



## Analysis of 2nd-8th grade students' thinking approaches toward understand the concept of symmetry

Abdullah KAPLAN\*, Mesut ÖZTÜRK\*\*

**ABSTRACT.** The aim of this study is determine the thinking levels and the difficulties faced according to 2nd-8th grade students' progress for understanding the subject of symmetry. Developmental research methodology was conducted in the study. 42 students in the range of 2nd-8th grades, continuing their education in a primary and a secondary school in Gümüşhane province, participated in the study. In the study, instruments and clinical interview, which consisted of four questions developed by the researchers, were used. As a result of the study, it was determined that students of 2nd grade could not reach the half-analytic level, students of 3rd and 4th grade could not reach the analytic level, students of 5, 6 and 7th grade could not reach the analytic-synthetic level, and students of 8th grade were able to show each of the levels.

**Key Words:** Symmetry, thinking approaches, development level, difficulties in the subject of symmetry

### SUMMARY

**Purpose and Significance:** This study, which is expected to contribute to determine the gains according to class and age levels of the subject of symmetry which is started to be taken in the second grade of primary school was conducted in order to determine the thinking levels and the difficulties faced according to 2nd-8th grade students' progress for understanding the subject of symmetry.

**Methods:** Developmental research methodology was conducted in the study. 42 students in the range of 2nd-8th grades, continuing their education in a primary or secondary school in Gümüşhane province, participated in the study. In the study, an assessment instrument and clinical interview, which consisted of four questions developed by the researchers, were used. In order to ensure the content validity of the assessment instrument, the opinions of three math teachers and two field experts were received. As a result of the reliability calculation made by the method of test halving, the reliability value for test specimens was measured as .657. In the analysis of data, several examples of students' works were presented using frequency and percentage tables, and some of the data collected in the clinical interviews were presented by direct-transfer method.

**Results:** It was understood that the students in young age level, had difficulties in apprehending and perceiving the axis of symmetry. Students had difficulties in choosing a reference point and reflecting the figure according to that point. They had difficulty in perceiving the turning angle or rotate the figure in accordance with the angle given. Difficulties were encountered in maintaining the integrity of figure and perceiving the interior angle of the geometrical figure as the turning angle while rotating. In addition, the students were mistaken when they intended to determine the direction of rotation according to the figure while rotating. The students had difficulty in drawing the picture that would constitute the rotation result according to the reference point to be taken, apart from the figure. Instead of moving all the points of the figure created as a result of rotation, and uniting these with the correct pieces, they made mistakes as they rather moved and drew the figure according to a single point. Moreover, some of the students took a turning point outside the figure or they had difficulty in operating according to this turning point.

**Discussion and Conclusion:** As a result of the study, it was determined that students of 2nd grade could not reach the half-analytic level, students of 3rd and 4th grade could not reach the analytic level, students of 5, 6 and 7th grade could not reach the analytic-synthetic level, and students of 8th grade were able to show all the levels.

\* Prof. Dr., Atatürk University, Kazım Karabekir Faculty of Education [kaplan5866@hotmail.com](mailto:kaplan5866@hotmail.com)

\*\* Teacher, Gümüşhane Science and Art Centre, [mesutozturk@live.com](mailto:mesutozturk@live.com)

## 2-8. Sınıf Öğrencilerinin Simetri Kavramını Anlamaya Yönelik Düşünme Yaklaşımlarının İncelenmesi

Abdullah KAPLAN\*, Mesut ÖZTÜRK\*\*

**ÖZ.** Bu çalışma 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri konusunu anlamaya yönelik gelişimlerine göre düşünme düzeylerini ve yaşadıkları güçlükleri tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Gelişimci araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışmaya Gümüşhane ilinde bir ilkokul ve bir ortaokula devam eden 2-8. sınıf düzeyindeki 42 öğrenci katılmıştır. Çalışmada araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan dört sorudan oluşan ölçme aracı ve klinik mülakat kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda 2. sınıf öğrencilerinin yarı analitik düzeye çıkamadıkları, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin analitik düzeye ulaşamadıkları, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin analitik- sentetik düzeye ulaşamadıkları, 8. sınıf öğrencilerininse tüm düzeyleri gösterebilecekleri sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Simetri, düşünme yaklaşımları, gelişim düzeyleri, simetri konusundaki zorluklar

### GİRİŞ

Öğrenciler için okul, matematiği öğrenmenin ve geliştirmenin yeridir (Hiebert & Wearne, 2003). Okullarda öğretilen matematik, öğrenciye istenen matematik kültürünü ve matematiksel düşünme yeteneğini kazandırmayı amaçlamaktadır (Baki, 2006). Milli Eğitim Bakanlığı [MEB, 2013] ortaokul matematik öğretiminin amacını, öğrencilerin günlük yaşamda ihtiyaç duyabilecekleri matematiğe özgü bilgi, beceri ve tutumların kazandırılması olarak ifade etmektedir. İlkokul birinci sınıftan başlayan matematik dersi ön şartlılık ilkesi doğrultusunda (Altun, 2008), sarmal yaklaşımla beraber ileriki sınıf düzeylerinde geliştirilmektedir (Ersoy, 2006). Öğrencilerin gerçek hayata hazırlanmasında temel konulardan birisi de simetri konusudur. Çünkü matematikte simetri kavramı doğayla iç içe olan bir kavramdır (Dreyfus & Eisenberg, 1989). Bu kavram gerçek dünyayı algılamada iyi bir modeldir (Knuchel, 2004).

Temeli ilkokul birinci sınıfta eşlik kavramıyla atılan simetri kavramı (MEB, 2009) matematikte denklemler (Kieran, 1992), kesirler (Olkun ve Toluk-Uçar, 2012), alan konusu (Pesen, 2008) ve problem çözme (Dreyfus & Eisenberg, 1989; Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000) gibi pek çok konunun öğrenilmesinde ön şart konumunda bulunan bir kavramdır (Knuchel, 2004). İleri matematik içinde gerekli olan simetri konusu “grup” kavramının da temelini oluşturmaktadır (Kırıcı-Serenbay, Uluğ, Alay ve Yağlı, 2010). Simetri konusu matematikte olduğu kadar diğer disiplinler içinde en temel konulardan birisi olarak görülmektedir (Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000). Bu konu fen bilimlerinde aynalar, görüntü kavramı (Kocakulah, 2006) simetriyle ilişkili olmakla birlikte görsel sanatlarında en temel konularından birisidir (Osborne, 1986). Yanı sıra yansıma simetrisi, dönme simetrisi, öteleme gibi tüm konularıyla simetri İslami sanatta da fazlasıyla kullanılmaktadır (Cabrera, 2012; İsmail & Kasmin, 2007). Doğada hayvanlar üzerinde bitkiler üzerinde vs. pek çok yerde karşılaşılabilecek olan simetrik nesnelere öğrenciler için ilgi çekicidir (Bintaş, Altun & Arslan, 2003) ve bunların matematik dersinde kullanılması öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkileyeceğinden dolayı da önemli görülmektedir (Shaffer, 1997).

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) standartları göz önüne alındığında 3-5. Sınıf düzeyindeki öğrenciler simetri konusunda ötelemeyi, yansımayı ve iki boyutlu şekillerde dönmeyi öğrenirler. Bu düzeydeki öğrenciler simetri doğrusunu belirleyebilir, yansıma sonucunda oluşan şeklin benzerini bulabilir ve yansımasıyla şeklin ilişkisini belirleyebilirler (Knuchel, 2004). Ortaokul döneminde noktaya göre yansıma, çevirme ve dönmeyi yapabilirler (Bulf, 2007). Lise düzeyine gelindiğinde ise Kartezyen koordinat sisteminde dönme, kutupsal ve küresel olarak yansıma ve dönmeyi yapabilirler. Koordinatlar, vektörler ve matrisleri kullanarak uçak içindeki nesnelere dönmelemlerini anlayabilirler (Panaoura, Elia, Stamboulides & Spyrou, 2009).

\* Prof. Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, [kaplan5866@hotmail.com](mailto:kaplan5866@hotmail.com)

\*\* Öğretmen, Gümüşhane Bilim ve Sanat Merkezi, [mesutozturk@live.com](mailto:mesutozturk@live.com)

Türkiye'deki öğretim programları incelendiğinde eski öğretim programlarında simetri konusu 2-8. sınıf aralığındaki tüm sınıf düzeylerinde kazanım olarak verilmişken yeni ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde bu konu 7. ve 8. sınıf kazanımlarında görülmektedir (MEB, 2013). İlkokul programındaysa henüz bir değişiklik bulunmamaktadır.

Milli Eğitim Bakanlığı ortaokul 5 ve 6. sınıflar düzeyinde öğretim programından çıkarmış olsa da yapılan çalışmalar bu düzeydeki öğrencilerin simetri konusunu farklı düzeylerde anlayabildiğini göstermektedir. Nitekim Clements (2004)'e göre çocukta simetri kavramının gelişimi çocuğun ilk olarak asimetricle simetriyi ayırmasıyla başlar. Sonrasında dikey simetriyi fark eder. 12 yaşına gelen bir çocukta yatay ve dikey simetri algısı gelişir. Ancak simetri konusu oldukça geniş olduğundan dönme simetrisi gibi kavramlardan bazılarını bu yaş döneminde de oluşturamamış olabilirler.

Simetri kavramını anlamaya yönelik öğrenciler global düzey, yarı analitik düzey, analitik düzey ve analitik-sentetik düzey olmak üzere dört farklı düşünsel yaklaşım sergilemektedirler (Küchemann, 1981). Global düzeydeki öğrenci, nesneyi bir bütün olarak algılayarak yansıtabilir ve şekil ile yansıtması arasında görselliğe dayalı ilişkilendirmeler yapabilir. Yarı analitik düzeydeki öğrenciler, şekli parçalar halinde yansıtabilir. Yani önce verilen şeklin içindeki bir bölümü yansıtıp, sonra geri kalan kısmını uzaklık, açı gibi faktörleri de dikkate alarak yansıtabilir. Analitik düzeydeki öğrenciler, cismin merkezi veya köşe noktalarını kritik nokta olarak alarak şeklin noktalarının yansıtmasını alırlar ve sonra bu noktaları birleştirerek şeklin bütünü elde ederler. Analitik-sentetik düzeydeki öğrenciler, ilk üç düzeydeki düşünsel yaklaşımların tamamını koordineli olarak gerçekleştirirler (Aksoy ve Bayazit, 2009; Aygün ve Yemen-Karpuzcu, 2013; Yetiş & Ludwig, 2013).

Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin simetri konusunu anlamaya yönelik düşünme düzeylerini tespit etmeye ilgili yapılan çalışmalar bulunmaktadır (Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000). Mevcut çalışmalara göre öğrenciler önce yatay ve dikey simetri eksenini kavramlarını oluşturmakta ardından eğik simetri kavramını oluşturmaktadırlar. Bu çalışmalarda öğrencilerin düşünme düzeylerinin daha çok SOLO taksonomisine göre sınıflandırıldığı göze çarpmaktadır.

Didiş ve Ubuz (2010), sekizinci sınıf öğrencilerinin simetri konusunu anlamalarını SOLO taksonomisine göre değerlendirdikleri çalışmada öğrencilerin birçoğunun simetri konusundaki anlamalarının birkaç özelliğe göre yapılandığı çok az kısmının ilişkisel yapı seviyesine ulaştığını tespit etmiştir. Yansıma simetrisinde tüm öğrencilerin ilişkisel düzeyin altında kaldığını, simetri doğrusunu, simetrik şeklin özellikleri ve aralarındaki mesafe gibi konuları da bir arada değerlendiremediklerini ortaya çıkarmışlardır. Yine aynı çalışmada elde edilen bir diğer sonuç olarak ise öğrencilerin dönme simetrisini yapılandıramadıklarıdır.

Xistouri (2007), 4-6. sınıf öğrencilerinin simetri bilgilerini SOLO taksonomisine göre sınıflandırmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin %16'sının yapısız (prestructural) düzey için hedeflenen soruları çözebildiği, tek yapı (unistructural) düzeydeki iki sorunun çözülme yüzdesinin %31-%45 aralığında olduğu, çok yapı (multistructural) düzeyindeki başarının %15-%30 aralığında olduğu, ilişkisel (relational) düzeydeki başarınansa %1-%14 aralığında olduğunu tespit etmiştir. 4-6. sınıf öğrencilerinin en üst düzey olan kapsamlı soyutlama (extended abstract) düzeyine geçmiş olması beklenmediğinden bu düzey incelenmemiştir.

Simetri konusu pek çok konunun öğrenilmesinde ön şart konumunda olan bir konudur. Literatür incelendiğinde çeşitli yaş gruplarındaki öğrencilerin simetri konusunu öğrenmede yaşadığı zorlukları tespit etmeye yönelik pek çok çalışma yapıldığı görülmüştür (Köse, 2012; Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000). Öğrencilerin simetri konusundaki düşünme düzeylerini tespit eden çeşitli yaş grupları içinde yapılmış çalışmalar mevcuttur. Ancak yapılan tarama sonucunda ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin gelişimlerine göre simetri konusunu anlamaya yönelik ulusal olarak yapılmış çalışmaya rastlanılmamıştır. Öğrencilerin ilkökul ikinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar, simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme düzeylerinin belirlenmesi, simetri konusunun sınıf ve yaş düzeylerine göre kazanımlarını tespit etmede katkı sağlayabilir. Öğrencilerin simetri konusunu anlamada yaşadıkları zorlukların ortaya konulması, öğretmenler için bu konuyu öğretirken konudaki hangi kavramların üzerinde daha çok durması gerektiği konusunda da bir fikir sunabilir. Bu çalışma 2-8. Sınıf

öğrencilerinin simetri konusunu anlamaya yönelik gelişimlerine göre düşünme düzeylerini ve yaşadıkları güçlükleri tespit etmek amacıyla yapılmıştır.

### **Araştırma Problemleri**

İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin simetri konusunu anlamaya yönelik gelişimlerine göre düşünme düzeylerini ve yaşadıkları güçlükleri tespit etmek amacıyla tasarlanan bu çalışmada aşağıdaki alt problemlere çözüm aranmıştır.

- a) 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri konusunu anlamaya yönelik gelişimlerine göre düşünme yaklaşımları hangi düzeydedir?
- b) 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri konusunu öğrenmede yaşadıkları güçlükler nelerdir?

### **YÖNTEM**

Bu çalışma nitel araştırma tasarımına uygun olarak gelişimci araştırma yöntemi kullanılarak uygulanmıştır. Bu yöntemde araştırılan olgu, olay veya hususun süreç içerisinde belirli bir zaman diliminde nasıl değiştiği ve geliştiği incelenir (Çepni, 2010). Çalışmada bir örnekleme uzun süre çalışıp gelişim düzeylerini takip etmek yerine eşdeğer olabilecek örneklem üzerinde aynı zamanda çalışma yürütülmüştür. Yani ikinci sınıftan başlayarak sekizinci sınıfa kadar bir öğrencinin gelişimini izlemek yerine, her sınıf düzeyinde farklı öğrencilerle çalışılarak enlemesine çalışma yürütülmüştür.

### **Çalışma Grubu**

Bu çalışma 2013- 2014 eğitim yılının güz döneminde Gümüşhane ilinde bir ilkokul ve bir ortaokula devam eden öğrenciler içinden seçilmiş 2-8. sınıf aralığında ki 42 öğrenci ile yürütülmüştür. Klinik mülakat yöntemiyle derinlemesine inceleme yapmak amacıyla seçilen öğrencilerden ilkokul düzeyinde olanların seçimlerinde başarı düzeyleri dikkate alınarak sınıf öğretmenleri tarafından seçilmiştir. Ortaokul düzeyinde olanlara yine başarı durumları göz önünde bulundurularak matematik öğretmeni ile sınıf rehber öğretmenin önerisiyle belirlenmiştir. Her sınıf düzeyinde kendini ifade etme becerisine sahip ve gönüllü olan öğrencilerden dönem içerisindeki matematik ders notları göz önünde bulundurularak iki başarılı, iki orta düzeyde, ikide başarısız öğrenci seçilerek çalışma yürütülmüştür. Nitel araştırmalar genelleme amacı gütmeyen küçük örneklemle çalışıp durumu betimlemeye çalışan araştırmalardır. Bu sebeple nitel araştırmalarda küçük örneklemle çalışıp derinlemesine inceleme amaçlanır (Güler, Halıcıoğlu ve Taşgın, 2013). Bu çalışmada katılımcı sayısı düşük alınarak derinlemesine inceleme amaçlanmıştır.

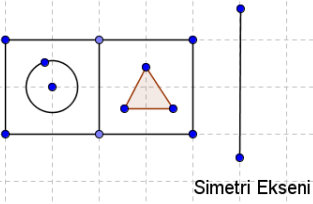
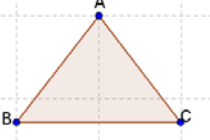
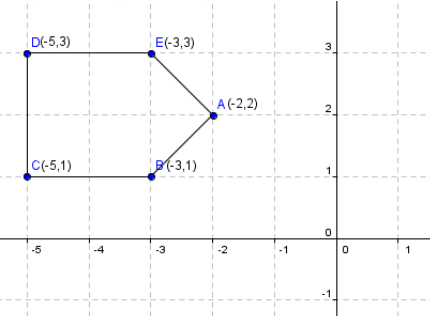
### **Veri Toplama Araçları**

Veri toplama aracı olarak literatür taramasından sonra araştırmacılar tarafından 8 açık uçlu sorudan oluşan bir ölçme aracı geliştirilmiştir. Ölçme aracının içerik geçerliğini arttırmanın en iyi yolu uzman görüşünden faydalanmak olarak görülmektedir (Çepni, 2010). Hazırlanan problemlerin ölçülmek istenen özelliği ölçüp ölçmediğini belirlemek amacıyla uzmanlara sunulmak üzere hazırlanan soruları ve simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme düzeyleri içeren belirtke tablosu hazırlanmıştır. Üç matematik öğretmeni ve iki alan uzmanından dönütler alındıktan sonra her düzeyden bir soru olmak üzere dört soru seçilmiştir. Alınan uzman görüşü doğrultusunda kapsam geçerliği sağlanmıştır.

Ölçeğin güvenilirlik hesabı için testi yarılama yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde testin iki eş yarisından elde edilen puanlar arasındaki korelasyona göre güvenilirlik tahmini yapılmaktadır (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2010). Rasgele şekilde iki eş parçaya ayrılan test maddeleri için güvenilirlik değeri 0,657 olarak ölçülmüştür. Bu değer Kayış (2009)'a göre oldukça güvenilirirdir.

Çalışmada sorulan sorular ve ölçülmek istenen düzeyler Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo.1.** Ölçme Aracındaki Maddeler

Sorular	
1. A, L, H, O harflerinden hangilerinin simetri eksenine sahip olmadığını belirleyerek, simetri eksenine olanların kaç tane simetri eksenine sahip olduğunu şekil çizerek gösteriniz?	
2. Yanda bir şekil ve simetri eksenine verilmiştir. Bu şeklin simetri eksenine göre yansımalarını bulunuz?	
3. ABC üçgeninin saat yönünde 90° döndürülmesi ile oluşan ABC üçgenini çiziniz?	
4. Şekildeki beşgen biçimli şeklin önce y- eksenine göre simetrisini alıp, sonra orijine göre saat yönünde 90° döndürdüğümüzde oluşacak şekli çiziniz koordinatlarını yazınız?	

Öğrencilerin simetri konusunu anlamaya yönelik düşünme düzeylerindeki farklılığı tespit etmek ve bu farklılığın sebeplerini irdeleyerek, üst düşünme düzeyine geçerken öğrencilerin yaşadıkları zorlukları incelemek amacıyla klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilişsel ve duyuşsal süreçteki anlamalarını ölçmek için kullanılabilen bir yöntemdir (Karataş ve Güven, 2003).

### Verilerin Analizi

Çalışma verilerinin analizinde düzeye göre hazırlanan sorulardan alınan cevaplar frekans tabloları halinde verilmiştir. Öğrenci çalışmalarından bazı örnekler ve klinik mülakat sonucunda elde edilen verilerden bazıları doğrudan aktarma yoluyla sunulmuştur. Öğrenci soruyu doğru olarak çözüp, yaptığı çözümü ifade ederken çözüm yolunu doğrulamışsa cevap doğru olarak kabul edilmiş ve öğrencinin bu soruya ait düzeye eriştiği kabul edilmiştir. Çözüm yapmadan doğru cevap veren öğrencilerle ve çözümde hata yapan öğrencilerle görüşülerek öğrencilerin çözümleri tam olarak ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Örneğin birinci soruda öğrenci A, L, H ve O harflerinden her birine ait simetri eksenini doğru bulan öğrencinin çözümü doğru kabul edilirken, sadece bir harfin simetri eksenini de yanlış yapmışsa çözüm doğru olarak kabul edilmemiştir. Bu şekilde dört ayrı sorunun her biri ayrı bir düzeyi tespit edecek biçimde yorumlanmıştır. Öğrenci birinci soruya doğru cevap vermiş diğer soruları yanıtlayamamışsa birinci düzeyde olduğu; sadece birinci ve ikinci düzeye ait sorulara cevap vermiş diğer sorulara cevap verememişse ikinci düzeyde; ilk üç soruya doğru cevap vermişse üçüncü düzeyde; tüm sorulara doğru cevap verebilmişse dördüncü düzeye ulaşmış olarak değerlendirilmiştir. Öğrenci bir önceki soruyu yanlış yapıp bir sonraki soruda doğru cevap vermişse bu öğrencinin yanlış cevabının hata mı yoksa kavram yanlışlığı mı olduğuna bakılmıştır. Öğrencinin yaptığı yanlış hata ise öğrenci üst düzeye geçmiş olarak kabul edilmiş, öğrencinin yanlış cevabı kavram yanlışlığıysa öğrenci üst düzeye geçememiş olarak değerlendirilmiştir. Çalışmada öğrencileri temsilen Ö harfi sonrasında sınıf düzeyini gösteren bir rakam ve öğrencileri temsilen alt indisle bir rakam verilmiştir. Mesela Ö2,

2. sınıfa devam eden 1 numaralı öğrenciyi temsil etmektedir. Araştırmacıyı temsilen de A harfi kullanılmıştır.

### **Süreç**

Ölçme aracı 2-8. sınıf düzeyindeki öğrencilere sınıf öğretmenleri ve araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Elde edilen veriler iki matematik öğretmeniyle değerlendirilmiş, yapılan çözümlene sonucunda seçilen öğrencilerle, seçilen sorular için derinlemesine inceleme amacıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Klinik mülakatlarda öğrencilerin yaptıkları hatalar derinlemesine incelenerek bir üst bilişsel düşünme düzeyine geçerken yaşadıkları sorunlar üzerinde durulmuş ve sebepleri incelenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin sorunları aşmalarında öğrencilere rehberlik etmeleri için öğretmenlere çeşitli öneriler sunulmuştur.

## **BULGULAR**

### **Öğrencilerin Simetri Konusunu Anlamaya Yönelik Gelişimlerine göre Düşünme Düzeyleri**

Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin sınıf düzeylerine göre düşünme düzeylerini içeren sorulara göre doğru ve yanlış yaptığı soruların dağılımı Tablo 2’de gösterilmiştir. (Tablo 2 bir sonraki sayfada gösterilmiştir).

Tablo 2 incelendiğinde ilkökul 2. Sınıf öğrencilerinden sadece birinci soruyu doğru cevaplayan öğrenciler varken (Öğrencilerin %33,33’ü) diğer soruları doğru cevaplayan öğrenci olmamıştır. Üçüncü sınıf öğrencilerinde birinci soruyu doğru cevaplayan (%83,33), öğrenci bulunurken; ikinci soruyu da doğru cevaplayan (%67,66) öğrenciler bulunmaktadır. Dördüncü sınıf öğrencilerinden birinci ve ikinci soruları doğru cevaplayan (%50) öğrenciler bulunmaktadır. İlkokul öğrencilerinin genel değerlendirilmesi incelendiğinde birinci ve ikinci soruyu doğru çözen öğrenciler olmakla birlikte, üç ve dördüncü soruyu doğru cevaplayan ilkökul öğrencisi olmamıştır.

Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin cevapları değerlendirildiğinde, 5. Sınıf öğrencilerinden birinci soruyu doğru yapan (%83), ikinci soruyu doğru yapan (%33,33) ve üçüncü soruyu doğru yapan (%33,33) öğrenciler vardır. 6. Sınıf öğrencilerinde birinci soruda (%83,33), ikinci soruda (%100), üçüncü soruda (%50) doğru yapan öğrenciler vardır. 7. Sınıf öğrencilerinde birinci soruyu (%100), ikinci soruyu (%100) ve üçüncü soruyu (%50) doğru yapan öğrenciler vardır. Ancak bu üç sınıf düzeyinde de dördüncü soruyu doğru yapan öğrenci bulunmamaktadır. 8. Sınıf öğrencilerinden %83,33’ü birinci soruyu, tamamı ikinci soruyu, %67,66’sı üçüncü soruyu ve %50’si dördüncü soruyu doğru yapmıştır. Dördüncü soruyu sadece 8. Sınıf düzeyinde doğru yapan sadece üç öğrenci bulunmaktadır.

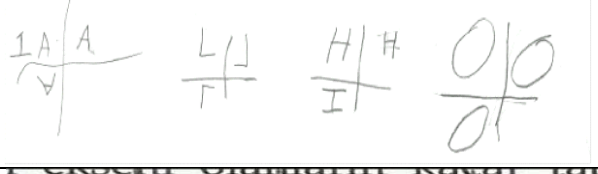
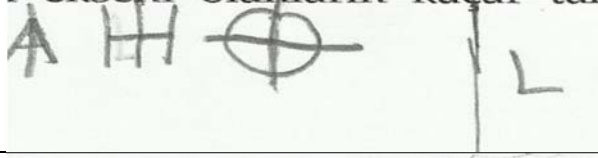
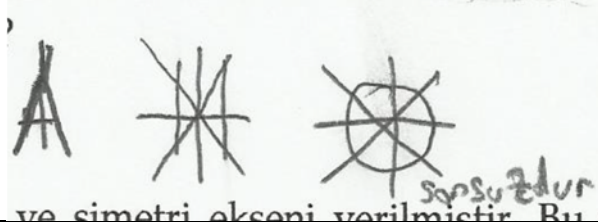
Tablo.2. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplara göre frekans ve yüzdelik dağılım

	1. Soru			2. Soru			3. Soru			4. Soru			Düzey			
	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru	Yanlış	Boş	1	2	3	4
2. Sınıf	Ö2 <sub>2</sub> ,Ö2 <sub>1</sub>	Ö2 <sub>3</sub>	Ö2 <sub>4</sub> ,Ö2 <sub>5</sub> Ö2 <sub>6</sub>	-	-	Ö2 <sub>1</sub> ,Ö2 <sub>2</sub> Ö2 <sub>3</sub> ,Ö2 <sub>4</sub> Ö2 <sub>5</sub> ,Ö2 <sub>6</sub>	-	-	Ö2 <sub>1</sub> ,Ö2 <sub>2</sub> , Ö2 <sub>3</sub> ,Ö2 <sub>4</sub> , Ö2 <sub>5</sub> ,Ö2 <sub>6</sub>	-	-	Ö2 <sub>1</sub> ,Ö2 <sub>2</sub> ,Ö2 <sub>3</sub> , Ö2 <sub>4</sub> ,Ö2 <sub>5</sub> ,Ö2 <sub>6</sub>	+	-	-	-
3. Sınıf	Ö3 <sub>1</sub> ,Ö3 <sub>2</sub> , Ö3 <sub>3</sub> ,Ö3 <sub>4</sub> , Ö3 <sub>6</sub>	Ö3 <sub>5</sub>	-	Ö3 <sub>1</sub> ,Ö3 <sub>2</sub> , Ö3 <sub>3</sub> ,Ö3 <sub>5</sub>	Ö3 <sub>4</sub> ,Ö3 <sub>6</sub>	-	-	-	Ö3 <sub>1</sub> ,Ö3 <sub>2</sub> , Ö3 <sub>3</sub> ,Ö3 <sub>4</sub> , Ö3 <sub>5</sub> ,Ö3 <sub>6</sub>	-	-	Ö3 <sub>1</sub> ,Ö3 <sub>2</sub> ,Ö3 <sub>3</sub> , Ö3 <sub>4</sub> ,Ö3 <sub>5</sub> ,Ö3 <sub>6</sub>	+	+	-	-
4. Sınıf	Ö4 <sub>1</sub> ,Ö4 <sub>2</sub> , Ö4 <sub>5</sub>	Ö4 <sub>6</sub>	-	Ö4 <sub>2</sub> ,Ö4 <sub>5</sub> , Ö4 <sub>6</sub>	Ö4 <sub>1</sub> ,Ö4 <sub>3</sub> Ö4 <sub>4</sub>	-	-	Ö4 <sub>1</sub>	Ö4 <sub>2</sub> ,Ö4 <sub>3</sub> , Ö4 <sub>4</sub> ,Ö4 <sub>5</sub> ,Ö4 <sub>6</sub>	-	-	Ö4 <sub>1</sub> ,Ö4 <sub>2</sub> , Ö4 <sub>3</sub> ,Ö4 <sub>4</sub> , Ö4 <sub>5</sub> ,Ö4 <sub>6</sub>	+	+	-	-
5. Sınıf	Ö5 <sub>1</sub> ,Ö5 <sub>2</sub> , Ö5 <sub>4</sub> ,Ö5 <sub>5</sub> , Ö5 <sub>6</sub>	Ö5 <sub>3</sub>	-	Ö5 <sub>2</sub> ,Ö5 <sub>4</sub>	Ö5 <sub>1</sub> ,Ö5 <sub>3</sub> Ö5 <sub>5</sub>	Ö5 <sub>6</sub>	Ö5 <sub>1</sub> ,Ö5 <sub>2</sub>	Ö5 <sub>3</sub>	Ö5 <sub>4</sub> ,Ö5 <sub>5</sub> , Ö5 <sub>6</sub>	-	-	Ö5 <sub>1</sub> ,Ö5 <sub>2</sub> , Ö5 <sub>3</sub> ,Ö5 <sub>4</sub> , Ö5 <sub>5</sub> ,Ö5 <sub>6</sub>	+	+	+	-
6. Sınıf	Ö6 <sub>1</sub> ,Ö6 <sub>2</sub> , Ö6 <sub>3</sub> , Ö6 <sub>4</sub> , Ö6 <sub>5</sub>	Ö6 <sub>6</sub>	-	Ö6 <sub>1</sub> ,Ö6 <sub>2</sub> , Ö6 <sub>3</sub> ,Ö6 <sub>4</sub> , Ö6 <sub>5</sub> ,Ö6 <sub>6</sub>	-	-	Ö6 <sub>1</sub> ,Ö6 <sub>2</sub> , Ö6 <sub>6</sub>	Ö6 <sub>3</sub> ,Ö6 <sub>4</sub> , Ö6 <sub>5</sub>	-	-	-	Ö6 <sub>1</sub> ,Ö6 <sub>2</sub> , Ö6 <sub>3</sub> ,Ö6 <sub>4</sub> , Ö6 <sub>5</sub> ,Ö6 <sub>6</sub>	+	+	+	-
7. Sınıf	Ö7 <sub>1</sub> ,Ö7 <sub>2</sub> , Ö7 <sub>3</sub> ,Ö7 <sub>4</sub> , Ö7 <sub>5</sub> ,Ö7 <sub>6</sub>	-	-	Ö7 <sub>1</sub> ,Ö7 <sub>2</sub> , Ö7 <sub>3</sub> ,Ö7 <sub>4</sub> , Ö7 <sub>5</sub> ,Ö7 <sub>6</sub>	-	-	Ö7 <sub>1</sub> ,Ö7 <sub>2</sub> , Ö7 <sub>3</sub>	Ö7 <sub>5</sub>	Ö7 <sub>4</sub> , Ö7 <sub>5</sub>	-	Ö7 <sub>1</sub> ,Ö7 <sub>2</sub>	Ö7 <sub>3</sub> ,Ö7 <sub>4</sub> , Ö7 <sub>5</sub> ,Ö7 <sub>6</sub>	+	+	+	-
8. Sınıf	Ö8 <sub>1</sub> ,Ö8 <sub>2</sub> , Ö8 <sub>3</sub> ,Ö8 <sub>4</sub> , Ö8 <sub>6</sub>	Ö8 <sub>5</sub>	-	Ö8 <sub>1</sub> ,Ö8 <sub>2</sub> , Ö8 <sub>3</sub> ,Ö8 <sub>4</sub> , Ö8 <sub>5</sub> ,Ö8 <sub>6</sub>	-	-	Ö8 <sub>1</sub> ,Ö8 <sub>2</sub> , Ö8 <sub>3</sub> ,Ö8 <sub>4</sub>	Ö8 <sub>6</sub>	Ö8 <sub>5</sub>	Ö8 <sub>1</sub> ,Ö8 <sub>2</sub> Ö8 <sub>3</sub>	Ö8 <sub>4</sub> ,Ö8 <sub>5</sub> , Ö8 <sub>6</sub>	-	+	+	+	+

## Öğrencilerin Simetri Konusunu Öğrenmede Yaşadıkları Güçlükler

Global düzeydeki öğrencileri tespit etmek amacıyla hazırlanan birinci soruda yanlış çözüm yapan öğrencilerin yapmış olduğu farklı çözümlerden bazı örnekler Tablo 3’de gösterilmiştir.

Tablo.3. Birinci soruyu yanlış yapan öğrencilere ait örnek çözümler

Öğrenci	Çözüm	Açıklama
Ö2 <sub>3</sub>		Öğrenci simetri ekseninin cismin üzerinde olduğunu tespit edememiştir. Kendi almış olduğu simetri eksenini cisim üzerinde yansıtmaktadır.
Ö4 <sub>6</sub>		Öğrenci dikey simetriyi bulabilmektedir. Bazı şekillerde yatay simetriyi tespit edebilmiş ancak eğik simetriyi kavrayamamıştır.
Ö6 <sub>6</sub>		Öğrenci yatay, dikey ve eğik simetrisinin farkındadır. Ancak eğik simetri kavramında aşırı genellemeye sahiptir. O harfindeki eğik simetrisini fark edebilmiş ancak H harfinde de aynılarını oluşturamamıştır.

Öğrenci çözümleri incelendiğinde öğrencilerden bazılarının simetri eksenini kavramını bilmediklerinden soruyu yapamadıkları, bazılarının bir cismin hangi simetri eksenlerine sahip olabileceğini kavrayamadığı görülmektedir. Öğrencilerden bazıları (3 öğrenci) L harfine de simetri eksenini bulmaya çalıştıkları için soruyu yanlış çözmüşler, bazıları H harfindeki ikinci simetri eksenini fark edememişlerdir. Bazı öğrencilerde O harfine yatay ve dikey olmak üzere sadece iki simetri eksenini bulduğu için soruyu yanlış çözmüşlerdir. Ö4<sub>6</sub> ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.


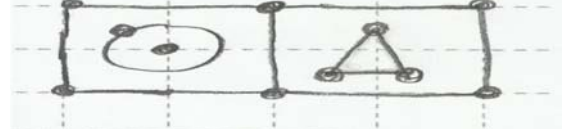
- Ö4<sub>6</sub> : “Öğretmenim A harfini kâğıdı yan katlarsak aynı olur. H harfinde de öyle. O harfini hem yana hem aşağı katlarsak yine aynıdır. L’de hiçbiri olmaz.”
- A : “Neden kâğıdı katlıyorsun?”
- Ö4<sub>6</sub> : “Simetri bulunurken kâğıt katlanır. Simetri çizgisi bulunmuş oluyor. Aynıysa simetridir yoksa değildir.”
- A : “H’yi kâğıdı başka şekilde katlayarak elde edemez misin?”
- Ö4<sub>6</sub> : “Hayır öğretmenim.”
- A : “O harfini neden aşağı katladın?”
- Ö4<sub>6</sub> : “Çünkü O harfi yuvarlak. Aşağıda katlasak aynı şekil oluşacaktır.”
- A : “Olabilecek tüm simetrisini bulduğunu düşünüyor musun, bunlardan başka da simetri olabilir mi?”
- Ö4<sub>6</sub> : “Öğretmenim kâğıdı sadece yana veya aşağı katlayınca simetri olur. Onu düşünerek bunları buldum.”

Diğer öğrencilerle yapılan mülakatlarda öğrencilerin bir kısmının simetri ekseninin kesinlikle simetriği alınacak şeklin dışında olması gerektiği gibi bir algı oluşturdukları görülmüştür. Bunun yanı sıra bazı öğrencilerinde (6 öğrenci) simetri eksenini aşırı genellediği ve bir şeklin eğik simetri doğrusuna göre simetriğini almakta zorlandığı görülmüştür.

Yarı analitik düzeydeki öğrencileri tespit etmeyi amaçlayan ikinci soru için öğrenci örnek çözümlerinden bazıları Tablo 4’de sunulmuştur.



Tablo.4. İkinci soruyu yanlış yapan öğrencilere ait örnek çözümler

Öğrenci	Çözüm	Açıklama
Ö3 <sub>6</sub>		Öğrenci bir parçayı yansıtmış ancak diğer parçayı yansıtırken önce yansıttığını referans almamıştır.
Ö3 <sub>4</sub>		Öğrenci şekli bir bütün olarak algılayarak taşımış ancak yansımalarını almamıştır.

Yarı analitik düşünme düzeyindeki öğrencileri ölçmeyi amaçlayan bu soruda öğrencilerden bazıları şekli parçalarla yansıtmış ancak birini referans alarak diğerini yansıtmamıştır. Yani iki parçayı ayrı yansıtmış, simetri eksenine uzaklıklarını ve birbirleriyle bitişik şekiller olduklarını göz ardı etmiştir. Diğer bir öğrenci grubu ise şekli olduğu gibi bütünüyle yansıtmış ancak şeklin içindeki her bir parçanın yer değiştirmesi gerektiğini algılayamamıştır. Şekli içinde farklı şekiller olmayan bir bütün gibi algılamış ve böylece simetrisini almışlardır. Ö3<sub>6</sub> ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.

Ö3<sub>6</sub> : “İki parçadan oluşan bir şekil. Önce yuvarlağını taşıdım, sonra üçgen olanını”

A : “Yuvarlak şekli neye göre taşıdın. Yani neden önce yuvarlağı çizdin, neden simetri eksenine bir kare boşluk bırakarak yaptın?”

Ö3<sub>6</sub> : “İki karede olur. Saymadım. Doğruya yakın olan o olduğu için önce onu taşıdım, sonra üçgeni taşıdım”

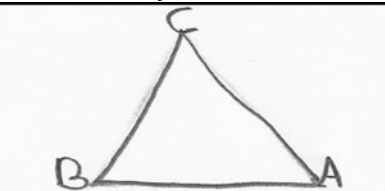
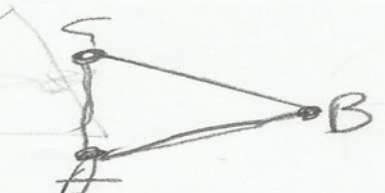
A : “Peki, yuvarlakla üçgen arasında neden bir kare boşluk bıraktın?”

Ö3<sub>6</sub> : “Yuvarlakla üçgen birbirine benzemesin diye ayrı bıraktım. Bence önce yuvarlak sonra üçgen gelmeli”

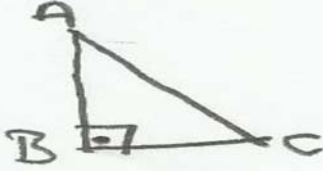
Bu soruyu yanlış yapan öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerden bazıları şekli bütün olarak düşündüklerini onun için yansıttıklarında da üzerindeki şekillerin değişmeden kalacağını düşünmektedirler. Bazı öğrencilerse simetriden ziyade bunu bir öteleme hareketi olarak algılamışlar ve şeklin boyutunu biçimini görünümünü değiştirmeden şekli taşımışlardır.

Analitik düzeydeki öğrencileri tespit etmek için hazırlanan üçüncü soru için yanlış çözüm yapan öğrenci çözümlerinden alınan bazı örnekler Tablo 5’de sunulmuştur.

Tablo.5. Üçüncü soruyu yanlış yapan öğrencilere ait örnek çözümler

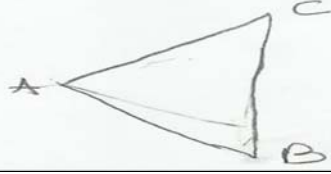
Öğrenci	Çözüm	Açıklama
Ö4 <sub>1</sub>		Öğrenciler üçgeni bütün bir şekil olarak döndürmüşler, dönme sonucu oluşan şekli tespit etmişlerdir. Ancak köşe noktaları ya da merkez noktası referans alınarak dönme oluşturulmadığı için yanlış yapmışlardır.
Ö5 <sub>3</sub>		Öğrenci şeklin dönmesini oluşturmuş ancak açıya göre dönme oluşturamamıştır. Soruda 90°lik dönme denilmiştir; ancak öğrenci 180°lik dönmeyi oluşturmaya çalışmıştır.

Ö6<sub>4</sub>



Öğrenci 90°lik dönme sonucu oluşacak şeklin, dik açıya sahip olan bir şekil olması gerektiğini düşünmektedir.

Ö8<sub>6</sub>



Dönmenin yönünü ve referans noktasına göre dönme anlayamamıştır.

Analitik düşünme düzeyindeki öğrencileri tespit etmeyi amaçlayan bu soruda öğrenci hatalarının; referans noktasından, dönme açısından ve dönme yönünden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin referans noktası seçme veya seçilen referans noktasına göre şekli taşıma konusunda zorluklar yaşadığı tespit edilmiştir. Bazı öğrenciler dönme açısını tespit etmede güçlük yaşamakta bazıları ise dönme sonucu şeklin içindeki açının o açıya eşit olacağını düşünmektedir. Ö8<sub>6</sub> ile yapılan mülakat aşağıda sunulmuştur.

Ö8<sub>6</sub> : "Şekli C noktasına göre 90° döndürdüm"

A : "Döndürmeyi nasıl yaptın?"

Ö8<sub>6</sub> : "BC kenarını aldım. C noktasının olduğu yere göre 90° döndürdüm."

A : "Neden bu yönde döndürdün?"

Ö8<sub>6</sub> : "Saat yönü sağ taraf oluyor bende sağ tarafa döndürdüm."

A : "Sağ taraf senin döndürdüğün tarafın ters yönü değil mi?"

Ö8<sub>6</sub> : "Hocam siz kendinize göre düşünüyorsunuz. Dönmede şekle göre düşünmek gerekir. Yani şeklin sağ tarafı benim döndürdüğüm taraf."

Yapılan mülakat sonucunda öğrencinin açıya göre dönmede referans aldığı noktada dahil olmak üzere dönme açısına kadar tümünü doğru yaptığı görülmüştür. Ancak öğrenci dönme yönüyle ilgili güçlük yaşamaktadır. Diğer öğrencilerle yapılan mülakatta öğrencilerden bazılarının referans noktasını seçmede güçlükler yaşadıkları referans noktasını seçebilen öğrencilerden bazılarının açıyı tespit etmekte zorlandıkları bazılarının dönme sonucunda noktaları karıştırdıkları tespit edilmiştir. Bazı öğrencilerinse dönme sonucunda şeklin büyüklüğü, biçimi gibi özelliklerinin korunması gerektiğini kavrayamadıkları tespit edilmiştir.

Dördüncü soru için yanlış çözüm yapan öğrenci çözümlerinden alınan bazı örnekler Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo.6. Dördüncü soruyu yanlış yapan öğrencilere ait örnek çözümler

Öğrenci	Çözüm	Açıklama
Ö8 <sub>5</sub>		Öğrenci şeklin simetrisini almış, orijine göre 90°lik dönme de yapmıştır. Ancak dönme yaparken bir noktaya göre dönme yapmış ve şekli diğer noktaları referans almadan bütünüyle taşımıştır.
Ö8 <sub>4</sub>		Öğrenci şeklin simetrisini almış ancak dönme orijine göre değil, şeklin bir köşesini referans alarak yapmıştır.

Analitik-sentetik düzeyi ölçmeyi amaçlayan bu soruyu öğrencilerin çoğu çözememiştir. Yanlış çözen öğrencilerin çözümleriyse dönme noktasını yanlış seçmekten veya tek noktaya göre önce yansıtmayı sonra simetriyi almasından kaynaklıdır. Aşağıda Ö8<sub>5</sub> öğrencisiyle yapılan mülakat sunulmuştur.

Ö8<sub>5</sub> : “Şekli tam ters çevirin diyordu tam ters çevirdim”

A : “Tam ters çevirin dediğini sorunun neresinden anladın”

Ö8<sub>5</sub> : “Simetri diyor ya, simetri demek ters çevir demek”

A : “Peki şekli neden koordinat sisteminde 4. bölgeye aktardın?”

Ö8<sub>5</sub> : “90° döndür denildiği için.”

A : “90° döndürmeyi nasıl yaptın?”

Ö8<sub>5</sub> : “A noktası yatayda 2 dikeyde 2 birimi gösteriyor. Aşağıya çevirdiğin zaman x-ekseninin altında 2br olur. Onun için A noktasını aldım ona göre şeklin devamını çizdim”

cevabını vermiştir. Ö84 öğrencisiyle yapılan klinik mülakat sonucu toplanan veriler oldukça ilginçtir. Öğrenciyle yapılan ilk mülakatta öğrenci “önce döndürdüm sonra yansıttım” diyerek özet bir cevap vermiştir. Bu ifade şeklin saat yönünün tersi yönde şeklin köşesine göre 90° dönme yapıp, sonra simetrisi alındı gibi düşünülmüştür. Benzer bir cevap veren Ö86 öğrencisiyle derinlemesine inceleme yapmak amacıyla yapılan ikinci mülakatta anlaşıldı ki, öğrenci şekli orijine göre 90° döndürmüş daha sonra şeklin kendi içinde bir simetri eksenini belirleyerek şekli tam tersi yönüne çevirmiş ve beşgenin sivri ucu aşağı yöne bakarken yukarı yöne çevirmiştir.

Soruyu doğru çözen öğrencilerle yapılan görüşmede öğrencilerin bu konudaki kavramsal anlamalarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler dönmeyi sadece işlemsel boyutlarıyla yapabilmektedirler. Öğrencilerden birisi sorunun çözümünü “Y-eksenine göre simetri alınırken x’in işareti değiştirilir. 90°lik dönme yaparken de x ile y yer değiştirilir. Hangi bölgeye gelmişse o bölgenin işareti konular” şeklinde anlatmışlardır. Bu öğrencilere şekli nasıl çizdikleri sorulduğunda, en son durumda bulunan koordinatlara göre şekli çizebileceklerini belirtmişlerdir.

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Öğrencilerin öğrenme düzeylerinin tespit edilmesine yönelik yapılan çalışmalarda öğrencilerin düzeyleri daha çok öğrencilerin yaşadığı zorluk ve kavram yanlışlarıyla ilişkilendirilmiştir. Nitekim bu çalışma da Gümüşhane ilinde seçilen bir ilkokul ve bir ortaokuldaki öğrencilerin simetri konusunu öğrenmede yaşadığı zorluklar ve yaptığı yanlışlıklar incelenerek öğrencilerin düzeyleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışma sonuçları durumu betimlemeye yöneliktir. Çalışma sonucunda okuyucuya fikir verme amaçlanmış olup genelleme yapılmamıştır.

Bu çalışma Gümüşhane ilindeki bir ilkokul ve bir ortaokula devam öğrencilerinin simetri konusunu anlamadaki düşünme düzeylerini betimlemek ve düzeyler arası geçişte yaşadıkları zorlukları incelemek amacıyla yapılmıştır. Yapılan bu çalışmanın sonucunda ilkokul öğrencilerinin çoğunlukla birinci (Global düzey) ve ikinci düzeyde (Yarı analitik düzey) kaldıkları görülmüştür. Bu çalışmaya katılan ilkokul öğrencilerden analitik düzey ve analitik-sentetik düzeyde sorular çözebilen öğrenciler olmamıştır. İlkokul ikinci sınıf öğrencilerininse yarı analitik düzeye çıkamadıkları tespit edilmiştir. Bu durum ilkokul matematik öğretim programının üst düzey beceri gerektiren kazanımları içermemesinden kaynaklanmış olabilir (MEB, 2009). Ortaokul öğrencilerinden dört düşünme düzeyinde de öğrenciler olduğu bulunmuştur. Çalışmaya katılan 5. sınıf öğrencilerinin %33’ü analitik düzeyde, %17’si yarı analitik düzeydedir. İlk düzey olarak global düzey kabul edildiğinden 5. sınıf öğrencilerinin %50’si global düzeyde kalmıştır. 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin %50’si analitik düzeyde, %50’si ise yarı analitik düzeydedir. Çalışmaya katılan 8. sınıf öğrencilerininse %50’sinin analitik-sentetik düzeyde, %17’sinin analitik düzeyde ve %33’ünün yarı analitik düzeyde olduğu tespit edilmiştir. 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinden ilk üç düzeyde öğrenciler olduğu tespit edilmişken analitik-sentetik düşünme düzeyinde öğrenci tespit edilememiştir. Böyle bir sonuç çıkmasının sebebi bu çalışmada analitik-sentetik düzeyi ölçmeye yönelik olarak sorulan dördüncü sorunun sekizinci sınıf kazanımlarına hitap eden bir soru olması olabilir (MEB, 2013). Çalışmaya katılan sekizinci sınıf öğrencilerinde ise analitik-sentetik düzeye kadar her düzeyde öğrenci tespit edilmiştir. Bu sonuç göstermektedir ki 8. sınıf düzeyindeki bir öğrenci analitik-sentetik düzeyde bulunabileceği gibi Global düzeyde de kalmış olabilir.

Aygün ve Yemen-Karpuzcu (2013) ilköğretim matematik öğretmenliği öğretmen adaylarıyla yansıma simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme düzeylerini tespit etmeye yönelik yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının %10'unun global düşünme düzeyinde, %24'ünün yarı analitik düzeyde %28'inin analitik düzeyde ve %52'sinin analitik-sentetik düzeyde düşünme yaklaşımı sergilediğini tespit etmişlerdir.

Küçük yaş düzeyindeki öğrencilerin simetri eksenini kavramakta ve algılamakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. İlerleyen yaşta simetri eksenini kavrayan öğrencilerinse öncelikle dikey ve yatay simetriyi algıladıkları eğik simetriyi algılamakta zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Sınıf düzeylerine bakıldığında küçük yaş düzeyindeki öğrencilerde yatay ve dikey simetriyi algılayabilmektedir. Ancak O harfinde ki eğik simetri eksenini daha üst sınıflarda kavrayabilmektedirler. Bu sonuç daha önce yapılmış çalışmalarla paralellik göstermektedir (Didiş ve Ubuz, 2010; Grenier, 1988; Köse ve Özdaş, 2009; Köse, 2012; Xistouri, 2007). Eğik simetriyi algılayamayan bazı öğrenciler cisim üzerinde eğik simetriyi algılamış olmasına rağmen farklı şekillerin eğik simetri eksenine göre simetrilerini almada zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Bornstein & Stiles-Davis (1984) 4-6 yaş çocuklarının simetri algısının gelişimi incelemiştir. Bu çalışmada 4 yaş grubu çocuklarının dikey simetriyi, 5 yaş grubu çocuklarının yatay ve dikey simetriyi, 6 yaş grubu çocuklarınınsa dikey, yatay ve eğik simetriyi algılayabildiği tespit edilmiştir.

Öğrenciler referans noktası seçmede ve referans noktasına göre şekli yansıtmada zorluklar yaşamaktadırlar. Şekli bir bütün olarak algılamaktadırlar ancak şekli oluşturan küçük parçalarında yansıtılması gerektiğini algılayamamışlardır. Yani öğrenciler parçalardan oluşan bir şekli yansıtırken bir bütün olarak düşünmekte ve bundan kaynaklı zorluklar yaşamaktadırlar. Bazı öğrenciler ise simetri almak yerine öteleme yapmışlardır. Köse (2012) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin simetriyi öteleme gibi algılayıp bundan kaynaklı güçlükler yaşadığı tespit edilmiştir.

Öğrenciler şekli bir bütün olarak döndürmeye çalışmakta, döndürmede bir referans noktası tespit edip bu noktaya göre şekli döndürmemektedirler. Dönme açısını algılamakta veya verilen açığa göre şekle dönme yaptırmakta zorluk çekmektedirler. Şeklin bütünlüğünü koruyamayıp dönmede geometrik şeklin iç açısını dönme açısı olarak algılamada yaşanan güçlükler tespit edilmiştir. Ayrıca öğrenciler dönmede dönme yönünü şekle göre belirlemek gibi bir yanılğı içerisindedirler. Yani saat yönünü sağa doğru bilen bir öğrenci bunu şeklin sağına doğru döndürmek gibi bir yanılığa düşebilmektedir.

Öğrenciler şeklin dışında alınacak bir referans noktasına göre dönme sonucu oluşacak görünümü çizmede güçlük yaşamaktadırlar. Dönme sonucu oluşan şekli bütün noktalarını taşıyıp doğru parçalarıyla birleştirmek yerine tek noktaya göre taşıyıp sonra şekli çizmekten kaynaklı hatalar yapmaktadırlar. Ayrıca bazı öğrenciler şeklin dışında dönme noktası almakta veya bu dönme noktasına göre işlem yapmakta güçlük çekmektedirler. Öğrenciler konuyu öğrenirken sadece işlemsel bilgi boyutuyla öğrenip kısa yolları ezberlemekteler bu sebeple kavramsal bilgiyi kullanamamaktan kaynaklı hatalara düşmektedirler. Kavramsal bilgiye göre soruyu çözen öğrencilerden işlemsel bilgilerde hataya düşebilmektedirler. Bu sebeple öğrencilerin bu konuyu sadece kavramsal ya da sadece işlemsel bilgi boyutuyla öğrenmelerinden kaynaklı güçlükler yaşadıkları söylenebilir.

Çalışmadan elde edilen bulgular ışığında öğrencilerin öncelikle düşey ve yatay simetri kavramlarını algıladıkları bu kavramların oluşturulmasından sonra eğik simetri kavramını anladıkları tespit edilmiştir. Öğrenci simetri eksenini kavradıktan sonra şekli bütün olarak taşıma aşamasına geçmektedir. Bir sonraki aşamada öğrenci, şekilleri taşıırken önce noktaları taşımakta sonra noktaları birleştirerek şeklin görüntüsünü oluşturmaktadır. Son aşama olarak öğrenci kendisi bir referans noktası tespit etmekte, bu referans noktasına göre şekli taşımaktadır.

## ÖNERİLER

Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre çalışmaya katılan öğrencilerin simetri konusunda çeşitli güçlükler yaşadığı tespit edilmiştir. Bu güçlükleri gidermeye yönelik öğretmenlerin kavramsal bilgiyi sağlamaya yönelik etkinlikler tasarlaması gerektiği açıktır. Bunun için eğitim kademesinde sınıf düzeylerine göre öğretimde simetri aynasının kullanımı; taşıtlar, kelebek, insanlar gibi hayatın kendisi

olan varlıklar üzerinde ve İslami eserlerdeki simetrilerin öğrencilere buldurulması gibi etkinlikler öğrenciler için oldukça önemli görülmektedir. Küçük yaştaki öğrencilerin simetri eksenini iyi tanınması ve çeşitli somut şekiller üzerinde simetri eksenini bulduktan sonra kağıt üzerinde simetri buldurulmaya çalışılması önemlidir. İlerleyen yaş grupları için dönmenin öğretiminde Logo, Cabri, GeoGebra, Geometer's Sketchpad gibi Dinamik Geometri Yazılımlarının kullanılması (Akkaya, Tatar ve Kağızmanlı, 2011; Baki, 2002; Knuchel, 2004) öğrencinin ilgisini çekebileceği gibi öğrenmesini de güçlü kılacağı için önerilmektedir.

## KAYNAKÇA

- Aksoy, Y. ve Bayazit, İ. (2009). Simetri kavramının öğrenim ve öğretiminde karşılaşılan zorlukların analitik bir yaklaşımla incelenmesi. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.) *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (1. Baskı) içinde (s. 187- 215). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi
- Akkaya, A., Tatar, E. ve Kağızmanlı, T.B. (2011). Using dynamic software in teaching of the symmetry in analytic geometry: the case of geogebra. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 15, 2540-2544
- Altun, M. (2008). *İlköğretim İkinci Kademe (6,7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi* (5. Baskı). Bursa: Erkam Matbaası
- Aygün, B. ve Yemen-Karpuzcu, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sınıf düzeylerine göre yansıma simetrisi düşünme düzeylerinin ve hatalarının incelenmesi. *12. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenliklerinde sunulmuş bildiri*, Ankara, Hacettepe Üniversitesi
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve Öğretenler için Bilgisayar Destekli Matematik*. İstanbul: Uygun Basın ve Tic. Ltd. Şti.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*, (3. Baskı). Trabzon: Derya Kitabevi
- Bornstein, M. H. & Stiles-Davis, J. (1984) Discrimination and memory for symmetry in young children. *Developmental Psychology*. 20(4), 637- 649
- Bintaş, J., Altun, M. ve Arslan, K. (2001). Gerçekçi matematik eğitimi ile simetri öğretimi. *Matematikçiler Derneği Matematik Sempozyumu*. Milli Kütüphane, Ankara
- Bulf, C. (2007). The use of everyday objects and situations in teaching mathematics: the symmetry case in French teaching geometry. *Paper Present at the Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Larnaka.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2010). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları
- Cabrera, O. (2012). *Applications of Symmetry in Mathematics, Physics & Chemistry* (First Published). Delhi: White Word Publications
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. In D.H. Clements, J. Sarama & A.M. Dibiasse (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. (pp. 267-297). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (5. Baskı). Trabzon: Yazarın kendi yayını
- Didiş, M.G. ve Ubuz, B. (2010, Ekim). *Öğrencilerin simetri konusundaki anlamalarının SOLO taksonomisine göre değerlendirilmesi*. 9. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenliklerinde sunulmuş bildiri, Trabzon, Karadeniz Teknik Üniversitesi
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1989). Symmetry in Mathematics Learning. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*. 90(2), 53-59.
- Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim-Online*. 5(1). 30-44. Online: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Yayınlanmamış Doktora Tezi Université Joseph Fourier-Grenoble I. Online: <http://tel.archives-ouvertes.fr>
- Güler, A., Halicioğlu, M.B., & Taşgın, S. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (2003). Developing understanding through problem solving. In H.L. Schoen & R.I. Charles (Eds.), *Teaching Mathematics through Problem Solving Grades 6-12* (pp. 3-14). Reston, VA: NCTM
- Ismail, Z., & Kasmin, M. (2007). Creating Islamic art with interactive geometry software. *Smart Teaching & Learning: Re-engineering ID, Utilization and Innovation of Technology*. 2. 1214- 1220
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim-Online*. 2(2). 2-9 Online: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Kayış, A. (2009). Güvenirlilik analizi. Ş. Kalaycı (Ed.). *SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*. (4.Baskı) içinde (s. 404-424). Ankara: Asil Yayın Dağıtım Ltd. Şti.

- Kırıncı-Serenbay, S., Uluğ, D., Alay, B. ve Yağlı, G. (2010, Ekim). *Simetrisinin Güzelliği*. 9. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenliklerinde sunulmuş bildiri, Trabzon, Karadeniz Teknik Üniversitesi
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan
- Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*. 1(1). 3-8
- Kocakülah, A. (2006). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin görüntü kavramı ve düzlem aynada görüntü oluşumu ile ilgili kavramsal anlamaları. *Gazi Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*. 7(1). 157- 173
- Köse, N.F. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. Sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirleniyorlar?. *İlköğretim Online*, 8(1). 159- 175 Online: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Köse, N.F. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42, 274-286
- Küchemann, D.E. (1981). Reflections and rotations. In K.M. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16* (137-157). London: John Murray Publishers
- Leikin, R., Berman, A., & Zaslavsky, O. (2000). Applications of symmetry to problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 31(6), 799-809.
- Olkun, S. ve Tolgun-Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. (5. Baskı). Ankara: Eğiten Kitap
- Osborne, H. (1986). Symmetry as a aesthetic factor. In I. Hargittai (Ed.), *Symmetry: Unifying Human Understanding* (pp. 77-82). Oxford: Pergamon Press
- Panaoura, A., Elia, I., Stamboulides, N. & Spyrou, P. (2009). Students 'structure for the understanding of the axis of reflective symmetry in mathematics. *Acta Didactica Universitatis Comenianae. Mathematics*, 9, 41-62.
- Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Göre Matematik Öğretimi*. (4. Baskı). Ankara: Sempati Yayınevi
- Shaffer, D. W. (1997). Learning mathematics through design: The anatomy of Escher's world. *The Journal of Mathematical Behavior*. 16(2). 95- 112
- TC Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.(2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7. ve 8. sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Online: <http://ttkb.meb.gov.tr>
- TC Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.(2009). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Online: <http://ttkb.meb.gov.tr>
- Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaka.
- Yetiş, S. & Ludwig, M. (2013). Plane geometry: diagnostic and individual support of children through guided interviews- a preliminary study on the case of line symmetry and axial reflection. *Eight Congress of European Research in Mathematics Education*, Antalya.