayının her bir tahmini araştırmacılar tarafından oluşturulmuş öğrenci hatalı çözümlerini içeren “Öğrenci Çalışmaları” dokümanında (bkz. Ek) yer alan öğrenci hatalı çözümleri ile karşılaştırılarak, “tahmin edilen ve öğrencilerde ortak görülen hata/hatalı düşünce” veya “tahmin

edilen fakat öğrencilerde ortak olarak görülmeyen hata/ hatalı düşünce” şeklinde kodlanmıştır. Diğer taraftan, öğretmen adayının tahmini eğer “Öğrenci Çalışmaları” dokümanında yer alan hatalar arasında yer almıyorsa alan yazında raporlanan ortak hatalar kapsamında tekrar incelenerek, araştırmacılar tarafından değerlendirilmiş ve öğretmen adayının tahmininin ortak öğrenci hatası olup olmadığına karar verilmiştir. Aynı zamanda öğretmen adayının her bir tahmini derinlik açısından incelenerek kodlanmıştır.

İkinci araştırma sorusuna ait verilerin analizinde, öğretmen adaylarının öz değerlendirmeleri, “öğrenci hatalarını tahmin etme düzeyleri” ve “öğrencilerin farklı hatalarını tahmin ettikleri ve inceledikleri bir öğrenme ortamının kendilerine sağladığı katkılar” açısından iki kategori altında analiz edilmiştir.

Kodlamanın geçerliliğini sağlamak, veriler iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmıştır. Daha sonra kodlar karşılaştırılmıştır ve arasındaki uyum yüzdesi %90 olarak bulunmuştur. Çalışmanın bulguları sunulurken öğretmen adaylarına ait verilerin ayrıntılı sunumuna ve verilerden birebir örneklerle yer verilmiştir. Görüşmelerle ilgili doğrudan alıntılara yer verilerek çalışmadan elde edilen veriler, ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Ayrıca araştırmacılar tüm araştırma süresi boyunca sınıf ortamında bulunmuş, öğretmen adaylarının tüm aktivitelerini gözlemlemiş ve onlarla etkileşim içinde olmuştur.

## Bulgular

### Öğretmen Adaylarının Tahminleri

#### *Öğrencilerin hataları/hatalı düşünme şekilleri ile ilgili öğretmen adaylarının 1. görüşmedeki sorulara yönelik tahminleri*

Tablo 3’te sunulduğu gibi, dört öğretmen adayının birinci haftaya ait tüm sorularda, öğrencilerden gelebilecek olası hatalara/hatalı düşüncelere yönelik tek bir tahminde bulunduğu görülmüştür.

Birinci soru için, dört öğretmen adayının da öğrenci hatasına yönelik tahmini benzer şekildedir. Öğretmen adaylarının dördü de, öğrencilerin 5’i diğer tarafa geçirirken işaret değiştirmeyi unutacaklarını, başka bir deyişle, 5’i eşitliğin karşı tarafına +5 olarak geçirecekleri şeklinde bir hata yapacaklarını tahmin etmişlerdir. Dört öğretmen adayının da benzer olarak yapmış olduğu bu tahmin, öğrenci çalışmaları dokümanında yer aldığı gibi öğrencilerden gelebilecek olası hatalı çözümlerden bir tanesidir.

İkinci soruda ise, öğretmen adaylarından Onur’un öğrenci hatasına yönelik bir tahmini bulunmazken, Ahmet ve Hande’nin ise yüzeysel bir tahmini olmuştur. Ahmet ve Hande’nin öğrencilerin bilinmeyenine yerine değer vereceği şeklinde bir tahmini olmuştur. Ahmet ve Hande’nin öğrencinin hangi harfe nasıl bir değer vereceği konusunda açıklayıcı herhangi bir tahminde bulunmadıkları görülmüştür. Elif’in tahmini ise diğer öğretmen adaylarına göre kısmen daha açıklayıcı olmuştur. Elif aşağıdaki alıntıda sunulduğu gibi, öğrencilerin  $r = s + t$  ifadesini ikinci denklemde yerine koyamayacağını düşünmüştür. Fakat öğrencilerin olası hatalı çözümüne yönelik daha fazla açıklamada bulunmayarak, öğrencilerin  $r - s = t$  ifadesini bulup kafalarının karışabileceğini belirtmiştir.

*Elif: Üç bilinmeyenli denklem olarak düşünmüş olabilir.  $r = s + t$  ifadesini ikinci denklemde yerine koyamayabilir.  $r - s = t$  ifadesini bulup kafası karışabilir.*

Üçüncü soruda öğrencilerin olası hatasına yönelik Elif'in tahmini "öğrenciler çarpmada, işlem hatası yapar" şeklinde çok genel ve yüzeyseldir. Hande ise yine yüzeysel bir ifade kullanarak "3 ile çarpmadan toplayabilir" şeklinde tahminini belirtmiştir. Diğer öğretmen adaylarından Onur öğrencilerin 3 ve 4'ü çarpma yapmak yerine toplayarak 7 şeklinde bir sonuç bulacağına yönelik bir tahminde bulunmuş, Ahmet ise öğrencilerin 4 ile 1'i toplayıp, sonra 3 ile çarpıp sonucunu 15 bulacağı yönünde bir tahminde bulunmuştur. Onur ve Ahmet'in tahminleri öğrencilerin nasıl hata yapabileceğine yönelik açıklayıcı bir tahmindir. Öğrenci çalışmaları dokümanında da yer aldığı gibi, bu soru için öğrencilerden gelen hatalı bir çözüm yolu ise " $3n = 3 + n = 4 + 3 = 7, 7 + 1 = 8$  olur" şeklindedir. Onur'un tahmini öğrencilerin yapabileceği olası bir hata ile tutarlıdır. Fakat bu soru için alan yazında da belirtilen öğrencilerden gelen yaygın hatalı cevaplardan biri,  $3n$  ifadesini iki basamaklı bir sayı olarak düşünüp işlem yapmalarındadır. Yani öğrencilerin  $n$ 'nin basamak değerinin olduğuna inandıklarından,  $3n$  ifadesini  $n = 4$  olduğunda, 34 olarak işleme alıp, sonucu da 35 bulmalarındadır. Öğrencilerden gelen "harflerin basamak değeri vardır" şeklindeki bu çözüm yolu, öğretmen adaylarının dördünün de tahmin edemediği hatalı öğrenci düşüncesidir.

Dördüncü soruda da, dört öğretmen adayının tahmini yine benzer olmuştur. Öğretmen adayları öğrencilerin "n harfi yalnız olduğu için en küçük,  $n - 7$  ifadesinde 7 büyük olduğu için en büyük" diyebileceği şeklinde tahminlerini belirtmişlerdir. Bu soruya yönelik Ahmet'in ve Hande'nin öğrencilerin olası hatalı düşünüş biçimine göre tahmini aşağıdaki şekildedir.

*Ahmet: n sadece tek ifade olarak görüldüğü için en küçük diyebilir.  $n - 7$ 'de 7'nin bulunması sebebiyle ifadeyi daha büyük görebilir.*

*Hande: Burada n'nin yanında bir şey yok ona en küçük diyebilir diye düşündüm. 7 büyük gözüküyor diye  $n - 7$ 'ye büyük diyebilecekleri aklıma geldi.*

Bu soru için öğrencilerden gelebilecek diğer bir olası hatalı cevap ise, öğrenciler  $n$  harfine 1 değerini vererek, yani cebirsel ifadeleri sayısal sonuç bularak karşılaştırma yapmaya çalışmalarındadır. Öğretmen adaylarının hiç birinin bu tarz bir cevabı tahmin edemedikleri görülmüştür.

### **Öğrencilerin hataları/hatalı düşünme şekilleri ile ilgili öğretmen adaylarının 2. görüşmedeki sorulara yönelik tahminleri**

Öğretmen adaylarının verilen sorular ile ilgili öğrencilerin hatalı çözümlerine/hatalı düşünme şekillerine yönelik yaptıkları tahminlerde, öğretmen adaylarından Elif'in, ikinci hafta için belirlenen soruların beşinde, Onur, Ahmet ve Hande'nin ise sadece birinde öğrencilerden gelebilecek olası hatalara yönelik iki ya da üç farklı tahminde bulunduğu görülmüştür (bkz. Tablo 3).

Beşinci soru için, Elif birden fazla tahminde bulunurken, Elif'in tahminlerinden ikisi öğrenciler "e'ye değer verir" ve "üçgenin alan ve çevresini karıştırır" şeklinde yüzeysel tahminler olmuştur. Fakat Elif'in "Bu soruda öğrenci  $e + e + e = 3 + e$  diyebilir" şeklindeki diğer bir tahmini kısmen açıklayıcıdır. Aynı zamanda, Elif'in öğrencilerden beklediği " $e + e + e = 3 + e$ " şeklindeki hatalı çözüm yolu, öğrencilerden gelebilecek ortak hatalardandır. Diğer taraftan bu soru için, öğrencilerin olası hatasına yönelik Ahmet'in hiçbir tahmini olmazken,

Onur ve Hande de öğrencilerin yaygın olarak yaptığı, geometrik şekillerin çevre ile alanın hesabının karıştırılması hatasını tahmin etmişlerdir. Fakat öğrencilerin çevre ve alanı karıştırarak nasıl bir hatalı çözüm ortaya koyabileceklerine yönelik herhangi bir açıklama yapmadıkları için, bu tahminleri yüzeysel kalmıştır. Aynı zamanda, Onur ve Hande öğrencilerin cebirsel hatalarına yönelik herhangi bir tahminde bulunmamıştır. Diğer taraftan alan yazında yaygın olarak gösterilen ve öğrenci çalışmaları dokümanında yer verilmiş olan “ $e + e + e = e^3$ ” öğrenci hatası dört öğretmen adayı tarafından da tahmin edilememiştir. Öğretmen adaylarının öğrencilerdeki bu tarz bir düşünüşün farkında olmadıkları gözlenmiştir.

**Tablo 3.**

*Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Hatalarına/Hatalı Düşünme Şekillerine Yönelik Tahminleri*

	Soru	Elif'in Tahminleri	Onur'un Tahminleri	Ahmet'in Tahminleri	Hande'nin Tahminleri
<b>1. HAFTA</b>	1	5'i karşı tarafa +5 olarak atar.	5'i karşı tarafa atarken işaret değiştirmeyi unuttur.	5'i karşı tarafa atarken işaret değiştirmeyi unuttur.	5'i karşı tarafa +5 olarak atıp cevabı 13 bulur.
	2	Kafası karışabilir.	Tahmin yok	Değer verir.	Değer verir
	3	İşlem hatası yapar	7	15	3 ile çarpmadan toplar.
	4	$n$ (en küçük) / $n - 7$ (en büyük)	$n$ (en küçük) / $n - 7$ (en büyük)	$n$ (en küçük) / $n - 7$ (en büyük)	$n$ (en küçük) / $n - 7$ (en büyük)
<b>2. HAFTA</b>	5	Tahmin 1: Çevre ile alanı karıştırır. Tahmin 2: $e$ 'ye değer verir. Tahmin 3: $e + e + e = 3e$	Çevre ile alanı karıştırır.	Tahmin yok.	Çevre ile alanı karıştırır.
	6	Tahmin 1: Değer verir. Tahmin 2: Tüm kenarları çarpar.	Tüm kenarları çarpar.	$u$ 'ya 5 değerini verir ve 26 bulabilir.	Değer verir ve sayısal bir sonuç bulmaya çalışır.
	7	$e + 2 = 2e$	$5e + 2$	Tahmin 1: $5e + 2$ Tahmin 2: $e$ 'ye değer verir ve sayısal bir sonuç bulmaya çalışır. Tahmin 3: Çevreyi bulur.	$e$ 'ye değer verir.
	8	Tahmin 1: $n^2$ Tahmin 2: $2n$	18	18	18
	9	Tahmin 1: $3n + 4 = 7n$ Tahmin 2: $3n \cdot 4 = 12n$	Tahmin 1: $7n$ Tahmin 2: 34 Tahmin 3: 7	$7n$	Tahmin 1: $7n$ Tahmin 2: 7

**Tablo 3. (devam)**

	10	Tahmin 1: $n + 20$ Tahmin 2: $n^4 + 2$	$n + 20$	$n + 20$	20
3. HAFTA	11	Toplamları eşit olduğundan, "her zaman" der.	Değer verir.	"Asla" der.	"Asla" der.
	12	$n$ 'ye değer verip bulmaya çalışır	$2n$ 'yi iki basamaklı bir sayı gibi düşünüp, büyük der.	Tahmin 1: $2n$ ifadesini $n$ . $n$ diye düşünüp, daha büyük der. Tahmin 2: $n$ ifadesine değer verir.	Tahmin 1: 2 ile çarpıldığı için $2n$ daha büyük der. Tahmin 2: $n + 2$ 'yi $2n$ olarak düşünüp eşit der.

Tablo 3'te görüldüğü gibi, altıncı, sekizinci, dokuzuncu ve onuncu sorularda, öğrencilerden bu sorulara yönelik gelebilecek hata/hatalı düşünme şekilleri ile ilgili, Elif iki farklı tahminde bulunmuştur. Elif'in yedinci soruda ise öğrencilerin olası hatasına yönelik tek türlü tahmini olmuştur. Diğer taraftan, Onur dokuzuncu soruda, Ahmet ise yedinci soruda öğrencilerin olası hatasına yönelik üç farklı tahminde bulunurken, Hande de dokuzuncu soruda öğrencilerin olası hataları ile ilgili iki farklı tahminde bulunmuştur. Bu üç öğretmen adayı diğer sorulara yönelik öğrencilerden gelebilecek hatalı çözümlere yönelik tek bir tahminde bulunmuşlardır.

Ahmet'in altıncı soruda öğrencilerin hatalı düşünme biçimlerine yönelik tahmini aşağıdaki şekilde olmuştur.

*Ahmet: Bu beşgene baktığımızda öğrenci u'nun uzunluğu 5 birime benzediği için u'ya 5 değerini verip, çevreyi de 26 bulabilir diye düşündüm.*

Ahmet'in de tahmin ettiği gibi, bu soru için öğrencilerden gelebilecek hatalı cevaplardan biri, öğrencilerin u harfine değer vererek, çevreyi sayısal bir sonuç olarak bulmalarınıdır. Öğrenci çalışmaları dokümanında da öğrencilerden benzer bir düşünce ile gelen bir hatalı çözüm yer almaktadır. O çözümün Ahmet'in tahmininden farkı, öğrencinin u'ya 5 değerini değil, diğer kenarın uzunluğu olan 6 değerini vererek bir çözüm yapmasıdır. Elif ve Hande'nin tahmini de, "bilinmeyene değer verir" veya "bilinmeyene değer vererek sonucu sayısal bir değer bulmaya çalışır" şeklinde Ahmet'in tahminine benzer, fakat yüzeysel olmuştur.

Yedinci soru için Ahmet'in ve Onur'un öğrencilerden gelebilecek hatalı çözüme veya düşünme şekline yönelik tahminlerinden biri  $5e + 2$  olmuştur. Onur ve Ahmet'in bu tahmini öğrenci çalışmaları dokümanında da verilmiş olan, öğrencilerin olası hatalı çözümleri arasında yer alan bir hatalı çözümdür. Hande ise Ahmet'in diğer bir tahmini olan öğrencilerin bilinmeyene, yani "e harfine değer verir" tahmini ile aynı tahminde bulunmuştur. Ahmet'in öğrencilerin olası hatasına yönelik bir diğer tahmini ise, cebirsel değil, öğrencilerin geometri bilgisi eksikliğinden kaynaklı, dikdörtgenin alan ve çevre hesabını karıştırabileceği yönünde yüzeysel bir tahmin olmuştur. Elif ise öğrencilerin olası hatasını,  $e + 2$  ifadesini  $2e$  şeklinde yazması olarak tahmin etmiştir. Öğrencilerden gelen farklı cevaplardan biri, öğrencilerin  $e + 2 = 2e$  olarak yazıp sorunun cevabını  $2e$ . 5 şeklinde belirtmeleridir. Öğrencilerin  $e + 2 = 2e$  şeklinde yazması, yine

alan yazında belirtilen öğrencilerden gelebilecek ortak hatalardan biridir. Bu olası hatalı cevabın bir kısmını öğretmen adayı Elif öngörmüştür.

Sekizinci soru için, öğretmen adaylarından üçü, Onur, Ahmet ve Hande, öğrencilerden gelecek olası hatalı cevap olarak “öğrencilerin şekildeki görünen kenarları sayarak çevreyi bulmaya çalışabilecekleri” şeklinde, benzer ve kısmen açıklayıcı bir tahmin yapmışlardır. Elif ise bu üç öğretmen adayından farklı olarak  $n^2$  ve  $2n$  şeklinde iki farklı tahminde bulunmuştur. Onur, Ahmet ve Hande’nin bu soruya yönelik tahminleri aşağıdaki gibidir.

*Onur: Şekildeki kenarları sayarak hesaplama yapabilir ve 18 der.*

*Ahmet: Şekildeki kenarları sayarak çokgenin 9 kenarlı olduğunu söyleyebilir ve çevresi  $9 \cdot 2 = 18$  der.*

*Hande: Şekilde görünen kenarları toplayıp 18 diyebilir.*

Üç öğretmen adayının da benzer olarak yaptıkları bu tahmin, öğrencilerden gelebilecek hatalı çözümlerden biridir. Öğrenci çalışmaları dokümanında da yer alan hatalı çözümlerden üçüncüsünde görüldüğü gibi, öğrenciler benzer bir düşünce ile şekilde görünen kenarları 10 olarak saymış ve her bir kenar uzunluğu 2 birim olduğu için,  $10 \times 2 = 20$  birim cevabını vermiştir. Üç öğretmen adayı öğrencilerden gelebilecek bu temel hatayı tahmin edebilmiştir. Diğer taraftan, alan yazındaki çalışmalarda ortaya koyulan (Booth, 1988) öğrencilerden gelebilecek ortak hatalı düşüncelerden biri, öğrencilerin sayısal bir sonuç elde etme isteği ile şekli simetriği ile tamamlayarak kapalı bir şekil elde edip, oluşan kenar sayısı ile kenar uzunluğunu çarparak şeklin çevre uzunluğunu bulmaktır. Öğretmen adaylarının hiç biri öğrencilerin açık şekli tamamlayarak sayısal bir sonuç bulma eğilimi yönündeki hatalı düşüncesini tahmin edememiştir.

Dokuzuncu soruda Ahmet’in dışındaki diğer üç öğretmen adayı, öğrencilerin olası hatalarına yönelik en az iki tahmin yapmıştır. Öğrencilerin olası hatalarına yönelik Elif ve Hande’nin iki, Onur’un ise üç tahmininde bulunduğu görülmektedir. Bu soru için, öğrenci çalışmaları dokümanında da yer verildiği gibi, öğrencilerden gelen ortak hatalı cevaplardan biri  $7n$ , diğeri ise  $7$ ’dir. Bu hatalı cevabı tüm öğretmen adayları tahmin edebilmiştir. Ayrıca öğrencilerden gelebilecek diğer bir hatalı cevap  $34$ ’tür. Bu hatalı cevabı sadece Onur öngörebilmiştir. Ayrıca öğrenciler, harflerin sadece rakam olabileceğini düşündüklerinden, harflerin değerinin genellikle 1’e eşit olduğunu düşünüp, n harfine bir değerini verip sonucu sayısal bir değer bulmuşlardır. Bu soru ile ilgili olarak aşağıda Onur’un tahminleri aşağıda yer almaktadır.

*Onur: Öğrenciler  $7n$  diyebilir.  $n$ ’ye 1 değerini verip, 7 diyebileceğini düşündüm. Geçen haftadan dolayı 34 der diye düşündüm.*

Onuncu soruda öğrencilerin olası hatalarına yönelik öğretmen adayı Elif’in yine iki türlü tahmininin bulunduğu görülmüştür. Elif’in tahmini, öğrencilerin  $n + 20$  ve  $n^4 + 20$  şeklinde hatalı cevaplar üreteceği yönündeyken, Onur ve Ahmet’in tahmini  $n + 20$  ve Hande’nin tahmini  $20$  olmuştur. Öğrenci çalışmaları dokümanında da yer aldığı gibi, bu soruda öğrencilerden gelen olası hatalı cevaplar  $n + 20$ ,  $4n + 5$ ,  $20$  ve  $20n$ ’dir. Öğretmen adayları özellikle öğrencilerin hem parantezi yok sayıp hem de değişkeni görmezden gelerek sayı ile sayıyı çarpma eğilimi sonucunda öğrencilerin yapabileceği olası hatalardan  $n + 20$  hatasını tahmin edebilmişlerdir.



### **Öğrencilerin hataları/hatalı düşünme şekilleri ile ilgili öğretmen adaylarının 3. görüşmedeki sorularla yönelik tahminleri**

Üçüncü haftanın uygulamasına yönelik verilen sorularda dört öğretmen adayının da öğrencilerin olası hatalarına yönelik bir veya en fazla iki farklı tahminde buldukları görülmüştür. Tablo 3'te görüldüğü gibi, on birinci soru için dört öğretmen adayı da tek tahminde bulunmuşlardır. Bu soru için öğrencilerden gelebilecek hatalı cevaplardan biri öğrencilerin sayılar aynı olmazsa, işlemin olmayacağını düşünerek “her zaman” cevabını vermesidir. Bu tarz hatalı bir düşüncü öğretmen adaylarından Elif tahmin edebilmiştir.

On ikinci soruda ise öğrencilerin olası hatasına yönelik olarak Ahmet ve Hande'nin iki farklı tahminde, Elif ve Onur'un ise tek tahminde bulunduğu görülmüştür. Alan yazındaki çalışmalarda belirtildiği gibi (Coady ve Pegg, 1993; Küchemann, 1978), öğrenciler çarpma işleminin daha büyük sonuç üreteceği düşüncesine sahiptirler. Öğrencilerin sahip olduğu bu düşüncüyü Ahmet ve Hande tahmin etmiştir, fakat Onur ve Elif tahmin edememiştir. Öğretmen adayı Elif ise, öğrencilerin  $n$  harfine değer vererek işlem yapabilecekleri şeklinde genel bir tahminde bulunmuştur. Bu soruda öğrencilerden gelen “ $n + 2 = 3n$  ise  $3n = n + 2 > 2n$ ” şeklindeki bir hatalı düşünme şeklini hiçbir öğretmen adayı tahmin edememiştir.

### **Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hataları/Hatalı Düşünme Şekilleri Bilgilerine Yönelik Öz Değerlendirmeleri**

#### **Öğrenci hatalarını/hatalı düşünme şekillerini tahmin etmeye düzeyleri**

Öğrencilerin hatalarını/hatalı düşünme şekillerini tahmin etme ve inceleme çalışmalarına başlamadan önce, çalışmaya katılan öğretmen adayları ile yapılan ön görüşmelerde, öğretmen adaylarından Elif'in cebir konusuyla ilgili, öğrenci hataları ve öğrencilerin yaşayabilecekleri zorluklar hakkındaki bilgi düzeyini yeterli gördüğü, Onur ve Hande'nin kısmen yeterli gördüğü, Ahmet'in ise yeterli görmediği görülmüştür. Aşağıdaki alıntılar öğretmen adaylarının kendi bilgilerine yönelik değerlendirmelerini örneklendirmektedir.

*Elif: Bilgi yeterliliğimin yeterli olduğunu düşünüyorum. Öğrenciler  $x$  ifadesini anlamakta zorluk çekiyorlar, cebirsel ifadenin başındaki işaretleri denklem çözerken karıştırıyorlar, cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini tam olarak anlamayıp somutlaştıramıyorlar, cebirsel ifadelerin tam karesini alırken karıştırabiliyorlar.*

*Onur: Kavram yanlışları ve yaygın hatalara ilişkin az çok bilgi yeterliliğim var. Bunun nedeni biz de bu hatalara düştük, sonradan öğrendik. Öğrenciler için harfler sadece harf olduğundan bunu matematiksel bir ifade olarak görmek zor olacaktır. Örneğin denklemlerde bulunan  $x$  bilinmeyenini öğrenci daha öncesinde çarpma işlemi ifadesi olarak bildiğinden kafa karıştırabilir. İşlem önceliğinde ve sırasında da yanlışlar olması muhtemeldir. Yani soyut olmasından dolayı gerçekleşen yanlışlar ve zorluklar.*

*Hande: Orta düzeyde yeterli görüyorum. Öğrenciler iki denklemi birbirlerine eşitlediklerinde karşı tarafa atma diye adlandırılan işlemi yaparken +, - hatası yapabilirler.  $5x + 2$  ifadesini  $7x$  diyebilirler.  $x + 5$ 'in karesini alırken önce  $x$ 'in sonra  $5$ 'in karesini alıp  $x^2 + 25$  diyebilirler.*

*Ahmet: Yeterli görmüyorum. Öğrenciler cebirsel ifadelerde cebirsel terim ile sabit terimi işleme sokuyorlar.*

Yukarıda sunulan alıntılarda da görüldüğü gibi, ön görüşmelerde, öğretmen adayları öğrencilerin hataları ile ilgili bilgilerini “öğrenci cebirsel ifadenin ne olduğunu anlamıyor”, “işlem önceliğinde ve sırasında yanlışların olması muhtemel” şeklindeki genel ifadelerle dile getirmişlerdir. Sadece Hande, özel örnekler üzerinden olası öğrenci hatalarını açıklamıştır.

Öğrencilerin hatalı cevaplarını tahmin etme ve inceleme etkinliklerinin uygulanmasından sonra öğretmen adayları ile yapılan son görüşmelerde, öğretmen adayları öğrenci hataları ile ilgili tahmin etme düzeylerini değerlendirmişlerdir. Öğretmen adayları bu çalışmaya başlamadan önce genel olarak soruların kendilerine kolay geldiği için öğrencilerin de rahatlıkla yapabileceklerini düşündüklerini belirtmişlerdir. Aynı zamanda, öğrencilerden gelebilecek olası belirgin, kalıplaşmış hata ve kavram yanlışlarını öngörebildiklerini, fakat farklı tarz düşünme şekillerini tahmin etmede zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Diğer taraftan, öğretmen adayları, üç haftalık öğrenci hatalarını inceledikleri süreç içinde öğrencilerin yaptıkları hatalar karşısında farkındalıklarının arttığını dile getirmiştir. Aşağıdaki alıntılarda Onur ve Elif'in öğrenci hatalı düşünme şekillerini tahmin etme düzeylerine yönelik kendilerini nasıl değerlendirdikleri örneklendirilmektedir.

*Onur: Başta sorular bize çok kolay geldiği için çoğu soruda yanlış yapmayacaklarını düşündüm. Sadece çevre hesabı yerine alan, alan hesabı yerine çevre kullanır gibi belirgin kavram yanlışlarını tahmin ettim. Fakat ilerleyen çalışmalarda öğrenci çözümlerini gördüğümüzden dolayı doğru tahminlere ulaştım. Son çalışmada ise nerdeyse tamamen kavram yanlışlarını tahmin edebilir duruma geldim.*

*Elif: Etkinliklerden önce öğrencilerin soruları kolaylıkla çözebileceğini düşünmüştüm. Çünkü sorular benim için kolaydı ve öğrenciler için de aynı kolaylıkta olacağını düşündüm. Ama çözümleri görünce öğrencilerin cebirsel ifadelerin en kolay aşamasında bile konuyu tam kavrayamamasından ötürü yaptığı hataları gördüm.*

### **Öğrenci hatalarını tahmin etme ve inceleme sürecinin sağladığı katkılar**

Öğretmen adayları öğrencilerin hatalı çözümlerini tahmin ettikleri ve inceledikleri bir öğrenme ortamının kendilerine hangi açılardan katkı sağladığını veya sağlamadığını, kendi bakış açılarından değerlendirmişlerdir. Elif öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili çalışmanın başında öğrencilerden beklemediği birçok hatanın olduğunu ve öğrencilerin çok çeşitli hatalar yapabildiklerini gördüğünü belirtmiştir. Elif, öğrenci çalışmalarını inceledikçe öğrencilerin olası hatalarını tahmin edebilme düzeyinin arttığını ifade etmiştir.

*Elif: Öğrencilerin kavram yanlışlarını gördüm. İlk hafta nasıl bu kadar çok hata yapabiliyorlar diye düşündüm. Ama sonrasında öğrenci düşüncülerini, nerde hata yapabileceklerini hemen söyleyebiliyorum. Nereelerde hata yapabileceklerini artık bilebiliyorum.*

Ahmet ise bir öğretmen adayının öğrencilerin olası hata ve zorluklarını bilmesinin gerektiğine dikkat çekmiştir. Ahmet öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili yapılan bu çalışma sayesinde öğrencilerin farklı zorlukları olabileceğini fark ettiğini belirtmiştir. Öğretmenlerin geleneksel öğretim yerine farklı tür yaklaşımları bilmesi gerektiğini ve özel öğretim yöntemleri dersinde bu tarz uygulamalar yapılmasının faydalı bulunduğunu belirtmiştir.

*Ahmet: Öğrencilerin çok farklı düşündüğünü gördüm. Bu uygulamalar sayesinde öğrencilerden gelen farklı tür cevapları gördüm. Öğrencilere nasıl dönüt vermem gerekir kısmında eksiklerimin olduğunu fark ettim. Özel öğretim yöntemleri dersinde bu tarz uygulamalar olmalı diye düşünüyorum. Stajda bile bunları göremeyebiliriz. Mesleğe başlayınca bunları göreceğiz ama öncesinde bunları bilerek derse girmemiz, daha verimli bir öğretim ortamı oluşturacaktır.*

Hande ise başlangıçta sadece kendi yaptıkları çözümler ve yaşadıkları zorluklar gibi kendi deneyimlerine bağlı tahminlerde bulunurken öğrenci düşünme şekilleri çalışması boyunca öğrencilerin çözüm yaklaşımlarına öğrencilerin bakış açısı ile bakabilmeye başladığını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin farklı düşünme şekillerine sahip olduklarını ifade etmiştir. Hande de diğer öğretmen adayları gibi öğrenci hatası ile karşılaştığında nasıl bir yaklaşım sergilemesi gerektiğine yönelik pedagojik bilgisinin eksik olduğunu fark ettiğini açıklamıştır.

Bunun yanında cebir ile ilgili temel kavramlarda da problemi olduğunu belirtmiştir. Özel Öğretim Yöntemleri dersinde bu tarz uygulamalar yapılmasının gerektiğini ifade etmiştir. Onur da başta kendi düşünme sürecine göre tahminde bulunduğunu, öğrenci düşünme şekillerini incelerken öğrencilerin farklı zorlukları olabileceğini belirtmiştir.

### Tartışma ve Sonuçlar

Çalışmanın bulguları, cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler konusunda dört öğretmen adayının da öğrencilerin olası ortak hatalarının bir kısmına yönelik farkındalıklarının olduğunu, fakat genel olarak farkındalıklarının sınırlı düzeyde olduğunu göstermiştir. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin cebirsel düşünme şekilleri ve hatalı çözümleri ile ilgili öngörülerinin sınırlı olması bulgusu alan yazındaki bazı çalışmaların (Dede ve Peker, 2007; Stephens, 2006) bulguları ile benzerlik göstermektedir. Uygulamanın birinci haftasında, öğrencilerin hatalı çözümleri ile ilgili henüz bir inceleme yapmadan, dört öğretmen adayı da verilen sorularla ilgili öğrencilerden gelebilecek sadece bir olası hataya yönelik tahminlerini belirtmişlerdir. Örneğin, alan yazındaki çalışmalarda raporlanan, " $3a$ " gibi bir cebirsel ifadeyi öğrencilerin iki basamaklı sayı olarak düşünmeleri yaygın bir hatadır (Akkaya ve Durmuş, 2006; Stacey ve MacGregor, 1997). Birinci haftanın üçüncü sorusunda yer alan  $3n$  ifadesini iki basamaklı bir sayı olarak düşünüp işlem yapılması öğrenciler tarafından gelen bir hata iken, dört öğretmen adayı da bu hatayı tahmin edememiştir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının bazı tahminleri "bilinmeyene değer verir", "kafası karışır" veya "çarpmada işlem hatası" yapar şeklinde yüzeysel ifadelerle sınırlı olmuştur. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının öğrencilerden gelebilecek en temel hataları tahmin edebildikleri görülmüştür. Örneğin, öğretmen adaylarının dördü de, dokuzuncu soruda öğrencilerden  $7n$  veya  $7$  şeklinde hatalı bir cevap gelebileceğini tahmin etmiştir. Bu bulgu dört öğretmen adayının, öğrencilerin  $3n + 4$  şeklindeki açık cebirsel ifadeyi "birleştirme veya bitirme" eğiliminin farkında olduğunu göstermiştir. Tirosh, Even ve Robinson'un (1998) bulguları mesleğe yeni başlamış deneyimsiz öğretmenlerin öğrencilerin "cebirsel ifadeyi birleştirme veya bitirme" eğiliminin farkında olmadıklarını gösterirken, bu bulgulardan farklı olarak, bu çalışmaya katılan mesleğe henüz başlamamış olan öğretmen adaylarının öğrencilerin bu eğilimine yönelik farkındalıklarının olduğu görülmüştür. Bu çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrencilerin en temel hatalarının farkında olmasının bir sebebi kendilerinin de ortaokul öğrencilik yıllarında, benzer hataları yapmaları ile ilişkili olarak açıklanabilir. Bir diğer sebebi ise, öğretmen adaylarının öğrencilerin derslerine yardım etme veya özel ders verme gibi amaçlarla ortaokul öğrencileri ile çalışma deneyimlerinde öğrencilerden gelen diğer hatalara göre daha yaygın olan hataları fark etmeleri olarak gösterilebilir. Bu çalışmaya katılan öğretmen adaylarının üçüncü sınıfta öğrenim görmeleri sebebiyle, çalışmanın gerçekleştiği süreçte öğretmen adayları programda yer alan tüm matematik öğretimi içerikli alan eğitimi derslerini henüz tamamlamışlardır. Öğretmen adayları ikinci sınıfta öğrenimleri sürecinde, matematik eğitimi içerikli ders almış olsalar dahi, aldıkları dersler kapsamında cebir öğrenme alanına yönelik kapsamlı teorik veya uygulamalı bir eğitim almamışlardır. Bu sebeple, özellikle çalışmanın ilk uygulamasında, öğretmen adaylarının tahmin düzeyleri daha çok öğretmen adaylarının kendi deneyimleri ile sınırlı ve yüzeysel kalmıştır.

Çalışmanın bulguları, ikinci ve üçüncü haftanın uygulamalarında öğretmen adaylarının tahminlerinin çeşitliliğinin, ilk haftaya nazaran bazı sorularda daha fazla olduğunu göstermiştir. Öğretmen adaylarının tahmin çeşitliliklerinin fazla olması bulgusu, öğrencilerin yazılı çalışmaları aracılığıyla farklı öğrenci hatalarını inceleme sürecinde öğrencilerin bakış açısı ile

tahmin etmeye başlamış olmaları durumu ile yorumlanabilir. Alan yazında yer alan çalışmalar, gerçek sınıf ortamından alınmış, öğrencilerin yazılı çalışmalarını incelemenin, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin düşüncelerini tahmin etmeye yönelik bilgilerinin gelişimine katkı sağladığını belirtmektedir (Kazemi ve Franke, 2004, Sánchez-Matamoros vd., 2015; Talanquer vd., 2015). Bu çalışmaya katılan öğretmen adayları da, öğrencilerin gerçek çözüm kâğıtları aracılığıyla hatalı çözüm yaklaşımlarını inceledikçe, öğrencilerin farklı hatalarına yönelik farkındalık kazanmışlardır. Bu sebeple ilk hafta sadece kendi deneyimlerine bağlı olarak tahminlerde bulunurken, ikinci ve üçüncü haftanın uygulamasına ait sorulara yönelik tahminlerinde, inceledikleri hatalı çözümleri de dikkate alarak tahmin etmeye çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının uygulama sonrası görüşmelerdeki öz değerlendirmeleri de çalıştıkları bu öğrenme ortamında öğrenci hatalarına yönelik farkındalıklarının artarak daha çeşitli tahminlerde bulunmaya çalıştıkları bulgusunu desteklemektedir. Dört öğretmen adayı da öz değerlendirmelerinde çalışmanın başında sorular kolay olduğu için öğrencilerin bu soruları zorlanmadan çözebileceklerini ve çok yanlış yapmayacaklarını düşündüklerini, fakat öğrenci hatalarını inceledikleri süreç içinde öğrencilerin yaptıkları hatalar karşısında farkındalıklarının arttığını dile getirmişlerdir.

Öğretmen adaylarının tahmin çeşitliliği ilk haftaya nazaran artsa da, dört öğretmen adayının da tahmin çeşitliliğinin aynı sayıda olmadığı, özellikle öğretmen adayı Elif'in diğer üç öğretmen adayına göre daha fazla soruda, öğrencilerin olası hatalarına yönelik birden fazla tahminde bulunduğu görülmüştür. İkinci uygulamada, Elif'in bir soru dışındaki diğer beş soru için, öğrencilerden gelebilecek hatalarla ilgili iki-üç farklı tahminde bulunduğu görülmüştür. Genel akademik başarıları birbirine yakın olan dört öğretmen adayından Elif'in, daha fazla soru için öğrencilerden gelebilecek olası hatalı çözümleri tahmin etmesinin bir sebebi, Elif'in sınıf içi grup çalışma sürecinin, bireysel farkındalığına katkısı ile açıklanabilir. Kazemi ve Franke (2004) çalışmasında öğretmenlerin öğrenci çalışmalarını grupça inceledikleri bir ortamın, öğretmenlerin öğrencilerinin hem matematiksel düşüncelerini anlamalarını geliştirdiğini hem de öğretmenler olarak mesleki kimliklerini geliştirdiğini vurgulamış ve öğretmenlerin bir arada çalışmasının birbirlerinin düşüncelerinin gelişimini desteklediğini belirtmiştir. Sınıf içi grup çalışmalarında Elif'in grup arkadaşlarının öğrencilerin farklı hatalarını tahmin edebilmesi ve öğrencilerin hatalı çözümlerini detaylı bir şekilde inceleyip yorumlayabilmesi, Elif'in bireysel farkındalığının artmasına katkı sağlamış olabilir. Diğer taraftan, öğretmenlerin kişisel özellikleri de bu farklılığın bir sebebi olarak ele alınabilir. Öğretmen adaylarının genel akademik ortalamaları birbirine çok yakın olsa da, öğretmen adayının sınıf içi etkinliklerine düzenli katılımı ve ilgisi, daha fazla bireysel çaba göstererek farkındalığının artmasına yardımcı olmuş olabilir. Fakat öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik farkındalık düzeylerinin farklı olmasının nedenlerini daha iyi anlayabilmek için, bu farklılıklara sebep olacak faktörlerin gelecek çalışmalarda detaylı olarak araştırılması önerilmektedir.

Öğretmen adayları uygulamaların tamamlanmasından sonra yapılan öz-değerlendirme görüşmelerinde öğrenci hatalarını artık kolaylıkla tahmin edebildiklerini belirtmişlerdir. Diğer taraftan çalışmaya başlamadan önce yapılan görüşmelerde de bazı öğretmen adayları öğrencilerin cebirsel bilgilerine yönelik kendi bilgilerini yeterli veya kısmen yeterli bulduklarını belirtmişlerdir. Fakat öğretmen adaylarının tahmin çeşitlilik ve derinliklerinde de görüldüğü gibi, üç haftalık uygulamalarda öğretmen adayları tahminlerini çok çeşitlendirip, derinleştirememişlerdir. Bu bulgular da öğretmen adaylarının kendilerini değerlendirirken kendi bilgi ve farkındalıklarını olduğundan daha fazla görerek değerlendirdiklerine işaret etmektedir.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarına yönelik farkındalıkları öğrencilerin hatalı çözümlerini tahmin ederek, gerçek hatalı çözümlerini inceledikleri bir çalışma ortamında incelenmiştir. Öğrenci hatalarına yönelik yaptıkları tahminler öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik farkındalık düzeylerini ortaya koyarken, bu tahminlerine ait gerçek öğrenci çözümlerini inceledikleri bir öğrenme ortamında çalışma süreci onların bu farkındalıklarının artacağına işaret etmiştir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünme şekillerini tahmin edebilmesi sahip oldukları pedagojik alan bilgisinin alt bileşeni olan alan ve öğrenci bilgisinin önemli bir parçasıdır (Ball vd., 2008). Bu sebeple henüz mesleğe başlamadan önce öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisini geliştirebilmek için, öğrenci bilgisi düzeylerinin tespit edilmesi önem arz etmektedir. Bu çalışmanın bulgularına dayalı olarak, matematik (öğretmen) eğitimcilerine, öğretmen adaylarının öğrenci hatalı düşünme şekillerine yönelik hem farkındalıklarını tespit edip, hem de bu farkındalıklarını geliştirmek amacıyla, gerçek sınıf ortamından alınmış öğrenci düşüncelerini içeren uygulamaya dayalı materyalleri derslerinde kullanmaları önerilmektedir. Ball ve Cohen'in (1999) vurguladığı gibi "uygulama merkezli bir eğitim" sadece okullarda yapılan bir eğitim anlamına gelmemektedir. Öğrencilerin yazılı çalışmalarını, sınıf içi derslerin videolarını veya öğretmenlerin notlarını kullanmak, öğretmen adaylarının uygulamaya dayalı bir eğitim alması için öğretmen eğitimi müfredatında yer alabilir. Bu sebeple, bu çalışmanın tasarımında da sunulduğu gibi, matematik eğitimcileri, okullarla ve matematik öğretmenleri ile işbirliği içinde çalışarak, farklı matematik konuları kapsamında belli bir kazanıma veya öğrenme alanına yönelik, gerçek sınıf ortamından öğrencilerin doğru ve hatalı farklı düşünme şekillerini içeren, yazılı, sesli ve görüntülü öğrenci çalışmalarını elde edebilirler. Bu çalışmada kullanılan yazılı öğrenci ürünleri öğrencilerin hatalarını gösterirken, bu hataları yaparken nasıl düşündüklerini göstermemiştir. Bu sebeple öğretmen adaylarının öğrencilerin ne yaptıklarının yanında, bu hataları nasıl yaptıklarını derinlemesine anlayabilmeleri adına matematik eğitimcilerine özellikle öğrencilerin düşünme şekillerini içeren ses kayıtları ve video görüntülerini içeren öğrenci çalışmalarını kullanmaları önerilmektedir.

Diğer taraftan, çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğrencilerin doğru veya yanlış farklı düşünme şekillerine yönelik tahminlerinin sayıca artmasının yanında derinliğinin de artması için bu çalışmada ayrılan zamandan daha fazla zamana ve tecrübeye ihtiyaçları olduğunu göstermiştir. Yenilenen Öğretmen Yetiştirme Lisans Programlarının, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programında yer alan Cebir Öğretimi dersi, cebir öğrenme alanına ait kazanımlarda, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarına yönelik farkındalıklarını incelemek ve geliştirmek için uygun bir ders olacaktır. Gelecek çalışmalarda, bu çalışmanın konusu, eşitlik ve denklem, doğrusal denklemler, özdeşlikler ve eşitsizlikler gibi birbirini takip eden diğer konuları da içerecek şekilde genişletilip, Cebir Öğretimi dersinde bir dönem boyunca uygulanarak, öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanının tamamında öğrenci hatalarına yönelik farkındalıklarının ne düzeye kadar geliştiği incelenebilir.

Bu çalışmada dersi alan tüm öğretmen adayları yerine sadece dört öğretmen adayının yer alması ve bu öğretmen adaylarının ders içi etkinliklerde grup olarak çalışmış olmaları, fakat birebir görüşmelerde bireysel olarak tahminlerinin sorgulanmış olması bu çalışmanın bir sınırlılığıdır. Gelecek çalışmalarda dersi alan tüm öğretmen adayları çalışmaya dâhil edilerek, bu çalışma da kullanılan öğrenme ortamının tüm öğretmen adaylarının bilgilerini nasıl desteklediği incelenebilir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini tahmin etme etkinliği bireysel çalışma şeklinde, öğrenci düşünme şekillerini inceleme etkinliği de grup çalışması şeklinde gerçekleştirilebilir.

### Kaynaklar/References

- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü., & Güven, B. (2008). Öğrencilerin cebir öğrenme alanında sahip oldukları bazı hata ve kavram yanlışları. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 7(13), 55-74.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272.
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey Bass.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12:1988 Yearbook* (pp.20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Coady, C., & Pegg, I. (1993). An exploration of students' responses to the more demanding Küchemann test items. In W. Atweh, C. Kaner, M. Carss & G. Booker (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of MERGA* (pp. 191-196). Brisbane: MERGA.
- Dede, Y., & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., & Alacacı, C. (2016). Exploring prospective secondary mathematics teachers' interpretation of student thinking through analysing students' work in modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 28(3), 349-378.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232-236.
- Herscovics, N., & Kieran, C. (1980). Constructing meaning for the concept of equation. *The Mathematics Teacher*, 73(8), 572-580.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Kazemi, E., & Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 203-235.
- Knuth, E., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *ZDM*, 37(1), 68-76.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.
- Llinares, S., Fernández, C., & Sánchez-Matamoros, G. (2016). Changes in how prospective teachers anticipate secondary students' answers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2155-2170.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1994). Progress in learning algebra: Temporary and persistent difficulties. In G. Bell, B. Wright, N. Leeson & J. Geake (Eds.), *Challenges in mathematics education: Constraints on construction (Proceedings of the 17th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol 2, pp. 403-410)*. Lismore, NSW: MERGA
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19.
- Merriam, S. B. (2002). Introduction to qualitative research. In S. B. Merriam and Associates (Eds.), *Qualitative research in practice: examples for discussion and analysis* (pp. 1-17). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *Öğretmenlik mesleği genel yeterlikleri*. Ankara: Öğretmenlik Yetiştirme Genel Müdürlüğü.

- Norton, A., McCloskey, A., & Hudson, R. A. (2011). Prediction assessments: Using video-based predictions to assess prospective teachers' knowledge of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(4), 305–325.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(6), 1305-1329.
- Sherin, M., & van Es, E. (2005). Using video to support teachers' ability to notice classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13(3), 475-491.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Steinberg, R., Sleeman, D., & Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalence of equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 112–121.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 249–278.
- Stockero, S. L., Rupnow, R. L., & Pascoe, A. E. (2017). Learning to notice important student mathematical thinking in complex classroom interactions. *Teaching and Teacher Education*, 63, 384-395.
- Talanquer, V., Bolger, M., & Tomanek, D. (2015). Exploring prospective teachers' assessment practices: Noticing and interpreting student understanding in the assessment of written work. *Journal of Research in Science Teaching*, 52(5), 585-609.
- Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64.
- Van De Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (Sixth edition). Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd Edition). Sage Publications, Inc.
- Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK] (2018a). Öğretmen yetiştirme lisans programları. [https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim\\_ogretim\\_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/AA\\_Sunus\\_%20Onsoz\\_Uygulama\\_Yonergesi.pdf](https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/AA_Sunus_%20Onsoz_Uygulama_Yonergesi.pdf) adresinden erişilmiştir.
- Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK] (2018b). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı. [https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim\\_ogretim\\_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim\\_Matematik\\_Lisans\\_Programi.pdf](https://www.yok.gov.tr/Documents/Kurumsal/egitim_ogretim_dairesi/Yeni-Ogretmen-Yetistirme-Lisans-Programlari/Ilkogretim_Matematik_Lisans_Programi.pdf) adresinden erişilmiştir.

#### Yazarlar

Öğretmen Rabiya Amaç  
T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Matematik  
Öğretmeni

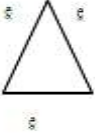
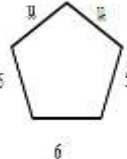
Dr. Öğr. Üyesi Makbule Gözde Didiş Kabar  
Başlıca çalışma alanları; matematik öğretmen  
eğitimi, matematik eğitiminde matematiksel  
modelleme, cebir öğrenimi ve öğretimidir.

#### İletişim

Hakkı Demir Anadolu İmam Hatip Lisesi  
Burhaniye Mahallesi, Nurbaba Sokağı  
No:37, 34676  
Üsküdar/İstanbul  
e-mail: [amacr@windowslive.com](mailto:amacr@windowslive.com)

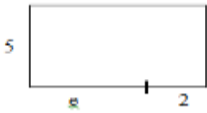

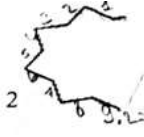
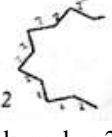
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi  
Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi  
Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Tokat  
e-mail: [gozde.didis@gop.edu.tr](mailto:gozde.didis@gop.edu.tr)

**Ek. Öğrencilerin Farklı Hatalı Çözümlerini İçeren Öğrenci Çalışmaları Dokümanı\***

SORULAR	Öğrenci Hatalı Çözümü 1	Öğrenci Hatalı Çözümü 2	Öğrenci Hatalı Çözümü 3
<p><b>1. SORU</b> <math>a + 5 = 8</math> ise <math>a = ?</math></p>	<p>Yani a ile 5 toplayınca 8 çıkıyor, bizden a'nın cevabını istiyor <math>5 + 8 = 13</math> toplarız ve <math>a + 13</math> yazarız.</p>	<p><math>a + 5 = 8</math> <math>m = 13</math> <math>a = 13</math>, a bence 13'tür.</p>	
<p><b>2. SORU</b> <math>r = s + t</math> ve <math>r + s + t = 30</math> ise <math>r = ?</math></p>	<p><math>10 + 10 + 10 = 30</math> <math>3 \times 10 = 30</math> olduğuna göre 10 yazdım ama tam emin değilim.</p>	<p><math>\frac{30}{3} = 10 = r = s = t</math> <math>r = 20</math> <math>s = 5</math> <math>t = 5</math> r sayısı, s ile t'nin toplamına eşit olduğuna göre, r sayısı s ve t sayılarından eşit miktarda sayı çıkartacak ve kendisine ekleyecek.</p>	<p><math>r = s + t</math> 4. r=20'ye niş toplamında eşit <math>r + s + t = 30</math> niş toplamı 30 eder <math>r + s + t = 10</math> hepsini 10 olarak buldum.</p>
<p><b>3. SORU</b> <math>m = 3n + 1</math> ve <math>n = 4</math> ise <math>m = ?</math></p>	<p><math>7 + 1 = 8</math> olur, çünkü 3n, yani <math>4 + 3 = 7</math> olur, <math>7 + 1 = 8</math> olur.</p>	<p><math>n=4</math> olduğu için <math>3n = 34</math>'tür. 34'e 1 ekleyince, <math>m = 35</math> olur.</p>	<p><math>n = 4</math> ise <math>3+1+4=8</math> eder. Çünkü verilen sayıları toplarız.</p>
<p><b>4. SORU</b> <math>n + 1, n + 4, n - 3, n, n - 7</math> .....(en küçük) .....(en büyük)</p>	<p>En büyük : <math>n</math> En küçük : <math>n + 4</math> <math>n</math> tek başına bir sayıdır ama <math>n+4</math> daha büyük bir sayıdır.</p>	<p>En küçük: <math>n + 4, n + 1, n</math> En büyük: <math>n - 7, n - 3</math></p>	<p><math>n+1, n+4, n-3</math> <math>n, n-7</math> <math>n+1 = 2</math> <math>n+4 = 6</math> <math>n-3 = 1</math> <math>n-7 = 1</math> <math>n</math>'i 1 olarak düşünüyorum. En küçük: 1 En büyük : 6 olarak düşünüyorum</p>
<p><b>5. SORU</b>  ise Ç (çevre) = ?</p>	<p><math>e + e + e = e^3</math></p>	<p>3 tane e'yi çarpıp, 3e olarak sonucu buldum.</p>	<p><math>e + e + e = 3 + e</math></p>
<p><b>6.SORU</b>  ise Ç (çevre) = ?</p>	<p><math>5 + 6 + 5 + u + u = u^2 + 16</math></p>	<p><math>6 + 5 + 5 + 6 + 6 = 28</math> çünkü 6'yla eşit buldum u'ları.</p>	

Ek. (devam)



<p><b>7.SORU</b></p>  <p>Dikdörtgenin alanı (A) nedir?</p>	<p><math>5 \cdot 2 = 10</math>. <math>e = 10e</math> olarak düşündüm, alan bence <math>10 \cdot e</math></p>	<p><math>e+2=2e</math> <math>2e \cdot 5</math> şeklinde</p>	<p>alan kenar x bir kenar ↓ <math>e+2 \cdot 5</math> ↓ <math>5e+2</math></p>
<p><b>8. SORU</b> Aşağıda verilen, n kenarlı bir çokgenin her bir kenarının uzunluğu 2 birim ise çevresi kaç birimdir? Neden?</p> 	 <p>18 yarısı=36 çevresi</p>	 <p><math>=18+1=19</math> <math>n=1</math> kenarları 2 olduğu için olanları topladım ve n'ye 1 ekledim çünkü n'yi bilmiyoruz</p>	<p>10 birim var, düşüncem 10 birimi 2 ile çarpmak <math>10 \times 2 = 20</math></p>
<p><b>9.SORU</b> <math>3n</math>'e 4 ekleyin ve sonucu ifade edin.</p>	<p><math>3n + 4 = 7n</math> olur</p>	<p><math>n = 0</math> ise <math>3n = 30 + 4 = 34</math></p>	<p><math>7n</math>, 3'le 4'ü toplayabiliriz.</p>
<p><b>10.SORU</b> <math>n + 5</math>'i 4 ile çarpın ve sonucu ifade edin</p>	<p><math>4n + 5</math> olur bence</p>	<p><math>5n \cdot 4 = 20n</math> olur</p>	<p><math>n + 5 = 1 + 5 = 6 \times 4 = 24</math> <math>n + 5 = 6</math>, 4 ile çarpımı ise 24 eder.</p>
<p><b>11.SORU</b> <math>L + M + N = L + P + N</math> ifadesi ne zaman doğrudur? Her zaman, bazen, asla? Neden öyle düşündüğünüzü açıklayınız</p>	<p>Her zaman doğrudur, çünkü sayılar aynı olmazsa işlem olmaz</p>	<p><math>L + M + N = L + P + N</math> <math>5 + 2 + 10 = 5 + 5 + 10</math> <math>M \neq P</math> büyüden asla değil değeri olmaz</p>	<p>çünkü <math>L+M+N \neq L+P+N</math> farklı sayılar kombinasyonu sıradaki olarak farklı sonuç çıkar</p>
<p><b>12.SORU</b> <math>2n</math> ya da <math>n + 2</math>? Hangisi daha büyüktür?</p>	<p><math>2n = n \cdot n</math> <math>2n &gt; n + 2</math> çünkü <math>n \cdot n</math>'in çarpımı <math>n + 2</math>'den büyüktür.</p>	<p><math>n + 2</math> büyüktür, <math>n + 2 = 3n</math> toplamı <math>3n</math> olduğu için daha büyük, <math>2n</math> aynı kalır.</p>	<p><math>2n</math>, çünkü <math>n + 2</math>, <math>3n</math>'de olabiliyor. O yüzden <math>3 + 2 = 5</math> ama <math>23</math> daha büyüktür.</p>

\* Bu tablo Öğrenci Çalışmaları dokümanının bir örneğidir. Bu tablo da öğrencilerin hatalı cevapları cevap kâğıtlarından birebir aktararak yazılmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilerin kâğıtlarından alınan orijinal çözümlerden oluşturulan doküman kullanılmıştır.

## Summary

**Purpose and Significance.** In recent years, some studies focusing on mathematics teachers' professional development (Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010; Sherin & van Es, 2005; Stockero, Rupnow, & Pascoe, 2017) have pointed out that mathematics teachers and prospective mathematics teachers should anticipate, notice and interpret students' different ways of mathematical thinking. On the other hand, other studies aimed at improving mathematics teachers and prospective mathematics teachers' knowledge of student thinking suggested that student written work obtained from real classrooms should be used as a learning tool to improve their ability to predict, notice and interpret students' thinking (e.g., Kazemi & Franke, 2004, Sánchez-Matamoros, Fernández & Llinares, 2015; Stephens, 2006; Talanquer, Bolger, & Tomanek, 2015).

Our aim in this study was to learn about prospective middle school mathematics teachers' (PSTs') awareness of students' common errors and incorrect responses, particularly the PSTs' ability to correctly anticipate their own students' misconceptions. To that end, we designed a learning environment in which PSTs first recorded their predictions of students' possible misconceptions, and then examined students' actual incorrect responses in the context of questions involving the use of letter variables in algebraic operations.

The findings of this study will inform PSTs' awareness regarding common student errors in manipulating variables in algebraic operations. Furthermore, the findings will also provide evidence of whether or not PSTs develop their awareness and improve their predictive powers as they work with actual student responses to identify their own false predictions.

**Methodology.** In this study, a case study research design was used as one of the qualitative research methods. This study was conducted in a methods course I offered in the Elementary Mathematics Education Department of a public university. A total of 44 PSTs in their third year enrolled in the course. The participants of this research were four junior pre-service middle school mathematics teachers (two female and two male), who were selected among the 44 PSTs.

As presented in Figure 1, the larger study included two stages. In the first stage of the study, a designed test using Küchemann's (1978) test items was implemented in a seventh-grade public middle school classroom to obtain student data. Next, the authors prepared a report of the student data that included various incorrect responses for each question on the test. In the second stage of the study, the PSTs first predicted the students' possible incorrect answers involving letter variables in algebra and algebraic operations. Then, they examined the students' actual incorrect responses. In each week, PSTs were given several questions (4, 6 and 2, respectively) and asked to write their answers down for the following questions: What answers would you expect the middle school students to give these questions? What incorrect answers would you expect the middle school students to give these questions?

Interview data were collected from the four PSTs regarding their predictions of students' incorrect responses. The data sources of this study were semi-structured, individual interviews about their predictions and before and after interviews about the PSTs' self-evaluations. Qualitative data analyses were carried out, and a descriptive analysis was conducted.

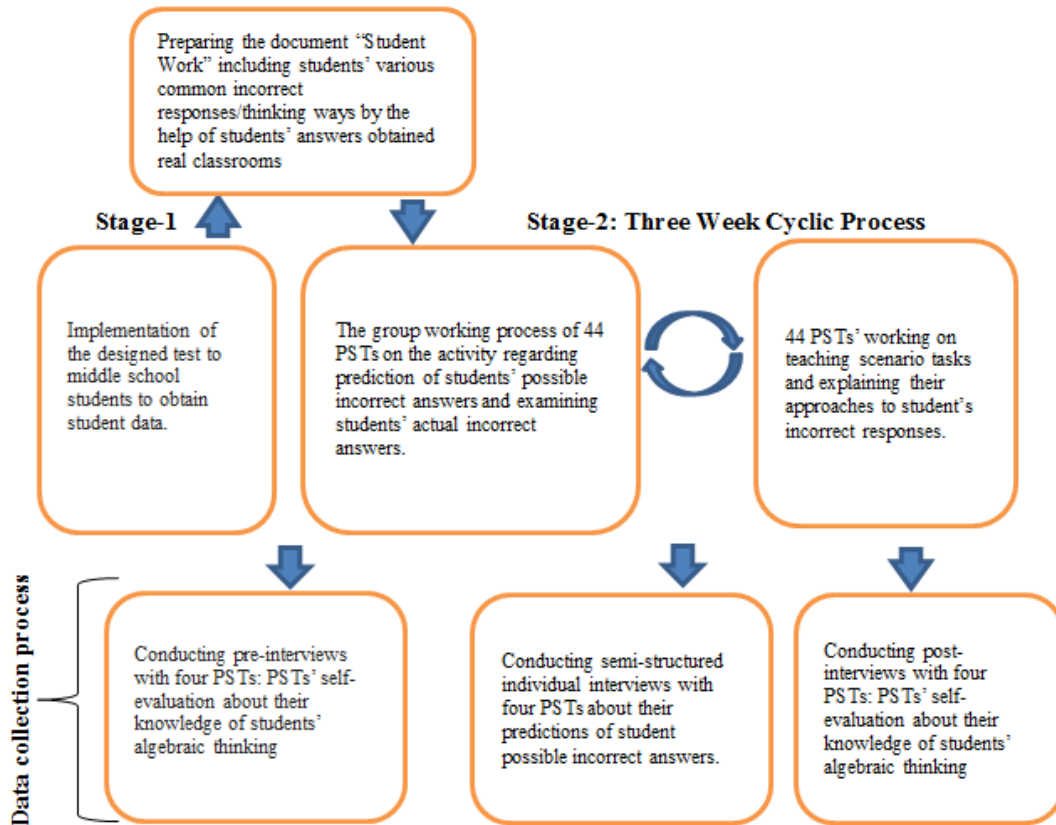


Figure 1. The design of the larger study and the data collection process of current research

**Results.** The findings of the study showed that while the four PSTs were aware of the most common student errors, they were not aware of the greater scope of errors that students could make. For all questions given in the first week, all PSTs made only a single prediction about students' possible errors before examining student solutions for these questions, although they could have offered more. The predictions also lacked a wide variety. In their predictions, for example, none of the PSTs suggested that one possibility for student incorrect thinking is the belief that the  $n$  in the algebraic expression  $3n$  signifies a missing number in the ones place of a two-digit number, such as 35. Furthermore, PSTs' predictions were limited to superficial explanations, such as, "They would get confused," or "They would make a calculation error."

On the other hand, the findings also showed that in the second and third weeks, the number of PSTs' predictions regarding possible student errors had relatively increased, and PSTs exhibited a greater effort in attempting to make their predictions from a student's point of view. That is to say, the findings showed a higher frequency of empathetic responses. However, the diversity of PSTs' predictions did not increase at the same level. For example, one of the PSTs, Elif, easily made more than one prediction for almost all of the questions given in the second week; yet, her predictions lacked substantial variety in identifying any underlying causes of errors. Therefore, the findings indicated that PSTs were still not aware of the breadth of divergence among student thought processes.

Furthermore, the self-evaluation data also supported that before examining students' actual incorrect responses, PSTs knew about a few of the common and salient errors of students. PSTs commonly indicated that because the given questions were quite easy for them, they thought that students would not make errors in many of the given questions. Also, PSTs stated that they increased their awareness of the possible errors made by the students while they examined students' various incorrect responses during three-weeks.

**Discussion and Conclusions.** This study examined four PSTs' awareness of students' possible incorrect responses to questions about fundamental algebraic concepts. The findings, which indicated that all of the participating PSTs' awareness of possible student errors and incorrect responses were limited—particularly at the beginning of the study—were in line with Dede and Peker's (2007) and Stephens' (2006) findings. One interpretation of this result might be related to common PST thoughts about the easiness of the given questions. Because the given questions were easy for them, they thought that these questions were also easy for the students; therefore, PSTs predicted that students would not make many errors while solving such questions. However, even when confronted with incorrect student responses in the given sample of student work, they recognized that students might make many more errors than they anticipated. The data provided evidence that a learning environment, in which PSTs made an in-depth examination of incorrect solutions—written by students and obtained from real classrooms—increased their awareness of students' incorrect thinking processes. Therefore, similar to findings of several studies (e.g., Kazemi & Franke, 2004; Sánchez-Matamoros, Fernández, & Llinares, 2015; Stephens, 2006), the findings of this study also suggest that close examinations of appropriate samples of students' actual work might be beneficial for fostering PSTs' awareness of possible student errors in a particular mathematical content area.