



Linear vibration movements of the mid-supported micro beam

Şevki Akkoca¹, Süleyman Murat Bağdatlı^{1*}, Necla Kara Toğun²

¹Department of Mechanical Engineering, Manisa Celal Bayar University, 45140, Manisa, Turkey

²Department of Mechanical Engineering, Gaziantep University, 27310, Gaziantep, Turkey

Highlights:

- Linear vibration of mid-supported microbeam
- Model shapes at different support position and stress coefficient
- The first three natural frequency of micro beam

Graphical/Tabular Abstract

In the considered analysis, vibration analyses of multi-supported microbeam are performed. The microbeam has a ceramic property and placed inside the electric field, and the vibrational characters are examined by changing the positions of the supports. The equations of motion are obtained by using the modified couple stress theory and Hamilton principle. The equation of motion is solved by using the method of multiple scales time that one of the perturbation methods. Natural frequencies and mode shapes were obtained depending on the dimensionless parameters like support position, coefficient of stress and coefficient of microbeam. As a result of the data obtained in the study, an increase was observed in the 1st mode natural frequency values of the micro beam with the movement of the support position towards the midpoint of the beam, while an increasing and decreasing wavy situation was encountered in the 2nd and 3rd mode natural frequency values.

Keywords:

- vibration
- microbeam
- perturbation method
- modified couple stress theory

Article Info:

Research Article
Received: 18.05.2020
Accepted: 19.12.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.734809

Correspondence:

Author: Süleyman Murat Bağdatlı
e-mail: murat.bagdatli@cbu.edu.tr
phone: +90 236 201 2368

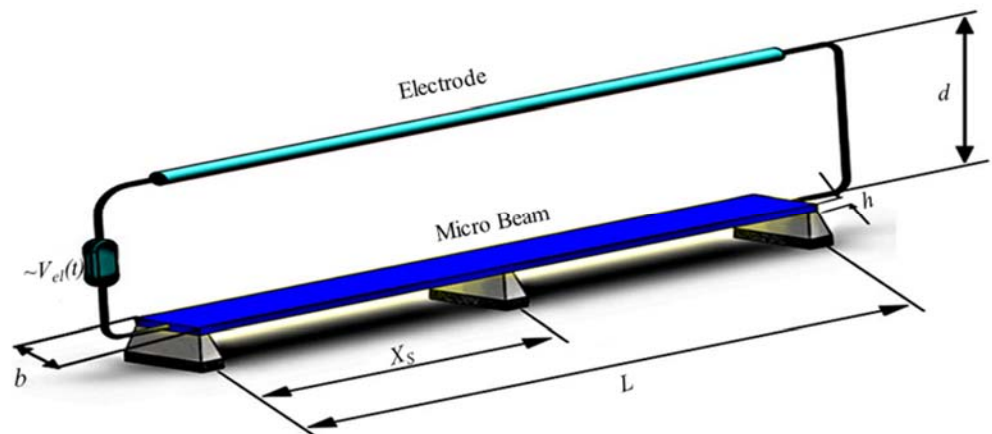


Figure A. (Schematics of the mid-supported microbeam)

Purpose: The linear vibrations of a mid-supported micro beam are investigated to analyze the size effect in the vibrational movements of the micro beams.

Theory and Methods:

The modified couple stress theory and the perturbation method are used to determine first three modes natural frequencies of beams.

Results:

Results are presented depending on the various support position, stress coefficient and microbeam coefficient for simply supported boundary conditions.

Conclusion:

As a result, it is seen that, when the position of the support in the ceramic micro beam is taken as between 0.1 and 0.5, the natural frequency of the first mode of the microbeam increases, while the natural frequencies of the second and third modes both increase and decrease.



Ortadan mesnetli mikro kirişin doğrusal titreşim hareketleri

Şevki Akkoca¹ , Süleyman Murat Bağdatlı^{1*} , Necla Kara Toğun² 

¹Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 45140 Yunussemre Manisa, Türkiye

²Gaziantep Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 27310, Şehitkamil Gaziantep, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Ortadan mesnetli mikro kirişin doğrusal titreşimleri
- Farklı gerilme katsayıları ve mesnet konumları için mod şekilleri
- Mikro kirişin ilk üç doğal frekansı

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 18.05.2020

Kabul: 19.12.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.734809

Anahtar Kelimeler:

Titreşim,
mikro kiriş,
pertürbasyon metodu,
modifiye gerilme çifti teorisi

ÖZET

Bu çalışmada, ortadan mesnetli mikro kirişin titreşim davranışı analiz edilmiştir. Mikro kiriş seramik özellikte olup elektrik alan içerisine yerleştirilmiş ve mesnetlerin pozisyonları değiştirilerek titreşim karakterleri incelenmiştir. Hareket denklemleri modifiye gerilme çifti teorisi kullanılarak Hamilton metoduna göre elde edilmiştir. Hareket denklemi, pertürbasyon metodlarından biri olan çok zaman ölçekli metod ile çözümlenmiştir. Doğal frekanslar ve mod şekilleri; boyutsuz parametreler mesnet konumu, gerilme katsayısı ve mikro kırışıklık katsayısına bağlı olarak elde edilmiştir. Çalışmada elde edilen veriler neticesinde mesnet pozisyonunun kirişin orta noktasına doğru ilerlemesiyle mikro kirişin 1'inci mod doğal frekans değerlerinde artış gözlemlenirken, 2'nci ve 3'ncü mod doğal frekans değerlerinde ise artan azalan dalgalı bir durum ile karşılaşmıştır. Mikro kırışıklık katsayısı değerinin artırılması durumunda, aynı gerilme katsayısı ve mod değerinde, frekans değerleri $\eta=0,1$ konumu hariç artmıştır. Boyut etkisinin, mesnetin bu konumunda, mikro kirişin titreşim hareketine ayırt edici bir özellik kazandırdığı görülmüştür. Bununla birlikte, gerilme katsayısı değerinin artırılmasının mikro kiriş doğal frekansı üzerinde çok büyük bir etki yaratmadığı görülmüştür.

Linear vibration movements of the mid-supported micro beam

H I G H L I G H T S

- Linear vibration of middle-supported microbeam
- Model shapes at different support position and stress coefficient
- The first three natural frequency of micro beam

Article Info

Research Article

Received:18.05.2020

Accepted: 19.12.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.734809

Keywords:

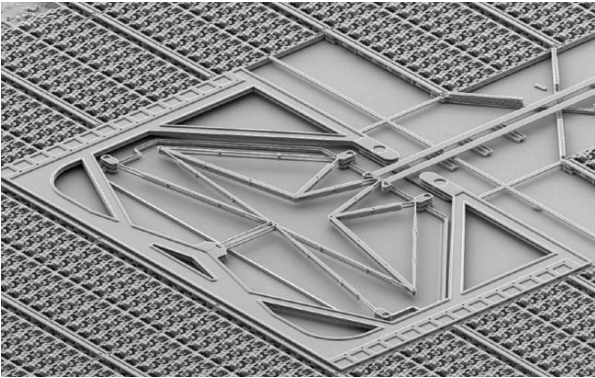
vibration,
microbeam,
perturbation method,
modified couple stress
theory

ABSTRACT

In this study, the vibration behavior of the center supported micro beam is analyzed. The microbeam has a ceramic property and placed inside the electric field, and the vibrational characters are examined by changing the positions of the supports. The equations of motion are obtained by using the modified couple stress theory and Hamilton principle. The equation of motion is solved by using the method of multiple scales time that one of the perturbation methods. Natural frequencies and mode shapes were obtained depending on the dimensionless parameters like support position, coefficient of stress and coefficient of microbeam. As a result of the data obtained in the study, an increase was observed in the 1st mode natural frequency values of the micro beam with the movement of the support position towards the midpoint of the beam, while an increasing and decreasing wavy situation was encountered in the 2nd and 3rd mode natural frequency values. If the micro-beam coefficient value was increased, the frequency values increased at the same stress coefficient and mode value, except for the position $\eta = 0.1$. It has been observed that the dimensional effect gives a distinctive feature to the vibration action of the micro beam at this location of the support. However, it has been observed that increasing the stress coefficient value does not have a great effect on the micro beam natural frequency.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Son yıllardaki robot ve bilgisayar donanımı teknolojisindeki gelişmeler neticesinde ortaya çıkan mikro ve nano elektromekanik sistemler (MEMS ve NEMS); biyosensörler, aktüatörler ve atomik kuvvet mikroskopları (AKM) gibi mikro ve nano yapıya sahip sistemlerde çok yaygın olarak kullanılmaktadır. NEMS, MEMS ve AKM gibi cihazlarda giriş benzeri yapılar bulunmaktadır. Şekil 1'de bir Elektrostatik Aktüatörün (300 μm boyutlarında) mikroskop altındaki resmi verilmiştir [1]. Bahse konu cihaz ve sistemlerini içinde bulunan giriş vb. yapıların statik ve dinamik davranışlarının analizi büyük bir öneme sahiptir. Mikro giriş vb. yapıların içinde bulunduğu sistemlerin doğru çalışabilmesi için bu yapıların doğal frekanslarının belirlenmesi önemli bir husustur. Çünkü sistemin sorunsuz çalışması için ihtiyaç duyulan çalışma frekansının, tasarlanan sistemin doğal frekansı ile çakışmaması yani aynı olmaması gerekmektedir. Bu nedenle, bu mikro yapıların serbest titreşim analizlerinin yapılması sorunsuz bir tasarım için çok önemlidir. MEMS ve NEMS'lerdeki hareketler termal, piezoelektrik, manyetik, hidrolik veya elektriksel etkiyle sağlanabilmektedir. Bahse konu zorlama etkileri ile elde edilen aksenal ve/veya kesme kuvvetlerinin etkisi altındaki mikro ve/veya nano giriş elastik yapıların gerilme değerlerinin, doğrusal ve doğrusal olmayan frekanslarının, şekil değiştirmelerinin ve deformasyon şeklinin belirlenmesi maksadıyla farklı elastisite teorileri ile çalışılmıştır. Klasik (makro) elastisite teorilerinin yeterli olmadığı, boyut etkisinin önemli olduğu nano ve mikro yapılarda iç malzeme uzunluğu boyut parametresi olmaksızın, klasik giriş modelleriyle mikro ve nano yapıya bağlı boyut etkisi açıklanamamış ve bu nedenle ek malzeme boyut parametresi içeren, Cosserat (mikropolar) Elastisite, Yerel Olmayan Elastisite Teorisi, Klasik Gerilme Çifti Teorisi, Modifiye Gerilme Çifti Teorisi (MGÇT) ve Modifiye Şekil Değiştirme Gradyenti Teorisi (MŞDGT) gibi yüksek mertebeden elastisite teorilerine ihtiyaç duyulmuştur.



Şekil 1. Elektrostatik Aktüatör (Electrostatic Actuator)

Fu ve Zhang [2], Euler-Bernoulli giriş teorisine göre, iki farklı elektriksel yüke maruz kalan viskoelastik mikro girişin titreşim hareketini ele almışlardır. Mikro girişteki titreşim hareketindeki genlik değişimi ile doğrusal ve alternatif akım

arasındaki ilişkiyi irdelenmişlerdir. Xu ve Yang [3], yaptıkları çalışmada, çoklu katman içine gömülmüş mikro girişlerin doğal frekanslarını ve genlik-frekans ilişkilerini incelemişlerdir. Mikro girişin doğal frekansı üzerinde katmanlar arasında yer alan gazın viskozitesi ve katmanlar arasında uygulanan gerilimin etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar neticesinde elektrostatik kuvvet tarafından uyarılan mikro girişlerdeki hassasiyet, gaz sensörlerinin tasarımlarında kullanılmıştır. Mikro girişin hareketlerinin analizinde boyut etkisinin irdelenmesinde, MGÇT ve Hamilton prensibi birçok çalışma içinde kullanılmıştır. MGÇT, Yang vd. [4], tarafından önerilmiştir. Klasik halinden farklı olarak bu yeni teoride gerilme çifti tensörü simetrik ve bu teoride, sadece tek bir ilave malzeme boyut parametresi kullanılmaktadır.

Ahangar vd. [5], akışkan taşıyan mikro girişin boyut özelliklerine bağlı titreşim davranışını MGÇT kullanılarak araştırmışlardır. Ankastre ve sabit-sabit mesnetli sınır koşullarına sahip akışkan taşıyan mikro girişlerin küçük genlikli titreşim denklemleri, Galerkin temelli bir model kullanılarak çözülmüş ve malzeme uzunluk ölçeği parametresinin doğal frekansları üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Hem düzlem gerilimi hem de düzlem şekil değiştirme koşulları için MGÇT kullanılarak öngörülen kritik akış hızlarının klasik teori kullanılarak tahmin edilen değerlerden daha yüksek olduğu gösterilmiştir. Bununla birlikte, ankastre sınır koşullarında akışkanın küçük hız değerleri için MGÇT ile elde edilen birinci mod doğal frekans değerlerinin klasik teori ile elde edilen değerlerden daha büyük olduğu ancak tam hıza yakın daha büyük değerlerdeki akışkan hızlarında tersine bir durum olduğunu tespit etmişlerdir. Park ve Gao [6], çalışmalarında, Bernoulli-Euler giriş ile modellenmiş bir giriş sistemini, ankastre-serbest (konsol) ve basit-basit mesnetli sınır şartları altında MGÇT ile analiz etmiştir. Elde ettikleri sonuçları, klasik giriş teorisi ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırmışlardır. Çalışmada, modellenen sistemin rijitliğinin, klasik giriş teorisinde elde edilen değerlerden daha büyük olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Ma vd. [7], Timoshenko giriş modeli ile modellenmiş olan bir giriş sistemini, basit-basit ve basit-hareketi mesnetli sınır şartları altında MGÇT ile analiz etmiştir. Hamilton prensibi ile elde ettikleri yönetici denklemin çözümlerinde Fourier serisinden faydalanmışlardır. Çalışmada, girişe ait kalınlık boyut parametresinin, giriş de meydana gelen deplasman ve dönme deformasyonlarında önemli bir etkiye sahip olduğu gösterilmiştir. Kong vd. [8], Bernoulli-Euler giriş ile modellenmiş bir giriş sisteminin dinamik problemini, ankastre-serbest (konsol) ve basit-basit mesnetli sınır şartları altında MGÇT ile analiz etmiştir. Çalışmada, modellenen girişe ait uzunluk parametresinin, doğal frekans üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Akgöz ve Civalek [9], farklı sınır koşulları için fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerden (FDM) yapılmış mikro girişlerin burkulma davranışındaki boyut etkisini Bernoulli-Euler giriş teorisi ve MŞDGT temelinde incelemişlerdir. Mümkün olan tüm klasik ve klasik olmayan sınır koşulları için burkulma

titreşimine ait hareket denklemleri varyasyonel ilişki prensibi ile elde etmişlerdir. Mikro kirişteki malzemelerin özelliğinin değişimini gösteren fonksiyonun sınır koşullarının, boyutsal oranların, malzeme uzunluğu ölçeği parametrelerinin oranlarının FDM mikro kiriş burkulma davranışı üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Mevcut modelden elde edilen sonuçlar ile MGÇT ve klasik sürekli ortam modellerinde öngörülen sonuçlar arasındaki farkları göstermek amacıyla bazı karşılaştırmalı sonuçlar tablo ve grafikler şeklinde sunulmuştur. Akgöz ve Civalek [10], farklı bir çalışmalarında, aksel fonksiyonel olarak derecelendirilmiş, homojen ve düzgün olmayan Bernoulli-Euler mikro kirişinin titreşim hareketlerini, ankastre-serbest (konsol) sınır şartları altında MGÇT ile analiz etmiştir. Elde edilen yönetici denklemin çözümlerinde, Rayleigh-Ritz Çözüm Yönteminden faydalanılmıştır. Çalışmada, elde edilen boyutsuz frekans değerlerinin, klasik yöntem ile bulunmuş frekans değerlerinden daha büyük olduğu belirtilmiştir. Şimşek vd. [11], hareketli bir yük altındaki mikro plağın titreşim hareketleri üzerindeki boyut etkisini, MGÇT ve Kirchhoff-Love plak teorisi ile irdelemişlerdir. Elde edilen sonuçlar neticesinde dinamik deformasyonun destek konumunu, malzeme ölçek parametresini ve yüklemeye hızını önemli derecede etkilediği görülmüştür.

Akgöz ve Civalek [12], çalışmalarında, termal ve kesme deformasyonuna maruz kalan homojen olmayan Bernoulli-Euler, Timoshenko ve Hiperbolik Kesme Deformasyonlu mikro kiriş modellerinin titreşim hareketlerinin MGÇT ile analiz etmiştir. Çalışmada, termal ve malzeme boyut parametrelerinin, mikro kirişin titreşim hareketi üzerindeki etkisi ortaya çıkarılmıştır. Hareket denklemlerinin çıkartılmasında Hamilton prensibinden faydalanılmıştır. Çalışmadaki üç kiriş modeli üzerinden elde edilen sayısal sonuçlar karşılaştırılmıştır. Kalınlık boyut parametresinin etkisinin fonksiyonel olarak derecelendirilmiş mikro kirişin doğal frekansı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu gösterilmiştir. Ghasabi vd. [13], bir viskoelastik mikro döner shaftın dinamik titreşim davranışı üzerinde araştırma yapmışlardır. MGÇT ve Kelvin-Voigt modeli viskoelastik mikro shaftın modellenmesinde kullanılmıştır. Enine hareket denklemleri varyasyonel yaklaşım kullanılarak türetilmiştir. Sistemin azalan düzen modeli Galerkin yöntemi ile elde edilmiştir. Routh – Hurwitz ölçütleri kullanılarak, uzunluk ölçeği parametresinin etkileri incelenmiştir. İç ve dış sönümlenme katsayılarının, dönme hızının, malzeme uzunluk ölçeği parametresinin titreşim hareketi üzerindeki etkileri üzerinde durulmuştur. MGÇT ile elde edilmiş değerler ile klasik teori ile elde edilmiş frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Malzeme uzunluk ölçeği parametresinin arttırılması durumunda kritik hız değerinin arttığı gösterilmiştir. Attia ve Emam [14], elektrostatik kuvvet ile tahrik edilen viskoelastik ankastre-ankastre mikro kirişlerin burkulma hareketini MGÇT analiz etmiştir. Modellenen kirişler, Euler-Bernoulli Kirişi olarak ele alınmış ve modellenen sistemin doğrusal olmayan kısımları Von-Karman Geometrisi ile moleküller arasındaki kuvvetler ise Vander Waals ve Cosmir etkisi olarak ele alınmıştır. Boltzman Superpozisyon Viskoelastik Modeli ile,

viskoelastik mikro kirişin doğrusal olmayan davranışı simüle edilmiştir. Hareket denklemleri ve sınır koşulları Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiş ve çözümlerde Galerkin Yöntemi kullanılmıştır.

Ghayesh vd. [15], bir mikro kirişin doğrusal olmayan titreşim hareketleri üzerindeki boyut etkisini, MŞDGT ile irdelemiştir. Mikro kirişe ait hareket denklemleri Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Elde edilen hareket denklemlerinin çözümünde Galerkin tekniği kullanılmıştır. Mikro kirişin titreşim davranışındaki rijitliğinin, malzeme uzunluğu ölçeği parametre oranını ile arttığı görülmüştür. Şimşek ve Reddy [16], çalışmalarında fonksiyonel olarak derecelendirilmiş seramik-metal malzeme karışımına sahip olan mikro kirişin enine titreşim hareketlerini Yüksek Mertebe Kiriş Teorisi ve MGÇT ile analiz etmiştir. Yönetici denklem, Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Denklem çözümlerinde Navier tipi çözüm yönteminden yararlanılmıştır. Şimşek ve Reddy [17], farklı bir çalışmalarında, elastik Pasternak zemine gömülü fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir mikro kirişin burkulma hareketini, Yüksek Mertebe Kiriş Teorisi ve MGÇT ile analiz etmişlerdir. Yönetici denklem, Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Denklem çözümlerinde Navier tipi çözüm yönteminden yararlanılmıştır. Noori vd. [18], mikro kirişlerin serbest titreşimini üç farklı kiriş modeli kullanılarak analiz etmişlerdir. Bernoulli-Euler, Timoshenko ve yüksek mertebe kiriş modelleri için daha önce elde edilen hareket denklemleri analitik olarak çözülmüştür. Denklemlerin çözümü için genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen frekans değerlerinin malzeme uzunluk ölçeği parametresinin artması ile arttığı, azalmasıyla azaldığı görülmüştür. MGÇT ile elde edilen frekans değerlerinin klasik teori ile elde edilenlerden daha büyük olduğu gösterilmiştir. Rahmani vd. [19], kavisli fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir mikro kirişin düzgün bir termal yük ve boyut etkileri altında Timoshenko kiriş modeli kullanarak incelemişlerdir. Hareket denklemi, Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Denklem çözümlerinde Navier yönteminden faydalanılmıştır. Elde edilen sonuçların doğruluğu için termal yük ortadan kaldırılmış ve benzer çalışmalar ile karşılaştırmalar yapılarak yapılan çalışma doğrulanmıştır. El-Sayed vd. [20], çok destekli akışkan taşıyan bir boru sisteminin titreşim davranışını irdelemişlerdir. Hareket denklemlerinin çözümlerinde Galerkin ve çok zaman ölçekli pertürbasyon metodu kullanılmıştır. Çalışmada, boru sistemi içindeki akışkanın hız değişimi, mesnet sayısı ve farklı sınır şartları için sisteme ilişkin doğal frekanslardaki değişimler incelenmiştir. Elde edilen hareket denkleminin çözümünde varyasyonel iterasyon yönteminden faydalanılmıştır. Farklı mesnet konumları ve akışkan hızları için elde edilen grafiklerdeki parametrelerin boru sistemlerinin tasarlanmasında önemli olacağı değerlendirilmesinde bulunulmuştur.

Allahkarami vd. [21], doğrusal olmayan bir zemin üzerine oturan kavisli bir mikro-kirişin doğrusal olmayan zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Hareket denklemleri, Hamilton prensibi ve MŞDGT kullanılarak türetilmiştir.

Mikro kirişle ilişkin titreşim hareketinin birinci mod frekansı çok zaman ölçekli pertürbasyon yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Uygulamada, çalışmada gösterilen frekans tepki eğrilerine ait grafiklerin mikro kiriş içeren tasarımlarda kiriş parametrelerinin optimum değerlerini seçmek için yararlı olabileceği vurgulanmıştır. Geometrik parametrelerinin ve sınır şartlarının kavisli mikro kirişin titreşim davranışı üzerindeki etkileri gösterilmiştir. Çalışmada modellenen kavisli mikro kirişin özel bir doğrusal modeli için diğer araştırmalarda bulunan sonuçlar karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Atıcı ve Bağdatlı [22], çalışmalarında ideal olmayan sınır koşullarına sahip akışkan taşıyan ankastre-ankastre mikro kirişlerin sahip olduğu temel parametrelerin rezonans davranışı üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. İdeal olmayan sınır şartları ağırlık faktörü kullanılarak modellenmiştir. Hareket denklemlerinin elde edilmesinde Hamilton prensibinden yararlanılmıştır. Doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümlerinde, çok zaman ölçekli pertürbasyon yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada temel seviyedeki rezonans durumu için frekans-cevap eğrileri çizilmiş ve ideal olmayan sınır şartlarının etkileri gösterilmiştir. Ayrıca ideal ve ideal olmayan sınır şartları altında mikro kirişlerin kararsızlık alanları farklı sistem parametreleri dikkate alınarak incelenmiştir. Sonuçlar yorumlandığında kararsızlık alanlarının ideal olmayan sınır şartları etkisiyle önemli ölçüde değiştiği vurgulanmıştır. Kural ve Özkaya [23], elastik bir temel üzerine oturtulmuş ve sabit hızda akışkan taşıyan bir mikro kirişin enine titreşim hareketlerini araştırmışlardır. Mevcut çalışmada, klasik sürekli ortam teorisi ve MGÇT dikkate alınarak mikro kirişin titreşim davranışları karşılaştırılmıştır. Mikro kirişin titreşim hareketinde boyut etkisinin önemi gösterilmiştir. Akışkan hızı ve akışkan kütesinin birim başına toplam kütleyle oranı artırılarak iki kiriş teorisi arasındaki farklılıklar gösterilmiştir. Doğal frekanslara ilişkin elde edilen grafiklerde klasik kiriş teorisi sonuçlarının aynı kaldığını ancak MGÇT sonuçlarında, düzenli akışkan hızları ve mikro kiriş boyutu küçüldükçe farklılıklar olduğu gösterilmiştir. Daha küçük mikro kirişlerde titreşim genliklerinin azaldığı ve daha çok rijitleştikleri vurgulanmıştır. Kural [24], çalışmasında akışkan taşıyan bir mikro kirişin zamana bağlı bir şekilde harmonik olarak değişen bir elektrik alan içindeki titreşim davranışını araştırmıştır. Modellemesini yaptığı sistemin hareket denklemlerini Hamilton prensibi ile elde etmiştir. Denklem çözümlerini çok zaman ölçekli pertürbasyon yöntemiyle yapmıştır. Çalışmada 3:1 ve 2:1 iç rezonans frekansları incelenmiş, elde edilen grafikler ile stabil alanlar belirlenmiştir. Yapanmış vd. [25], ortadan mesnetli bir Bernoulli-Euler nano kirişin titreşim hareketlerini basit-basit sınır şartları altında yerel olmayan elastisite teorisine göre analiz etmişlerdir. Yönetici hareket denklemleri Hamilton ilkesiyle elde edilmiş ve denklemin çözümünde çoklu ölçekli pertürbasyon yönteminden faydalanılmıştır. Çalışmada, orta mesnetin konumu değiştirilerek sistemin titreşim modları ile ilgili doğal frekansları incelenmiştir. Yukarıda belirtilen çalışmaların yanı sıra MGÇT ile; elastik zemin üzerindeki nano ölçekteki kirişlerin titreşimi [26], elastik ortamda grafen tabaka modellenmiş ince plakanın serbest titreşimi [27], basit-basit

ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip gerilmiş nano kirişlerin doğrusal olmayan titreşimi [28] ve basit mesnetli nano kirişin serbest titreşimi [29] incelenmiştir. Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde mikro kirişlerin titreşim hareketlerine ait modeller arasında çok mesnetli mikro kiriş modellerine ait çalışmalar sınırlıdır. Ayrıca farklı tür mesnetler (basit- hareketli mesnet, basit mesnet-pandül ayak, basit mesnet-elastik ankastre mesnet vb. başlangıç ve sınır şartları) ile oluşturulmuş modellere ilişkin çözümlerin olmasına rağmen, üç veya daha fazla sayıda farklı veya aynı tür mesnetler ile modellenmiş mikro kirişlere ilişkin çözümlerin olmadığı görülmektedir.

Bu çalışmada mikro kirişlerin titreşim hareketlerinde boyut etkisini ve orta mesnet konumunu analiz etmek amacıyla, üç adet basit mesnet ile desteklenmiş ve elektrik alan içerisine yerleştirilmiş seramik özellikteki bir mikro kirişe ait matematiksel model oluşturulmuş ve oluşturulan bu modele ait titreşim hareketi için yönetici denklem MGÇT kullanılarak Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Elde edilen hareket denklemleri boyutsuzlaştırılmış ve çok zaman ölçekli pertürbasyon metodu kullanılarak doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki denkleme ayrılmıştır. Doğrusal hareket denklemleri kullanılarak çalışmanın temel konusu olan doğrusal doğal frekanslar bulunmuş ve mod şekilleri ve doğal frekanslar, grafikler ve tablolar halinde verilmiştir. Elde edilen veriler ile, boyut etkisi, mesnet sayısı ve mesnet konumunun, modellenen sistemin doğrusal doğal frekansları üzerindeki etkisi tek tek ve birlikte incelenmiştir.

2. TEORİK METOT (THEORETICAL METHOD)

Bu bölümde mikro kirişe ait matematiksel model oluşturularak hareket denklemleri elde edilmiştir. Klasik sürekli ortam teorisinden farklı olarak sistemin mikro yapı özelliklerini modele dahil etmek için MGÇT kullanılmıştır. MGÇT'de [4], Ω hacmini kaplayan deforme olmuş lineer elastik malzeme için şekil değiştirme enerjisi (U) aşağıdadır (Eş. 1).

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dv \quad (1)$$

Burada σ_{ij} gerilme tensörü, ε_{ij} şekil değiştirme tensörü, m_{ij} gerilme çifti tensörünün deviatorik parçası, χ_{ij} eğrilik tensörü, l ; malzeme boyut ölçek parametresi, u ; deplasman vektörü, ve θ_j ; dönme vektörüdür (Eş. 2-Eş. 6).

$$\sigma_{ij} = \bar{E} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \quad (3)$$

$$m_{ij} = 2l^2 G \chi_{ij} \quad (4)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (5)$$

$$\theta_{ij} = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \quad (6)$$

\bar{E} ve G ; Lamé sabitleri ve ν ; Poisson oranıdır (Eş. 7-Eş. 8).

$$\bar{E} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (7)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

Bu teoride kiriş malzemesine bağlı bir uzunluk ölçek parametresi tanımlanmış ve bu parametreyi içeren mikro kirişlik katsayısı denklemlere eklenmiştir. Mikro kirişin hareket denklemlerini elde etmek için mikro kiriş sisteminin kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri oluşturularak Hamilton prensibi uygulanmıştır. Ortadan mesnetli mikro kirişin şematik gösterimi Şekil 2’de verilmiştir. Şekil 2’de, d parametresi, mikro kirişin üst yüzeyi ile elektrod arasındaki mesafeyi; L parametresi, kiriş uzunluğunu; b parametresi, yüzey genişliğini; h parametresi, kalınlığını; X_s parametresi ise, orta mesnetin konumunu göstermektedir.

Normal gerilme kuvvetinin kiriş üzerinde yarattığı iç gerilmeden kaynaklı potansiyel enerji [5] aşağıdaki şekilde ifade edilir (Eş. 9).

$$V = \frac{1}{2} \int_v \sigma \bar{\epsilon} dv = \frac{1}{2} \int_0^L EA \bar{\epsilon}^2 dx^* \quad (9)$$

Burada σ iç gerilmeyi ifade eder. Eş. 9’da $\bar{\epsilon}$ birim uzama ifadesi yerine yazılırsa potansiyel enerji Eş.10’daki forma dönüşmektedir.

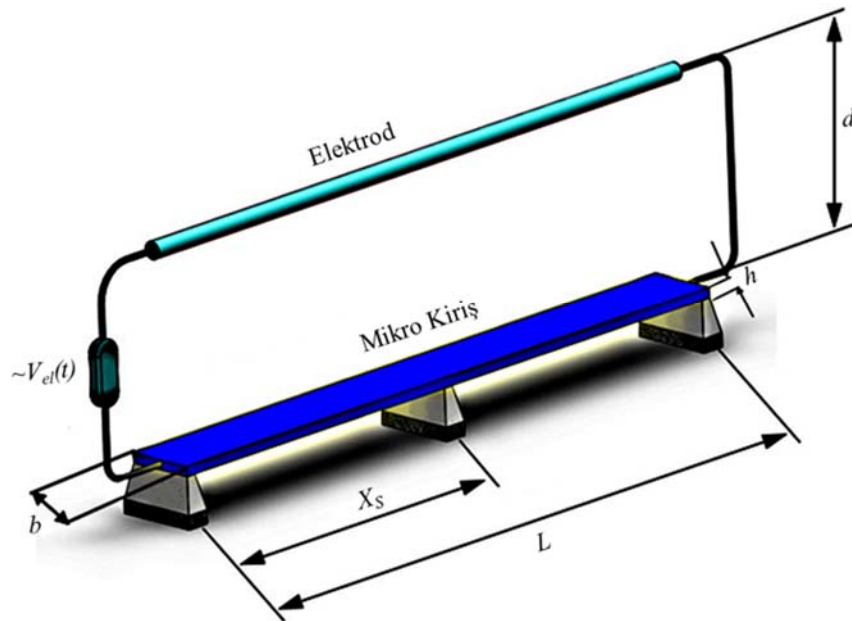
$$V = \frac{1}{2} EA \int_0^L \left(u_{,x}^* + \frac{1}{2} w_{,x}^{*2} \right)^2 dx^* \quad (10)$$

Sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilir (Eş. 11).

$$T = \frac{1}{2} \rho A \int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \rho A \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} EA \int_0^{x_s} \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} EI \int_0^{x_s} \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \\ & + \int_0^{x_s} N \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) dx^* + \frac{1}{2} GA I^2 \int_0^{x_s} \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} EA \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} EI \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \\ & + \int_{x_s}^L N \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) dx^* + \frac{1}{2} GA I^2 \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \end{aligned} \quad (12)$$

Eş. 11’de kirişin deformasyonundan kaynaklanan kinetik enerji ifadesi görülmektedir. Eş. 12’de birinci terim kirişin enine titreşimlerindeki uzama etkisini veren terimdir. İkinci terim ise eğilmeden kaynaklanan potansiyel enerji terimidir. Üçüncü terim eksenel kuvvetten kaynaklanan potansiyel enerjidir. Son terim ise mikro kirişin boyut etkisini veren MGÇT ile elde edilen potansiyel enerji ifadesidir [5]. Son terimdeki malzeme uzunluk ölçeği parametresi (l)’nin sayısal değerleri yapılan deneysel çalışmalarla elde edilmiştir [30]. Mikro sistemin hareket denklemini



Şekil 2. Ortadan mesnetli mikro kirişin şematik gösterimi (Schematics of the middle-supported microbeam)

oluşturmak için Hamilton prensibinden yararlanılmıştır. Buna göre bir sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin farkının zaman integralinin varyasyonu sifıra eşittir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Eş. 13).

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt^* = 0 \quad (13)$$

Eş.11 ve Eş. 12'nin, Eş.13'de [5] yerlerine konulmasıyla elde edilen denkleme elektriksel zorlama kuvveti ilave edilmiş [31] ve sadeleştirme işlemlerinin [32] yapılmasının ardından aşağıdaki gibi elde edilir (Eş. 14-Eş. 15).

I. Bölge için,

$$\begin{aligned} & -\rho A \frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \\ & + EA \left(\int_0^{X_S} \frac{1}{2L} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{X_S}^L \frac{1}{2L} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \\ & - EI \frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} + N \frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} - GAl^2 \frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} = \frac{\varepsilon_0 V_{el}^2 (t^*)}{2(d - w_1^*)^2} \end{aligned} \quad (14)$$

II. Bölge için,

$$\begin{aligned} & -\rho A \frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \\ & + EA \left(\int_0^{X_S} \frac{1}{2L} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{X_S}^L \frac{1}{2L} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \\ & - EI \frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} + N \frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} - GAl^2 \frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} = \frac{\varepsilon_0 V_{el}^2 (t^*)}{2(d - w_2^*)^2} \end{aligned} \quad (15)$$

2.1. Boyutsuzlaştırma (Nondimensionalization)

Bu bölümde Eş. 14 ve Eş. 15'de elde edilen doğrusal olmayan hareket denklemi boyutsuz parametreler cinsinden ifade edilecektir. Böylece hareket denklemi ve elde edilecek sonuçlar mikro kirişin geometrik ve malzeme özelliklerinden bağımsız hale gelecektir. Sistem davranışını belirleyen bu parametrelerin boyutsuz olarak ifade edilmesi parametrelerin büyüklükleri ve mertebeleri hakkında doğru sonuçlar çıkarmayı sağlayacaktır. Boyutsuzlaştırma işleminin gerçekleştirilebilmesi için $w = w^*/d$, $u = u^*/L$, $x = x^*/L$, $t = t^*/T$, $\eta = X_S/L$ dönüşümleri yapılmıştır [31]. Boyutsuzlaştırma işlemleri tamamlanmış, gerilme terimi içeren kısmın Taylor Serisi açılımı yapılmış [31] ve sönüm etkisi eklenmiş boyutsuz hareket denklemi I. (mikro kirişte $0-X_S$ aralığı) ve II. (mikro kirişte X_S-L aralığı) Bölge için aşağıdaki gibidir (Eş. 16-Eş. 17).

$$\begin{aligned} & w_{2,t} - \alpha_3 w_{2,xx} + (1 + \gamma^2) w_{2,xxxx} + \varepsilon \mu w_{2,t} \\ & = \varepsilon \alpha_2 \frac{1}{2} \left(\int_0^\eta w_{1,x}^2 dx + \int_\eta^1 w_{2,x}^2 dx \right) w_{2,xx} + \varepsilon \alpha_1 V_{el}^2 (t) (1 + 2w_1) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & w_{2,t} - \alpha_3 w_{2,xx} + (1 + \gamma^2) w_{2,xxxx} + \varepsilon \mu w_{2,t} \\ & = \varepsilon \alpha_2 \frac{1}{2} \left(\int_0^\eta w_{1,x}^2 dx + \int_\eta^1 w_{2,x}^2 dx \right) w_{2,xx} + \varepsilon \alpha_1 V_{el}^2 (t) (1 + 2w_2) \end{aligned} \quad (17)$$

Eş. 16 ve Eş. 17'deki boyutsuz ifadelerin fiziksel tanımları ise Tablo 1'de verilmiştir. Doğrusal olmayan terimlerin başına mertebelerini belirleyen küçük parametre olan ε eklenmiştir.

Tablo 1. Boyutsuz parametreler (Dimensionless parameters)

Parametre	Fiziksel anlamı
$\varepsilon \alpha_1 = \frac{\varepsilon_0 b L^4}{2 E I d^3}$	Elektro-statik kuvvet parametresi
$\varepsilon \alpha_2 = \frac{A d^2}{I}$	Kiriş esneklik katsayısı
$\alpha_3 = \frac{N L^2}{E I}$	Gerilme katsayısı
$\gamma = \sqrt{\frac{G A l^2}{E I}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G = \frac{E}{2(1+\nu)} \\ l = \frac{b_h}{\sqrt{3(1-\nu)}} \\ A = b h \\ I = \frac{1}{12} b h^3 \end{array} \right.$	Mikro kirişlik katsayısı
$\varepsilon \mu = c \sqrt{\frac{L^4}{m E I}}$	Sönüm parametresi

Ortadan mesnetli mikro kiriş için boyutsuz sınır şartları sırasıyla Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Boyutsuz sınır şartları (Dimensionless boundary conditions)

1 $w_1(0) = 0$	5 $w_{1,xx}(\eta) = w_{2,xx}(\eta)$
2 $w_2(1) = 0$	6 $w_{1,xx}(0) = 0$
3 $w_1(\eta) = 0$	7 $w_{2,xx}(1) = 0$
4 $w_{1,x}(\eta) = w_{2,x}(\eta)$	8 $w_2(\eta) = 0$

2.2. Çok Zaman Ölçekli Pertürbasyon Yöntemi (The Multiple Time Scales Perturbation Method)

Bu bölümde, pertürbasyon yöntemlerden çok zaman ölçekli metot hareket denkleminde uygulanacaktır. Çok zaman ölçekli metotta zaman ölçeği hızlı ve yavaş zaman ölçekleri olarak tanımlanır. $T_0 = t$, hızlı zaman ölçeği, $T_1 = \varepsilon t$, ise yavaş zaman ölçeğidir (Eş. 18).

$$t = T_0 + \varepsilon T_1 + \dots \quad (18)$$

Türev ifadeleri yeni zaman ölçeklerine göre Eş. 19 ve Eş. 20'deki gibi tanımlanır [32].

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} \\ &+ \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial T_0} \left(\frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} \right) \frac{\partial T_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial T_1} \left(\frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} \right) \frac{\partial T_1}{\partial t} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial T_1^2} + \dots \\ &= D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Mikro kirişin enine deplasman fonksiyonu Eş. 21 ve Eş. 22'deki gibi seriye açılabilir.

$$w_1(x, t; \varepsilon) = w_{10}(x, T_0, T_1) + \varepsilon w_{11}(x, T_0, T_1) + \dots \quad (21)$$

$$w_2(x, t; \varepsilon) = w_{20}(x, T_0, T_1) + \varepsilon w_{21}(x, T_0, T_1) + \dots \quad (22)$$

Eş. 16 ve Eş. 17'deki zamana bağlı türevler Eş. 19 ve Eş. 20'deki gibi tanımlanıp Eş. 21 ve Eş. 22; Eş. 16 ve Eş. 17'de yerlerine konularak denklemler düzenlenip mertebelerine ayrılırsa Eş. 23, Eş. 24, Eş. 25 ve Eş. 26 elde edilir.

$$O_1(1): \quad D_0^2 w_{10} - \alpha_3 w_{10,xx} + (1 + \gamma^2) w_{10,xxxx} = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} O_1(\varepsilon): \quad & D_0^2 w_{11} - \alpha_3 w_{11,xx} + (1 + \gamma^2) w_{11,xxxx} \\ &= -2D_0 D_1 w_{10} - \mu D_0 w_{10} + \\ & \alpha_2 \left(\left\{ \frac{1}{2} \int_0^\eta (w_{10,x}^2) dx + \frac{1}{2} \int_\eta^1 (w_{20,x}^2) dx + \right\} w_{10,xx} \right. \\ & \left. + \alpha_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2w_{10}) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} O_2(1): \quad & D_0^2 w_{20} - \alpha_3 w_{20,xx} \\ & + (1 + \gamma^2) w_{20,xxxx} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} O_2(\varepsilon): \quad & D_0^2 w_{21} - \alpha_3 w_{21,xx} + (1 + \gamma^2) w_{21,xxxx} \\ &= -2D_0 D_1 w_{20} - \mu D_0 w_{20} + \\ & \alpha_2 \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\eta (w_{10,x}^2) dx + \frac{1}{2} \int_\eta^1 (w_{20,x}^2) dx + \right\} w_{20,xx} \\ & + \alpha_1 V_{AC}^2 \cos^2 \Omega_2 T_0 (1 + 2w_{20}) \end{aligned} \quad (26)$$

Burada $O_1(1)$ ve $O_2(1)$ mertebesi doğrusal problemi, $O_1(\varepsilon)$ ve $O_2(\varepsilon)$ mertebesi ise doğrusal olmayan problemi temsil etmektedir.

2.3. Doğrusal Problem (Linear Problem)

Bu bölümde Eş. 23 ve Eş. 25'in çözümü yapılacaktır. Bu çözümler, kompleks formda Eş. 27 ve Eş. 28'deki gibi ifade edilebilir.

$$w_{10}(x, T_0, T_1) = A_1(T_1) e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}_1(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_1(x) \quad (27)$$

$$w_{20}(x, T_0, T_1) = A_2(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}_2(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_2(x) \quad (28)$$

Eş. 27 ve Eş. 28'deki, $\bar{A}_1(T_1)$ ile $\bar{A}_2(T_1)$ kompleks genlik ve ω doğal frekans ifadeleridir. Eş. 23 ve Eş. 25'de yerine yazılırsa Eş. 29 ve Eş. 30 elde edilir.

$$(1 + \gamma^2) Y_{1,xxxx} - \alpha_3 Y_{1,xx} - \omega^2 Y_1 = 0 \quad (29)$$

$$(1 + \gamma^2) Y_{2,xxxx} - \alpha_3 Y_{2,xx} - \omega^2 Y_2 = 0 \quad (30)$$

Eş. 29 ve Eş. 30'un çözüm önerileri aşağıdadır (Eş. 31-Eş. 32).

$$Y_1(x) = c_1 e^{ir_1 x} + c_2 e^{ir_2 x} + c_3 e^{ir_3 x} + c_4 e^{ir_4 x} \quad (31)$$

$$Y_2(x) = c_5 e^{ir_5 x} + c_6 e^{ir_6 x} + c_7 e^{ir_7 x} + c_8 e^{ir_8 x} \quad (32)$$

Eş. 31 ve Eş. 32; Eş. 29 ve Eş. 30'da yerlerine yazılırsa Eş. 33'deki ifade elde edilir.

$$r_n^4 (1 + \gamma^2) + \alpha_3 r_n^2 - \omega^2 = 0 \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (33)$$

Eş. 33'de tüm sabit veriler sayısal olarak girildikten sonra r_n kökleri sayısal olarak elde edilebilir. Bu aşamada sınır şartlarının etkilerini doğrusal problemde görmek için sınır şartları Eş. 33'de yerine konularak bir katsayılar matrisi oluşturulur. Bu matrisin determinantını sıfır yapan ω değerleri sistemin doğal frekanslarıdır.

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Seramik bir yapıya sahip olan ortadan mesnetli mikro kirişin doğrusal titreşim hareketi incelenmiş, şekiller ve tablolar olarak bu bölümde sunulmuştur. Ortada bulunan mesnetin konumunun değiştirilmesiyle doğrusal doğal frekans değerleri ve mod şekilleri elde edilmiştir. Yapılan hesaplamalar sırasında seramik mikro kiriş için, $E=460 \text{ GPa}$, $\nu=0,17$, $b_n \approx 10 \mu\text{m}$ [30], $l=6,34 \mu\text{m}$, $L=200 \mu\text{m}$, $b=40 \mu\text{m}$ ve boyut etkisinin gösterilmesi amacıyla, sırasıyla $h=20 \mu\text{m}$, $40 \mu\text{m}$ ve $100 \mu\text{m}$ alınmıştır. Bu değerler dahilinde, mikro kirişlik katsayısı γ sırasıyla, "0,717863639", "0,358931819" ve "0,143572727" olarak hesaplanmıştır [33]. Yapılan çalışmada gerilme katsayısı (α_3) değeri için 0,1; 0,5 ve 1 büyüklükleri seçilmiştir. Mesnet konumları olarak 0,1 aralıklarla mikro kiriş taranmıştır. Bu kapsamda elde edilen veriler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3'te aksenal olarak etki eden kuvvete ilişkin katsayı değeri 0,1'den 0,5'e doğru 0,1 aralıklarla artarken, ortadaki mesnet 0,1 konumunda, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekans değeri yaklaşık olarak %0,8 oranında; ortadaki mesnet 0,2 konumunda, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekans yaklaşık olarak %0,47 oranında; ortadaki mesnet 0,3 konumunda, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekans yaklaşık olarak %0,41 oranında; ortadaki mesnet 0,4 konumunda, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekans yaklaşık olarak %0,35 oranında; ortadaki mesnet 0,5 konumunda, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin

Tablo 3. Farklı gerilme katsayısı değerleri için ortadan mesnetli mikro kirişin doğal frekansları
(The natural frequencies of a middle-supported microbeam for different stress coefficients).

γ	α_3	$\eta=0,1$	$\eta=0,2$	$\eta=0,3$	$\eta=0,4$	$\eta=0,5$	
0,717863639	0,1	ω_1	17,899	26,287	32,451	41,198	48,638
		ω_2	58,280	86,720	105,980	94,668	75,948
		ω_3	122,159	182,111	170,868	157,850	246,059
	0,5	ω_1	18,049	26,413	32,585	41,344	48,800
		ω_2	58,454	86,868	106,138	94,812	76,069
		ω_3	122,343	182,268	171,012	157,723	246,198
	1	ω_1	18,235	26,570	32,751	41,525	49,001
		ω_2	58,671	87,052	106,336	94,991	76,221
		ω_3	122,578	182,464	171,190	157,901	246,372
0,358931819	0,1	ω_1	19,013	22,697	28,019	35,569	41,991
		ω_2	61,915	74,859	91,483	81,719	65,560
		ω_3	129,785	157,192	147,488	136,018	167,825
	0,5	ω_1	19,154	22,843	28,173	35,737	42,179
		ω_2	62,079	75,030	91,666	81,885	65,700
		ω_3	129,958	157,374	147,653	136,184	168,013
	1	ω_1	19,329	23,025	28,365	35,947	42,412
		ω_2	62,283	75,243	91,895	82,092	65,875
		ω_3	130,174	157,601	147,861	136,391	168,248
0,143572727	0,1	ω_1	18,082	21,586	26,646	33,825	39,932
		ω_2	58,877	71,185	86,992	77,707	62,342
		ω_3	123,411	149,472	140,244	129,338	159,582
	0,5	ω_1	18,231	21,739	26,808	34,002	40,129
		ω_2	59,049	71,364	87,185	77,882	62,489
		ω_3	123,593	149,663	140,418	129,512	159,780
	1	ω_1	18,414	21,929	27,009	34,222	40,375
		ω_2	59,264	71,588	87,426	78,100	62,673
		ω_3	123,821	149,902	140,636	129,73	160,027

doğal frekansı yaklaşık olarak %0,33 oranında artış göstermektedir.

Eksenel olarak etki eden kuvvete ilişkin katsayı değeri 0,5'den 1'e doğru 0,1 aralıklarla artarken, ortadaki mesnetin konumu 0,1'de mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekansı, yaklaşık olarak %1 oranında; ortadaki mesnetin konumu 0,2'de mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekansı, yaklaşık olarak %0,59 oranında; ortadaki mesnetin konumu 0,3'de mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekansı, yaklaşık olarak %0,51 oranında; ortadaki mesnetin konumu 0,4'de, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekansı, yaklaşık olarak %0,43 oranında; ortadaki mesnetin konumu 0,5'de, mikro kirişin 1'inci moduna ilişkin doğal frekansı, yaklaşık olarak %0,41 oranında artış göstermektedir. Bununla birlikte, 2'nci ve 3'ncü modlarına ait doğal frekanslarda hem artış hem de azalma görülmektedir.

Literatürde, daha çoğunlukla malzemenin boyut etkisinden kaynaklanan etkiler dikkate alınmıştır. Mikro kirişler ile yapılan çalışmalarda mesnet konumları ve sayılarına ilişkin herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Ancak klasik yaklaşım ile elde edilen frekans değerleri ile boyut ve eksenel kuvvet etkisi eklenerek hesaplama yapılmış frekans

değerleri arasında mesnet 0,1 konumunda önemli bir değişiklik olmazken, mesnetin diğer konumlarında frekansta artış meydana gelmektedir. Aynı mikro kirişlik katsayısı (γ)'nda, mesnet konumu $\eta=0,1$ 'den $\eta=0,5$ 'e doğru ilerledikçe, birinci moda ait frekans değerleri (ω_1) artmaktadır. Ancak, diğer modlar (ω_2, ω_3)'da, mesnet, $\eta=0,1$ 'den $\eta=0,5$ 'e doğru ilerledikçe, frekans değerlerinde hem artış hem de azalış meydana gelmektedir.

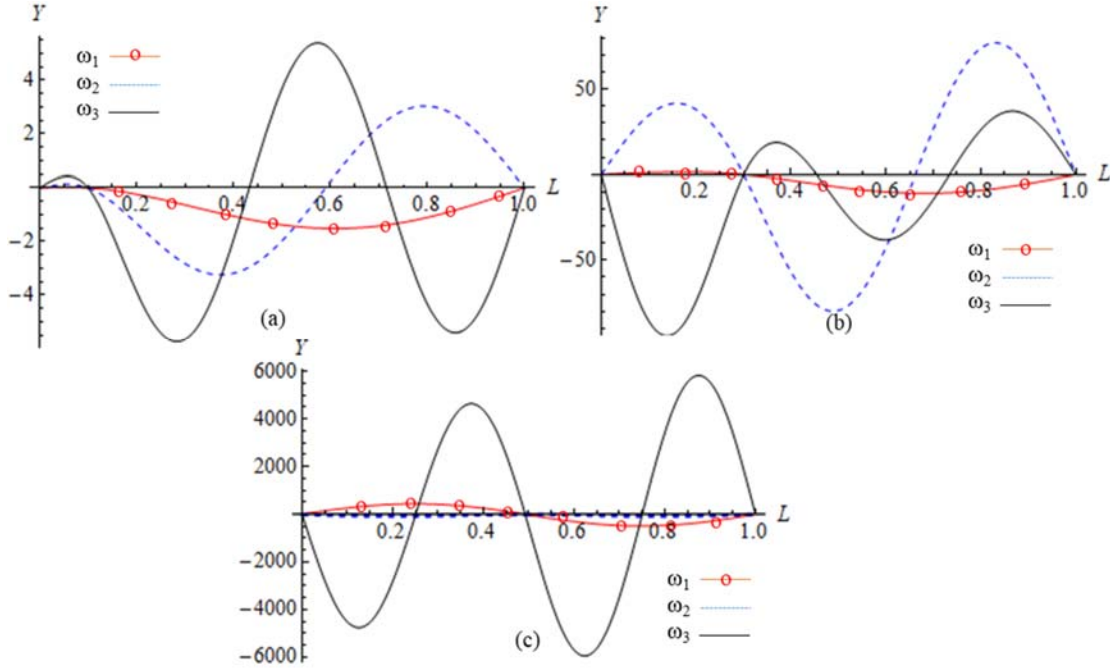
Farklı mikro kirişlik katsayısı (γ)'nda;

- Mesnet $\eta=0,2-0,3-0,4-0,5$ konumlarında, mikro kirişin kalınlık boyut parametresi (h) değeri arttıkça, modellenen sisteme ilişkin mod frekanslarında bir azalış meydana gelmektedir.
- Mesnet $\eta=0,1$ konumunda farklı bir durum ile karşılaşılmıştır. Mikro kirişin kalınlık boyut parametresi (h) değerinin, mikro kirişin genişlik boyut parametresi (b) değerine yaklaşması durumunda, tüm modlara ait frekans değerlerinde, bir önceki frekans değerlerine göre bir artış gözlenmektedir. Ancak, h parametre değerinin, b parametre değerinden büyük olması durumunda frekans değerlerinde bir önceki frekans değerlerine göre bir azalış meydana gelmektedir. Boyut etkisi, mesnetin bu

konumunda ayırt edici bir davranış göstermektedir. Aşağıdaki Şekil 3'te mikro kirişlik katsayısı aynı olan bir kiriş modelinin 1'inci, 2'nci ve 3'ncü titreşim modlarına ilişkin grafikler verilmiştir.

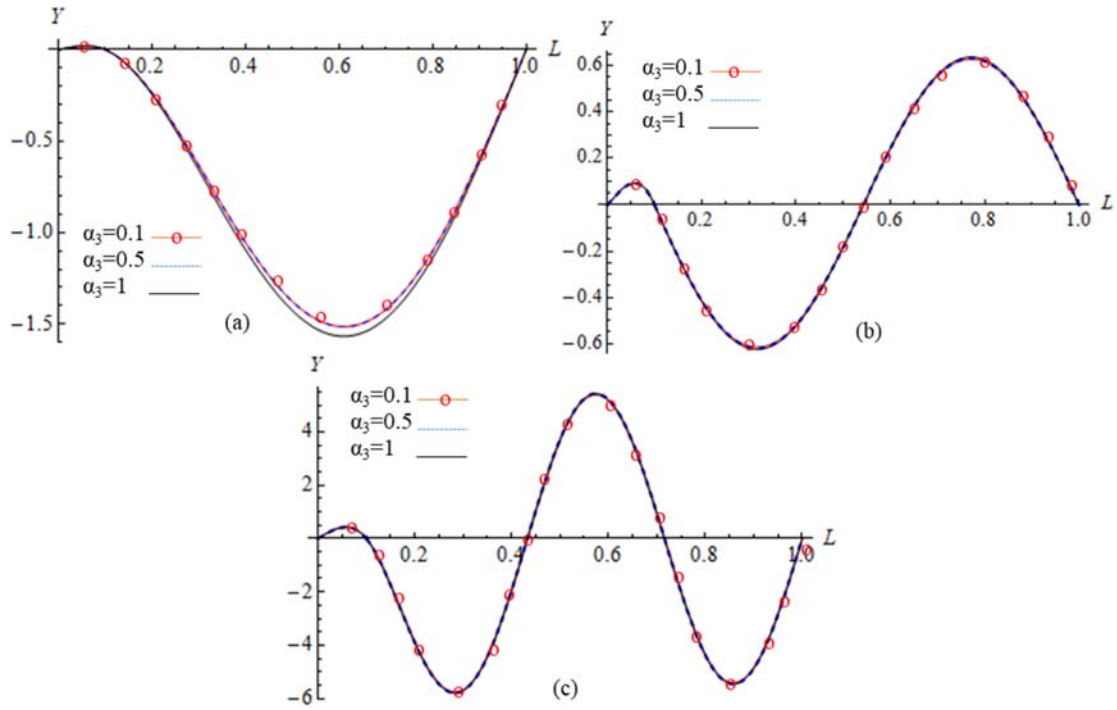
Tablo 3'te görüldüğü gibi mesnet $\eta=0,1$ konumunda, ilk üç moda ait frekans değerleri artmaktadır. Modlara ait genlik değerleri de frekans değerleri ile artış göstermektedir. Şekil 3a'dan da görüleceği üzere sistemin dalga formunun genliği, mod seviyeleri ilerledikçe artmaya devam etmektedir. Şekil 3b'de mesnet $\eta=0,3$ konumunda, ilk üç moda ait frekans değerleri beklenildiği gibi artmaktadır. Bununla birlikte tasarlanan modelin mod grafiklerinde Şekil 3a'daki grafikten farklı olarak frekans değerlerinin artmasına rağmen grafikteki genlik değerlerinden de farklı olarak ikinci mod genliğinde artış ve üçüncü mod genliğinde azalış gözlenmektedir. Orta mesnet ile uç mesnet arasında mesafenin kısalması ve titreşim moduna ait dalga formunun kendini tekrar etme davranışını devam ettirerek hareketi tamamlama isteği nedeniyle genlik değerinin azaldığı değerlendirilmektedir. Şekil 3c'de mesnetin $\eta=0,5$ konumunda, mesnetin diğer konumlarına benzer şekilde ilk üç moda ait frekans değerleri artarken frekans genlik değerleri dalgali bir seyir izlemektedir. Bununla birlikte, 3'ncü moda ait genlik değerleri diğer 1'inci ve 2'nci mod değerlerinin çok üzerinde artış göstermiştir. Mesnetin $\eta=0,5$ konumunda, mikro kirişin, 3'üncü mod frekansına yakın bir çalışma frekansında çalıştırılması durumunda, mikro kirişin içinde bulunduğu sistem üzerinde büyük bir zarara sebebiyet verebileceği değerlendirilmektedir. Üç farklı gerilme katsayısı (α_3)'na maruz kalan mikro kiriş için, titreşim mod

şekillerindeki değişim grafikler halinde aşağıda gösterilmiştir. Şekil 4'de aksel kuvvetin artmasıyla birlikte, modellenen sistemin doğal frekans değerleri artış göstermektedir. Bununla birlikte, mod şekilleri benzer kalmakta, sadece grafiğin maksimum genlik kısımlarında aksel kuvvet katsayısından kaynaklanan küçük farklılıklar oluşmaktadır. Şekil 5a'da mikro kirişlik katsayısı (γ) değişmesine rağmen, modellenen mikro kirişlerin mod grafikleri farklılık göstermemektedir. Bununla birlikte, Şekil 5b ve Şekil 5c'de $\gamma_2=0,358931819$ ve $\gamma_3=0,143572727$ için mod grafikleri farklılık göstermektedir. Şekil 5a, Şekil 5b ve Şekil 5c'de $\gamma_1=0,717863639$ değerleri karşılaştırıldığında Şekil 5b ve Şekil 5c'de mod grafikleri genlik değerleri daha küçüktür. Bu durum boyut etkisinden kaynaklandığı, yani h kalınlık boyut parametresinin b genişlik boyut parametresinden küçük olmasından dolayı, Şekil 5a genlik değeri diğer genlik değerlerinden küçük olduğu gözlemlenmiştir. Bu durumun yani $\eta=0,1$ mesnet konumunun, özel bir duruma karşılık geldiği ve $\eta=0,1$ mesnet konumu ile modellenecek olan mikro kirişe ait h kalınlık parametresinin daha çok küçülmesi, yani mikro kirişin daha çok incilmesi durumunda, mikro kirişin içinde bulunduğu sistemin 2'nci mod ve 3'ncü moddaki frekanslara yakın çalışma frekanslarında, çalıştırılması halinde, sistemin daha dengeli ve kararlı bir yapıya sahip olacağı değerlendirilmektedir. Bu durum, 1'inci mod doğal frekansına yakın çalışan ince mikro kirişlere sahip MEMS'lerde, yıkıcı rezonans etkisinin ortadan kaldırılması amacıyla, çalışma frekanslarının 2'nci mod ve 3'üncü moddaki frekanslara yakın olarak çalışan sistemlerin tasarlanmasının uygun olacağı değerlendirilmektedir.

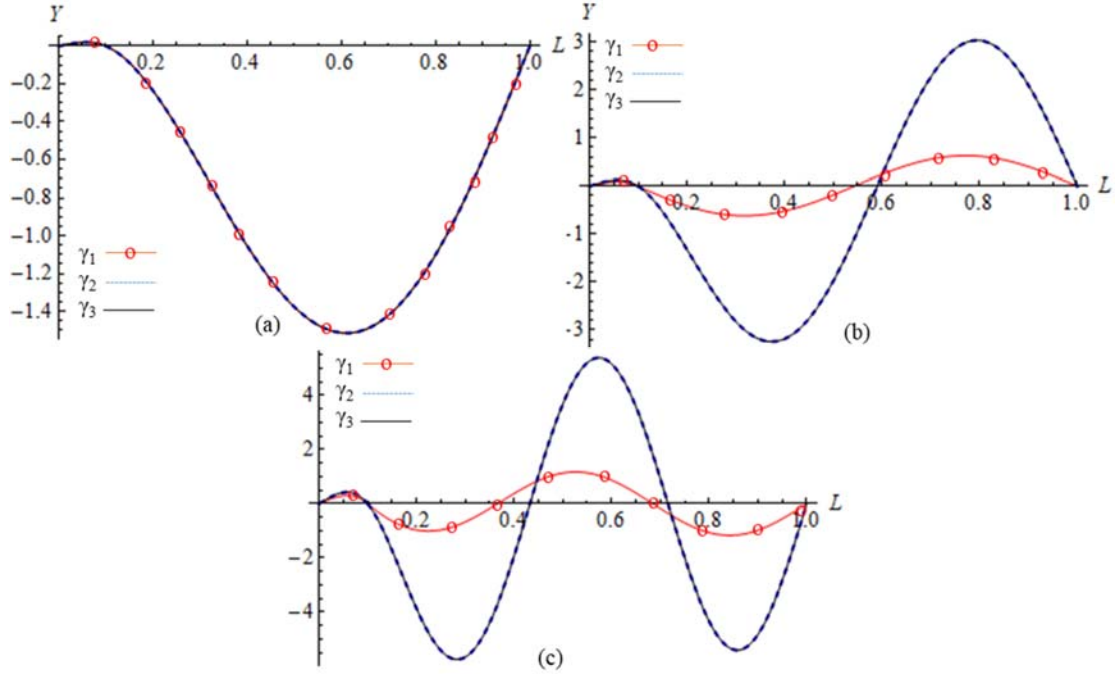


Şekil 3. (a) $\gamma=0,717863639$, $\alpha_3=0,1$ ve $\eta=0,1$ için ilk üç titreşim modu (b) $\gamma=0,717863639$, $\alpha_3=0,1$ ve $\eta=0,3$ için ilk üç titreşim modu (c) $\gamma=0,717863639$, $\alpha_3=0,1$ ve $\eta=0,5$ için ilk üç titreşim modu

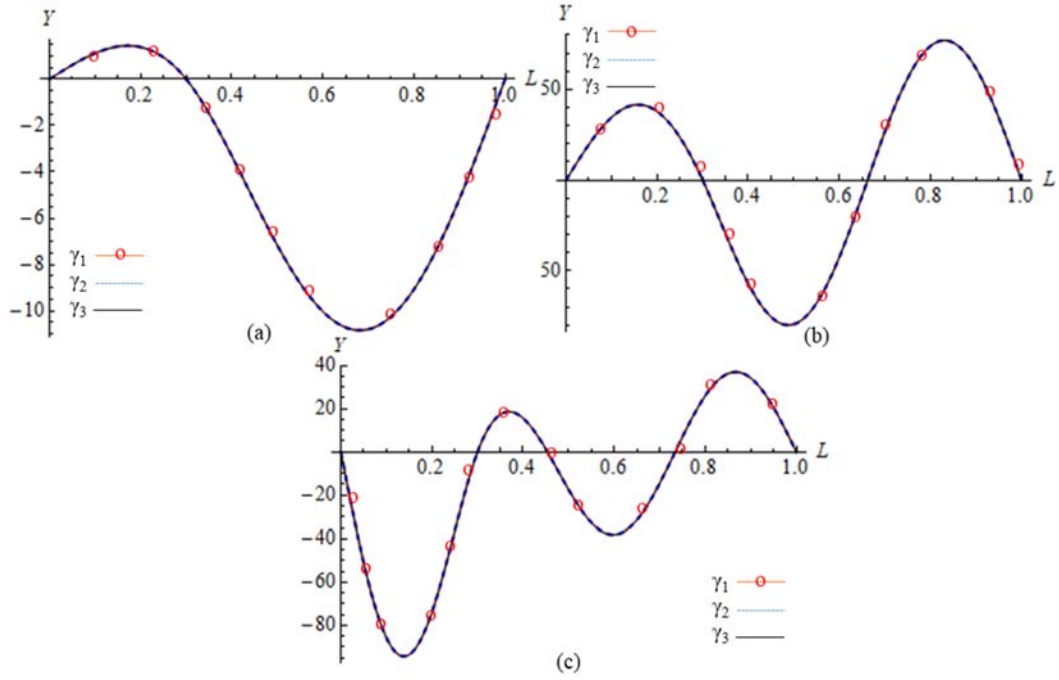
((a) The first three mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\alpha_3=0.1$ and $\eta=0.1$ (b) The first three mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\alpha_3=0.1$ and $\eta=0.3$ (c) The first three mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\alpha_3=0.1$ and $\eta=0.5$)



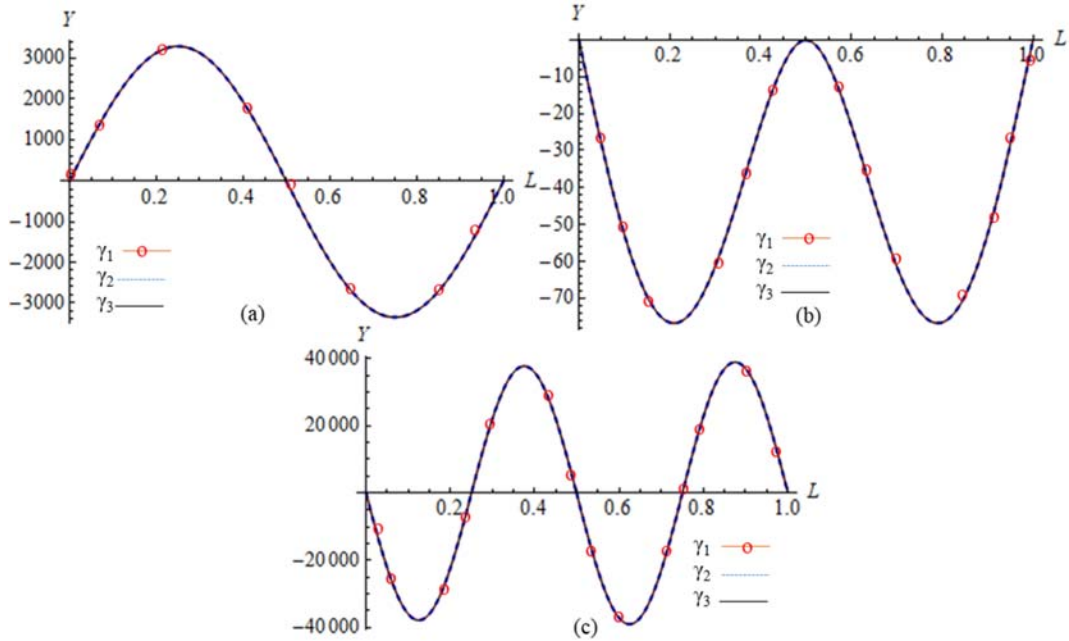
Şekil 4. (a) $\gamma=0,717863639$, $\eta=0,1$ ve $\alpha_3=0,1-0,5-1$ için birinci mod (b) $\gamma=0,717863639$, $\eta=0,1$ ve $\alpha_3=0,1-0,5-1$ için ikinci mod (c) $\gamma=0,717863639$, $\eta=0,1$ ve $\alpha_3=0,1-0,5-1$ için üçüncü mod
 ((a) The first mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\eta=0.1$ and $\alpha_3=0.1-0.5-1$ (b) The second mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\eta=0.1$ and $\alpha_3=0.1-0.5-1$ (c) The third mode shapes for $\gamma=0.717863639$, $\eta=0.1$ and $\alpha_3=0.1-0.5-1$)



Şekil 5. (a) $\eta=0,1$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için birinci mod (b) $\eta=0,1$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için ikinci mod (c) $\eta=0,1$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için üçüncü mod
 ((a) The first mode shapes for $\eta=0.1$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (b) The second mode shapes for $\eta=0.1$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (c) The third mode shapes for $\eta=0.1$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$)



Şekil 6. (a) $\eta=0,3$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için birinci mod (b) $\eta=0,3$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için ikinci mod (c) $\eta=0,3$, $\alpha_3=0,1$ $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için üçüncü mod ((a) The first mode shapes for $\eta=0.3$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (b) The second mode shapes for $\eta=0.3$ $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (c) The third mode shapes for $\eta=0.3$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$)



Şekil 7. (a) $\eta=0,5$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için birinci mod (b) $\eta=0,5$, $\alpha_3=0,1$ ve $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için ikinci mod (c) $\eta=0,5$, $\alpha_3=0,1$ $\gamma_1=0,717863639$, $\gamma_2=0,358931819$, $\gamma_3=0,143572727$ için üçüncü mod ((a) The first mode shapes for $\eta=0.5$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (b) The second mode shapes for $\eta=0.5$ $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$ (c) The third mode shapes for $\eta=0.5$, $\alpha_3=0.1$ and $\gamma_1=0.717863639$, $\gamma_2=0.358931819$, $\gamma_3=0.143572727$)

Şekil 6 ve Şekil 7’de mikro kirişlik katsayısı (γ) değişmesine rağmen, modellenen mikro kirişlerin mod grafikleri farklılık göstermemektedir.

Yaptığımız çalışmanın doğruluğunu ve güvenilirliğini göstermek amacıyla, çalışmada elde ettiğimiz sayısal verilerin aşağıdaki tablodaki referans kaynak veriler ile karşılaştırılması yapılmıştır.

Tablo 4’de yapılan çalışmada elde edilen frekans değerleri ile Referans [32]’deki frekans değerlerinin karşılaştırılması sonucunda, mesnetin $\eta=0,1$ konumunda, farklı mikro kirişlik katsayıları (γ)’nda tüm mod değerlerine ilişkin frekans değerlerinin birbirine çok yakın olduğu anlaşılmaktadır. $\gamma_1=0,717863639$ ve $\gamma_2=0,358931819$ mikro kiriş sistemlerinde, mesnetin $\eta=0,3$ ve $\eta=0,5$ konumlarında doğal frekans üzerindeki boyut etkisi net olarak gözükmemekte ve doğal frekans değerlerinde beklenildiği şekilde bir artış olmaktadır. Bununla birlikte, $\gamma_3=0,143572727$ mikro kiriş sisteminde, kiriş boyut parametresinin büyümesiyle birlikte, doğal frekans üzerindeki boyut etkisinin beklenildiği gibi azaldığı ve referans frekans değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir. Tablo 3 ve Tablo 4’den bulunan sonuçlar aşağıda sıralanmıştır:

- Aynı mikro kirişlik katsayısı, mod ve mesnet konumu için gerilme katsayısı (α_3) artmasıyla mod frekans değerleri artmaktadır.
- Aynı mikro kirişlik katsayısı, mod ve mesnet konumu için mod değerinin artmasıyla frekans değerleri de artmaktadır.
- Aynı mikro kirişlik katsayısı, gerilme katsayısı (α_3) ve mod değeri için mesnetin orta noktaya kaydırılması ile frekans değerleri artmaktadır.
- Farklı mikro kirişlik katsayısı, aynı gerilme katsayısı ve mod değeri için mesnetin orta noktaya kaydırılması ile frekans değerleri $\eta=0,1$ konumu hariç azalmaktadır. Boyut etkisi mesnetin bu konumunda, mikro kirişin titreşim hareketine ayırt edici bir özellik kazandırmaktadır.
- Ref. [32] çalışmadaki benzer konum ve mesnet durumunda makro ölçeklerdeki kiriş sistemlerine ilişkin olarak, mesnetin $\eta=0,1$ konumun da doğal frekans değerlerinin birbirine çok yakın olduğu, mesnetin söz konusu konumu

için yapılacak çalışmalarda boyut etkisinin ihmal edilebileceği görülmektedir. Bununla birlikte, çalışmada elde edilen frekans değerlerinin, Ref.[32]’deki değerler ile uyum içinde olduğu ve boyut etkisinin doğal frekans üzerindeki etkisi, net olarak ortaya konulmuştur.

4. SİMGELER (SYMBOLS)

A	: Mikro kiriş kesit alanını
b_h	: Yüksek mertebe eğilme parametresi
c	: Sönüm katsayısı
E	: Mikro kirişin elastisite modülü
G	: Mikro kirişin kayma modülü
I	: Kesit atalet momenti
l	: Malzeme uzunluk ölçüğü parametresi
N	: Eksenel kuvvet

4.1. Yunan Harfleri (Greek Letters)

ρ	: Mikro kirişin yoğunluğu
$\epsilon\alpha_1$: Elektro-statik kuvvet parametresi
$\epsilon\alpha_2$: Kiriş esneklik katsayısı
$\epsilon\alpha_3$: Gerilme katsayısı
γ	: Mikro kirişlik katsayısı
$\epsilon\mu$: Sönüm parametresi
η	: Orta mesnet konumu
ω	: Doğal frekans

4.2. Alt İndis (Subindex)

(,i)	: Zamana göre birinci mertebe türevi
(,it)	: Zamana göre ikinci mertebe türevi
(,x)	: Konuma göre birinci mertebe türevi
(,xx)	: Konuma göre ikinci mertebe türevi
(,xxxx)	: Konuma göre dördüncü mertebe türevi

4.3. Kısaltmalar (Abbreviation)

MGÇT	: Modifiye Gerilme Çifti Teorisi
MŞDGT	: Modifiye Şekil Değiştirme Gradyenti Teorisi
MEMS	: Mikro Elektro Mekanik Sistemler
NEMS	: Nano Elektro Mekanik Sistemler

Tablo 4. Mikro kirişin $\alpha_3=1$ değerine karşılık gelen doğal frekans değerleri ile referans değerlerin karşılaştırılması (Comparison of the natural frequency values of the micro beam with reference values).

γ		$\eta=0,1$	Ref.[32]	$\eta=0,3$	Ref.[32]	$\eta=0,5$	Ref.[32]
0,717863639	ω_1	18,235	18,235	32,751	26,743	49,001	39,975
	ω_2	58,671	58,671	106,336	86,548	76,221	62,044
	ω_3	122,578	122,572	171,190	139,217	246,372	158,412
0,358931819	ω_1	19,329	18,235	28,365	26,743	42,412	39,975
	ω_2	62,283	58,671	91,895	86,548	65,875	62,044
	ω_3	130,174	122,572	147,861	139,217	168,248	158,412
0,143572727	ω_1	18,414	18,235	27,009	26,743	40,375	39,975
	ω_2	59,264	58,671	87,426	86,548	62,673	62,044
	ω_3	123,821	122,572	140,636	139,217	160,027	158,412

SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Yapılan çalışma teorik ağırlıklı olup mikro elektro-mekanik sistemlerde sıklıkla kullanılan mikro boyuttaki kirişlerin incelenmesini içermektedir. Literatürde bu yapıların titreşim davranışına ilişkin olarak birden çok teori bulunmaktadır. Bu teoriler içerisinde bu çalışmada MGÇT kullanılmıştır. Bu teoride kiriş malzemesine bağlı bir uzunluk ölçeği parametresi (yüksek mertebe eğilme parametresi) tanımlanmış ve bu parametreyi içeren mikro kirişlik katsayısı denklemlere eklenmiştir. Denklemler Hamilton prensibi yardımıyla çıkartılmış olup, denklem pertürbasyon metotlarından biri olan çok zaman ölçekli metot kullanılarak çözülmüştür.

Sonuçlar incelendiğinde orta mesnet pozisyonunun, kirişin orta noktasına doğru ilerlemesiyle mikro kirişin 1'inci mod doğal frekans değerlerinde artış gözlemlenirken, 2'nci ve 3'ncü mod doğal frekans değerlerinde ise artan azalan dalgalı bir durum ile karşılaşılmıştır. Mikro kirişlik katsayısı değerinin artırılması durumunda, aynı gerilme katsayısı ve mod değerinde, frekans değerleri $\eta=0,1$ konumu hariç artmıştır. Boyut etkisinin, mesnetin bu konumunda, mikro kirişin titreşim hareketine ayırt edici bir özellik kazandırdığı görülmüştür. Bununla birlikte, gerilme katsayısı değerinin artırılmasının mikro kirişin doğal frekansı üzerinde çok büyük bir etki yaratmadığı anlaşılmıştır.

Çalışmada elde edilen sonuçlardan anlaşılacağı üzere, seramik mikro kirişte, orta mesnetin konumu 0,1- 0,5 aralığında artırıldığı zaman, sistemin 1'inci moduna ilişkin titreşim frekanslarında, yaklaşık %20 ile %50 oranları arasında değişen artışlar meydana gelmektedir. Ayrıca 1.mod durumu için; sistemin titreşim frekansında aksel kuvvetin artması durumunda yaklaşık %1 ile %0,3 oranlarında titreşim frekansı artmakta, aksel kuvvetin azalması durumunda yaklaşık %1 ile %0,3 oranlarında titreşim frekansında azalma meydana geldiği görülmektedir. Mesnetin, $\eta=0,1$ konumu haricinde, sistemin, 2'nci ve 3'ncü modlarında 1'inci moda benzer ve tahmin edilebilir bir davranış göstermemesi benzer yapılarda kullanılacak olan MEMS'lerin 1'inci mod dışındaki çalışma frekanslarında belirsizlikler oluşturacağı ve elde edilen bu sonuçların MEMS'lerin tasarımı dikkate alınmasının önemli olacağı değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Lepicallidus. Elektrostatik Aktüatör <https://lepicallidus.com> Yayın tarihi Temmuz, 2018. Erişim tarihi Kasım 11, 2020.
2. Fu, Y.M., Zhang, J. Nonlinear Static and Dynamic Responses of an Electrically Actuated Viscoelastic Microbeam. *Acta Mechanica Sinica*, 25 (2), 211-218, 2009.
3. Xu, L., Yang, Q. Multi-Field Coupled Dynamics for a Micro Beam. *Mechanics Based Design of Structures & Machines*, 43 (1), 57-73; 2015.
4. Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C., Tong, P. Couple Stress Based Strain Gradient Theory For

- Elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 39 (10), 2731-2743, 2002.
5. Ahangar, S., Rezazadeh, G., Shabani, R., Ahmadi, G., Toloei, A. On the Stability of Microbeam Conveying Fluid Considering Modified Couple Stress Theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 7 (4), 327-342, 2011.
6. Park, S.K., Gao, X-L., Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16, 2355-2359, 2006.
7. Ma, H.M., Gao, L., Reddy, J.N., A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56, 3379-3391, 2008.
8. Kong, S., Zhou, S., Nie, Z., Wang, K. The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler microbeams. *International Journal of Engineering Science* 46, 427-437, 2008.
9. Akgöz, B., Civalek, Ö. Buckling Analysis of Functionally Graded Microbeams Based on Strain Gradient Theory. *Acta Mechanica*, 224 (9), 2185-2201, 2013.
10. Akgöz, B. Civalek, Ö., Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli-Euler microbeams based on the modified couple stress theory, *Composite Structures*, 98, 314-322, 2013.
11. Şimşek, M., Aydın, M., Yurtcu, H. H., Reddy, J. N. Size-Dependent Vibration of a Microplate Under The Action of a Moving Load Based on The Modified Couple Stress Theory. *Acta Mechanica*, 226 (11), 3807-3822, 2015.
12. Akgöz, B. Civalek, Ö., Effects of thermal and shear deformation on vibration response of functionally graded thick composite microbeams, *Composites Part B: Engineering*, 129, 77-87, 2017.
13. Ghasabi, S. A., Shahgholi, M., Arbabtafti, M. Dynamic bifurcations analysis of a micro rotating shaft considering non-classical theory and internal damping. *Meccanica*, 53 (15), 3795-3805, 2018.
14. Attia, M.A., Emam, S.A., Electrostatic nonlinear bending, buckling and free vibrations of viscoelastic microbeams based on the modified couple stress theory, *Acta Mechanica*, 229, 3235-3255, 2018.
15. Ghayesh, M.H., Amabili, M., Farokhi, H. Nonlinear Forced Vibrations of a Microbeam Based on The Strain Gradient Elasticity Theory. *International Journal of Engineering Science*, 63, 52-60, 2012.
16. Şimşek, M. Reddy, J.N., Bending and vibration of functionally graded microbeams using a new higher order beam theory and the modified couple stress theory, *International Journal of Engineering Science*, 64, 37-53, 2013.
17. Şimşek, M. Reddy, J.N., A unified higher order beam theory for buckling of a functionally graded microbeam embedded in elastic medium using modified couple stress theory, *Composite Structures*, 101, 47-58, 2013.
18. Noori, J., Fariborz, S.J., Vafa, J.P. A Higher-Order Micro-Beam Model with Application Free Vibration.

- Mechanics of Advanced Materials & Structures, 23 (4) 443-450, 2016.
19. Rahmani, O., Hosseini, S.A.H., Ghoytasi, I., Golmohammadi, H. Buckling and Free Vibration of Shallow Curved Micro/Nano-Beam Based on Strain Gradient Theory Under Thermal Loading with Temperature-Dependent Properties. *Applied Physics A*, 123 (1), 2016.
 20. El-Sayed, T.A., El-Mongy, H.H. Free Vibration and Stability Analysis of a Multi-Span Pipe Conveying Fluid Using Exact and Variational Iteration Methods Combined with Transfer matrix Method. *Applied Mathematical Modelling*, 71, 173-193, 2019.
 21. Allahkarami, F., Saryazdi, M. G., Nikkhah-Bahrami, M. Nonlinear Forced Vibration of Curved Microbeam Resting on Nonlinear Foundation Using The Modified Strain Gradient Theory. *International Applied Mechanics*, 54 (6), 718-738, 2018.
 22. Atıcı, D., Bağdatlı, S.M. Vibrations of Fluid Conveying Microbeams Under Non-ideal Boundary Conditions. *Microsystem Technologies: Micro- and Nanosystems Information Storage and Processing Systems*, 23 (10), 2017.
 23. Kural, S., Özkaya, E. Size-Dependent Vibrations Of A Micro Beam Conveying Fluid And Resting On An Elastic Foundation. *Journal of Vibration and Control*, 23 (7), 1106-1114, 2015.
 24. Kural, S. Investigation of 3:1 And 2:1 Internal Resonances In Fluid Conveying Microbeam. *Technical Journal / Tehnički Glasnik*, 12 (1/2), 18-26, 2018.
 25. Yapanmış, B. E., Bağdatlı, S. M. and Togun, N., Investigation of linear vibration behavior of middle supported nanobeam, *El-Cezeri Journal of Science and Engineering*, 7 (3), 1450-1459, 2020.
 26. Togun, N., Bağdatlı, S. M. The vibration of nanobeam resting on elastic foundation using modified couple stress theory. *Technical Journal / Tehnički Glasnik*, 12 (4), 221-225, 2018.
 27. Demir Ç., Akgöz B., Erdiñ M.C., Mercan K., Civalek Ö., Free vibration analysis of graphene sheets on elastic matrix, *Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*. 32 (2), 551-562, 2017.
 28. Togun, N., Bağdatlı, S. M. Size dependent nonlinear vibration of the tensioned nanobeam based on the modified couple stress theory. *Composites Part B: Engineering*, 97, 255-262; 2016.
 29. Togun, N., Bağdatlı, S. M. Investigation of the Size Effect in Euler-Bernoulli Nanobeam Using the Modified Couple Stress Theory. *Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 13 (4), 893-899, 2017.
 30. Zhang, G. Y., Gao, X. L., Ding, S. R. Band gaps for wave propagation in 2-D periodic composite structures incorporating microstructure effects. *Acta Mechanica*, 229, 4199–4214, 2018.
 31. Xie, W.C., Lee, H.P., Lim, S.P. Nonlinear Dynamic Analysis of MEMS Switches by Nonlinear Modal Analysis. *Nonlinear Dynamics*, 31, 243–256, 2003.
 32. Bağdatlı, S.M., Öz, H.R., Özkaya, E. Non-Linear Transverse Vibrations and 3:1 Internal Resonances of A Tensioned Beam On Multiple Supports. *Mathematical and Computational Applications*, 16 (1), 203-215, 2011.
 33. Wang, L. Size-dependent vibration characteristics of fluid-conveying microtubes. *Journal of Fluids and Structures*, 26, 675-684, 2010.

