



Determining the Common Student Difficulties through the Eyes of Mathematics Teachers: Basic Concepts in Sets

Nurullah Yazıcı¹, Mustafa Albayrak² and Yaşar Aslan³

¹  Karamanoğlu Mehmetbey University, Karaman, Turkey, yazicinurullah@gmail.com

²  Atatürk University, Erzurum, Turkey, albayrak@atauni.edu.tr

³  Kahramanmaraş Sütçü İmam University, Kahramanmaraş, Turkey, vasaraslan@ksu.edu.tr

To cite this article:

Yazıcı, N., Albayrak A., & Aslan, Y. (2020). Determining the common student difficulties through the eyes of mathematics teachers: basic concepts in sets. *Eurasian Journal of Teacher Education*, 1(1), 25-36.

Received: 04.15.2020

Accepted: 04.28.2020

Abstract

The purpose of this study is to identify the common student difficulties related to basic concepts in sets through the eyes of teachers. The study group of this research, in which case study pattern is used, consists of 18 mathematics teachers. An interview form consisting of open-ended questions was used to collect research data. Content analysis was used in the analysis of research data. In the study, it was observed that students could not adequately make sense of the definitions related to basic concepts. The teachers stated that students can experience difficulties within the scope of the expression "the largest set studied" for the universal set. In line with the results of the research, it has been suggested that it is important for teachers to shape the classroom teaching process by taking into account the frequent student difficulties and to increase the effectiveness of the teaching.

Keywords: Basic concepts in sets, Mathematics teacher, Mathematics teaching, Student difficulties.

Article Type:

Original article

Acknowledge:

This research was created by making use of some of the first author's doctoral thesis data.

Ethics Declaration:

All ethical rules were followed in the preparation of this study. This research article is original and authors have some contributions.

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlüklerinin Matematik Öğretmenlerinin Gözünden Belirlenmesi: Kümelerde Temel Kavramlar

Öz

Bu araştırmanın amacı kümelerde temel kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin mesleğe devam eden öğretmenlerin gözünden belirlemektir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseninin kullanıldığı bu araştırmanın çalışma grubu, farklı liselerde görev yapmakta olan 18 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Araştırma verilerini toplamak için, açık uçlu sorulardan oluşan görüşme formu kullanılmıştır. Araştırma verilerinin analizinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırma bulguları incelendiğinde, öğrencilerin temel kavramlara ilişkin tanımları yeterince anlamlandıramadıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin, evrensel küme kavramı tanımlanırken “üzerinde çalışılan en geniş küme” ifadesinden hareketle öğrencilerin güçlükler yaşayabileceklerini ifade ettikleri belirlenmiştir. Araştırma sonuçları doğrultusunda, öğretmenlerin sık yaşanan öğrenci güçlüklerini dikkate alarak sınıf içi öğretim sürecini şekillendirmesinin, yapılan öğretimin etkinliğinin artırılması konusunda önemli olduğu önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kümelerde temel kavramlar, Matematik öğretimi, Matematik öğretmeni, Öğrenci güçlükleri.

Giriş

Matematik öğreniminde öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri ifade etmek amacıyla “zorluk”, “kavram yanlışlığı” ve “hata” kavramları sıkça kullanılmaktadır (Bingölbali & Özmantar, 2009). Durmuş’a (2007) göre öğrenme güçlüğü ile alana özgü bazı yetersizlikler kastedilmektedir. Herhangi bir kavrama yönelik öğrencilerin yaşayabilecekleri güçlükleri bilmek, öğrenme üzerine yapılan çalışmalarda önemli bir adımdır. Çünkü öğrenci güçlüklerinin bilinerek daha sonraki çalışmalarla ilişkilendirilmesi, ortaya konulacak öğretim programlarının oluşturulmasında gereklilik arz eden bir durumdur (Rasmussen, 1998).

Matematik konuları diğer derslere göre daha güçlü bir sıralı yapıya sahiptir. Başka bir ifadeyle öğrenilen her bir kavram sonraki kavram ya da kavramlar için bir basamak niteliğinde olmaktadır. Bu durum matematiğin ardışık ve yığılmalı bir bilim olmasından ileri gelmektedir. Bu sebeple matematikteki herhangi bir kavram onun ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan tam manasıyla verilemez (Altun, 2008). Sayılar kümesinin öğretimi (N, Z, Q, R) bunun en bariz örneğidir. Bu sayı kümeleri arasındaki ilişkiler, kümelerin birbirini kapsamaması veya birbirinin alt kümesi olması, ancak kümeler konusunun öğretiminden sonra öğrencilere kazandırılacak kavramlardır (Özdemir, 2015).

Duatepe Paksu’ya (2015) göre herhangi bir kavramın öğrenilmesinde yaşanan güçlük ya da kavrama ilişkin kazanılmış hatalı veya yanlış bilgi daha sonraki birçok kavramın öğrenilmesinde güçlüklerle karşılaşılmasına neden olabilir. Buradan hareketle, Dikici ve İşleyen (2004) herhangi bir konuda öğrenme güçlüğü çeken bir öğrencinin daha sonra öğrenilecek konularda başarıya ulaşmasının zor olabileceğini ifade etmişlerdir. Yetkin’e (2003) göre, matematik öğretiminde kavramı geliştirmek önemlidir fakat ulaşılması kolay da bir hedef değildir. Buradan hareketle öğrencilerin matematikteki kavramlara ilişkin öğrenme güçlüklerinin neler olduğunu ve bu güçlüklerin neden meydana geldiğini bilmenin belirlenen hedefe ulaşmak için atılması gereken bir adım olduğu ifade edilebilir.

Matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında etkili olmasından dolayı, kümeler konusuna yönelik kavramların öğretimi matematik öğretimi açısından önemlidir (O’Connor & Robertson, 1992; Uğurel & Moralı, 2010). Bununla birlikte kümeler konusu, matematikteki soyut kavramlardan biridir (Baki, 2001; Baki & Şahin, 2004).

Soyut kavramlar öğrenciler tarafından zor kazanılan kavramlardır. Dolayısıyla öğrencilerin soyut kavramların öğreniminde öğrenme güçlükleri yaşayabilecekleri aşikârdır (Senemoğlu, 2018).

Demir (2012), küme kavramına ilişkin ortaya çıkan güçlüklerin çoğunun öğretmenlerin verdikleri ortak özellik ve topluluktan meydana gelen küme örneklerinden yola çıkarak yanıltıcı algılar sonucu oluştuğunu belirlemiştir. Gür (2009) öğrencilerin özellikle “sonsuz küme, boş küme, eleman, alt küme” kavramlarında çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduklarını ve bazı temel hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Öğrencilerin “sonsuz küme” kavramı için “Elemanları sayamayacağımız kadar çoktur.” ifadesine sıklıkla başvurdukları fakat “sonsuz elemanlıdır” ifadesini kullanmadıkları; hatta öğrencilerin bir kısmının “sonsuz elemanlı kümenin” varlığını bilmediklerini belirlemiştir. Bununla birlikte öğrencilerin, “küme” kavramının tanımında yaşadıkları güçlüklerin bir sonucu olarak, “kümenin eleman sayısı kişiden kişiye değişebileceği” ve “boş kümeyi” öğrencilerin bir kısmının küme olarak kabul etmediği yani “ortada bir eleman olmadığı için kümenin de olmayacağı” yanlışlığı taşıdıkları belirlenmiştir. İpek, Albayrak ve Işık (2009), öğretmen adaylarının öğrencilere “küme” kavramını tanımlayarak özelliklerini açıklamak yerine, öğrencilerin içinde buldukları çevreden yola çıkarak, kavramlara ilişkin örnek vermeleri gerektiğini ifade etmektedir. Aksi takdirde küme kavramını yalnızca belirli bir kalıba koymaya (örneğin matematiksel dünya) çalışarak öğretimi yapmak, öğrencilerde yanlış algılamalara ve güçlüklerle neden olabileceğine dikkat çekmişlerdir.

Matematik öğretmenin, öğrencilerin durumuna ve özelliklerine göre (yaş, hazırbulunuşluk vs.) öğrenme yeteneklerini ve sınırlılıklarını bilmesi ve bu durumlara göre sınıf içi uygulamalarını seçmesinin yanı sıra öğrencilerin öğrenme güçlüklerini de dikkate alarak ders işleyişini düzenlemesi öğretmenin alan ve pedagojik bilgisi kapsamında değerlendirilmektedir (Ball, Thames & Phelps, 2008). Öğrencilerin matematiksel kavram ya da konuları öğrenme sürecinde farklı öğrenme güçlükleri, bir takım hataları ve başarısızlık yaşadığı durumları olabilecektir (Ersoy & Ardahan, 2003). Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin düştükleri hataları ve yaşadıkları güçlükleri belirleyerek öğretimi bu durumlara göre şekillendirmek oldukça önemlidir. Buradan hareketle matematiksel kavramların etkin bir şekilde öğretimi için öğretmenlerin öğrencilerin yaşayabilecekleri güçlüklerle ilişkin yeterince bilgiye sahip olmaları gerekeceği söylenebilir (Özmantar, Bingölbali & Akkoç, 2015).

Ball vd.'ne (2008) göre öğretim, bir öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini arttıracak şekilde yapacağı tüm faaliyetleri içine alan bir kavramdır. Kümelerde temel kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin belirlenmesi ve öğrenme sürecinde öğrenciye bu bilgiler doğrultusunda öğretim yapılması öğretmenin öğretim faaliyetlerindedir. Bu araştırmanın amacı kümelerde temel kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin mesleğe devam eden öğretmenlerin gözünden belirlemektir. Bu doğrultuda araştırmanın problemi “Öğretmenlerin gözünden kümelerde temel kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlükleri nelerdir?” şeklinde oluşturulmuştur.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Araştırmada ayrıntılı veri toplama ve araştırmaya dâhil edilen kişilerin bireysel algılarını, deneyimlerini ve bakış açılarını doğrudan öğrenme ve mevcut durumları belirleme amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu gözlem, görüşme, görsel-işitsel kayıt, doküman ve raporlar ile detaylandırarak durumun analiz edilmesini ve betimlenmesini sağlayan bir yöntemdir (Creswell, 2007; Yin, 2018). Bu araştırmada sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin belirlenmesi “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuyla sınırlandırılmıştır. Bununla birlikte araştırma desenine uygun şekilde yarı-yapılandırılmış görüşme formatında açık-uçlu sorulardan oluşan görüşme formu ve doküman incelemesi veri toplama amacıyla kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu Akdeniz Bölgesi'nde bir ilimizde farklı liselerde görev yapmakta olan, gönüllülük esasına göre seçilerek maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla seçilen ve en az iki yıllık mesleki deneyimi olan 18 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bu şekilde seçilen 18 matematik öğretmenin araştırılmaya katılmasıyla problemin farklı boyutlarının ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Araştırmada öğretmenlerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3,... ve Ö18 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Öğretmenlere ait demografik bilgiler Tablo 1'de yazılmıştır.

Tablo 1.

Görüşme yapılan öğretmenlere ilişkin demografik bilgiler

Öğretmenin Kodu	Cinsiyet	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Eğitim Durumu	Kümeler Konusu Tecrübesi
Ö1	Erkek	10 yıl	Lisans	4 yıl
Ö2	Erkek	2 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö3	Erkek	10 yıl	Lisans	1 yıl
Ö4	Kadın	8 yıl	Yüksek Lisans	3 yıl
Ö5	Kadın	5 yıl	Yüksek Lisans	2 yıl
Ö6	Erkek	6 yıl	Doktora	5 yıl
Ö7	Kadın	2 yıl	Doktora	Hiç anlatmadı
Ö8	Erkek	5 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö9	Kadın	12 yıl	Doktora	5 yıl
Ö10	Kadın	15 yıl	Lisans	1 yıl
Ö11	Kadın	15 yıl	Lisans	6 yıl
Ö12	Erkek	20 yıl	Lisans	2 yıl
Ö13	Erkek	15 yıl	Lisans	5 yıl
Ö14	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans	6 yıl
Ö15	Kadın	6 yıl	Lisans	3 yıl
Ö16	Erkek	15 yıl	Lisans	7 yıl
Ö17	Kadın	12 yıl	Lisans	8 yıl
Ö18	Kadın	15 yıl	Lisans	7 yıl

Veri Toplama Araçları

Araştırma problemlerinin analizinde gerekli olan verileri toplamak için, yarı-yapılandırılmış görüşme formatına uygun olacak şekilde açık uçlu sorulardan oluşan görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formunun hazırlanma aşamasında "Kümelerde Temel Kavramlar" kazanımına ait aşağıda belirtilen alt kazanımlar dikkate alınmıştır:

- "9.1.1.1. Küme kavramını örneklerle açıklar ve kümeleri ifade etmek için farklı gösterimler kullanır."
- "9.1.1.2. Evrensel küme, boş küme, sonlu küme ve sonsuz küme kavramlarını örneklerle açıklar."
- "9.1.1.3. Alt küme kavramını ve özelliklerini açıklar."
- "9.1.1.4. İki kümenin eşitliğini açıklar." (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2015).

Verilerin Toplanması

Araştırma verileri görüşme ve doküman incelemesi yöntemleri kullanılarak toplanmıştır. Her bir öğretmenle en az 30 dakika sürecek şekilde bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşme formunda yukarıda belirtilen her bir kazanıma ilişkin ders içi öğretim sürecinde öğrencilerin yaşayabileceği güçlüklerin neler olabileceği öğretmenlere açık uçlu olarak sorulmuştur. Öğretmenlerin cevaplarına göre anlaşılan-anlaşılmayan noktalar görüşme esnasında düzenlenmiştir.

Doküman incelemesi, "araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar." (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu araştırmada veri kaynağı olarak kullanılan dokümanlar, dokuzuncu sınıf matematik ders kitapları, öğretim programı ve öğretmen kılavuz kitaplarından oluşmaktadır. Bu şekilde doküman incelemesi yapılarak sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin neler olabileceğine dair anahtar kavramlar ve ön bilgiler oluşturmak amaçlanmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırma verilerinin analizinde içerik analizinden yararlanılmıştır. İçerik analizinin özünde, benzer verileri belirli kodlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirerek anlaşılır biçimde yorumlamak vardır. İçerik analizinden amaç, verileri derinlemesine inceleyerek verileri özetlemek ve belli temalar altında okuyucuya aktarmaktır (Cohen, Manion & Morrişon, 2007). İçerik analizindeki süreçleri kendi içerisinde dört aşamada inceleyebiliriz. Bu aşamalar sırayla verilerin kodlanması, temaların belirlenmesi, kodların ve temaların düzenlenmesi ve bulguların yorumlanması şeklindedir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu çalışmada verilerin analizi yapılırken bu aşamalar dikkate alınmıştır.

Araştırmada ilk olarak öğretmenlerin görüşme formundaki açık uçlu sorulara yazmış oldukları cevapların hangi temalar altında sunulması gerektiği belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için, elde edilen veriler ayrıntılı olarak incelenerek çalışmanın amacı ve kazanımlar doğrultusunda araştırmacı tarafından temalar ve kodlar belirlenmiştir. Daha sonraki aşamada araştırmaya katılan öğretmenlerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar bu temalara göre yerleştirilmiş, ardından bulgular tanımlanmış ve son olarak bulgular yorumlanmıştır. İçerik analizi sonucu her bir kavrama ilişkin ulaşılan veriler tablolar halinde sunulmuştur. Ardından tablolardaki veriler, öğrenci öğrenme güçlükleri sırasına göre her güçlük için yalnızca bir öğretmenden alıntı yapılarak yazılmıştır. Çalışma grubundaki öğretmenlerin tamamına yönelik alıntılarının verilmesi yerine çalışılan durumu ortaya koyacak şekilde alıntılarla yetinilmiştir.

Araştırmanın güvenilirliğini belirlemek için, öğretmenlerin sorulara yazdıkları cevaplardan elde edilen veriler kodlandıktan sonra, kodların tutarlılığı "Görüş Birliği" ya da "Görüş Ayrılığı" olan maddeler belirlenmiştir. Öğretmenlerin cevaplarına göre, araştırmacıların aynı kodu kullandığı durumlar "Görüş Birliği"; araştırmacıların farklı kodu kullandığı durumlar "Görüş Ayrılığı" olarak değerlendirilmiştir. Araştırmanın güvenilirliği için Miles ve Huberman'ın (1994) "Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)" formülü kullanılmıştır. Miles ve Huberman (1994) araştırmanın güvenilir olarak kabul edilebilmesi için, güvenilirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması gerektiğini belirtmiştir. Tarafımızdan yapılan araştırmanın güvenilirlik sonucu %78 olarak bulunduğu için güvenilir kabul edilmiştir.

Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde "Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme ve Eşit Küme" kavramlarına ilişkin öğretmenlerin gözünde öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceği tablolar halinde verilecektir. İlk olarak, Tablo 2'de "Küme" kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 2.

Küme kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Küme kavramının tanımı	Ö2, Ö4, Ö8, Ö12, Ö13, Ö16
Ortak özelliklerle gösterim yöntemi	Ö1, Ö14
Soyut örnekler	Ö6, Ö9, Ö11, Ö15, Ö18
Küme kavramının matematikteki diğer kavramlarla olan ilişkisi	Ö3, Ö5, Ö7, Ö10, Ö17

Tablo 2'ye göre öğretmenler, öğrencilerin "Küme" kavramının tanımı, ortak özellikler gösterim yöntemi, "Küme" kavramına ilişkin soyut örnekleri anlamlandırma ve "Küme" kavramını matematikteki diğer kavramlarla ilişkilendirmeye ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları şu şekildedir:

Ö16: Öğrenciler kesin ifade belirtmeyen küme örnekleri verebiliyorlar. Kümenin iyi tanımlanmış ve net elemanlardan oluşması gerektiğini göz ardı edebiliyorlar.

Ö1: Kümeler liste biçiminde verildiğinde küme işlemlerini çok kolay yapabiliyorlar. Fakat ortak özellik yöntemiyle küme örneği verildiğinde öğrenciler verilen ifadeleri anlamlandıramıyorlar. Yani kümeyi oluşturamıyorlar.

Ö11: Öğrencilerde soyut düşünme yeteneği gelişmediği zaman küme kavramına ilişkin verilen soyut örnekleri anlamakta zorlanıyorlar. Özellikle sayı kümeleri.

Ö7: Mesela çift asal sayılar kümesi dediğimde öğrenci asal sayı kavramını öğrenememişse bu kümeyi yazamıyor. Bunun gibi matematik bilgisi gerektiren temelde alması gereken şeyleri öğrenemediği için zorlanıyor.

“Evrensel Küme” kavramına ilişkin Tablo 3’de öğretmenlerin ifade ettiği öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 3.

Evrensel küme kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Evrensel küme kavramının tanımı	Ö1, Ö2, Ö5, Ö6, Ö10, Ö13, Ö17
En geniş küme algısı	Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö15
Evrensel kümenin eleman sayısı	Ö3, Ö4, Ö7, Ö14, Ö16, Ö18

Tablo 3’e göre öğretmenler, öğrencilerin “Evrensel Küme” kavramının tanımı ve tanımda geçen “üzerinde çalışılan en geniş küme” ifadesine ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğretmenler evrensel kümenin eleman sayısının fazla olması gerektiğine ilişkin öğrencilerin yanlış öğrenmelerinin olduğunu belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö10: Evrensel küme tanımının üzerinde çok durulmalı. Öğrenciler üzerinde çalışılan küme ve en geniş küme ifadesini birbirlerinden ayrı düşünüyorlar.

Ö8: Evrensel kümenin içerisinden eleman seçtiğimiz en geniş küme olması gerektiğini evrensel kümenin eleman sayısının çok fazla olması gerektiği şeklinde anlıyorlar.

Ö18: Evrensel kümenin eleman sayısının illaki çok fazla olması gerektiğini düşünüyorlar. Mesela tek elemanlı veya birkaç elemandan oluşan kümenin evrensel küme oluşturmayacağını düşünüyorlar.

“Boş Küme” kavramına ilişkin Tablo 4’de öğretmenlerin ifade ettiği öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.

Boş küme kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Boş kümenin gösterimi	Ö4, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17
Boş kümenin ne olduğu	Ö1, Ö3, Ö7, Ö12
Boş kümenin her kümenin alt kümesi olduğu	Ö2, Ö6, Ö8, Ö15, Ö18

Tablo 4’e göre öğretmenler, öğrencilerin “Boş Küme” kavramının gösterimi, boş kümenin ne olduğu ve boş kümenin her kümenin neden alt kümesi olduğuna ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö5: Boş küme “{ }” veya \emptyset sembolleriyle gösteriliyor. Öğrenciler “{ \emptyset }” kümesini de boş küme zannediyor. Bu kümenin boş küme olmadığı anlatılmalı.

Ö3: Öğrenciler küme boş ise yani elemanı yoksa neden küme olarak değerlendirildiğini anlayamıyor. Ayrıca öğrenciler boş kümeyi gereksiz bir küme olarak görüyorlar.

“Sonlu/Sonsuz Küme” kavramlarına ilişkin Tablo 5’de öğretmenlerin ifade ettiği öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 5.*Sonlu/sonsuz küme kavramlarına ilişkin öğrencilerin yaşayabileceği zorluklar*

Sık Yaşanan Öğrenci Zorlukları	Öğretmenler
Sonsuz küme kavramının tanımı	Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö14, Ö17, Ö18
Sayılabılır sonsuzluk	Ö1, Ö8, Ö9, Ö15
Elemanları sayılamayan her kümeyi sonsuz küme olarak görme	Ö3, Ö4, Ö11, Ö12, Ö13, Ö16

Tablo 5'e göre öğretmenler, öğrencilerin "Sonsuz Küme" kavramının tanımı ve sayılabilir sonsuzluk ifadesine ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin elemanlarını sayamadıkları her kümeyi sonsuz olarak kabul ettiklerini de belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö10: Sonsuzluk kavramı sonlu küme ile ilişkilendirilmeden anlatılınca öğrenciler zorluk yaşıyor. Diğer türlü elemanlarını sayamadığımız her kümeyi sonsuz küme gibi algılıyorlar.

Ö9: Doğal sayılar kümesinin sayılabilir ancak sonsuz bir küme olduğunun anlatılmasında zorluk yaşıyoruz. Bunun nedeni olarak da öğrencilerin düşüncelerinin hep bildikleri veya etrafındaki şeyler ile ilgili olmasıdır.

Ö16: Elemanlarını sayamayacağımız her kümeyi sonsuz küme olarak görüyorlar. Mesela saçımızdaki kılları sonsuz küme olarak görüyorlar. Ayrıca sonsuz küme de sadece sayamayacağımız elemanları olan küme olarak düşünülüyor.

"Alt Küme" kavramına ilişkin Tablo 6'da öğretmenlerin ifade ettiği öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 6.*Alt küme kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlükleri*

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
"Ø" neden her kümenin alt kümesidir	Ö1, Ö4, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, Ö15, Ö16, Ö17
Bulunur-bulunmaz sorularını anlayamama	Ö3, Ö6, Ö11, Ö14, Ö18
2^n formülünü yanlış olarak kavrama ve yazma	Ö2, Ö5, Ö7, Ö10

Tablo 6'ya göre öğretmenler, öğrencilerin "Ø" nin her kümenin neden alt kümesi olduğu ve alt küme sayısını bulmaya yönelik "bulunur-bulunmaz" şeklinde ifade edilen matematiksel problemlerde öğrenme güçlükleri olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin " 2^n " formülünü de sıklıkla " $2n$ " şeklinde yazarak çarpımsal artışla toplamsal artışı birbirleriyle karıştırdıklarını da belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö13: Boş küme her kümenin alt kümesidir. Öğrenci bu ifadeyi algılamakta zorlanıyor. Bence bu zorluk boş küme kavramının hiç elemanı olmayan küme şeklindeki tanımı yapılmasından kaynaklanıyor. Hâlbuki kümenin içerisinden elemanlarını çıkardığımızda boş kümeyi elde ederiz şeklinde tanımlansa zorluk yaşanmayacağı kanaatindeyim.

Ö6: Bulunur-bulunmaz tarzı sorularda yorumlama yapamadıklarından zorlanıyorlar. Ayrıca ve/veya kavramlarında yaşadıkları eksiklikler de bu tarz sorularda zorluk yaşamalarına neden olabiliyor.

Ö7: Öğrenciler alt küme sayısını yazarken 2^n formülü yoluyla işlem yapmakta zorlanıyorlar. Bu zorluk daha çok üslü sayılar konusundaki eksikliklerden geliyor.

"Eşit Küme" kavramına ilişkin Tablo 7'de öğretmenlerin ifade ettiği öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 7.*Eşit küme kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlükleri*

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Farklı gösterim yöntemlerinde eşit kümeleri görememe	Ö2, Ö4, Ö5, Ö11, Ö12
Eşit ve denk küme kavramlarını birbiri yerine kullanma	Ö3, Ö7, Ö9, Ö10, Ö14, Ö15, Ö16
Eşit küme kavramıyla alt küme kavramını ilişkilendirememe	Ö1, Ö6, Ö8, Ö13, Ö17, Ö18

Tablo 7'ye göre öğretmenler, öğrencilerin farklı gösterim yöntemleriyle verilen eşit kümeleri kavrayamadıklarını ve eleman sayısı aynı olan kümeleri eşit küme olarak anladıklarını belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin matematiksel dili kullanmada yetersiz olduklarından, eşit küme kavramını alt küme kavramı ile ilişkilendirmede güçlüklerin olduğunu da belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö7: Genelde karşılaşılan zorluk eleman sayıları eşit olan kümelerin eşit kümeler olduğunu düşünüyorlar. Eşit küme ve denk küme kavramlarını iyi anlatmak gerekiyor.

Ö8: Eşit küme tanımını aynı elemanlara sahip kümeler diye yazdığımız zaman çok bir zorluk yaşıyorlar. Ama alt küme ile ilişkilendirdiğimiz zaman matematiksel dili kullanmayı çok istemediklerinden $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise A ve B kümeleri de eşittir ifadesini anlamakta zorlanıyorlar.

Bulgular genel olarak incelendiğinde, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında ele alınan kavramlara ilişkin öğrencilerin sıklıkla yaşayabileceği güçlüklerin neler olabileceğini belirttikleri görülmektedir. Araştırmada ulaşılan tüm bulguları daha net ve anlaşılır olarak sunabilmek için aşağıda Tablo 8'e yer verilmiştir.

Tablo 8.*Kümelerde temel kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlükleri*

Temel Kavramlar	Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri
Küme	Küme kavramının tanımı Ortak özellikle gösterim yönteminde kümeyi oluşturamama Soyut örnekler Küme kavramının matematikteki diğer kavramlarla olan ilişkisi
Evrensel Küme	Evrensel küme kavramının tanımı En geniş küme algısı Evrensel kümenin eleman sayısı
Boş Küme	Boş kümenin gösterimi Boş kümenin ne olduğu Boş kümenin her kümenin alt kümesi olduğu
Sonlu/Sonsuz Küme	Sonsuz küme kavramının tanımı Sayılabilir sonsuzluk Elemanları sayılamayan her kümeyi sonsuz küme olarak görme “ \emptyset ” neden her kümenin alt kümesidir
Alt Küme	Bulunur-bulunmaz sorularını anlayamama 2^n formülünü yanlış olarak kavrama ve yazma
Eşit Küme	Farklı gösterim yöntemlerinde eşit kümeleri görememe Eşit ve denk küme kavramlarını birbiri yerine kullanma Eşit küme kavramıyla alt küme kavramını ilişkilendirememe

Tablo 8'de öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde öğrencilerin yaşayabileceği güçlükleri genellikle kavramların tanımları üzerinden şekillendirdikleri söylenebilir. Bununla birlikte öğretmenler, öğrencilerin farklı gösterimlerde, formülleri hatalı olarak kavramada ve kavramaları birbirleriyle ilişkilendirmede de güçlükler yaşadıklarını belirttikleri de Tablo 8'de görülmektedir.

Tartışma ve Sonuç

Araştırma bulguları incelendiğinde, öğretmenlerin ifade ettikleri güçlüklerin genellikle kavramlara ilişkin tanımların öğrenciler tarafından yeterince anlaşılmasından kaynaklandığı söylenebilir. Bu durum özellikle “küme, evrensel küme” ve “sonsuz küme” kavramlarında aşikâr görülmektedir. Bu sonuç Demir’in (2012) yapmış olduğu çalışmayla birlikte irdelenirse, öğrencilerin bahsi geçen tanımlara ilişkin yaşadıkları güçlüklerin kaynağında, ders içi öğretim sürecinde somut ve farklı tipte örneklerle yeterince karşılaşmalarının da olduğu söylenebilir. Çünkü Baki ve Şahin’in (2004) araştırma bulgularında görüleceği üzere küme, evrensel küme, sonsuz küme gibi soyut kavramlar öğrenciler tarafından zor kazanılan kavramlardır. Temel kavramların tanımlanmasından kaynaklı öğrencilerin güçlük yaşayabileceği diğer bir kavram da sonsuz kümedir. Öğretmenler sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirilmeden tanımlama yapmanın öğrencilerde öğrenme güçlükleri ya da yanlışlar oluşturabileceğini ifade etmiştir. Elde edilen bu bulgu Gür’ün (2009) yapmış olduğu çalışmayla tutarlılık göstermektedir.

Araştırmada elde edilen diğer bir sonuçta, kümelerde temel kavramlara ilişkin ders içi öğretim sürecinde öğretmenlerin özellikle sayı kümeleri üzerinden verilen soyut örneklerden sıklıkla yararlanıyor olmalarıdır. Bu sonuca ek olarak, ders içi öğretim sürecinde bahsedilen kavramlara ilişkin matematiksel dünya içerisinde örnekler fazla yer verilmesinin öğrencilerde öğrenme güçlükleri oluşturduğu söylenebilir. Bu sonuç İpek vd. (2009) tarafından yapılan araştırmayla da tutarlılık göstermektedir. Öğrencilerin yaşadıkları çevre üzerinden örneklemeler yaparak öğretimi şekillendirmek dolayısıyla öğretimi belirli bir kalıba sıkıştırmaktan kurtarmak bir öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini arttıracak şekilde yapacağı öğretim faaliyetlerindedir.

Araştırma bulgularında öğretmenlerin, evrensel küme kavramı tanımlanırken “üzerinde çalışılan en geniş küme” ifadesinden hareketle öğrencilerin güçlükler yaşayabileceklerini ifade ettikleri görülmektedir. Bu güçlüklerin en başında ise öğrencilerin evrensel kümeyi en geniş küme kabul etmesi ya da az sayıda elemandan oluşan kümenin evrensel küme belirtmeyeceği şeklinde güçlüklerin olduğu ifade edilmiştir. Özmantar vd’nin (2015) de ifade ettiği üzere matematiksel kavramların etkin bir şekilde öğretimi için öğretmenlerin öğrencilerin yaşayabilecekleri güçlüklerle ilişkin yeterince bilgi sahibi olmaları gerekmektedir. Dolayısıyla ders içi öğretim sürecinde öğretmenlerin özellikle evrensel küme kavramının tanımlanmasından kaynaklı yaşanabilecek güçlüklerin farkında olmaları etkin öğretim için gereklilik arz eden bir durum olduğu söylenebilir.

Öneriler

Araştırma sonuçları doğrultusunda aşağıdaki öneriler ifade edilebilir:

- Öğretmenlerin, “Küme” kavramına ilişkin hem ulusal hem de uluslararası düzeyde yapılan araştırmalar aracılığıyla öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğinin farkında olması, öğrencilerin hatalı ya da yanlış öğrenmelerinin bir nebze de olsa önüne geçeceği söylenebilir.
- Öğretmenlerin sık yaşanan öğrenci güçlüklerini dikkate alarak sınıf içi öğretim sürecini şekillendirmesi, yapılan öğretimin etkinliğinin artırılması konusunda önemli olduğu düşünülmektedir.
- Araştırmacılara yönelik olarak, yapılan bu araştırmanın kapsamı genişletilerek matematikteki diğer kavramlara ilişkin sık yaşanan öğrenci güçlüklerinin belirlenmesi önerilmektedir.

Kaynakça

Altun, M. (2008). *Liselerde matematik öğretimi* (4. baskı). Alfa Aktüel Yayınları.

- Baki, A., & Şahin, S. M. (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(2), 91-104.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2009). *Matematiksel kavram yanlışları: Sebepleri ve çözüm arayışları*. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç, (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (1. baskı, s. 1-30) içinde. Pegem A Yayıncılık.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6nd ed.). Routledge-Falmer.
- Creswell, W. J. (2007). *Qualitative inquiry and research design choosing among five traditions*. SAGE Publications.
- Demir, G. (2012). Küme kavramına ilişkin öğrenci, öğretmen algısı ve ders kitaplarında küme kavramının ele alınış biçimi (Tez No. 320036) [Yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Dikici, R., & İşleyen, T. (2004). Bağntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 105-116.
- Duatepe Paksu, A. (2015). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (4. baskı, s. 9-39) içinde. Pegem A Yayıncılık.
- Durmuş, S. (2007). Matematikte öğrenme güçlüğü gösteren öğrencilere yönelik öğretim yaklaşımları. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(13), 76-83.
- Ersoy, Y., & Ardahan, H. (2003). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi II: Taniya yönelik etkinlikler düzenleme. <http://www.matder.org.tr/bilim/ioko2tyed.asp?ID=49> adresinden 27 Nisan 2018 tarihinde alındı.
- Gür, H. (2009). 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışlarının belirlenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 4(3), 678-694.
- İpek, A., Albayrak, M., & Işık, C. (2009). Sınıf öğretmeni adaylarının küme kavramıyla ilgili algıları. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 221-230.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). Ortaöğretim matematik dersi (9. 10. 11. ve 12. sınıflar) öğretim programı. Milli Eğitim Bakanlığı.
- O' Connor, J. J., & Robertson, E. F. (1992). A history of set theory. http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/Beginnings_of_set_theory.html adresinden 22 Mayıs 2018 tarihinde alındı.
- Özdemir, H. (2015). Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ortaöğretim 9. sınıf kümeler ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi (Tez No. 389168) [Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum]. Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi.
- Özmantar, M. F., Bingölbali, E., & Akkoç, H. (2015). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (4. baskı). Pegem A Yayıncılık.
- Rasmussen, C. L. (1998). *Reform in differential equations: A case study of students' understandings and difficulties*. Paper presented at the annual meeting of the American

Educational Research Association, San Diego, CA.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED420508.pdf> adresinden 15.01.2020 tarihinde alındı.

- Senemoğlu, N. (2018). *Gelişim öğrenme ve öğretim-Kuramdan uygulamaya* (25. baskı). Anı Yayıncılık.
- Uğurel, I., & Morali, S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-1. *Akademik Bakış Dergisi*, 22, 1-25.
- Yetkin, E. (2003). Student difficulties in learning elementary mathematics. ERIC Digest. (ED482727). ERIC. <http://www.eric.ed.gov>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6nd ed.). SAGE Publications.

Extended Abstract

Introduction

Knowing the difficulties that students may experience for any concept is an important step in studies on learning. Because knowing the learning difficulties of the students and associating them with later studies is a condition that is necessary in creating the curriculum to be put forward.

Mathematics topics have a stronger sequential structure than other subjects. This situation arises from the fact that mathematics is a sequential and cumulative science. For this reason, any concept in mathematics cannot be given completely without introducing other concepts in its prerequisite condition (Altun, 2008). The teaching of the set of numbers (N, Z, Q, R) is the most obvious example of this. The relationships between these number sets are concepts that cover each other or be a subset of each other, but can only be gained to students after teaching the subject of sets (Özdemir, 2015).

Each concept learned in mathematics is a step for the next concept or concepts. Teaching of concepts about sets is important for mathematics teaching because of it is effective in revealing the axiomatic structure of the mathematics and the logic of proof. Also, the subject of sets is one of the abstract concepts in mathematics. Abstract concepts are concepts that are hard to grasp by students. Therefore, it is obvious that students can experience learning difficulties in learning abstract concepts. In the process of learning mathematical concepts or subjects, students may have different learning difficulties, some errors and failures (Ersoy & Ardahan, 2003). Therefore, it is very important to shape the teaching according to these situations by determining the errors and difficulties experienced by the students regarding mathematical concepts.

According to Ball, Thames and Phelps (2008), teaching is a concept that encompasses all activities that a teacher will do in a way to increase their students' learning. It is among the teaching activities of the teacher to identify the student difficulties frequently encountered in the basic concepts in sets and to teach the subject in the direction of this information. The aim of this research is to determine the common student difficulties related to basic concepts in sets through the eyes of teachers who continue their profession. Accordingly, the problem of the research is, "What are the common student difficulties related to basic concepts in sets through the eyes of teachers?"

Methods

In the research, a case study pattern, which is one of the qualitative research methods, was used in order to directly learn the individual perceptions, experiences and perspectives of the people included in the research and to determine the current situations. The study group of the research consists of 18 mathematics teachers who work in different high schools in a province of the Mediterranean Region, who have at least two years of professional experience, who are selected through maximum diversity sampling based on volunteering criteria. It was aimed to reveal different dimensions of the problem. With the participation of 18 mathematics teachers selected in this way. In order to collect the data required for the analysis of the research problems, an interview form consisting of open-ended questions was used in accordance with the semi-structured interview format. Research data was collected using interview and document review methods. Each teacher was interviewed for at least 30 minutes. Content analysis was used in the analysis of research data. Firstly, it has been tried to determine under which themes the answers written by teachers to open-ended questions in the interview form should be presented. For this purpose, themes and codes were determined by the researcher in line with the purpose and objectives of the study by examining the obtained data in detail. In the next stage, the answers given by the teachers who participated in the research to the open-ended questions were placed according to these themes, then the findings were defined and finally the findings were interpreted.

Findings and Conclusion

When the findings of the research are examined, it can be said that the difficulties expressed by the teachers are generally caused by the fact that the definitions related to the concepts are not understood adequately by the students. This seems particularly evident in the terms "set, universal set" and "infinite set". Another finding obtained in the research is that teachers often benefit from abstract examples given on number sets during the in-class teaching process on basic concepts in sets. In addition to this result, it can be said that in the teaching process in the classroom, there are lots of examples from the mathematical world regarding the mentioned concepts, and it creates learning difficulties in students. Also, in the research, it was determined that the teachers stated that the students could have difficulties regarding the definition of the universal set, based on the expression "the largest set studied". Therefore, it can be said that teachers are aware of the difficulties that may arise due to the definition of the concept of universal set in the process of teaching in the classroom, and it is a situation that is necessary for effective teaching.

In line with the results of the research, the following suggestions are expressed:

It can be said that teachers are aware of what learning difficulties may be related to the concept of "Set" and can prevent students from learning incorrectly or incorrectly. This will be possible by using teachers' national and international academic studies.

It is thought that it is important for teachers to shape the classroom teaching process considering the frequent student difficulties and to increase the effectiveness of the teaching.

For the researchers, it is suggested that the scope of this research is expanded and the common student difficulties related to other concepts in mathematics are determined.