



## Comparative study of numerical formulations developed for constitutive modeling of static and dynamic behavior of saturated sands: Proposal of a new hardening law

Mehmet Barış Can Ülker

Institute of Disaster Management, Earthquake Engineering Program, Istanbul Technical University, İstanbul, 34469, Turkey

### Highlights:

- Constitutive modeling of static behaviors of loose and dense sands
- Constitutive modeling of cyclic behaviors of loose and dense sands
- Modeling of cyclic behavior with the proposed hardening law

### Keywords:

- Constitutive modeling
- Generalized plasticity
- Sands
- Hardening

### Article Info:

Research Article  
Received: 13.03.2019  
Accepted: 31.01.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.528145

### Acknowledgement:

Support of EU MC-CIG project grant DRISCS with number 333831 is highly acknowledged

### Correspondence:

Author: M.B. Can Ülker  
e-mail: mbulker@itu.edu.tr  
phone: 90 212 285 7529

### Graphical/Tabular Abstract

In this study, both static and dynamic constitutive behaviors of saturated sands are modeled using the Generalized Plasticity Theory. Analyses performed using a yield surface and a potential surface in the model are compared with the results obtained without any surface definition. The need for including such mathematical functions, which makes a distinction between the elastic and plastic behavior of sands is questioned here. In this paper, firstly the unit vectors for loading and plastic flow directions are defined and the static and dynamic response of sands are calculated. Then, yield and potential surfaces are derived by integrating these unit vectors and the constitutive relations are presented for the two formulations in terms of a number of triaxial test simulations on saturated loose sands (see Figure A). In the second part of the study, a new hardening law is proposed within the generalized plasticity formulation using the surface definitions. The plastic loading modulus is also updated with a newly proposed kinematic interpolation rule and the liquefaction behavior of loose sands is remodeled.

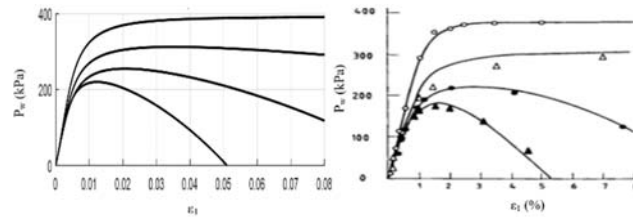


Figure A. Monotonic pore pressure results for various relative density sands simulated in this study

**Purpose:** The main purpose of this research is understanding the static and dynamic behaviors of saturated sands through theoretical frameworks of constitutive models.

### Theory and Methods:

Theoretical approach taken in this study is the generalized plasticity model. The model is formulated in two ways where in one there is no yield or a potential surface defined in the theory and in the other such surface definitions are made and plastic strains as well as the stress-strain relationship of sandy soils are evaluated accordingly in static and dynamic simulations. A new hardening law is proposed and such calculations are done based upon this new method within the generalized plasticity framework.

### Results:

First, drained and undrained static triaxial tests were simulated. Then, dynamic behavior of loose sand was modeled without surface definitions, and all the results were found to be fairly matching with experiments. A new hardening rule was also proposed and the liquefaction of loose sands was modeled. The results were tested with undrained cyclic triaxial tests. While the results were particularly consistent with experiments in stress-controlled triaxial tests, contractive behavior was not equally comparable with the test results. The reason is that the plastic hardening modulus, which is compatible with the newly developed hardening law, could not capture the behavior with the same accuracy in extension. On the contrary, liquefaction and cyclic mobility behavior of loose sand could be qualitatively and quantitatively modeled with acceptable accuracy.

### Conclusion:

This study reveals that in modeling the constitutive behavior of saturated sands, although there is not a significant need for a surface function, the hardening rule proposed in this study, as incorporated into a surface-defined formulation of the generalized plasticity model, simplifies the model significantly facilitating the implementation of the model into finite elements. The model also captures the liquefaction of loose sands fairly well.



## Doygun kumların statik ve dinamik davranışlarının bünyesel modellenmesine yönelik geliştirilen sayısal formülasyonların karşılaştırmalı çalışması: Yeni bir pekleşme kuralı önerisi

Mehmet Barış Can Ülker\*

İstanbul Teknik Üniversitesi, Afet Yönetimi Enstitüsü Deprem Mühendisliği Anabilimdalı, Sanyer 34469 İstanbul, Türkiye

### Ö N E Ç I K A N L A R

Gevşek ve sıkı kumların statik davranışlarının bünyesel modellenmesi

Gevşek ve sıkı kumların dinamik davranışlarının bünyesel modellenmesi

Önerilen yeni pekleşme kuralı ile tekrarlı davranışın modellenmesi

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 13.03.2019

Kabul: 31.01.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.528145

### Anahtar Kelimeler:

Bünye modellenmesi,  
genelleştirilmiş plastisite,  
kumlar,  
statik ve dinamik davranış,  
pikleşme

### ÖZET

Günümüze kadar pek çok çalışma kumların bünye davranışlarını modellemek üzere teoriler önermiş, klasik deneylerle bu teoriler belli ölçüde doğrulanmıştır. Kumların gözlenen tipik gerilme-şekil değiştirme davranışını yakalayabilen teoriler, sonrasında geliştirilen sayısal yazılımlara aktararak birçok geoteknik mühendisliği probleminin çözümünde kullanılmıştır. Bu hedeften uzaklaşmadan, halen yeni modeller geliştirilmekte, kaydedilen ilerlemeler daha çok ilgili sayısal formülasyonların en efektif nasıl integre edileceği ya da en geniş yelpazede zemin davranışının daha az model parametresiyle nasıl modelleneceğine odaklanmaktadır. Bu çalışmada suya doygun kumların statik ve dinamik davranışları teorik olarak modellenmiştir. Genelleştirilmiş Plastisite Teorisi kapsamında, modelde kullanılan bir akma ve potansiyel yüzeyiyle yapılan analizler, hiçbir yüzey tanımı yapmadan alınan analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Kumlarda elastik ve plastik davranışları ayıran ve plastik deformasyonların hesabında kullanılan yüzey fonksiyonlarına olan ihtiyaç burada sorgulanmıştır. Çalışmada önce kum zeminin plastik davranışı birim vektörlerle hesaplanmıştır. Ardından birim vektörlerin integrasyonu ile akma yüzeyi ve potansiyel fonksiyonu çıkartılmış, zemine ait bünye ilişkileri, üç eksenli deney simülasyonlarıyla, iki farklı formülasyon için karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Çalışmanın ikinci bölümünde, yüzey tanımlı formülasyonda kullanmak üzere yeni bir pekleşme kuralı geliştirilmiştir. Beraberinde önerilen yeni bir interpolasyon kuralı ile plastik yüklemeye modülü güncellenmiş ve gevşek kumların sıvılaşma davranışı mevcut statik ve dinamik üç eksenli deneyleriyle doğrulanarak yeniden modellenmiştir.

## Comparative study of numerical formulations developed for constitutive modeling of static and dynamic behavior of saturated sands: Proposal of a new hardening law

### H I G H L I G H T S

Constitutive modeling of static behaviors of loose and dense sands

Constitutive modeling of cyclic behaviors of loose and dense sands

Modeling of cyclic behavior with the proposed hardening law

### Article Info

Research Article

Received: 13.03.2019

Accepted: 31.01.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.528145

### Keywords:

Constitutive modeling,  
generalized plasticity,  
sands,  
static and dynamic behavior,  
hardening

### ABSTRACT

To date, many studies have proposed theories to model the load-induced behavior of sands which have been verified, to some extent, by classical experiments. Theories that can capture the typical stress-strain relationship of sands were then transferred into numerical softwares used in the solution of many geotechnical engineering problems. Without ever moving on from this goal, new models are still being developed, and the progress that has been made thus far now focuses more on how to integrate relevant numerical formulations in the most effective manner or to model the broadest range of soil behavior with fewer model parameters. In this study, the static and dynamic constitutive behaviors of saturated sands are modeled. Within the scope of the Generalized Plasticity Theory, analyses conducted by using a flow and a potential surface in the model are compared with the results obtained without any reference to a surface definition. The need for including such surface functions, which distinguishes the elastic behavior from that of the plastic behavior of sands and which are used to calculate plastic deformations, is questioned here. In this research, firstly the unit vectors for loading and plastic flow directions are defined and the static and dynamic behaviors of sands are calculated. Then, yield and potential surfaces are derived by integrating these unit vectors and the constitutive relations of sand are presented comparatively for the two formulations in terms of a number of triaxial test simulations. In the second part of the study, a new hardening law is proposed to be utilized within the formulation with the surface definitions. The plastic loading modulus is also updated with a newly proposed kinematic interpolation rule and the liquefaction behavior of loose sands is remodeled by subsequently verifying with the available static and dynamic triaxial tests.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Zeminlerin farklı yükler altında bünye davranışlarının modellenmesi, birçok geoteknik mühendisliği probleminin çözümünde en gerekli bileşenlerden biridir. Bunun için amaç, deneylerde gözlenen gerilme-şekil değiştirme özellikleri ve kayma mukavemeti davranışlarının en doğru matematiksel ifadelerle formüle edilmesidir. Granüler zeminlerin statik davranışlarının sayısal modellenebilmesi için, gerekli teoriler yardımıyla bünye denklemlerinin çıkartılması gerekir. Geliştirilen matematiksel formülasyon, çözülecek geoteknik problemde kullanılan sayısal yöntem ile ayrıştırılır. Modellenen zemin ortamından alınan temsili bir eleman için yazılan bünye ilişkileri de matematiksel formülasyona dahil edilerek, bu sayede ‘nihai sayısal formülasyon’ elde edilmiş olur. Sayısal formülasyon daha sonra problem boyutunda zaman ve mekan tanım alanlarında yazılır ve sonlu elemanlar gibi sayısal yöntemlerle çözümlür.

### 1.1. Zeminlerde İlk Bünye Çalışmaları (Preliminary Constitutive Studies in Soils)

Geoteknik mühendisliğinde farklı zeminlerin mekanik davranışını sayısal olarak açıklayabilmek üzere geçmişten günümüze kadar çok sayıda teori geliştirilmiştir. Önceki çalışmaları bir kenara bırakarak pekleşme davranışı, zeminler için ilk kez Drucker vd. [1] tarafından 1957’de tanımlanmıştır. Schofield ve Wroth [2], kritik durum teorisini anlatan iyi bir özet çalışmadır. Kumlu zeminlerin statik davranışının modellenmesi için günümüzde hala geçerliliğini koruyan modellerden iki tanesi, Mohr-Coulomb [3] ve Drucker-Prager [4] modelleridir. Fakat bu modeller zeminlerin dinamik davranışını açıklayamamaktadır. İlk olarak [5], ‘çok yüzeyli plastisite teorisini’ öne sürmüştür. Diğer bir teori ise [6] ile [7]’in ayrı ayrı öne sürdüğü ve [8] tarafından geliştirilen Sınırlayan Yüzey Teorisi (SYT)’dir. Teoride bir iç akma yüzeyi ve bir de dış sınırlayan yüzey tanımı kullanılmaktadır. Poorooshasb ve Pietruszczak, [9], zeminlerin dinamik davranışını açıklayan ve SYT’ye dayanan böyle bir model geliştirerek, boşaltma sırasında zeminde gerçekleşecek plastik davranışı da modelleyebilecek hale getirmiştir.

SYT’nin eksiklerini gidermek ve daha geniş tanım aralığı ile az sayıda parametreyle zemini modelleyebilmek için, Zienkiewicz ve Mroz, 1984’te [10] Genelleştirilmiş Plastisite Teorisi (GPT)’yi geliştirmiştir. Daha sonra Zienkiewicz vd. [11] tarafından 1985’te GPT, SYT ile birleştirilmiş ve Pastor vd. [12, 13] tarafından son haline getirilmiştir. Bu teori hem Klasik Plastisite Teorisi (KPT)’ye hem de SYT’ye uygulanabilme özelliği ile plastisite teorilerinin bir “üst kümesi” olarak belirtilebilir. Kohezyonlu ve kohezyonsuz zeminlerin statik ve dinamik davranışını herhangi bir akma yüzeyi tanımına ihtiyaç duymadan (ancak buna izin de vererek) başarılı bir şekilde modelleyebilmektedir [14].

### 1.2. Kumlarda Statik Sıvılaşma Çalışmaları (Studies on Static Liquefaction of Sands)

Konuyla ilgili özellikle 2000’li yıllarda yapılan çalışmalar genel olarak iki başlık altında toplanabilir: biri statik sıvılaşma, diğeri de, tekrarlı yük altındaki sıvılaşma davranışı. Her iki konu üzerinde de yapılan çalışmalar, sayısal yöntemler kullanmak suretiyle yapılan hesaplamalar ve sıvılaşabilen kum içeren sınır değer problemlerin çözümüne odaklanmaktadır. Ayrıca bünye özellikleri açısından sıvılaşma potansiyeli olan zeminin plastisite teorileriyle modellenmesini önermektedir. Bu çalışmanın konusu ikinciyeye girdiğinden, önerilen yeni bir model bileşeni bu kısımda yapılan çalışmalara örnekler teşkil etmektedir. Bu çalışmalardan di Prisco ve Imposimato [15] doygun kumlarda statik sıvılaşmayı çalışırken sonlu farklar yöntemiyle sıvılaşan bir kumlu tabakayı analiz etmiştir. Mroz vd. [16] gevşek kumların statik yükler altındaki sıvılaşma davranışı için yeni bir bünye modeli geliştirmiştir. Luo ve Zhang [17] kumların fiziksel açıdan değişen durumlarını dikkate alarak model çalışmalarındaki etkisini sunmuşlardır. Dafalias vd. [18], kumlarda anizotropiyi modellemeye çalışan bir diğer gruptur. Imam vd. [19], kumların statik sıvılaşması için kritik durum teorisine dayanan bir bünye modeli geliştirmiştir. Andrade ve Ellison, [20], kumların genel statik davranışlarını hem gevşek hem sıkı durum için açıklayan ve deney sonuçlarıyla uyumuna odaklanan yeni bir model önermiştir. Rahman vd. [21] statik sıvılaşmayı düşük plastisiteli ince dane içeren kumlarda bünye modellemesi ile çalışmıştır. Lu ve Huang, [22], izotropik ve  $K_0$  konsolide olan kumların statik sıvılaşmasını modellerken, gerilmeye bağlı mukavemet kriterini ve genleşme fonksiyonunu kullanarak, kumların bünye ilişkilerini farklı başlangıç boşluk oranları ile ilişkilendirebilmek için ilişkisiz bir elastoplastisite pekleşme modeli önermişlerdir.

### 1.3. Kumlarda Tekrarlı Sıvılaşma Çalışmaları (Studies on Cyclic Liquefaction of Sands)

Son yıllarda özellikle gevşek kumların tekrarlı yükler altındaki sıvılaşmasını bünye ilişkileriyle matematiksel olarak modelleyen çalışmalar da vardır. Bu açıdan özellikle 2000 yılından sonraki çalışmalara odaklanılmıştır. Bunlardan ilki Elgamel vd. [23]’ün geliştirdiği çok yüzeyli plastisite modeli’dir. Kum zeminin çevrimsel hareketliliği ve sıvılaşma davranışı bu model ile her plastik akma adımında farklı bir yüzey kullanarak modellenebilmektedir. Papadimitriou vd. [24] ve sonra Papadimitriou ve Bouckovalas [25], tekrarlı kayma birim deformasyonları altında kumların plastik davranışlarını modellemiştir. Osinov [26] az sayıdaki çalışmalardan birinde, düzensiz yüklemeye altında kumun sıvılaşmasını ve tekrarlı kayma davranışını modellemiştir. di Prisco ve Zambelli, [27] granüler zeminlerin dinamik yükler altındaki davranışlarını bünyesel çalışmıştır. Yang ve Ling, [28] GPT’ye bağlı bir model ile gevşek kum için sıvılaşma analizleri yapmışlardır. Fu vd. [29], bünye modeli geliştirme üzerine bir çalışma sunmuş sonuçlarını kapsamlı şekilde deneylerle kalibre etmişlerdir.

Bir diğer çalışmada Wang ve Zhang [30] ve Zhang ve Wang [31], sıvılaştırılmış gevşek kumların tekrarlı davranışı için bir tekrarlı bünye modeli geliştirmişlerdir. Taiebat vd. [32], karşılaştırmalı bir çalışma ile iki bünye modeli özelinde kumların boşluk suyu basıncı artışlarını sayısal modellemişlerdir. Andrianopoulos vd. [33], SYT'ye dayanan bir model ile toprak yapıların deprem etkisi altındaki sıvılaşma davranışını modellemiştir. Wang vd. [34] sıvılaşma sonrası meydana gelen kayma deformasyonlarını modelleyen bir bünye modeli öne sürmüştür. Lanzano vd. [35] geliştirdikleri bünye modelinin deneysel verifikasyonu için kapsamlı bir deneysel çalışma yapmıştır. Ziotopoulou ve Boulanger [36], şevlerin sıvılaşmasını düzensiz tekrarlı yükler altında çalışmış ve plastisite modeliyle davranışı açıklamışlardır. Zahmatkesh vd. [37], gevşek bir kum için geliştirilen plastisite teorisi modelinin nasıl kalibre edildiğine dair bir çalışma sunmuştur. Yakın dönemde bir diğer çalışma ise Rahimi vd. [38]'nin kumlar için geliştirdiği plastisite modelidir. Model SYT tabanlı olup, kumların tekrarlı davranışı için çalışmaktadır. Sondaj kuyularına ait verilerle oluşturulan temsili zemin profillerinin dinamik davranışlarını, basitleştirilmiş bir boyutlu eşdeğer lineer analiz yöntemiyle modelleyen Bayrakçı ve Baran [39] ile statik kazıklı temel deneylerinin modellenmesinde farkı zemin modellerinin kullanımı üzerine olan Çelik [40] çalışması da yurdumuzda son yıllarda yapılan çalışmalardandır.

Bu çalışmada suya doygun kumların statik ve dinamik davranışları teorik olarak modellenmiştir. Özellikle burada özetlenen araştırmaların ışığında ve GPT özelinde yapılan yeni öneriler ve iyileştirmeler neticesinde ortaya çıkan sonuçlar özetlenmiştir. Araştırmacılar GPT'yi ya doğrudan problemlerin çözümünde kullanma, ya da modele getirdikleri değişimlerle kum veya killi zeminin statik ve dinamik yükler altındaki davranışını hesaplama yoluna gitmişlerdir. Ancak hem statik hem de dinamik kumlu zemin davranışının modellenmesi açısından yüzey fonksiyonlarının katkısı kapsamlı şekilde çalışılmamıştır. O açıdan GPT ile, modelde kullanılan bir akma ve potansiyel yüzeyiyle yapılan analizler, hiçbir yüzey tanımlı yapımadan alınan analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Analizler açık integrasyon yöntemiyle geliştirilen bir bilgisayar programı aracılığıyla yapılmış, drenajlı ve drenajsız olarak deformasyon kontrollü yapılan üç eksenli basınç deneyleri simüle edilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde, kumların tekrarlı davranışı için yeni bir pekleşme kuralı önerilmiş, plastik yüklem modülü hesabı, deneylerde hesaplanan aşırı konsolidasyon oranına bağlı önerilen yeni bir interpolasyon kuralıyla güncellenmiştir.

## 2. GENELLEŞTİRİLMİŞ PLASTİSİTE TEORİSİ (GENERALIZED PLASTICITY THEORY)

Bu bölümde yukarıda bahsedilen Genelleştirilmiş Plastisite Teorisi (GPT) ve ilgili Genelleştirilmiş Plastisite Modeli'ne (GPM) ait matematiksel formülasyon özetlenmektedir. Modelin teorisi izin verdiği için formülasyon iki farklı tipte çıkartılmıştır. İlk formülasyonda herhangi bir yüzey tanımlı kullanmadan teori, zeminin hacimsel genişleme davranışına bağlı olarak tariflenen birim vektörler aracılığıyla

sunulmuştur. İkinci kısımda ise hem akma yüzeyi hem de plastik potansiyel yüzeyi tanımları kullanılmıştır.

### 2.1. Yüzey Tanımı Olmadan Formülasyon (Formulation without Surface Definition)

GPT temelde mevcut KPT ve SYT ile birlikte kullanılabilir. Bu durum GPT'nin, hem daha basit bir altyapıya sahip hem de diğer teorilere dönüştürülebilir seviyede esnek olmasından kaynaklanmaktadır. GPM, yük altında, temel zemin davranışlarının modellenmesine odaklandığı için, ilgili model parametrelerine ihtiyaç duyar ve kolaylıkla diğer "alt küme" modellerin ihtiyaç duyduğu parametreleri kısa matematiksel eklentilerle teorisine katabilir.

#### 2.1.1. Birim vektörler (Unit vectors)

Yukarıdaki tanımlamadan yola çıkarak, zeminde gerilme vektörünün,  $\sigma$ , akma yüzeyi üzerindeki yüklem doğrultusu için doğrultu birim vektörü,

$$n = \frac{\partial f}{\partial \sigma} / \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)^T \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right)} \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada  $n$ , yüklem doğrultusuna ait birim vektördür ve zeminin yüklem ya da boşaltma davranışını (gerilme doğrultusu anını) ve dolayısıyla ilgili elastik davranışın sınırını kontrol eder. Formülasyon herhangi bir gerilme durumu için  $\sigma$ , gerilme tensörü cinsinden verilmiş olsa da üç eksenli gerilme durumunu yansıtmaması açısından ilgili yerlerde,  $q$  deviatorik gerilme ile  $p'$  efektif ortalama gerilme bileşenleri hesaplanmıştır. Burada bahsedilmesi gereken,  $f=0$  akma yüzeyi fonksiyonu olmadan da (Eş. 1) ifadesinin tanımlanabilmesidir. Bunun için,

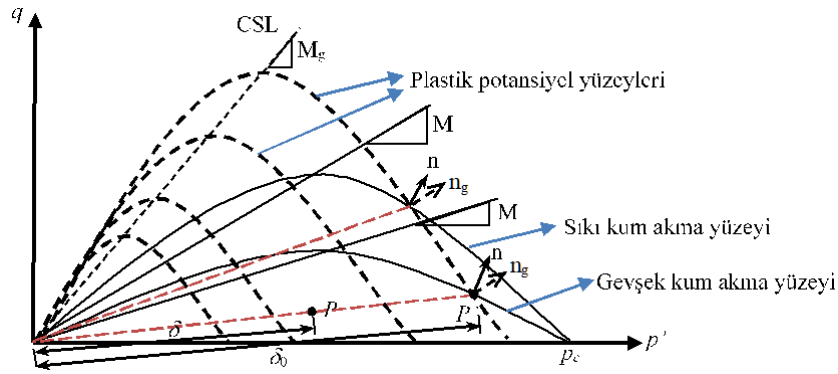
$$n_v = \frac{d}{\sqrt{1+d^2}}, \quad n_s = \frac{1}{\sqrt{1+d^2}} \quad ; \quad n_{gv} = \frac{d_g}{\sqrt{1+d_g^2}},$$

$$n_{gs} = \frac{1}{\sqrt{1+d_g^2}} \quad (2)$$

Eş. 2 ifadeleri kullanılır. Burada ortogonal doğrultularda tanımlı hacimsel ( $v$  alt indis) ve deviatorik ( $s$  alt indis) bileşenlerin boyutları kullanılmıştır. Bu doğrultular ise, zemine ait dilatasyon parametreleri  $d$  ve  $d_g$  cinsinden yazılır ve herhangi bir akma ve plastik potansiyel yüzeyi tanımına gerek olmaksızın Eş. 3'teki gibi tanımlanmaktadır:

$$d = (1+\alpha)(M-\eta), \quad d_g = (1+\alpha)(M_g-\eta) \quad (3)$$

Burada  $\eta$ , gerilme oranı;  $\alpha$ , malzemeye ait model parametresi;  $M$  kritik durum eğrisinin eğimi ve  $M_g$  de hacimsel genişlemenin sıfır olduğu durumda eğrinin eğimidir (Şekil 1).  $M$  ve  $M_g$ , Lode açısı,  $\theta$ 'ya bağlıdır [41, 42] ve  $M_g$  zeminde nihai durumda davranışı kontrol eder.



Şekil 1. Zeminlerde tipik akma ve potansiyel fonksiyonları ve birim vektörleri  
(Typical yield and potential functions in soils and their unit vectors)

### 2.1.2. Plastik yükleme modülü (Plastic loading modulus)

Zeminlerin plastik davranışını temsil eden parametrelerden biri de plastik yükleme modülü,  $H_L$ 'dir. Kumlar için, Eş. 4'teki gibi tanımlanır.

$$H_L = H_0 H_f (H_v + H_s) p' \quad (4)$$

Burada  $H_0$  başlangıç modül değeri olup kritik durum eğrisine bağlı hesaplanır. Ayrıca ifadede göçme durumunda plastik modülün değeri,  $H_f$  olup,  $\eta_f$ , göçmedeki gerilme oranına bağlıdır ve kritik durum eğrisinin eğiminden hesaplanabilir.  $H_v$  ve  $H_s$  plastik modülün hacimsel ve kayma deformasyonlarına bağlı bileşenlerdir ve [13]'de tanımlanmıştır. Burada bazı noktalara değinmek gerekmektedir. Zeminde nihai koşullar kritik durum çizgisinde gerçekleşir ve bu çizgi ilk kez geçildiğinde zeminde mutlaka göçme olması gerekmez. Kumlu zeminin sürtünmeli granüler yapısı, gerçekleşmesi mümkün olmayan yükleme koşulları ile zeminin yüke maruz kaldığı ve oluşması mümkün koşullar arasında açık bir ayırım yapılmasını gerekli kılar. Ayrıca sıkı kumlarda gözlenen pik gerilme davranışı ve takip eden şekil değiştirmelere karşı azalan gerilme değerleri, zeminde meydana gelen yumuşama davranışına işaret ederken, gerçekte kumlarda gözlenen statik sıvılaşma sonrası sıkılaşma (densifikasyon) davranışı ile çelişki yaratmaktadır. Matematiksel olarak bunu açıklamak gerekirse, en büyük gerilme değerine ulaşıldığında şu eşitsizlik zeminde gerçekleşir;

$$d\sigma^T d\varepsilon^p = d\sigma^T \frac{1}{H_L} [n_g^T \otimes n] : d\sigma < 0 \quad (5)$$

Bu eşitsizliğin her yükleme adımında sağlanabilmesi için  $H_L$  modülünün negatif olması gerekir. Ancak KPT'de tanımlanmış Drucker stabilite koşulları dikkate alındığında bunun mümkün olamayacağı görülür. Dolayısıyla Eş. 5 eşitsizliğinin sağlanabilmesinin tek koşulu ilişkili olmayan akma kuralı kullanılmasıdır ve  $n_g \neq n$  yazılır. Yüzey tanımları yapılan teorilerde bu durum, modele akma yüzeyinden farklı bir potansiyel fonksiyonu,  $g$ , dahil edip  $f(\sigma) \neq g(\sigma)$  koşulunu yerine getirir.

### 2.1.3. Akma kuralı (Flow rule)

GPM'de akma kuralı tanımı KPT'dekinden farklı değildir. Sadece modelde herhangi bir akma yüzeyi tanımlanmadığından, akma kuralı birim vektörler cinsinden yazılır. Öncelikle şekil değiştirmelerde ayrışma kuralı ile, (Eş. 6)

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (6)$$

yazılır. Burada elastik şekil değiştirmeler:

$$d\varepsilon^e = C^e d\sigma \quad (7)$$

şekindedir (Eş. 7). Akma kuralı ilişkili olmayan şekilde şu halde yazılır;

$$d\varepsilon^p = \frac{1}{H_L} [n_g^T \otimes n] : d\sigma \quad (8)$$

### 2.1.4. Gerilme-tarihçesi ve plastik hafıza (Stress history and plastic memory)

Gevşek ve temiz suya doygun kumlarda drenajsız tekrarlı yükleme altında meydana gelen sıvılaşma, zeminde boşluk suyu basıncının devam eden yük çevrimlerinde birikerek artması sonucu oluşur. Zeminin sayısal bünye modelinin, dinamik davranışta bu birikimi hesaplayabilmesi gerekmektedir. Bu sırada plastik şekil değiştirmeler de her çevrimde bir önceki çevrime göre daha hızlı artar. Gerilme izi davranışı ise efektif ortalama gerilmenin ( $p'$ ) hızla azalmasıyla  $p'$ - $q$  gerilme uzayında orijine doğru yönelir. Boşluk suyu basıncının artmasıyla birlikte gerilme izi de kritik durum eğrisine ulaşır ve göçme gerçekleşir.

Zemin mekaniğinde altışıl gelmiş şekilde genellikle bir "gerilme hafızasından" bahsedilir. Daha çok kil zeminler için kullanılan bu terim, kumlarda (ve diğer karışım doğal zeminlerde de) plastik hafıza olarak tanımlanır. Göçme mekanizmasının gerçekleşmesi zeminlerde en büyük kalıcı şekil değiştirmelerin oluşum mekanizmasına ve birikerek artmasına bağlıdır. Dolayısıyla bu birikimi kaydeden bir

parametreye ihtiyaç duyulur. Matematiksel olarak bunu formülasyona eklerken, Eş. 6 bağımsındaki plastik modül,  $H_L$ , Eş. 9'daki gibi güncellenir;

$$H_L = H_{statik} H_m \quad (9)$$

Burada (Eş. 4) ifadesine ek olarak eklenen  $H_m$  plastik hafıza katkısı Eş. 10'daki gibi hesaplanır;

$$H_m = (\zeta_{eb}/\zeta)^\gamma, \quad \zeta = p' \left[ 1 - \left( \frac{1+\alpha}{\alpha} \right) \frac{\eta}{M} \right]^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (10)$$

Burada  $\zeta$  parametresine “mobilize gerilme fonksiyonu” adı verilmektedir ve  $\zeta_{eb}$  bu fonksiyonun yüklemeye çevrimleri arasındaki en büyük değeridir.  $H_m$ , bakir yüklemeye birim değer alır ve  $\zeta_{eb}$  fonksiyonunun değişen değerleri malzemede “hafızada” tutulmalıdır. Eş. 10'da  $\alpha$  parametresi zeminin hacimsel deformasyon-gerilme oranı davranışından elde edilen katsayıdır ve  $M$  eğimi basınçta  $M_c$ 'ye eşittir. Eş. 10 ifadesiyle sıkı kumlarda görülen “tekrarlı hareketlilik (cyclic mobility)” davranışı da modellenmektedir. Burada yapılmaya çalışılan, zeminin ilerleyen çevrimlerdeki kalıcı deformasyon ve biriken boşluk suyu basıncı davranışını, artan pekleşmeye bağlı güncellemektir. Bahsedilen *plastik hafıza* bu şekilde tanımlanabilir.

#### 2.1.5. Boşaltma davranışı (Unloading behavior)

Kumlarda çevrimsel yüklemeye sırasında boşaltma yapıldığında gözlenen gerilme-şekil değiştirme davranışı killerdekinden farklıdır. Özellikle yumuşak, normal konsolide killerde elastik boşaltma kabulü yapılabilirken, kumlarda boşaltma sırasında meydana gelen hacimsel değişimler kalıcı şekil değiştirmeler oluşturur. Dolayısıyla, matematiksel formülasyonda bu durum dikkate alınmalıdır. Boşaltmanın yapıldığı ilk gerilme seviyesi, “boşaltma gerilme oranı” adı altında ve “ $u$ ” alt indisıyla,

$$\eta_u = (q/p')_u \quad (11)$$

şeklinde belirlenir (Eş. 11). Malzemede bu gerilme oranı hafızada tutulur, zira sonraki çevrimlerde oluşacak hacimsel plastik şekil değiştirmeler, boşaltmanın yapıldığı bu gerilme oranına doğrudan bağlıdır. Boşaltmada kumda göçmeyi kontrol eden en önemli parametre *boşaltma plastik modülüdür*,  $H_U$ . Bu çalışmada [13]'in önerdiği Eş. 12'deki ifade kullanılmıştır;

$$H_U = \begin{cases} H_{u0} \xrightarrow{\text{eğer}} \left| \frac{M_g}{\eta_u} \right| \leq 1 \\ H_{u0} \left( \frac{M_g}{\eta_u} \right)^{\gamma_u} \xrightarrow{\text{eğer}} \left| \frac{M_g}{\eta_u} \right| > 1 \end{cases} \quad (12)$$

Plastik akma doğrultusunun boşaltma sırasındaki değerinin hesabında, kalıcı şekil değiştirmelerin zeminde sıkışmaya bağlı hacimsel azalmaya neden olduğu gözönünde 1358

bulundurulur. Dolayısıyla birim vektörler boşaltmada Eş. 13'teki gibi değişir,

$$n_{guv} = -|n_{gv}| = -\frac{|d_g|}{\sqrt{1+d_g^2}}, \quad n_{gus} = n_{gs} = \frac{1}{\sqrt{1+d_g^2}} \quad (13)$$

Yükün boşaltılması sırasında meydana gelen kalıcı şekil değiştirmeler ise,

$$d\varepsilon_U^p = \frac{1}{H_U} [n_g^U \otimes n]: d\sigma \quad (14)$$

akma kuralıyla hesaplanır (Eş. 14). Burada ilk ifade plastik deviatorik şekil değiştirme artımı, ikincisi plastik hacimsel şekil değiştirme artımıdır ve  $d\lambda$  plastik pozitif çarpandır. Görüldüğü gibi kumlarda plastik boşaltmanın yapılması, formülasyona ilave edilen bir plastik boşaltma modülü ve yeni bir akma doğrultusuyla sağlanabilir.

#### 2.1.6. Gerilme-şekil değiştirme ilişkisi (Stress-strain relationship)

Kumlarda efektif gerilme-şekil değiştirme ilişkisi bu çalışmada açık integrasyon yöntemiyle (explicit integration) hesaplanmıştır. Dolayısıyla,

$$d\sigma = D^{ep} d\varepsilon \quad (15)$$

Eş. 15 geçerlidir. Burada  $D^{ep}$  elasto-plastik bünye rijidite modülüdür ve  $d\varepsilon$  toplam şekil değiştirmedir. Pastor vd. [13]'te bu ifadenin *tutarlılık durumu* kullanılmadan nasıl çıkartıldığı özetlenmektedir. Dolayısıyla  $f=0$  akma fonksiyonu olmadan ve ilişkili olmayan akma kuralı ile son bağıntı Eş. 16'daki gibi elde edilir:

$$d\sigma = \left[ D^e - \frac{D^e n_g^{L/U} n^T D^e}{H_{L/U} + n^T D^e n_g^{L/U}} \right] d\varepsilon \quad (16)$$

Burada (Eş. 16) parantez içerisindeki ifade Eş. 15 denklemindeki rijidite matrisidir:

#### 2.1.7. Elastik davranış (Elastic behavior)

Bu çalışmada kum zeminin elasto-plastik davranışı içindeki elastik rejim davranışı, derinlikle artan efektif ortalama gerilme,  $p'$ 'ye bağlı olarak modellenmiştir. Buna göre artan kayma modülü,  $G$  ve hacimsel sıkışma modülü,  $K$  değerlerinin değişimi kullanılarak hacimsel ve deviatorik şekil değiştirmeler Eş. 17 ifadeleri ile hesaplanırlar. Burada  $p_0$  referans basıncı,  $G_0$  ve  $K_0$  başlangıç modülleridir:

$$d\varepsilon_s^e = \frac{1}{G} d\sigma_s = \frac{p_0}{p'G_0} d\sigma_s, \quad d\varepsilon_v^e = \frac{1}{K} d\sigma_v = \frac{p_0}{p'K_0} d\sigma_v \quad (17)$$

#### 2.2. Yüzey Tanımları ile Formülasyon (Formulation with Surface Definitions)

GPT çerçevesinde akma ve/veya sınırlayan yüzey ile plastik deformasyonları kontrol eden bir potansiyel yüzey tanımı

yapılma zorunluluğu olmadığını söylemiştik. Bununla beraber teori bu yüzey fonksiyonlarının tanımına olanak tanımaktadır. Eş. 2 ifadesindeki birim vektörler Eş. 1'deki haliyle hesaplanır ancak öncesinde  $n_g$  ve  $n$  vektörlerinin integrasyonu ile, karşı gelen yüzey fonksiyonları elde edilmelidir. Bu yüzeyler Eş. 18 ve Eş. 19'daki gibi integrale edilirler:

$$f = q - Mp' \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \left[ 1 - \left( \frac{p'}{p_c} \right)^\alpha \right] \quad (18)$$

$$g = q - M_g p' \left( 1 + \frac{1}{\alpha_g} \right) \left[ 1 - \left( \frac{p'}{p_g} \right)^{\alpha_g} \right] \quad (19)$$

Burada yine  $\alpha$  ve  $\alpha_g$  malzemeye ait model parametreleri;  $p_c$  zeminin izotropik önkonsolidasyon basıncıdır ve kritik durum teorisindeki karşılığı olan akma gerilmesi anlamını taşır. Modelin performansı  $M/M_g$  oranına bağlıdır ve bu oran da kumun relatif sıkılığına,  $D_r$  bağlıdır. Bu çalışmada  $D_r = M/M_g$  bağıntısı [12]'deki haliyle basitlik olması açısından kabul edilmiştir. Bu açıdan akma yüzeyi fonksiyonunun modelin performansındaki rolü düşmektedir. Bu çalışmada bu durum detaylıca incelenmiştir.

### 2.2.1. Pekleşme kuralı (Hardening law)

Yüzey tanımlı formülasyonun herhangi bir yüzey tanımı olmadan yazılan haline göre modeldeki en önemli etkisi pekleşme kuralında belli olur. İzotropik pekleşme kanunu kullanılan modelin bu formunda, gerilme vektörü kritik durum eğrisi üzerine geldiğinde göçmenin engellenmesi için hacimsel deformasyona ilave olarak deviatorik deformasyonun da pekleşme kanununa dahil edilmesi gerekir. İlk kez Wilde [43]'un yaptığı tanımlamaya göre: (Eş. 20)

$$\frac{\partial p_c}{\partial \xi} = \beta_1 \exp(-\beta_0 \xi) \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} \quad (20)$$

Bu pekleşme kanununa bağlı olarak plastik yüklemeye modülü de Eş. 21'deki gibi hesaplanır:

$$H_L = H_L^{cs} (\delta_0 / \delta)^\gamma \quad (21)$$

Burada kumun kritik durumdaki modül değeri  $H_L^{cs}$ 'dir.  $\delta_0$  ve  $\delta$  değerleri ise Şekil 1'deki haliyle, akma yüzeyi üzerindeki bir noktaya ( $P$ ) ki bu nokta, SYT'de sınırlayan yüzey üzerindeki nokta olarak da adlandırılır, gerilme vektörü bu yüzeyin içinde bulunduğu andaki karşı gelen bir nokta ( $P$ ) ile interpolasyonuna bağlı olarak hesaplanır. Bundan başka yakın dönemde başka ifadeler de geliştirilmiştir, [44]. Çalışmanın bu bölümünde kritik durumdaki modül değeri olan  $H_L^{cs}$  modülünün çıkartılışı matematiksel olarak aşağıdaki verilmiştir. Öncelikle tutarlılık koşulu yazılırsa: (Eş. 22)

$$\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_c} \left( \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} \right)^T d\varepsilon^p = 0 \quad (22)$$

ve akma kuralı yazılırsa:

$$\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma + \frac{\partial f}{\partial p_c} \left( \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} \right)^T \frac{1}{H_L^{cs}} n_g (n^T d\sigma) = 0 \quad (23)$$

Eş. 23 elde edilir. Burada;

$$n_g = \frac{\partial g}{\partial \sigma} / \sqrt{\left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)^T \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)} \quad (24)$$

Eş. 24 tanımı kullanarak  $H_L^{cs}$  modülü şu ifadeyi alır: (Eş. 25)

$$H_L^{cs} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial p_c} \left( \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial g}{\partial q} \right)}{\left[ \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)^T \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right) \right]^{1/2} \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \right]^{1/2}} \quad (25)$$

Burada  $\varepsilon^p$  ve  $\varepsilon^s$  sırasıyla hacimsel ve deviatorik plastik şekil değiştirmeler olup modül sıfıra eşit olduğunda zemin kritik duruma ulaşır. Modelin bu formülasyonu tekrarlı davranışın modellenmesine de olanak tanır. Ayrıca akma ve plastik potansiyel fonksiyonları tanımlanmış GPM'de boşaltmada da Bölüm 2.1.5'tekine benzer şekilde plastik deformasyonlar hesaplanabilir. Dikkat edilmesi gereken ilgili birim vektörlerin bu sefer akma ve potansiyel fonksiyonlarıyla hesaplanması gerektiğidir.

### 3. DOYGUN KUMLARIN STATİK DAVRANIŞI (STATIC BEHAVIOR OF SATURATED SANDS)

Bu bölümde doygun kumlara ait drenajlı ve drenajsız üç eksenli kesme deneylerinin yukarıda formülasyonu özetlenen GPM ile simülasyonları yapılmıştır. Bunun için öncelikle herhangi bir yüklemeye veya plastik akma yüzeyi tanımı yapılmadan geliştirilen formülasyon, MATLAB'te yazılan bir programa aktarılmıştır. Bu program bünye denklemleri halinde verilen matematiksel formülasyonun açık integrasyon yöntemiyle sayısallaştırılması ve algoritmasının bilgisayara aktarılmasıyla geliştirilmiştir. Açık integrasyonda denklemler bir yüklemeye adımı için sırasıyla doğrudan hesapla çözülmüştür. Denklemler şu anki yük adımı (deformasyon kontrollü deneyde şekil değiştirme adımı) 'i'de bilinen gerilme, şekil değiştirme ve pekleşme parametreleri cinsinden yazılır ve bir sonraki yük adımı 'i+1'deki değerler hesaplanır: (Eş. 26)

$$\left\{ \sigma, H_L, \varepsilon, \varepsilon^p, p_c \right\}^i \rightarrow \left\{ \sigma, H_L, \varepsilon, \varepsilon^p, p_c \right\}^{i+1} \quad (26)$$

Beraber çözülecek denklemler ve formülasyon özetle şu şekildedir: (Eş. 27-Eş. 31)

$$\sigma^{i+1} = \sigma^i + (D^e)^i \left[ \Delta \varepsilon^i - (\Delta \varepsilon^p)^{i+1} \right] = \sigma(\sigma_v, \sigma_s)^{i+1} \quad (27)$$

$$\Delta\lambda^{i+1} = \frac{(n^T)^i (D^e)^i \Delta\varepsilon^i}{H_L^{i+1} + (n^T)^i (D^e)^i n_g^i} > 0 \quad (28)$$

$$(\Delta\varepsilon^p)^{i+1} = \Delta\lambda^{i+1} n_g^i \quad (29)$$

$$H_L^{i+1} = H_0^i H_f^i (H_v + H_s)^i \sigma_v^i \quad (30)$$

$$\left(\frac{\partial p_c}{\partial \xi}\right)^{i+1} = \beta_0 \beta_1 \left(\frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p}\right)^{i+1} \exp(-\beta_0 \xi^i) \quad (31)$$

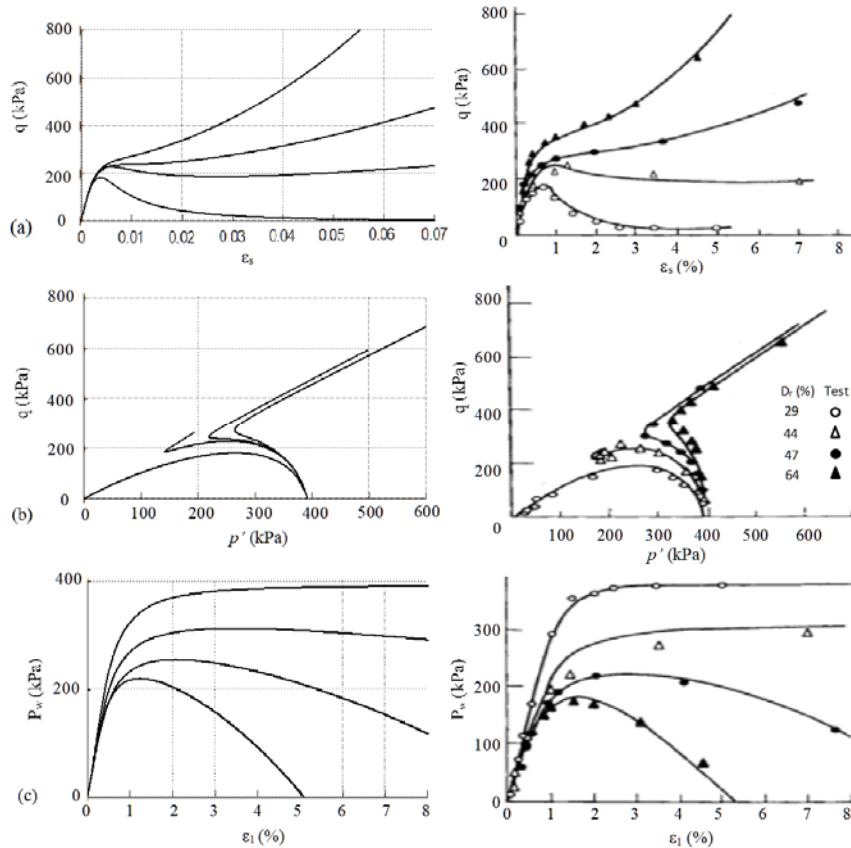
Bu denklemlerin çözümünde izlenecek algoritma açık integrasyon yöntemiyle şu şekilde yazılabilir:

- Malzeme parametreleri ve yükleme miktarı (deformasyon kontrollü simülasyonda  $d\varepsilon$ , gerilme kontrollü simülasyonda  $d\sigma$ ) belirlenir ve  $i=1$  ile ilk yükleme adımına başlanır.
- Uygulanan adımın yükleme ya da boşaltma adımı olduğu  $d\sigma:n \geq 0$  ifadesiyle test edilir. Uygulanan adım boşaltma adımıysa (yani bu eşitsizlik sağlanmıyorsa) aşağıdaki

adımlar, alt indis olarak ‘U’ olan parametreler cinsinden, Bölüm 2.1.5’teki bağıntılarla benzer şekilde hesaplanır.

- Eş. 4 ve 5 ile hacimsel genişleme parametreleri bulunur ve Eş. 2 ve 3 ile birim vektörler hesaplanır.
- Eş. 30 ile plastik yükleme modülü hesaplanır.
- Eş. 16 denklemleriyle gerilme artımı, deformasyon artımı yardımıyla hesaplanır (gerilme kontrollü deneylerde tam tersi uygulanır).
- Eş. 28 ve 29 denklemleriyle plastik şekil değiştirme artımı hesaplanır ve toplam plastik şekil değiştirmeler güncellenir.
- Eş. 31 ifadesiyle pekleşme davranışı güncellenir.
- Eş. 27 denklemleriyle de gerilmeler güncellenir. Burada gerilmeler, efektif gerilmeler olarak alınmıştır.
- Yüzey tanımsız formülasyonda Eş. 23 eşitliğine benzer bir  $\partial f \leq TOL$  ‘tutarlılık koşulu’ test edilir ve sağlanırsa  $i=i+1$  ile bir sonraki yüklemeye geçilir. İfade sağlanmazsa yükleme adımı miktarı küçültülür ve tüm işlemler tekrarlanır.

Eş. 28’de  $\Delta\lambda$  plastik deformasyon artımıdır. Şekil 2’de dört farklı başlangıç relatif sıklık değeri için drenajsız üç eksenli deney sonuçları, gerilme-şekil değiştirme (Şekil 2a), gerilme izi (Şekil 2b) ve boşluk suyu basıncı davranışı (Şekil 2c)



**Şekil 2.** Çalışma sonuçları (solda), Pastor vd. [13] analizi ve Castro [45] deneyleri (sağda) a) Deviatorik gerilme-kayma şekil değiştirmesi ilişkisi b) Gerilme izi c) Boşluk suyu basıncı davranışı

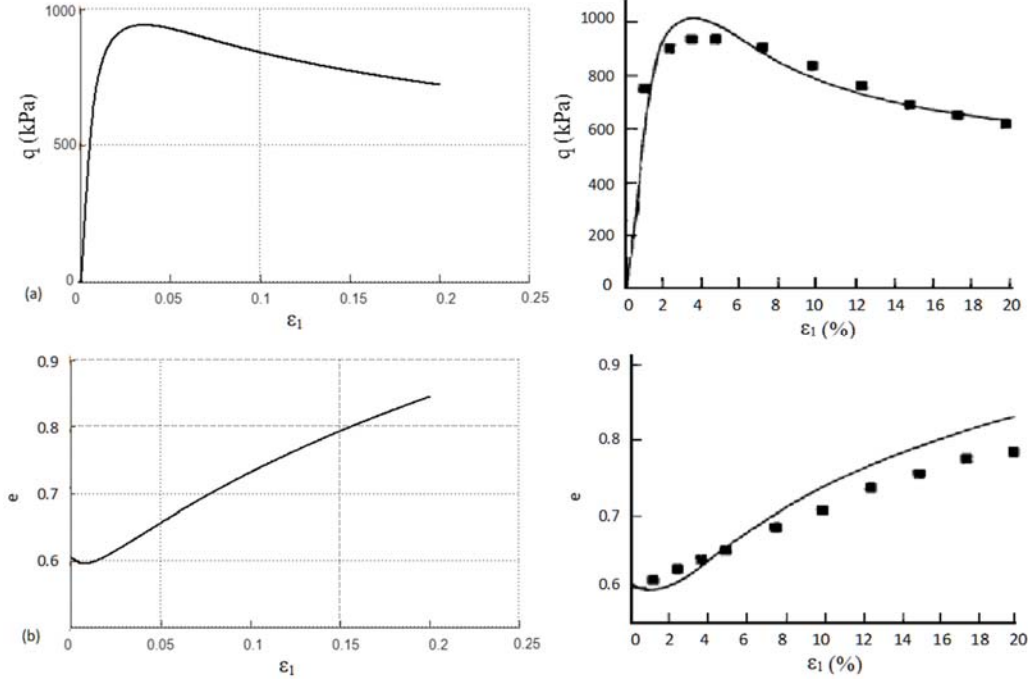
(Simulation results on the left, Pastor et al. [13] analysis and Castro [45] tests, on the right (a) Shear stress-shear strain relation (b) Stress path (c) Pore pressure)



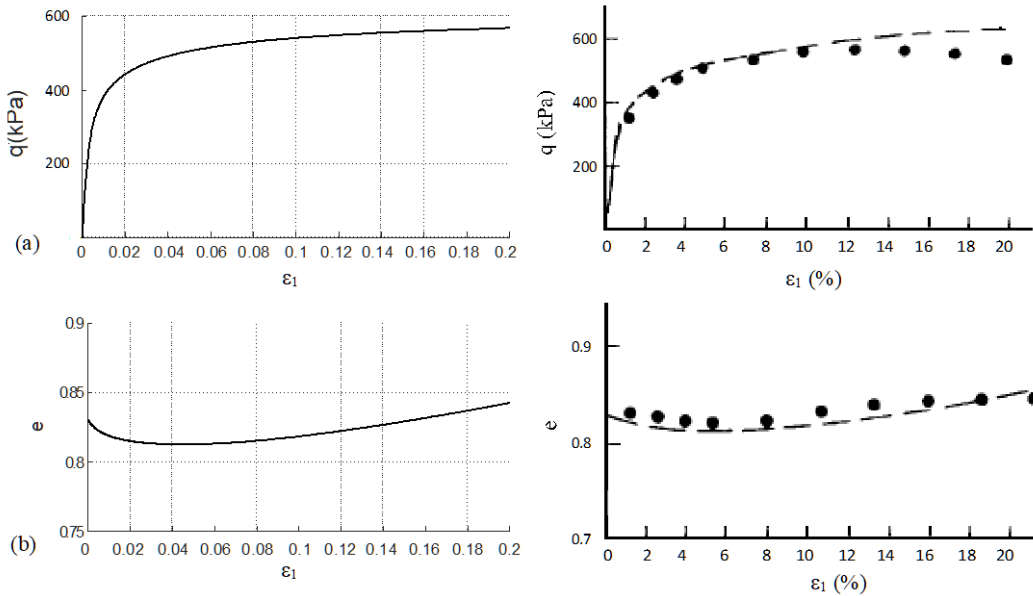
halinde görülmektedir. Solda görülen sonuçlar, bu çalışmada elde edilen analiz sonuçlarının göstermektedir ve herhangi bir yüzey tanımı yapılmadan alınan simülasyonlardır. Şeklin sağında ise aynı sonuçların yüzey tanımları ile elde edilmiş halleri ve karşı gelen deney verileri yine farklı sıklıklar için birlikte verilmiştir. Açıkça görülmektedir ki, GPM'de yüzey tanımları olmadan elde edilen sonuçlar hem deneylerle hem

de yüzey tanımlı GPM sonuçları ile kayda değer derecede uyumlu haldedir.

Şekil 3, sıkı kum için drenajlı davranışı göstermektedir. Yine sol taraftaki şekiller, bu çalışmada geliştirilen yüzeysiz GPM simülasyonlarını gösterirken, sağdaki şekiller aynı deneylere ait yüzey tanımlı GPM sonuçlarını ve karşı gelen deney



**Şekil 3.** Drenajlı sıkı kum (solda), Pastor vd. [13] analizi ve Taylor [46] deneyleri (sağda); a) Deviatorik gerilme-eksenel deformasyon, b) Boşluk oranı-eksenel deformasyon  
(Results of drained dense sand, left, Pastor et al. [13] analysis and Taylor [46] tests, right; (a) Deviatoric stress-axial strain, (b) Void ratio-axial strain)



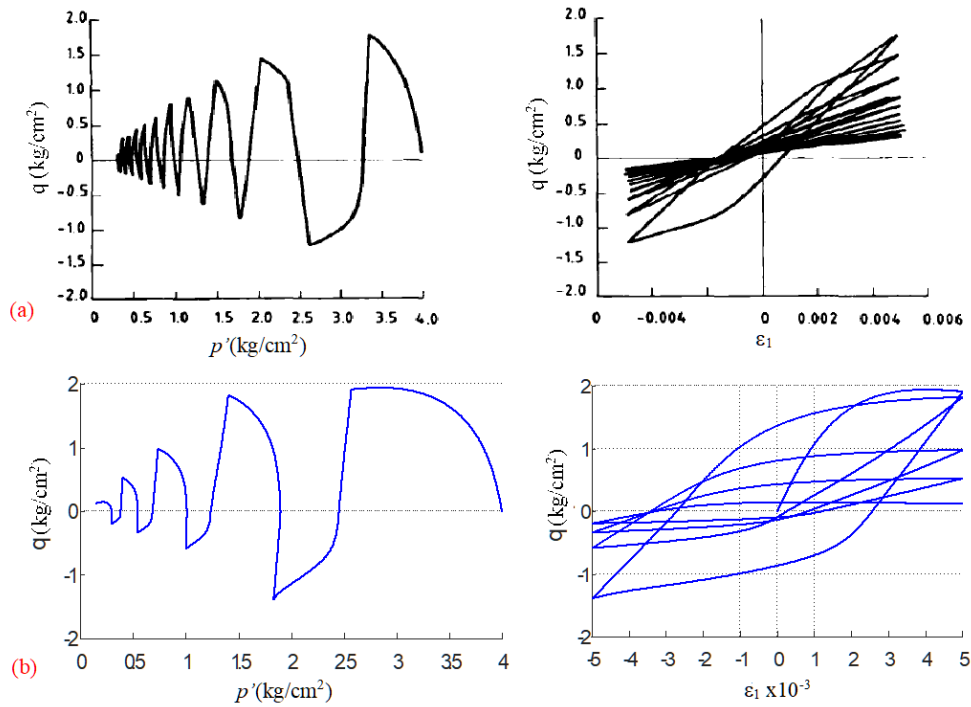
**Şekil 4.** Drenajlı gevşek kum (solda), Pastor vd. [13] analizi ve Taylor [46] deneyleri (sağda); a) Deviatorik gerilme-eksenel deformasyon, b) Boşluk oranı-eksenel deformasyon  
(Results of drained loose sand, left, Pastor et al. [13] analysis and Taylor [46] tests, right; (a) Shear stress-axial strain, (b) Void ratio-axial strain)

sonuçlarını vermektedir. Şekil 4'te ise benzer şekilde gevşek kuma ait sonuçlar gösterilmiştir. Gerek sıkı gerek gevşek kum için yüzey tanımsız model sonuçları, Şekil 2'deki gibi hem deney hem de yüzeyli GPM sonuçlarıyla oldukça iyi uyum içerisinde. Niceliksel olarak bakıldığında, en az yüzey tanımlı model sonuçları kadar iyi oldukları söylenebilir.

#### 4. DOYGUN KUMLARIN TEKRARLI DAVRANIŞI (CYCLIC LOADING BEHAVIOR OF SATURATED SANDS)

Çalışmanın bu bölümünde farklı gerilme ve deformasyonlarda yüklenmiş bir gevşek kuma ait gerilme ve deformasyon kontrollü deneyler simüle edilmiştir. Analizler, statik deneylerden elde edilen güvenle, yüzey fonksiyonları olmadan yapılmış, boşluk suyu basıncı artışları ile gerilme-

şekil değiştirme ilişkileri çıkartılmıştır. Sonuçlar, literatürdeki deneylerle karşılaştırılmıştır. Bu sayede bünye denklemleri ve MATLAB programları doğrulanmıştır. Şekil 5'te gevşek Banding kumuna ait sıvılaşma davranışı görülmektedir. Simülasyonlar çift yönlü deformasyon kontrollü deneylere aittir ve gerilme izi ile deviatorik gerilme-eksenel şekil değiştirme cinsinden gösterilmiştir. Yüklemenin başında davranışlarda ayırım olsa da, ilerleyen çevrimlerde kumun sıvılaşması ve beraberinde kalıcı deformasyonların oluşumu doğrulukla simüle edilebilmiştir. Şekil 6'da görülen gevşek kumun sıvılaşma simülasyonu, tek yönlü gerilme kontrollü yükleme deneyleri üzerinden yapılmıştır. Gerilme-şekil değiştirme ilişkisi ve [45] deneyleri karşılaştırılmıştır. Deneylerde üç eksenli gerilme bileşenleri MIT ( $p',q$ ) tanımlarıyla verilmektedir. Analizlerde ise klasik Cambridge ( $p',q$ ) tanımları



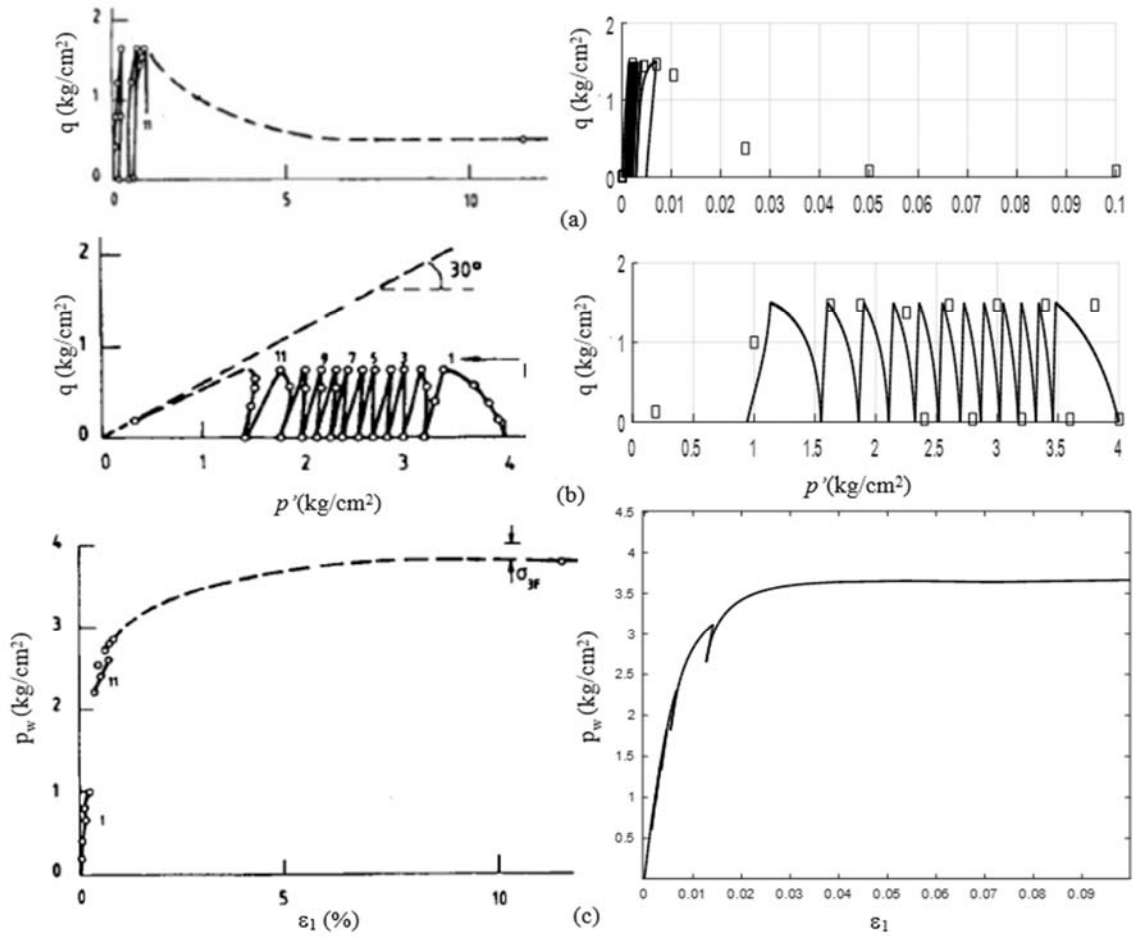
**Şekil 5.** Çift yönlü deformasyon kontrollü deney (a) Pastor vd. [13] sonuçları (b) Bu çalışma sayısal sonuçları; gerilme izi, deviatorik gerilme-eksenel birim deformasyon ilişkileri

(Two-way strain controlled tests (a) Pastor et al. [13] results (b) Numerical results of this stud; Stress path, Deviatoric stress-axial strain relationship)

**Tablo 1.** Simülasyonlara ait model ve zemin parametreleri (Model and soil parameters of simulations)

| Parametre            | $G_0$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | $K_0$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | $D_r$                   | $e_0$                 | $M_g$                 | $M_{fc}$                | $M_{fe}$                | $H_0$       | $H_{u0}^*$ | $\gamma$ | $\gamma_u^*$                           |
|----------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------|------------|----------|--|
| Şekil 3-<br>Şekil 7  | 525-650                        | 350                            | 0,27-0,44-<br>0,47-0,64 | 0,748-0,681-<br>0,623 | 1,5-1,32-<br>1,18-1,0 | 0,4-0,545-<br>0,57-0,72 | 0,4-0,545-<br>0,57-0,72 | 350         | 600        | 4        | 2                                      |
| Şekil 8-<br>Şekil 12 | 525                            | 350                            | 0,27                    | 0,755                 | 1,5                   | 1                       | 0,405                   | 0,405       | 600        | 4        | 2                                      |
| Parametre            | $\beta_0$                      | $\beta_1$                      | $\alpha_f$              | $\alpha_g$            | $\mu_0$               | $\mu_1$                 | $\mu_2$                 | D           | $\lambda$  | $\kappa$ | $p_0, p_{c0}$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) |
| Şekil 3-<br>Şekil 7  | 4,2                            | 2,0                            | 0,45                    | 0,45                  | -                     | -                       | -                       | -           | 0,17       | 0,02     | 4                                      |
| Şekil 8-<br>Şekil 12 | -                              | -                              | 0,45                    | 0,45                  | 350                   | 4,2                     | 0,02-0,048              | 350-<br>500 | 0,17       | 0,02     | 4                                      |

\* statik deneyde tanımlanmaz, dinamik deneylerde verilen değer



**Şekil 6.** (a) Gerilme-şekil değiştirme ilişkisi ve Castro [45] deneyi (b) Ortalama asal gerilmelerle gerilme izi (solda) asal gerilmelerin farkıyla gerilme izi (sağda) (c) Boşluk suyu basıncı-eksenel birim deformasyon ilişkisi  
 ((a) Stress-strain relationship model and Castro [45] tests (b) Stress path in terms of mean principle stresses on the left stress path in terms of principle stress differences on the right (c) Pore water pressure-axial strain relationship )

kullanılmıştır. Analizlerde ayrıca biriken boşluk suyu basıncı artışları da gösterilmiştir (Şekil 6c). Tablo 1’de deney simülasyonlarında kullanılan model parametrelerinin değerleri verilmiştir.

## 5. YENİ BİR PEKLEŞME KURALI ÖNERİSİ (A NEW PROPOSED HARDENING RULE)

Şu ana kadar elde edilen sonuçlar, yüzey tanımları olmayan durumda pekleşme davranışı için plastik akma modülünün değişimi cinsinden tanımlanmış, yüzey tanımlı formülasyonda ise kum zemine ait deney sırasında geçerli olan ancak klasik anlamda tanımlanmayan ‘ön konsolidasyon basıncı’,  $p_c$ ’nin plastik şekil değiştirmelere bağlı ifadeleri ile modellenmiştir. Burada SYT kapsamında yapılan tanımlarla akma yüzeyi üzerinde bulunan anlık gerilme vektörü ile, bu vektörün sınır yüzeyi üzerindeki ‘izdüşüm’ ya da ‘resim’ vektörü arasında tanımlanan bir interpolasyon kuralı kullanılmıştır (bkz. Eş. 25). GPT’nin geliştirilmesi ihtiyacına bakıldığında, genel olarak KPT ve SYT ile birlikte kullanımında, akma ve potansiyel

fonksiyonlarının tanımları itibarıyla zeminin birçok farklı gerilme izinde davranışını modellemede yetersiz kalabildiği görülmektedir. Ayrıca, özellikle akma sonrası zemindeki deformasyon pekleşmesinin, statik ve dinamik durumda modellenebilmesi, zeminin deviatorik ve hacimsel şekil değiştirme davranışını beraber simüle etmek amacıyla karmaşık fonksiyonları da beraberinde getirmektedir.

Burada belirtilmesi gerekli bir diğer nokta, bu çalışmada kullanılan Genelleştirilmiş Plastisite Teorisi (GPT) gerek doygun gerekse doygun olmayan zeminler için termodinamik yasaları ile uyumludur. Bu uyum matematiksel olarak Helmholtz serbest enerji ve sönümlenme enerjisi bileşenleri cinsinden hem ilişkili hem de ilişkili olmayan akma kuralı için Tamagnini ve Pastor [47] ve Santagiuliana ve Schrefler, [48] tarafından formüle edilmiştir. Böylelikle GPT’nin termodinamik uyumluluğu sunulmuştur. Ayrıca Collins ve Housby [49], bu çalışmada da kullanılan kritik durum zemin mekaniği özelinde zemin plastisitesi için termodinamik uyumluluğunu belirten bir çalışma sunmuştur. Bu çalışmada ise GPT baz alındığı ve

önerilen pekleşme kuralı, zeminin artan yüklemelerle ortaya çıkan kalıcı şekil değiştirmelerini, teorisinin tutarlılık koşulu ve plastik modülü hesabıyla uyumlu hesapladığı için, modeli yine termodinamik yasalarına uyumlu kılmaktadır. Bunun haricinde ister yüzey tanımlı ister tanımsız, GPT, klasik zemin mekaniğindeki gerilme durumlarıyla kullanılabilir. Zira modern zemin mekaniği bilindiği üzere esasen doygun zeminler kabulüyle Terzaghi tarafından termodinamik yasaları baz alınarak kurulmuştur.

GPT bu nedenlerle önerilmiştir. Ancak görece basitliğinin yanında hem granüler hem de kohezyonlu zeminlerde akma ve plastik potansiyel fonksiyonlarına ihtiyaç olmadığını veya artık kalmadığını söylemek pek doğru olmaz. Zira zemin davranışları yükleme öncesinde, sırasında ve sonrasında pek çok mekanizmadan (örn. mikro yapı, gerilme anizotropisi, deformasyon doğrultuları, ortalama asal gerilme, sıkılaştırma v.b.) ve gerilme tarihçesinden doğrudan etkilenmektedir. Dolayısıyla yüzey fonksiyonları tanımları halen pek çok tekrarlı kumlu zemin modelinde kullanılmaktadır [24, 30, 31, 33].

Bu çalışmada, GPM sonuçları, modelin yüzey tanımlı haline yapılan, yeni bir *birleşik izotropik-kinematik pekleşme kuralı* önerisi ile simüle edilmiştir. Pekleşme, deviatorik ve hacimsel plastik deformasyonlara bağlı birleşik pekleşme olacak şekilde,  $p_c$  basıncı üzerinden tanımlanmıştır. Buna göre;

$$p_c = \exp(\mu_0 \varepsilon_v^p) [1 - \mu_0 \mu_1 \exp(-\mu_2 \xi)] \quad (32)$$

Eş. 32 ifadesi önerilmiştir. Buradaki geçen hacimsel ve deviatorik pekleşme ifadeleri ayrıca Eş. 33 ve Eş. 34’de hesaplanır:

$$\frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_v^p} = \mu_0 p_c \quad (33)$$

$$\frac{\partial p_c}{\partial \xi} = \mu_1 \mu_2 \exp(\mu_0 \varepsilon_v^p) \exp(-\mu_2 \xi) \quad (34)$$

Burada  $\mu_0$  kritik durum zemin mekaniği ile uyumlu olması açısından,

$$\mu_0 = (1 + e_0) / (\lambda - \kappa) \quad (35)$$

Eş. 35’deki gibi hesaplanırken,  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  model parametreleridir. Ayrıca,  $e_0$  başlangıç boşluk oranı,  $\lambda$  ve  $\kappa$  kritik durum yükleme ve boşaltma eğrileri eğimleridir.  $\xi$  ise plastik deviatorik deformasyonun akümüle toplamıdır: (Eş. 36)

$$\xi = \int d\xi = \int |d\varepsilon_s^p| \quad (36)$$

Bu kurala bağlı olarak plastik yükleme modülü de yine SYT’deki interpolasyona benzer şekilde Eş. 37’deki gibi hesaplanır:

$$H_L = H_L^{sy} X^{\gamma(\xi)} \quad (37)$$

Burada  $H_L^{sy}$ ,  $H_L$  modülünün sınır yüzeyi üzerindeki değeridir ve Eş. 27’deki tanımıyla aynıdır, ancak  $X$  interpolasyonu ve üssel ifadesi değişmiştir. Eş. 18 akma yüzeyi denklemi ile uyumlu olacak şekilde şu ifade geliştirilmiştir: (Eş. 38)

$$X = R_m \left( 1 - \frac{\eta}{\tilde{\eta}} \right)^{c_f - 1} \quad (38)$$

Burada  $\eta$  yükleme anındaki gerilme oranı  $\eta = q/p'$ , şeklindedir ve  $R_m$ , ortalama efektif gerilme cinsinden yazılan ve kritik durum teorisinde tanımlanan haliyle ‘aşırı konsolidasyon oranı’ olup  $R_m = p_c/p'$  ve  $c_f = 1 + 1/\alpha'$  dir. Burada, (Eş. 39)

$$\tilde{\eta} = M_f c_f \quad (39)$$

olup,  $M_f$  ve  $\alpha_f$ , akma yüzeyi tanımı yapıldığında ilgili eğim ve parametresidir. Ayrıca üssel  $\gamma$  parametresi artık deviatorik plastik şekil değiştirmenin bir fonksiyonudur: (Eş. 40)

$$\gamma = \gamma_0 \exp(-D\xi) \quad (40)$$

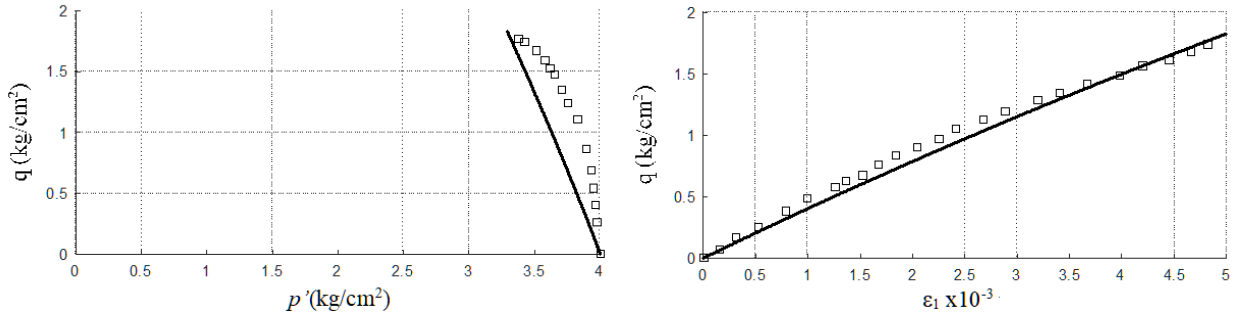
$\gamma_0$  ve  $D$  model parametreleridir. Ayrıca şu koşullar sağlanmalıdır: (Eş. 41, Eş. 42)

$$R_m = \begin{cases} 1 \rightarrow p_c < p' \\ p_c/p' \rightarrow p_c \geq p' \end{cases} \quad (41)$$

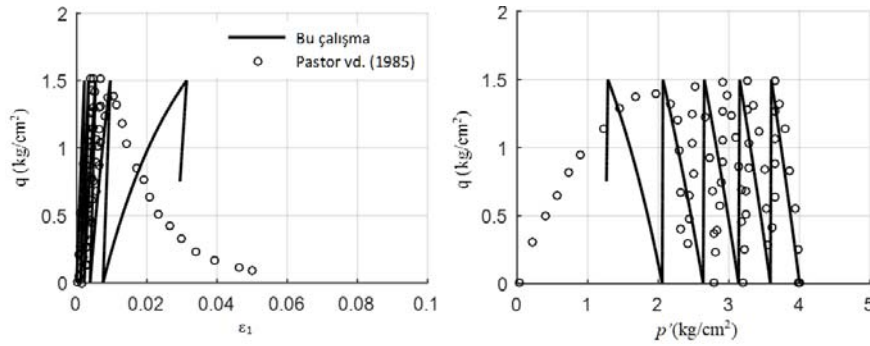
$$\frac{\eta}{\tilde{\eta}} = \begin{cases} 1 \rightarrow \eta > M_f c_f \\ \frac{\eta}{M_f c_f} \rightarrow \eta < M_f c_f \end{cases} \quad (42)$$

Bu tanımlamalarla gevşek kuma ait statik ve dinamik drenajsız gerilme ve deformasyon kontrollü deneyler simüle edilmiştir. Statik deney sonucu, Şekil 7’de [12]’de varolan veri ile karşılaştırılmıştır.

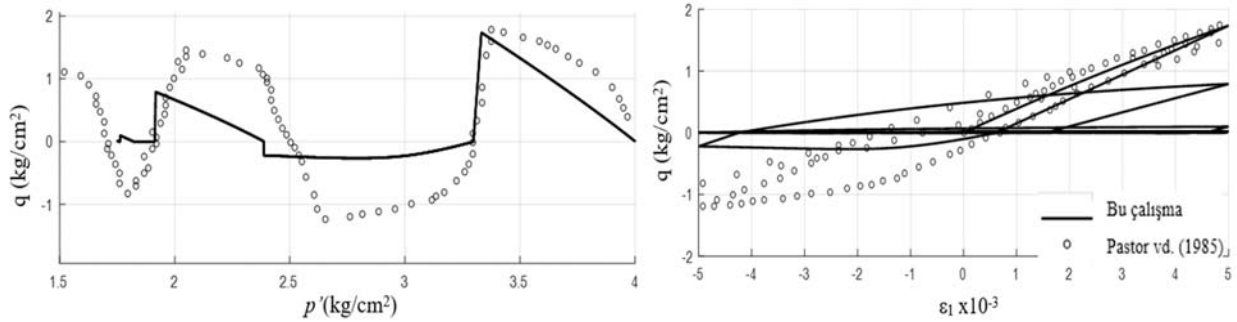
Şekil 8’de tek yönlü drenajsız gerilme kontrollü deney simülasyonu görülmektedir. Başlangıçta düşük mertebelerde elde edilen plastik şekil değiştirmeler, akümüle olarak gevşek kumda nihai durumda göçmeye vardırılmaktadır. Şekil 9’da çift yönlü deformasyon kontrollü simülasyon sonuçları gerilme izi, deviatorik gerilme-eksenel birim deformasyon ilişkisi ve boşluk suyu basıncı-eksenel birim deformasyon davranışı cinsinden verilmiştir. Sonuçlar [12] davranışıyla karşılaştırılmıştır. Efektif ortalama gerilme ve mukavemetteki azalım çevrim sayısı arttıkça modellenebilmektedir. Çift genlikli yüklemelerde basınçtaki davranışa kıyasla çekmede o kadar iyi bir sonuç elde edilememiştir. Gevşek kumun sıvılaşmaya doğru davranışı sırasında çekmede hacimsel sıkışma gösterdiği görülmektedir. Birim vektörler yüzey fonksiyonlarıyla



**Şekil 7.** Gevşek kumun düşük genlikli statik sonuçları, deformasyon kontrollü yükleme, kutu işaretler [12] sonuçları (Results of low amplitude static loading test of loose sand, strain-controlled loading)



**Şekil 8.** Tek yönlü gerilme kontrollü deney a) Deviatorik gerilme-eksenel deformasyon ilişkisi b) Gerilme izi (One-way stress-controlled test, deviatoric stress-axial strain relationship, Stress path)



**Şekil 9.** Çift yönlü deformasyon kontrollü yükleme deneyi a) Gerilme izi b) Deviatorik gerilme-eksenel birim deformasyon ilişkisi c) Boşluk suyu basıncı-eksenel birim deformasyon davranışı (Two-way strain-controlled loading test a) Stress path b) Deviatoric stress-axial strain relationship c) Pore pressure-axial strain)

hesaplanırken, bu duruma dikkat edilmiştir. Ancak pekleşme davranışında bunun yansıtılmadığı düşünülürse, geliştirilen ifadeye değişiklikler öngörülebilir. Ayrıca deformasyon kontrollü deneylerin sayısal simülasyonlarında, 'pikleşme doygunluğu' durumuyla karşılaşılmış, üstesinden gelebilmek için *ilişkili akma kuralına* geçilmiştir. Zeminde yumuşama başladıktan sonra ilerleyen çevrimlerde  $H_L$  modülü negatif olabilmekte, bu da sonuçlarda yanlışlığa sebep olmaktadır.  $n_f=n_g$  ilişkisi sağlanırsa sistemde yumuşama davranışı daha iyi modellenebilir. Benzer bir durum çok sıkı kumlarda ortaya çıkarken,  $M_f=M_g$  eşitliği kritik durum eğrisi için sağlanabilir. Dolayısıyla burada ilişkili akma kuralı kabulünün uygunluğu görülmektedir. Bu durum gerilme kontrollü analizlerde ortaya çıkmamaktadır.

## 6. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada Genelleştirilmiş Plastisite Teorisi ile doymuş gevşek ve sıkı kumların statik ve tekrarlı bünye davranışı modellenmiştir. Teori iki farklı şekilde formüle edilmiş, bu formülasyonlarda gerilme vektörünün konumunu kontrol eden akma yüzeyi ile plastik şekil değiştirme vektörlerinin hesabını kontrol eden plastik potansiyel fonksiyonlarının kum zeminin davranışındaki rolü araştırılmıştır. Önce drenajlı ve drenajsız deformasyon kontrollü statik üç eksenli basınç deneyleri simüle edilmiştir. Ardından yüzey tanımları yapılmadan, gevşek kumun dinamik davranışı da modellenmiş ve tüm sonuçların hem gevşek hem de sıkı kumlar için statik ve dinamik yükleme altında deneylerle

uyum içinde olduğu görülmüştür. Buradan suya doymun kumların statik ve dinamik davranışını modellemede, GPT çerçevesinde fonksiyona ihtiyaç duyulmadan bünye davranışının modellenebileceği görülmüştür. Bu durum özellikle modelin formülasyonuna önemli ölçüde basitlik getirmekte ve modelin bu halinin bir sonlu elemanlar yazılımına aktarımını kolaylaştırmaktadır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, yüzey tanımlı formülasyon ile özellikle gevşek kumların sıvılaşma davranışına yönelik yeni bir pekleşme kuralı önerilmiştir. Beraberinde plastik yükleme modülünün hesabı da güncellenmiş, aşırı konsolidasyon oranına bağlı yeni bir interpolasyon fonksiyonu geliştirilmiştir. Sonuçlar özellikle gerilme-kontrollü simülasyonlarda deneyler ve önceki sayısal sonuçlarla uyumluken, çekmedeki davranış aynı ölçüde modellenememiştir. Bunun sebebi olarak, modelin yeni geliştirilen pekleşme ifadesiyle uyumlu plastik akma modülünün, çekmede davranışı aynı doğrulukta yakalayamaması olduğu düşünülmektedir. Buna karşın gevşek kumun sıvılaşma ve çevrimsel hareketlilik davranışları niteliksel ve niceliksel olarak kabul edilebilir doğrulukta modellenebilmiştir.

Sonuç olarak gerek yüzey tanımlı gerek yüzey tanımsız formülasyon ile simüle edilen doymun kumların statik ve dinamik davranışları, modellenecek deney tipi ve gerilme izine bağlı olurken, her iki yöntem de kullanılabilir. Dolayısıyla bu fonksiyonların zemin türüne göre çok iyi çalışan fonksiyonlar olarak belirlenmesi ve geoteknik problemlerinde karşımıza çıkabilecek hemen her gerilme durumunda sürekli ve integre edilebilir olmaları gerekir. Gerek literatürdeki gerekse yazarın yaptığı çalışmalar, statik durumda formülasyonlar arasında önemli mertebede farklılıklar göstermemiştir. Dinamik durumda ise özellikle gevşek kumda sıvılaşmaya yakın yükleme çevrimlerinde gerilme-şekil değiştirme eğrilerinde farklılığın arttığı, sıkı kumlarda ise farklı toplam çevrim sayılarında zeminin göçmeye uğradığı belirlenmiştir. Yüzey tanımsız formülasyon basitliği ve uygulamadaki kolaylığı ile öne çıkarken, yüzey tanımlı formülasyondan vazgeçmeden teoriye yapılacak özellikle pekleşme kuralı cinsinden değişimler, teoriyi daha da karmaşıklaştırmadan davranışı daha doğru açıklayabilmektedir.

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Bu çalışma yakın zamanda tamamlanan 'DRISCS' akronimli ve 333831 numaralı Avrupa Birliği Marie-Curie Kariyer Entegrasyon araştırma projesi desteğiyle yapılmıştır. Yazar, Avrupa Araştırma Komisyonu'na teşekkürü bir borç bilir.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Drucker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J., Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity, Trans. ASCE, 122, 338-346, 1957.
2. Schofield, A., and Wroth, P., Critical state soil mechanics, London: McGraw-Hill, 310, 1968.

3. Mohr, O., Welche umstände bedingen die elastizitätsgrenze und den bruch eines materials, Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 46 (1524-1530), 1572-1577, 1900.
4. Drucker, D.C., & Prager, W., Soil mechanics and plastic analysis or limit design, Quarterly of Applied Mathematics, 10 (2), 157-165, 1952.
5. Mróz, Z., Norris, V.A., and Zienkiewicz, O., An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., 2 (3), 203-221, 1978.
6. Krieg, R.D., A practical two surface plasticity theory, J. Appl. Mech., 42 (3), 641-646, 1975.
7. Dafalias, Y.F. and Popov, E.P., A model of nonlinearly hardening materials for complex loading, Acta Mechanica, 21 (3), 173-192, 1975.
8. Dafalias, Y.F. and Hermann, L.R., Bounding surface formulation of soil plasticity, Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, G. N. Pande and O. C. Zienkiewicz (Eds), Wiley, 253-282, 1982.
9. Poorooshasb, H.B., & Pietruszczak, S., A generalized flow theory for sand, Soils and Foundations, 26 (2), 1-15, 1986.
10. Zienkiewicz, O.C. and Mroz, Z., Generalized plasticity formulation and application to geomechanics, Desai C.S., Gallagher R.H. (eds.), Mechanics of Engineering Materials, New York, Wiley, 655-679, 1984.
11. Zienkiewicz, O.C., Leung, K.H., Pastor, M., Simple model for transient soil loading in earthquake analysis: I. Basic model and its application, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., 9, 453-476, 1985.
12. Pastor, M., Zienkiewicz, O.C., Leung, K.H., Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. II. Non-associative models for sands, Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., 9, 477-498, 1985.
13. Pastor, M., Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Generalized plasticity and the modeling of soil behavior, Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., 14, 151-190, 1990.
14. Ülker, M.B.C., Yüksek başlangıç tekrarlı gerilme oranlarının kumlarda kalıcı şekil değiştirmelere etkisi, 17. Ulusal Zemin Mekaniği ve Geoteknik Mühendisliği Konferansı, 26-28 Eylül, İstanbul Üniversitesi, İstanbul, 2018.
15. di Prisco, C., & Imposimato, S., Static liquefaction of a saturated loose sand stratum, Int. Journal of Solids and Structures, 39 (13-14), 3523-3541, 2002.
16. Mróz, Z., Boukpeti, N., Drescher, A., Constitutive model for static liquefaction, International Journal of Geomechanics, 3 (2), 133-144, 2003.
17. Luo, G., and Zhang, J. M., Constitutive model for sand considering the variation of its physical state, Journal of Hydraulic Engineering, 7, 005, 2004.
18. Dafalias, Y. F., Papadimitriou, A. G., & Li, X. S., Sand plasticity model accounting for inherent fabric anisotropy, Journal of Engineering Mechanics, 130 (11), 1319-1333, 2004.
19. Imam, S. R., Morgenstern, N. R., Robertson, P. K., & Chan, D. H., A critical-state constitutive model for

- liquefiable sand, *Canadian Geotechnical Journal*, 42 (3), 830-855, 2005.
20. Andrade, J. E., & Ellison, K. C., Evaluation of a predictive constitutive model for sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134 (12), 1825-1828, 2008.
  21. Rahman, M. M., Lo, S. C., & Dafalias, Y. F., Modelling the static liquefaction of sand with low-plasticity fines, *Géotechnique*, 64 (11), 881-894, 2014.
  22. Lu X., Huang M., Static liquefaction of sands under isotropically and K0-consolidated undrained triaxial conditions, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 141 (1), 04014087, 2014.
  23. Elgamal, A., Yang, Z., and Parra, E, Computational modeling of cyclic mobility and post-liquefaction site response, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22 (4), 259-271, 2002.
  24. Papadimitriou, A. G., Bouckovalas, G. D., & Dafalias, Y. F., Plasticity model for sand under small and large cyclic strains, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127 (11), 973-983, 2001.
  25. Papadimitriou, A. G., & Bouckovalas, G. D., Plasticity model for sand under small and large cyclic strains: a multiaxial formulation, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22 (3), 191-204, 2002.
  26. Osinov, V. A., Cyclic shearing and liquefaction of soil under irregular loading: an incremental model for the dynamic earthquake-induced deformation, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 23 (7), 535-548, 2003.
  27. Di Prisco, C., & Zambelli, C., Cyclic and dynamic mechanical behaviour of granular soils: Experimental evidence and constitutive modelling, *Revue française de génie civil*, 7 (7-8), 881-910, 2003.
  28. Yang, S., & Ling, H. I., Calibration of a generalized plasticity model and its application to liquefaction analysis, In *Soil Constitutive Models: Evaluation, Selection, and Calibration*, 483-494, 2005.
  29. Fu, Q., Hashash, Y. M., Jung, S., & Ghaboussi, J., Integration of laboratory testing and constitutive modeling of soils, *Computers and Geotechnics*, 34 (5), 330-345, 2007.
  30. Wang, G., & Zhang, J. M., A cyclic elasto-plastic constitutive model for evaluating large liquefaction-induced deformation of sand, *Yantu Gongcheng Xuebao Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 29 (1), 51-59, 2007.
  31. Zhang, J. M., & Wang, G., Large post-liquefaction deformation of sand, part I: Physical mechanism, constitutive description and numerical algorithm, *Acta Geotechnica*, 7 (2), 69-113, 2012.
  32. Taiebat, M., Shahir, H., & Pak, A., Study of pore pressure variation during liquefaction using two constitutive models for sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27 (1), 60-72, 2007.
  33. Andrianopoulos, K. I., Papadimitriou, A. G., & Bouckovalas, G. D., Bounding surface plasticity model for the seismic liquefaction analysis of geostructures, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30 (10), 895-911, 2010.
  34. Wang, R., Zhang, J. M., & Wang, G., A unified plasticity model for large post-liquefaction shear deformation of sand, *Computers and Geotechnics*, 59, 54-66, 2014.
  35. Lanzano, G., Visone, C., Bilotta, E., & de Magistris, F. S., Experimental assessment of the stress-strain behaviour of Leighton Buzzard sand for the calibration of a constitutive model, *Geotechnical and Geological Engineering*, 34 (4), 991-1012, 2016.
  36. Ziotopoulou, K., & Boulanger, R. W., Plasticity modeling of liquefaction effects under sloping ground and irregular cyclic loading conditions, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 84, 269-283, 2016.
  37. Zahmatkesh, A., & Janalizadeh Choobbasti, A., Calibration of an advanced constitutive model for Babolsar sand accompanied by liquefaction analysis, *Journal of Earthquake Engineering*, 21 (4), 679-699, 2017.
  38. Rahimi, M., Chan, D., & Nouri, A., Constitutive model for cyclic behaviour of cohesionless sands, *Geomechanics and Geoengineering*, 12 (1), 36-47, 2017.
  39. Bayrakçı, S. ve Baran, T., Zemin dinamik davranışının eşdeğer lineer analiz yöntemi ile belirlenmesi, *Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 1 (1), 10-15, 2018.
  40. Çelik, F., Statik kazık yükleme deneyinin farklı zemin modellerinde sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesi ve arazi bulgularıyla karşılaştırılması, *Ömer Halisdemir University Journal of Engineering Sciences*, 8 (1), 182-192, 2019.
  41. Lode, W., Versuche über den einfluss der mittleren hauptspannung auf das fließen der metalle eisen kupfer und nickel, *Zeitung Phys.*, 36, 913-939, 1926.
  42. Rahman, M.S. and Ülker, M.B.C., Modeling and computing for geotechnical engineering: An introduction, CRC Press Science Publishers, Boca Raton, FL, 2018.
  43. Wilde, P., Two-invariants dependent model of granular media, *Archives of Mech. (Polish Acad. Sci.)*, 29, 799-809, 1977.
  44. Ülker, M.B.C., A new hardening interpolation rule for the dynamic behavior of soils using generalized plasticity framework, 19th Int. Conf on Soil Mechanics and Geotech. Engg. ICSMGE, Sept. 17-22, Seoul, South Korea, 2017.
  45. Castro, G., Liquefaction of sands, Ph.D. Thesis, Harvard University, Harvard, Massachusetts, US., 1969.
  46. Taylor, D.W., *Fundamentals of Soil Mechanics*, Wiley, 1948.
  47. Tamagnini R. and Pastor M., A thermodynamically based model for unsaturated soils: a new framework for generalized plasticity, *Unsaturated Soils – Mancuso & Tarantino (eds)*, Taylor & Francis Group, London, 2005.

48. Santagiuliana, R. and Schrefler, B.A., Enhancing the Bolzon–Schrefler–Zienkiewicz constitutive model for partially saturated soil, *Transport in Porous Media*, 65, 1-30, 2006.
49. Collins, I.F. and Houlsby, T., Application of thermomechanical principles to the modelling of geotechnical materials, *Proc. Royal Soc. London A.*, 453, 1975-2001, 1997.