www.istatistikciler.org
İstatistikçiler Dergisi 4 (2011) 1-8

İstatistikçiler Dergisi

Monte Carlo stokastik optimizasyonu ile optimal saklama payı seviyesi hesabı

Murat Büyükyazıcı

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800 Beytepe, Ankara
muratby@hacettepe.edu.tr

Erbil Taşar

Hewlett Packard
Türkiye Merkez Ofisi
Ümraniye, İstanbul
erbil.tasar@gmail.com

Özet

Bu çalışmada, son yıllarda finans sektöründe yaygın olarak kullanılan riske maruz değer (Value-at-Risk, VaR) risk ölçüsü ile toplam hasar fazlası reasürans yöntemi altında beklenen ve standart sapma prim ilkeleri açısından sigortacının maruz kalacağı toplam ödemeyi Monte Carlo stokastik optimizasyon yöntemi ile minimize ederek sigortacı için optimal saklama payının hesaplanması incelenmiştir. Böylece analitik çözümün elde edilemediği durumlarda optimal saklama payının Monte Carlo stokastik optimizasyon yöntemi ile elde edilebileceği gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler: Reasürans; Toplam hasar fazlası; Optimal saklama payı; Riske maruz değer (VaR); Monte Carlo optimizasyon; Stokastik optimizasyon.

Abstract

Optimal retention limit with Monte Carlo stochastic optimization

In this study, VaR (Value-at-Risk) risk measure which is commonly used in financial sector in recent years, are analyzed by minimizing cedent's total risk of exposure using Monte Carlo Stochastic optimization method, with calculating the optimal retention limit in terms of expected and standart deviation premium principles under the stop loss reinsurance contract for the cedent. Thus, it is revealed that, in the circumstances, when analytic solution is not achieved, the optimal retention limit can be achieved by Monte Carlo optimization method.

Keywords: *Reinsurance; Stop loss; Optimal retention limit; Value-at-Risk (VaR); Monte Carlo optimization; Stochastic optimization.*

1. Giriş

Sigorta şirketleri, üzerlerine aldıkları riski azaltmak ve kendilerini beklenmeyen hasarlara karşı koruyabilmek için portföy yapılarını ve gelecek planlarına en uygun reasürans yöntemini belirlemelidir. Reasürans yönteminin belirlenmesinin yanı sıra sigorta şirketinin üzerinde tuttuğu riskin ne kadarını sigortalaması gerektiğinin belirlenmesi de reasürans uygulamalarının önemli problemlerinden biridir.

Optimal reasürans konusu, aktüerya alanında klasik bir problemdir. Araştırmacılar problemi reasürör ya da sedan şirket açısından inceleyebilirler. Bu konudaki ilk çalışma Borch tarafından ortaya konulmuştur. Birkaç yıl sonra, Arrow [1] ise beklenen değer prim ilkesi ile toplam hasar fazlası (stop loss) reasürans yönteminin, riskten kaçınan sigortacının dönem sonu varlığını beklenen fayda kuramı ile maksimize ettiğini göstermiştir. Optimal reasürans modelleri ile ilgili olarak, araştırmaların önemli bir kısmı ya sigortacının faydasını maksimize etmeye ya da sigortacının riskini minimize etmeye adanmıştır.

Reasürans yapısına bakıldığında, sedan reasüröre kısmen risk aktardığında, bunun karşılığı olan reasürans primini ödeyerek ek bir maliyete katlanmaktadır. Bu nedenle, sedanın kendi üzerinde sakladığı risk arttıkça daha düşük, azaldıkça daha yüksek bir reasürans primi ödemesi beklenir. Dolayısıyla sigortacı reasürans koruması aradığında; reasürans priminin maliyeti ile üzerinde sakladığı riskin maliyeti arasında karar vermek zorunda kalacaktır. Bu konuda birçok çalışma yapılmıştır. Önceki çalışmalarda; Gerber, Waters, Pesonen, Goovaerts vd., ve Hesselager, son zamanlarda ise Gajek ve Zagrodny, Kaluszka, Cai ve Tan ve Cai vd. bu konuya katkı sağlamışlardır [12].

Sigorta şirketlerinin sigorta etmiş olduğu riskin, reasüröre devretmeyip üzerinde tuttuğu kısmı saklama payı olarak adlandırılır. Saklama payının doğru ve optimal belirlenmesi sigorta şirketi açısından büyük önem taşımaktadır. Çünkü saklama payınının yüksek tutulması halinde büyük bir hasarın meydana gelmesi sigortacıyı büyük kayıplara uğratacağı gibi, saklama payının düşük tutulması da sigorta şirketinin gereksiz prim kaybına yol açacaktır.

Optimal saklama payının belirlenmesinde çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bunların başında fayda kuramı ve iflas olasılığı yöntemleri gelmektedir. Bu klasik yaklaşımların dışında, son dönemde pazar risklerini belirlemede, portföy optimizasyonları vb. konularda gittikçe önem kazanan riske maruz değer (value-at-risk, VaR) ve koşullu riske maruz değer (conditional tail expectations, CTE) gibi risk ölçümleri de kullanılmaktadır.

Cai ve Tan (2007), beklenen prim ilkesi altında toplam hasar fazlası reasürans yöntemini kullanarak, sigortacının toplam ödemesini VaR ve CTE risk ölçümleriyle minimize ederek, optimal saklama payının varlığı için gerek ve yeter koşulları belirtmişlerdir.

Reasürans primi beklenen prim ilkesi ile hesaplandığında; çok sayıda reasürans anlaşma tipi arasından yalnızca toplam hasar fazlası anlaşmaları, sedanın sakladığı riskin varyansını en küçük yaptığı için, en uygun olanıdır [5, 2, 10, 3, 4, 1].

Literatürde yer alan optimal reasürans çalışmalarının çoğunda beklenen prim ilkesi varsayımı kullanılmıştır [12]. Beklenen prim ilkesi dışında literatürde sıklıkla karşılaşılan çok sayıda temel prim hesaplama yöntemlerinden bazıları; standart sapma, varyans ve ortalama değer prim ilkeleridir [13].

Cai ve Tan (2007)'in çalışmasından yola çıkarak Tan vd. (2009), toplam hasar fazlası yöntemine ek olarak yine yaygın bir biçimde kullanılan kot-par yöntemini analiz etmişlerdir. Ayrıca, 17 farklı reasürans prim ilkesi altında optimal saklama payını değerlendirerek konuyu iki farklı yöne doğru genişletmişlerdir. Seçilen prim ilkelere bağlı olarak kot-par ve toplam hasar fazlası reasürans yöntemlerini, VaR ve CTE risk ölçümleri altında optimal çözüm aramanının anlamlı olup olmadığını ve optimal çözüm var ise, analitik olarak çözümün elde edilip edilemediğini göstermiştir. Aşağıda Çizelge 1'de sadece toplam hasar fazlası reasürans yöntemi ve dört prim ilkesi için buldukları sonuçlar verilmiştir.

Çizelge 1. Prim ilkeleri / reasürans yöntemleri.

Prim Ilkesi	Toplam Hasar Fazlası	
	VaR	CTE
Beklenen	NT	NT
Standart sapma	-	-
Varyans	NT	NT
Ortalama değer	T	T

Çizelge 1.'de;

T : optimal çözümün anlamsız olduğunu (trivial),
NT : optimal çözümün anlamlı olduğunu (nontrivial),
- : optimizasyon probleminin karışıklığı nedeniyle analitik olarak optimal çözümün elde edilemediğini

ifade etmektedir.

Bu çalışmada, son yıllarda finans sektöründe yaygın olarak kullanılan VaR risk ölçümü ile toplam hasar fazlası reasürans yöntemi altında iki farklı prim ilkesi açısından sigortacının maruz kalacağı toplam ödemeyi Monte Carlo stokastik optimizasyon yöntemi ile minimize ederek sigortacı için optimal saklama payının hesaplanması incelenmiştir. Böylece analitik çözümün elde edilemediği durumlarda optimal saklama payının Monte Carlo stokastik optimizasyon yöntemi ile elde edilebileceği gösterilmiştir.

Çalışmanın birinci bölümünde konuya giriş yapılmış, önceki çalışmalar hakkında bilgi verilmiş ve bu çalışmada ne yapıldığı belirtilmiştir. İkinci bölümde VaR risk ölçütü kısaca açıklanmıştır. Üçüncü bölümde Monte Carlo stokastik optimizasyon yönteminden genel olarak bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde toplam hasar fazlası reasürans benzetim optimizasyon modeli verilmiş; beşinci bölümde altı farklı stokastik reasürans optimizasyon senaryosu için Crystal Ball® 11.1.2 yazılımı kullanılarak Monte Carlo stokastik optimizasyon yöntemiyle optimal saklama payları hesaplanmış ve altıncı bölümde çalışmanın sonuçları değerlendirilmiştir.

2. VaR risk ölçütü

VaR, bir mali kuruluşun ya da firmanın risk durumunu bir bütün olarak ortaya koyabilen, klasik risk ölçümlerine kıyasla anlaşılması daha kolay olan ve risk tutarlarını riskin meydana gelme olasılığıyla ilişkilendirerek ifade edilebilen bir ölçüm olarak bilinmektedir.

VaR'ın çeşitli kullanım alanları bulunmaktadır:

- Toplam risk hedeflerini ayarlama,
- şirket içi sermaye dağıtımını belirleme,
- farklı yatırım seçeneklerin değerlendirme.

Daha ayrıntılı bilgi için Dowd [7] yeterli bir kaynaktır.

X bağımsız değişkeni toplam hasarı gösteriyor olsun. $0 < \alpha < 1$ olmak üzere $(1-\alpha)$ güven aralığında X'in VaR'ı;

$$VaR_X(\alpha) = \inf\{x : P(X > x) \leq \alpha\} \tag{1}$$

biçiminde verilir.

3. Monte Carlo stokastik optimizasyonu

Bir optimizasyon modelinin üç önemli unsuru bulunmaktadır. Bunlar; karar değişkenleri, kısıtlar ve amaç fonksiyonudur. Optimizasyon, kısıtları sağlayacak şekilde amaç fonksiyonunu maksimize ya da minimize eden karar değişkeni değerlerinin en iyi kombinasyonunu belirleme sürecidir.

Verilen amaç fonksiyonunu minimize eden bir optimizasyon modelinin genel gösterimi;

$$\min_{\theta \in \Theta} J(\theta) \tag{2}$$

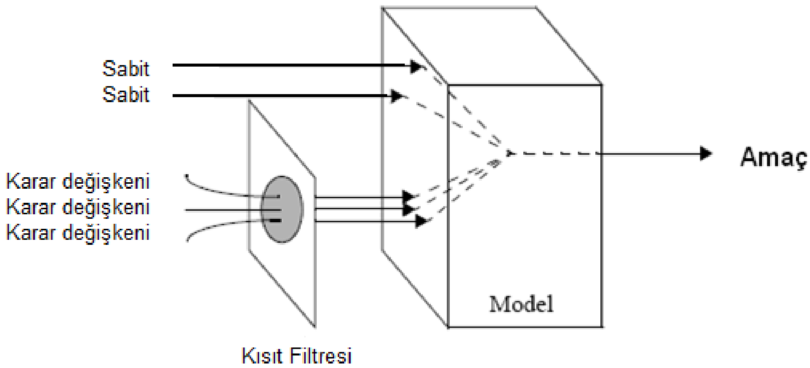
biçiminde verilebilir. Burada; θ girdi değişkenlerini, $J(\theta)$ amaç fonksiyonunu ve Θ ise kısıt kümesini göstermektedir. J amaç fonksiyonu için kullanılabilecek en yaygın gösterim Eş. 3'de verilen beklenen değer biçimindedir.

$$J(\theta) = E\left[L(\theta, \varepsilon)\right] \tag{3}$$

Burada ε bir benzetim tekrarlamasında sistemin stokastik etkisini, $L(\theta,\varepsilon)$ ise benzetim tekrarlamaları sonucunda elde edilen örneklem tahminlerini göstermektedir [8, 9].

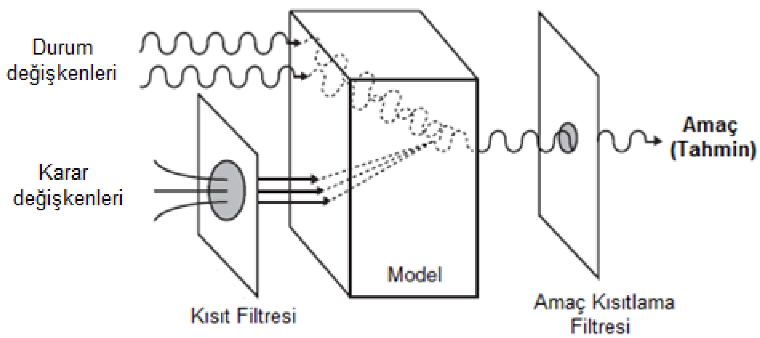
Optimal değerler elde etmek genellikle, hedefe doğru ve tekrarlayan işlemlerden oluşan bir araştırma sürecini gerektiririr. Bu süreç, karar değişkenlerinin başlangıçtaki değerleri için amaç fonksiyonu değerleri hesaplama, sonuçları analiz etme, bir veya daha fazla karar değişkenini değerlerini değiştirme, modeli tekrar çalıştırma ve tatmin edici bir sonuç bulana dek aynı işlemleri tekrar etmeyi içerir.

Eğer problem basit ve durum değişkenlerinin değerleri tam olarak biliniyorsa, optimizasyon modelindeki tüm girdiler sabit ise, model deterministik olacaktır. Şekil 1.'de deterministik bir optimizasyon modeli görülmektedir.



Şekil 1. Deterministik optimizasyon modeli [11]

Ancak birçok durumda deterministik bir model, karar verme probleminin içerdiği tüm karmaşıklığı açıklayamayabilir. Bir modeldeki bazı girdiler belirsiz ve dolayısıyla sadece olasılık dağılımları ile tanımlanabiliyor ise karar değişkenlerinin seçilen çözüm kümesi için amaç fonksiyonu değerlerinin olasılık dağılımı elde edilebilir.



Şekil 2. Stokastik optimizasyon modeli [11]

En az bir tane rastgele parametre içeren bu tür modeller ise stokastik optimizasyon modeli olarak adlandırılır. Şekil 2.'de stokastik bir optimizasyon modeli görülmektedir. Karar değişkenlerinin seçilen bir çözüm kümesi için amaç fonksiyonun kesin bir değeri olmayacağı da şekilden görülmektedir.

Deterministik bir modelin optimal çözümü analitik olarak ya da Monte Carlo optimizasyonu adı verilen, rastgele seçilen çok sayıda uygun çözüm kümeleri içinde amaç fonksiyonuna en iyi değeri verenin bulunması yöntemiyle olabilir [6].

Stokastik modellerin optimizasyonu, deterministik modellere göre daha karmaşıktır. Stokastik bir modelin optimal çözümü analitik yollarla bulunamıyorsa; optimal çözüm, hem model girdilerinin (durum değişkenleri, sistem parametreleri vs.) belirlenmesinde, hem de optimal sonucun aranmasında belli bir olasılık dağılımına uygun rastgele sayılar üreten Monte Carlo benzetimi kullanılarak elde edilebilir [11].

Optimal saklama payının belirlenmesi gibi risk analizlerinde kullanılan deterministik modeller günümüzde etkinliğini kaybetmekte, gerçek karar verme süreçlerindeki karmaşıklığı açıklamamaktadır. Bunun yerine rastlantıya bağlı olayların ortaya çıkma durumunu içeren stokastik modeller tercih edilmelidir. Ancak stokastik modellerin optimal çözümünün analitik olarak bulunması çok basitleştirici varsayımlar yapıldığında bile çoğu zaman mümkün değildir [12]. Bu çalışmada optimal saklama payı belirleme stokastik modelinin çözümü, hem model girdilerinin hem de optimal sonucun aranmasında belli bir olasılık dağılımına uygun rastgele sayılar üreten Monte Carlo tekniğini kullanan Crystal Ball® 11.1.2 programı ve bu programın kendi içinde kullandığı optimizasyon algoritması olan OptQuest® yardımıyla elde edilecektir.

4. Toplam hasar fazlası reasürans benzetim optimizasyon modeli

Sigortacının başlangıçta öngördüğü toplam hasar miktarını belirten negatif olmayan bir rastlantı değişkeni X olsun. Toplam hasar fazlası reasürans anlaşmalarında sigorta şirketi toplam hasarın X_I kadarlık kısmını üstlenir ve geri kalan $X_R = X - X_I$ kısmını reasüröre devreder. Saklama payı $d > 0$ olmak üzere, sigortacının ve reasürörün ödeyecekleri toplam hasar miktarları sırasıyla $X_I = \min\{x, d\}$ ve $X_R = \max\{0, x-d\}$ biçiminde hesaplanır.

Reasürans anlaşması yoluyla riskin devredilmesi sürecinde sigorta şirketi saklama payının seviyesine göre reasüröre bir prim ödemek durumundadır. Saklama payı seviyesi arttıkça, reasüröre ödenmesi gereken primin azalması beklenir. Dolayısıyla, reasürans primi $\pi_R(d)$, d saklama payının azalan bir fonksiyonudur. $\rho > 0$ yükleme katsayısı olmak üzere beklenen değer ve standart sapma prim ilkelerine göre reasürans primi sırasıyla,

$$\pi_R(d) = (1+\rho)E(X_R)\,, \tag{4}$$

$$\pi_R(d) = E(X_R) + \rho\sqrt{V(X_R)}\,, \tag{5}$$

biçimlerinde yazılabilir. Burada $E(X_R)$ reasürans ödemesinin beklenen değerini, $V(X_R)$ reasürans ödemesinin varyansını göstermektedir.

Sigorta şirketi açısından toplam ödeme T, devredilmeyen hasar ve reasürans priminden oluşur [3].

$$T = X_I + \pi_R(d) \tag{6}$$

Toplam hasar fazlası reasürans yöntemi ile sigortacının maruz kaldığı toplam ödeme için VaR ölçümünü minimize eden stokastik optimizasyon modeli Eş. 7'de verilmiştir. Beşinci bölümde farklı durumlar için d^* optimal saklama payı değerleri bu model üzerinden elde edilecektir.

$$\min_{d\in[0,\infty)} E[VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)] \tag{7}$$

5. Benzetim sonuçları

Çalışmanın bu bölümünde Eş. 7'de verilen stokastik optimizasyon modelinin benzetimi ve optimizasyonu için OptQuest® benzetim optimizasyoncusunu kullanan Crystal Ball® 11.1.2 programı deneme sürümünden yararlanılmıştır.

Sigortacının optimal saklama payı seviyesi; hasar dağılımı, reasürör güvenlik yükleme katsayısı, reasürans prim ilkeleri açılarından ele alınmıştır. Cai ve Tan, 2007'nin örneklerinin sonuçları ile karşılaştırabilmek amacıyla sigortacının toplam hasar dağılımı için ortalama ve standart sapması 1000 olan üstel dağılım $F(x)=1-e^{-0,001x}, x\geq 0$; ile ortalaması 1000 standart sapması yaklaşık 1732 olan pareto dağılımı, $F(x)=1-\left(\frac{2000}{x+2000}\right)^3, x\geq 0$ incelenmiştir. Ayrıca, ortalaması ve standart sapması 1000 olan lognormal dağılım ($\mu=6,637$; $\sigma=0,541$) da ele alınmıştır. Reasürans prim ilkelerinden beklenen ve standart sapma için de ayrı durumlar oluşturulmuştur. Ayrıca reasürörün güvenlik yükleme katsayısı $\rho=0,2$ ve 2ρ oranlarında ayrı durumlar gerçekleştirilmiştir. Toplamda oluşturulan 6 durum için sigortacının optimal saklama payı seviyleri *VaR* ölçümü için $(1-\alpha)=0,90$ güven aralığında hesaplanmıştır.

Kullanılan programda her bir durum için belirlenen optimal saklama payı seviyelerinin makul bir bilgisayar çalışma süresinde elde edilebilmesi ve tutarlı olabilmesi için 10.000 örnekli (sample) 1.000 sonuç (solution) elde edilmiştir.

Çalışmada 6 farklı durum için elde edilen sonuçlar aşağıda Çizelge 2'de verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlar kesin analitik çözüm sonuçları değil, yaklaşık çözüm sonuçlarıdır. Bu durum Cai ve Tan, 2007 çalışmasında Durum1 ve Durum2 için $\rho=0,2$ olması durumunda elde edilen optimal saklama payı seviyelerinin analitik sonuçları sırasıyla 182,32 ve 125,32 ile bu çalışmada elde edilen yaklaşık çözümler 184 ve 128 değerleri karşılaştırıldığında da görülebilmektedir. Çizelge 1'de görüldüğü üzere Tan vd. (2009) optimizasyon probleminin karışıklığı nedeniyle analitik olarak optimal çözümün elde edilemediğini belirttiği standart sapma prim ilkesi için de stokastik optimizasyon yöntemiyle sonuçların elde edilebildiği Çizelge 2'de görülmektedir.

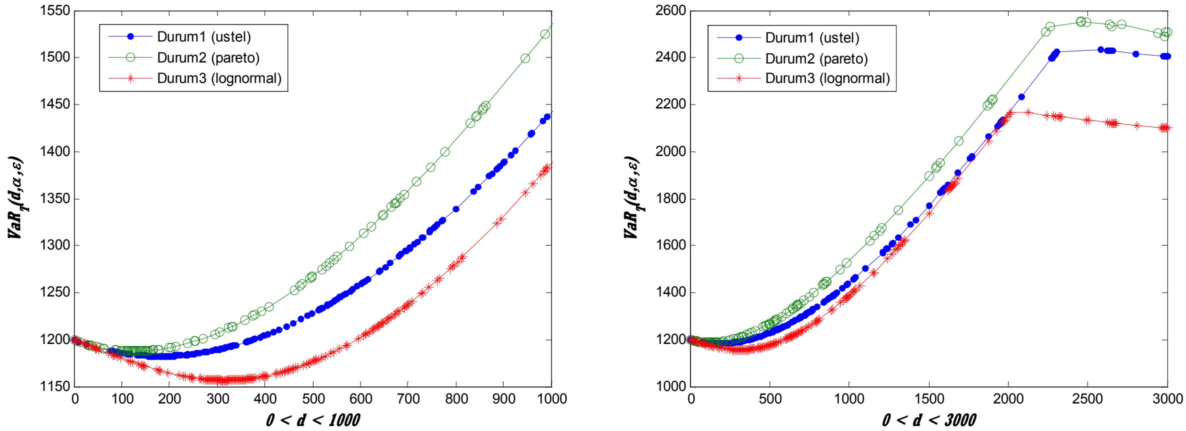
Çizelge 2. Altı farklı durum için elde edilen stokastik optimizasyon sonuçları

	Toplam Hasar Dağılımı	Prim Ilkeleri	Optimal Saklama Payı d*		$VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$	
			Yükleme katsayısı (ρ)	Yükleme katsayısı (2ρ)	Yükleme katsayısı (ρ)	Yükleme katsayısı (2ρ)
Durum1	Üstel	Beklenen	184,00	336,00	1182,35	1336,63
Durum2	Pareto	Beklenen	128,00	239,97	1187,69	1355,46
Durum3	Lognormal	Beklenen	312,00	440,00	1156,98	1287,07
Durum4	Üstel	Standart sapma	0,00	0,00	1200,00	1400,00
Durum5	Pareto	Standart sapma	0,00	0,00	1346,41	1692,82
Durum6	Lognormal	Standart sapma	44,00	48,00	1199,99	1399,98

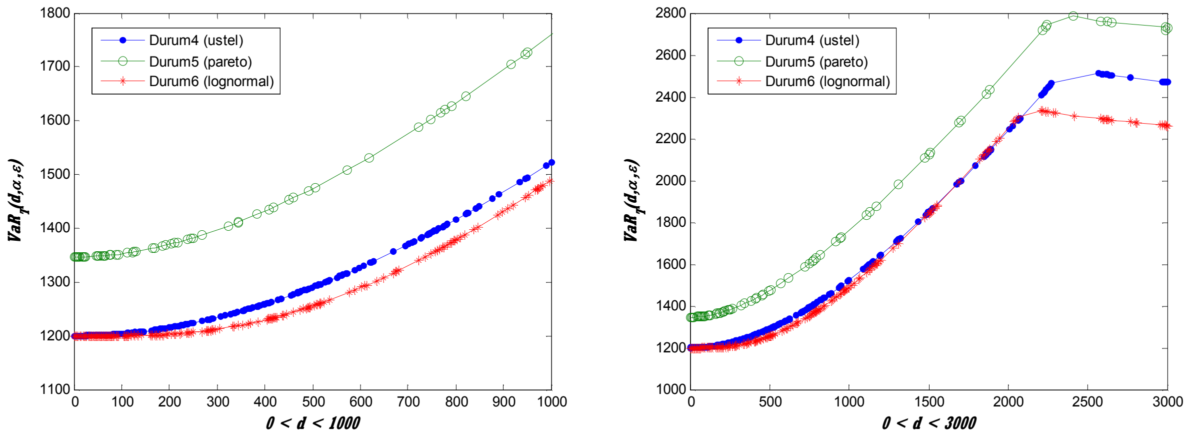
Durum sonuçları incelendiğinde, beklenen prim ilkeleri için optimal saklama paylarının standart sapma prim ilkelerlerine göre yüksek olduğu görülmektedir. Toplam hasar seviyesinin ortalama 1000 olduğu düşünüldüğünde her iki prim ilkesi için elde edilen optimal saklama paylarının, sigorta sektöründe uygulanabilir olmadığı görülmektedir. Reasürörün güvenlik yükleme katsayısı arttıkça, beklendiği gibi, optimal saklama payı seviyesinin de arttığı Çizelge 2.'de gözlemlenmektedir. Bununla birlikte optimal saklama payı seviyesine etki eden bir başka faktör de sigortacının toplam hasar dağılımı olarak göze çarpmaktadır.

Beklenen prim ilkesi için pareto dağılımın optimal saklama payı seviyesinin daha düşük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni olarak pareto dağılımının kalın kuyruklu olması söylenebileceği gibi, Durum1 ve Durum4'de üstel dağılımın standart sapmaları 1000 iken Durum2 ve Durum5'de pareto dağılımının standart sapmasının yaklaşık 1732 olması da söylenebilir. Standart sapma büyüdükçe risk de artacağından, sigorta şirketi açısından saklama payı seviyesini düşürmek tercih edilebilir bir durum olur.

Şekil 3'de $\rho = 0,2$ olmak üzere beklenen prim ilkesi varsayımına dayalı Durum1, Durum2 ve Durum3 için $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ grafikleri saklama payının (0,1000) tanım bölgesinde ve (0,3000) tanım bölgesinde ayrı olarak verilmektedir. Şekil 4'de ise $\rho = 0,2$ olmak üzere standart sapma prim ilkesi varsayımına dayalı Durum4, Durum5 ve Durum6 için $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ grafikleri saklama payının (0,1000) tanım bölgesinde ve (0,3000) tanım bölgesinde ayrı olarak verilmektedir.



Şekil 3. Beklenen prim ilkesine dayalı durumlar için $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ grafikleri



Şekil 4. Standart sapma prim ilkesine dayalı durumlar için $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ grafikleri

Durum4 ve Durum5'de optimal saklama paylarının 0 çıkmasının nedeni, bu durumlar için $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ fonksiyonunun saklama payı d arttıkça sürekli artan fonksiyonlar olmasıdır. Bu durum Sekil 4'de gözlemlenebilmektedir.

6. Sonuç

Literatürde stokastik reasürans problemlerinin bazı durumlarda analitik çözümünün elde edilebildiği çoğu durumda ise elde edilemediği görülmektedir. Bu çalışmada, analitik çözümün elde edilemediği durumlarda optimal saklama payının Monte Carlo stokastik optimizasyonu ile elde edilebileceği gösterilmiştir. Ayrıca Şekil 3 ve Şekil 4 incelendiğinde fonksiyonların en küçük değer aldıkları nokta bölgesinde eğrilerin hızlı artan ve azalan olmadıkları, küçük bir eğimle azalıp arttıkları görülmektedir. Bu nedenle, hesaplanan saklama paylarının optimal değerden bir miktar daha artırılması durumunda $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ değerindeki artış da küçük olacaktır. Örneğin Durum6 için Çizelge 2'de verilen optimal saklama payı 44 ve buna karşılık $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ değeri 1399,98 dir. Şekil 4'de $0 < d < 1000$ tanım bölgesinin gösterildiği grafikte Durum6 fonksiyon eğrisi incelendiğinde saklama payının $0 < d < 300$ bölgesinde $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ değerinin az miktarda değiştiği görülebilmektedir. Bazı değerleri vermek gerekirse; saklama payı 73,22 iken $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ değeri 1400; saklama payı 243,31 iken $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ değeri 1404,74 dür. Bu durumda sigorta şirketinin, daha yüksek bir $VaR_T(d,\alpha,\varepsilon)$ riskini göze alarak saklama payını hesap edilen optimal saklama paylarından daha yüksek bir seviyede belirleyebileceği açıktır. Bu durum modele kısıt ekleyerek, etkin sınır analizleri ile ya da model üzerinde yapılcak diğer değişikliklerle gelecek çalışmalarda incelenebilir.

Kaynaklar

[1] A. Balbas, B. Balbas, and A. Heras, 2009, Optimal Reinsurance with General Risk Measures, *Insurance: Mathematics and Economics*, 44, 374-384.

[2] N. L. Bowers, H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, C. J. Nesbitt, 1997, *Actuarial Mathematics, The Society of Actuaries*, USA.

[3] J. Cai, and K. S. Tan , 2007, Optimal Retention For a Stop-Loss Reinsurance Under the VaR and CTE Risk Measures, *ASTIN Bulletin*, 37(1), 93-112.

[4] J. Cai, K. S. Tan, C. Weng, and Y. Zhang, 2008, Optimal Reinsurance Under VaR and CTE Risk Measures, *Insurance Math. and Econom.*, 43, 185-196.

[5] C. D. Daykin, T. Pentikainen, and M. Pensonen, 1994, *Practical Risk Theory for Actuaries*, London: Chapman and Hall.

[6] B. H. Dickman, and M. J. Gilman, 1987, Monte Carlo optimization, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Tecnical note, Vol. 60, No 1, 149-157.

[7] K. Dowd, 2004, Value-at-risk, in *Encyclopedia of Actuarial Science*, ed. Sundt, B. and Teugels, J. (New York: John Wiley & Sons, Ltd.

[8] M.C. Fu, FW Glover, and J. April, *Simulation optimization: a review, new developments, and applications*, In: M.E. Kuhl, N.M. Steiger, J.A. Joines, editors, Proceedings of the 2005 winter simulation conference, 2005.

[9] M.C. Fu, C.H. Chen, and L. Shi, *Some topics for simulation optimization*, In: S.J. Mason, R.R. Hill, L. Mönch, O. Rose, T. Jefferson, and J.W. Fowler, editors, Proceedings of the 2008 winter simulation conference, 2008.

[10] T. Kaas, M. Goovaerts, J. Dhaene, and M. Denuit, 2001, *Modern Actuarial Risk Theory*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

[11] J. Mun, 2006, Modeling Risk Applying Monte Carlo Simulation, *Real Options Analysis, Forecasting, And Optimization Techniques*, New Jersey.

[12] K. S. Tan, C. Weng, and Y. Zhang, 2009, VaR and CTE criteria for Optimal Quota-Share and Stop-Loss Reinsurance, The *North American Actuarial Journal*, Volume 13, No: 4.

[13] V. R. Young, 2004, Premium Principles, In *Encyclopedia of Actuarial Science*, vol. 3, ed. J. Teugels and B. Sundt, pp. 1323-31, John Wiley.