ISSN: 1304-4796
Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi
Manisa Celal Bayar University Journal of Social Sciences
2020; 18 (2); 171-181

Nicelik Kısıtı Altında Optimal Portföy Çeşitlendirme[a]

Osman Pala[b, c], Mehmet Aksaraylı[d]

Özet

Portföy seçimi ekonomi ve finans alanında önem verilen bir seçim sürecidir. Klasik modern portföy teorisi portföy seçim probleminde normal dağıldığı varsayılan tarihsel veriler ışığında portföy getiri ve riskine odaklanan bir modeldir. Öte yandan hisse senetlerinin geçmiş dönem getiri serileri gerçek hayatta çoğunlukla normal dağılmamakta, çarpıklık ve basıklığın modele eklenmesi anlamlı olmaktadır. Yüksek dereceden momentler ile portföy optimizasyonunda karşılaşılan belirli hisse senetlerine yığılmayı önlemek ve gelecek belirsizliği modele dahil etmek için doğal çeşitlilik sağlayan entropi fonksiyonu modele eklenmektedir. Çalışmada, portföyde bulunabilecek hisse senedi sayısını kısıtlayan nicelik kısıtı eklenmesi ile np-zor hale gelen model, parçacık sürü optimizasyonu ile çözülmüştür. Örnek veri setinde bulunan hisse senetlerinden, farklı senaryolar için modeller kurulmuş ve seçim süreci için önerilmiş olan entropi fonksiyonunun çeşitlendirmede etkinliği tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler

Portföy Optimizasyonu
Yüksek Momentler
Entropi
Nicelik Kısıtı

Makale Hakkında

Geliş Tarihi: 01.08.2019
Kabul Tarihi: 10.06.2020
Doi: 10.18026/cbayarsos.600258

Optimal Portfolio Diversification Under Cardinality Constraint

Abstract

Portfolio selection is an important selection process in economy and finance. The classic modern portfolio theory is a model that focuses on portfolio return and risk in the light of historical data that is assumed to be normally distributed in portfolio selection problem. However, the past return series of stocks are not normally distributed frequently in real life, and it is meaningful to add skewness and kurtosis to the portfolio model. The entropy function that provides the natural diversity is included in the model in order to add future uncertainty in the model and prevent the accumulation of certain stocks encountered in portfolio selection based on higher order moments. In the study, the model, which has become a np-hard problem with the addition of cardinality constraint limiting the number of stocks that can be found in the portfolio, has been solved by particle swarm optimization. From the assets in the sample dataset, models were set for different scenarios and the effectiveness of the proposed entropy function for selection process, in diversification was discussed.

Keywords

Portfolio Optimization
Higher Moments
Entropy
Cardinality Constraint

About Article

Received: 01.08.2019
Accepted: 10.06.2020
Doi: 10.18026/cbayarsos.600258

[a] Çalışma 22-24 Kasım 2018 tarihinde Innovation and Global Issues Congress IV adlı kongrede sunulan bildirinin gözden geçirilmiş, genişletilmiş ve yeniden düzenlenmiş halidir.
[b] İletişim Yazarı: osmanpala@kmu.edu.tr
[c] Arş. Gör. Dr., Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi İİBF, osmanpala@kmu.edu.tr, ORCID NO 0000-0002-2634-2653
[d] Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi İİBF, mehmetaksarayli@deu.edu.tr, ORCID NO 0000-0003-1590-4582

Giriş

Portföylerin seçim süreçleri bir optimizasyon problemi olup piyasada bulunan ve seçime elverişli hisse senetlerinden farklı veya eşit ağırlıkta yeni bir yapı oluşturulmasına dayanmaktadır. Seçimde önceden belirlenmiş finansal faktörleri gözeterek en iyi sonucu almak amaçlanmaktadır. Portföy seçim süreci ülke genelinde yatırımın ve sermayenin dağılımına yön vermesi nedeniyle ülke ekonomik gelişim sürecinde önemli bir parçadır. Markowitz (1952) tarafından ortaya atılan Ortalama Varyans Modeli (OVM) sayesinde portföyün getirisi ve riski sırayla OVM'deki momentlerle ifade edilmiş ve birlikte ilk defa ele alınabilmiştir. Portföyün ortalamasını, portföyde bulunan hisse senetlerinin ağırlıkları oranında getiri serileri ortalamalarının bileşiminden elde etmek mümkündür. Portföy varyansını da portföyde yer alan hisse senetlerinin ağırlıkları oranında getiri serileri eş değişimleri üzerinden hesap etmek gerekmektedir.

OVM'deki başlıca varsayımlar, karar vericilerin fayda fonksiyonun benzer ve kuadratik olması ve hisse senetleri getirilerinin normal dağılışa sahip olmasıdır (Markowitz, 1991). Gerçekte ise çoğunlukla ilgili varsayımlar geçersiz olmakta ve bu durumda çarpıklık ve basıklığın modele dahil edilmesi ile OVM'ye nazaran daha etkin bi model oluşturulabilmektedir (Harvey, Liechty, Liechty ve Müller, 2010).

Yüksek momentlerin portföy seçimine dahil edildiği çalışmalar son dönemde yaygınlaşmıştır. Bu alanda yapılmış çalışmalara bakıldığında; Konno ve Suzuki (1995) doğrusal programlama yaklaşımı ile OVM'ye çarpıklığı ekleyerek problemi Ortalama Varyans Çarpıklık Modeli (OVÇM) olarak çözmüşlerdir. Liu, Wang ve Qiu (2003) OVÇM'ye alış satış maliyetlerini ekleyerek yeni bir çözüm yaklaşımı geliştirmişlerdir. Prakash, Chang ve Pactwa (2003) OVÇM yaklaşımının farklı piyasalarda etkinliğini araştırmışlar ve sonuç olarak modelin portföy seçim sürecine anlamlı katkıda bulunduğunu aktarmışlardır. Jurczenko, Maillet ve Merlin (2005) tarafından yapılan çalışmada ise OVÇM baz alınarak Pareto etkin sınır incelenmiştir. Lai, Yu ve Wang (2006) tarafından yapılan çalışmada OVÇM'ye basıklık eklenerek model OVÇBM haline gelmiş ve polinomsal hedef programlama yaklaşımı ile çözülmüştür. Maringer ve Parpas (2009) OVÇBM çözümü için iki farklı stokastik programlama yaklaşımı kullanmıştır. Beardsley, Field ve Xiao (2012) OVÇBM problemini likidite ve getiri sınırlamaları altında çözmüşlerdir. Nguyen (2016) bulanık çok amaçlı doğrusal programlama kullanarak OVÇBM'ye göre portföy elde etmiştir. Mehlawat, Kumar, Yadav ve Chen (2018) bulanık çok amaçlı portföy seçiminde veri zarflama analizi kullanarak yüksek dereceden momentlere göre portföy seçiminde bulunmuşlardır. Chen ve Zhou (2018) dirençli çok amaçlı portföy seçimini yüksek dereceden momentleri dahil ettikleri modele göre gerçekleştirmişlerdir. Brito, Sebastião ve Godinho (2019) OVÇBM'yi nicelik kısıtı altında çözerek modelin etkinliğini değerlendirmişlerdir.

Öte yandan OVM modelinde yaşanan ve yüksek momentlerin seçim sürecine dahil olmasıyla da çözülemeyen bir başka problem ise, ortaya çıkan portföylerde çok az sayıda hisse senedi olması veya ağırlığın çoğunluğunun çok az hisse senedinde toplanması olarak gözlenmektedir (Chunhachinda, Dandapani, Hamid ve Prakash, 1997). Tek başına kullanıldığında eşit dağılım ve çeşitlilik üreten entropi fonksiyonları sayesinde portföyün gelecek belirsizliğinden etkilenme düzeyi azalmaktadır (Bera ve Park, 2008).

Portföy seçiminde OVM'de karşılaşılan yapısal sorunlar ve elde edilen sonuçların etkin performans sunmaması nedeniyle yakın zamanda yüksek moment ve entropi fonksiyonlarının bir arada kullanılmasıyla Ortalama Varyans Çarpıklık Basıklık Entropili Model (OVÇBEM) geliştirilmiştir. OVÇBEM ile ilgili çalışmalara bakıldığında; Pala ve Aksaraylı (2017) Bist 30'da çok kriterli karar verme yöntemleri olan TOPSIS ve PROMETHEE yaklaşımları ile OVÇBEM'ye göre portföy seçim modeli önermişlerdir. Yue ve Wang (2017) OVÇBEM için bulanık çok amaçlı programlama yaklaşımıyla genetik algoritmayı kullanarak çözüm önerisi getirmişlerdir. Aksaraylı ve Pala (2018a) tarafından OVÇBEM'de Shannon ve Gini-Simpson entropilerinin çözümde etkinliği değerlendirilmiş ve OVÇBEM'de Gini-Simpson entropisi ile daha iyi çözümler üretildiği sonucuna ulaşılmıştır. Aksaraylı ve Pala (2018b) tarafından yapılan çalışmada OVÇBEM için yeni bir kısmi hedef programlama yaklaşımı önerilmiş ve geliştirilen metodun etkinliği performans ölçüm araçları üzerinden ortaya konmuştur.

Portföyü oluştururken, karar vericilerin olası bir tercihi ise portföyün belirli sayıda hisse senedinden müteşekkil olmasıdır. Portföy seçimine nicelik kısıtı eklenmesi ile problem nicelik kısıtlı portföy seçim problemi olarak anılmakta ve portföy daha kontrol edilebilir, isteğe uygun olmaktadır. Fakat probleme tam sayı kısıtı eklenmesi ile artık model türev bazlı kesin çözümler veren metotlarla çözülememekte ve çoğu zaman sezgisel yaklaşımlar kullanılmaktadır. Problemin çözümünde, kısaca rassal arayış ve sürü algoritması yaklaşımı olarak ifade edilen Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) sıklıkla tercih edilmektedir. PSO yaklaşımı problemde ilk defa Kendal ve Su (2005) tarafından kullanılmıştır. Zhu, Wang, Wang ve Chen (2011) tarafından yapılan çalışmada çok popüler portföy değerlendirme metriği Sharpe Oranı (SO) amaç fonksiyonu yerine kullanılarak problem PSO algoritması ile çözülmüştür. PSO basit ve anlaşılır yapısı nedeniyle oldukça hızlı ve etkin çözümler üretebilen ve çok sayıda problem tipine kolay uyarlanabilir olmasıyla yaygın şekilde tercih edilen bir yaklaşımdır.

Çalışmada, OVÇBEM için ilk kez nicelik kısıtı kullanarak portföy optimizasyonu alanında yeni bir model ortaya koymak bu sayede portföy seçimi literatürüne katkı amaçlanmıştır. Önerilen nicelik kısıtlı OVÇBEM'in çözümünde PSO'nun farklı tipleri kullanılarak ayrıca problemi çözmede PSO algoritmalarının etkinliği araştırılmıştır. Ayrıca üç farklı amaç fonksiyonu kullanılarak problemin çözümünde amaç fonksiyonlarının etkisi tartışılmıştır. Problemin çözümünde kullanılan veriler ise yeni model geliştirmede sıklıkla tercih edilen Amerikan piyasalarından temin edilmiştir.

Portföy Optimizasyonunda Kullanılan Fonksiyonlar

Portföyde yer alan hedef fonksiyonları çoğu zaman birbirleriyle çelişmektedir. Örneğin, ortalamanın iyileştirilmesi varyansın değerini genellikle kötüleştirmektedir. Burada amaçlanan Pareto etkin sınırda olduğu gibi fonksiyonlar arası bir denge bulmaktır. Birbiriyle çelişen bu fonksiyonlar incelenmek istendiğinde, öncelikle bazı başka değişkenlerin tanımlanması gerekmektedir. Bunlardan biri olan, hisse senetlerinin portföydeki oranlarını veren vektörü $W^T = (w_1, w_2, ..., w_n)$ şeklinde tanımlayabiliriz. Bir diğeri ise hisse senetleri ortalama getirisi olup $M = (m_i, ..., m_n)^T$ vektörü ile tanımlanabilmektedir. Buna göre portföy moment fonksiyonları olan portföy ortalama, varyans, çarpıklık ve basıklık değerleri sırasıyla Eşitlik 1-4'teki gibi ifade edilebilir (Aksaraylı ve Pala, 2018a);

$$R_{pe} = E(R_p) = W^T M = \sum_{i=1}^{n} w_i m_i \tag{1}$$

$$V_p = V(R_p) = W^T V(W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \tag{2}$$

$$S_p = S(R_p) = E(W^T (R-M))^3 = W^T S(W \otimes W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} w_i w_j w_k s_{ijk} \tag{3}$$

$$K_p = K(R_p) = E(W^T (R-M))^4 = W^T K(W \otimes W \otimes W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} w_i w_j w_k w_l k_{ijkl} \tag{4}$$

Eşitlik 1'deki $R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$ portföyde getiriyi, $E(R_i) = m_i$ i. hisse senedinde ortalama getiriyi belirtmektedir. Eşitlik 2'deki $\sigma_{ij} = E[(R_i - m_i)(R_j - m_j)]$ ile kovaryans, Eşitlik 3'de $s_{ijk} = E[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)]$ile koçarpıklık elde edilirken, Eşitlik 4'de bulunan $k_{ijkl} = E[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)(R_l - m_l)]$ ile ise kobasıklık hesaplanmaktadır. Denklemlerde yer alan $\otimes$ sembolünün anlamı ise Kronecker çarpımı olup, portföyde göreceli çarpıklığın ve basıklığın, $Sk(R_p) = \frac{S(R_p)}{\sigma_p^3(R_p)}$, $Ku(R_p) = \frac{K(R_p)}{\sigma_p^4(R_p)}$ şeklinde sırasıyla hesaplandığı bilinmektedir. Portföy seçim sürecinde ortalama, varyans, çarpıklık ve basıklık ile iyi uyum gösterdiği Aksaraylı ve Pala (2018a) tarafından ifade edilen Gini-Simpson Entropi fonksiyonu çalışmada entropi fonksiyonu olarak kullanılmış olup Eşitlik 5'deki şekilde ifade edilmektedir;

$$E_{G-S} = 1 - \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \tag{5}$$

Çalışma kapsamında Eşitlik 1-5'deki fonksiyonları içeren uyum fonksiyonlarından faydalanılmıştır. Bunlardan ilki Zhu ve diğerleri (2011) tarafından da önerilmiş olan ve ortalama ile varyansı içeren ve OVM'yi ifade edebilen SO'dur. Aksaraylı ve Pala (2018b) ise çalışmalarında ortalama, varyans, çarpıklık ve basıklık içeren Watanabe Oranı'nı (WO) kullanmışlardır. Öte yandan yüksek momentlere ek olarak Gini-Simpson entropisini WO'ya dahil ederek entropiyle düzenlenmiş WO (WOE) fonksiyonunu portföy optimizasyonunda önermişlerdir. Bu çalışmada WO ve WOE sırasıyla OVÇBM ve OVÇBEM yapılarını ifade ettikleri için tercih edilmiştir.

Sharpe (1966) tarafından ortaya atılan ve portföyde performans değerlendirme konusunda yaygınca kullanılmaya devam edilen SO Eşitlik 6'da olduğu gibi ifade edilmektedir;

$$SO = \frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} \tag{6}$$

Eşitlik 6'da yer alan SO değerinin portföyde yüksek olması arzu edilen durumdur. Watanabe (2006) tarafından ortaya atılan WO ile ortalama ve varyansa ek olarak çarpıklık ve basıklık da portföy değerlendirme sürecine Eşitlik 7'deki gibi dahil edilmiştir. SO değerinin değerlendirilişine benzer olarak WO değeri de yüksek olduğunda portföyün performansının da iyi olduğu ifade edilebilir.

$$WO = \frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} + \frac{Sk(R_p)}{Ku(R_p)} \tag{7}$$

Portföy seçiminde, başta kırılmaların yaşandığı dönemler olan finansal krizler ve önemli sektörel dönüşümler gerçekleştiğinde olmak üzere her dönemde gelecek riskini azaltmak için çok gerekli olan entropi fonksiyonunu kullanmak anlamlı olmaktadır (DeMiguel, Garlappi ve Uppal, 2009). Aksaraylı ve Pala (2018b) entropi ve yüksek dereceden momentleri birlikte ihtiva eden WOE fonksiyonunu Eşitlik 8'deki gibi ifade etmiştir. SO ve WO'daki gibi WOE değeri yüksekliği portföyün başarısı ile doğru orantılı olmaktadır.

$$WO_E = \frac{E_{G-S}}{maks\{E_{G-S}\}}\left(\frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} + \frac{Sk(R_p)}{Ku(R_p)}\right) \tag{8}$$

Problemin matematiksel modeline bakıldığında SO'nun optimize edildiği model M(1) iken, WO ve WOE'nun optimize edildiği modeller sırasıyla M(2) ve M(3) olarak aşağıda ifade edilmiştir. Matematiksel modellerde bulunan ve daha önce çalışmada tanımlanmamış 1_N 1'lerden meydana gelen n boyutlu vektörü, Z iki durum olan ve 0 (hisse senedinin portföyde bulunmama) veya 1 (hisse senedinin portföyde bulunma) değerlerini alabilen tam sayı değişkenini, K portföyde bulunması istenen hisse senetlerinin toplam adetini belirleyen sağ taraf sabitini tanımlamaktadır.

$$M(1)\begin{cases} Maks \quad SO \\ kst;\ \mathrm{Z}^{\mathrm{T}}1_N = \mathrm{K} \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases} \quad M(2)\begin{cases} Maks \quad WO \\ kst;\ \mathrm{Z}^{\mathrm{T}}1_N = \mathrm{K} \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases} \quad M(3)\begin{cases} Maks \quad WO_E \\ kst;\ \mathrm{Z}^{\mathrm{T}}1_N = \mathrm{K} \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases}$$

Yöntem

Çalışmada ele alınan problem olan nicelik kısıtlı portföy optimizasyonu problemi klasik yöntemlerle etkin çözümü elde edilemeyen np-zor türünde bir problem olduğu için, bu tip problemlerde optimum çözüme oldukça yakınsayan çözümler üretebilen PSO sezgisel algoritması kullanılmıştır.

Parçacık Sürü Optimizasyon Yaklaşımı

PSO'nun tarihçesine bakıldığında, birçok türevi olan ve hala geliştirilmeye devam edilen bir sezgisel algoritma olduğu görülmektedir. PSO'nun ilk literatürde yer alışı ise Eberhart ve Kennedy (1995) (PSO-1) tarafından yapılan çalışmada görülmüş olup, grup halindeki bireylerin sosyal ve bilişsel öğrenme anlayışı kullanılarak PSO ortaya atılmıştır. Shi ve Eberhart (1999) (PSO-2) tarafından yapılan çalışmada atalet ağırlığı parametresi olan W_{IN} ile PSO'da arama hızını iterasyonlar boyunca değişecek şekilde ayarlamışlardır. Aladağ, Yolcu, Egrioğlu ve Dalar (2012) (PSO-3) ise öğrenme anlayışlarının etki gücünü yinelemeler devam ettikçe değişmesi gerektiğini savunarak yeni bir PSO algoritması önermişlerdir. Çalışma kapsamında OVÇBEM modelinin nicelik kısıtlı çözümü için adapte edilen yaklaşımların tamamını içeren PSO adımları ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

Adım 1: Parçacıkları (k=1,2,…,p) rastgele Xk vektörlerine m=1,2,…,d olacak şekilde ilk yerleştirme olarak ata ve parçacıkların hızlarını ifade eden Vk vektörlerini rastgele belirle.

$$X_k = \left(x_{k,1}, x_{k,2}, ..., x_{k,d}\right)\ , V_k = \left(v_{k,1}, v_{k,2}, ..., v_{k,d}\right), \quad (\mathrm{k} = 1, 2, ..., p)$$

Adım 2: Parçacıkların kendi en iyi amaç fonksiyon değerlerini P-eniyi'ye ve parçacıkların tamamı için en iyi amaç fonksiyon değerini belirle ve G-eniyi'ye ata.

Adım 3: PSO algoritmalarında PSO-1 için bu adımda bir işlem yapılmamaktadır, PSO-2'de ise sadece ilk denklemdeki $W_{IN} = (W_{IN1}, W_{IN2})$ değişkeni ilgili aralıkta değer almak için hesaplanmaktadır. PSO-3 için ise WIN hesaplaması için ilk denklem kullanılmakla birlikte ayrıca $c_1 = (c_{1i}, c_{1f})$ içsel ve $c_2 = (c_{2i}, c_{2f})$ dışsal öğrenme parametreleri ilgili aralıklarda değerleri almak için her bir t yinelemede farklı değerler alıp yineleme sonu olan $\max t$ boyunca değişmektedirler.

$$W_{IN} = (W_{IN2} - W_{IN1})\frac{\max t - t}{\max t} + W_{IN1}$$

$$c_1 = (c_{1f} - c_{1i})\frac{t}{\max t} + c_{1i}$$

$$c_2 = (c_{2f} - c_{2i})\frac{t}{\max t} + c_{2i}$$

Adım 4: Parçacık hızları ile konumları ise aşağıdaki eşitlikler yardımıyla sırasıyla yeniden ayarlanmaktadır.

$$v_{k,m}^{t+1} = W_{IN} \times v_{k,m}^{t} + c_1 \times rand_1 \times (P_{k,m} - x_{k,m}) + c_2 \times rand_2 \times (P_{g,m} - x_{k,m})$$

$$x_{k,m}^{t+1} = x_{k,m}^{t} + v_{k,m}^{t+1}$$

Adım 5: Adım 2-3-4 tekrarı ile belirli bir yaklaşma oranı ya da yineleme sayısına ulaşıncaya kadar algoritma devam etmekte ancak ilgili değere ulaşınca algoritma sonlanmaktadır.

Çalışmada OVÇBEM modelinin nicelik kısıtlı çözümünde PSO algoritmalarının parametreleri Tablo 1'deki gibi belirlenmiştir. Tüm algoritmalar için parçacıkların sayısı 30 olurken algoritmalar 100 yineleme sonucu durdurulmuştur.

Tablo 1. PSO Parametreler

Algoritmalar	**WIN**	**c1**	**c2**
PSO-1	----------	1.5	1.5
PSO-2	(0.4, 0.9)	1.5	1.5
PSO-3	(0.4, 0.9)	(1, 2)	(1, 2)

Bulgular

Çalışma kapsamında Kenneth R. French tarafından oluşturulan bir sitede bulunan hisse senedi verileri incelenmiş ve "30 Industry Portfolios" adlı 30 adet sektöre dair veriler portföy seçim sürecine dahil edilmiştir. Çalışmada aylık kapanış fiyatları üzerinden getirilerin oranları, ilgili aydaki kapanış fiyatından bir önceki kapanış fiyatının farkının bir önceki kapanış fiyatına bölümü ile hesaplanmıştır. Çalışmadaki dönem Ocak-1995 ve Aralık-2015 arasındaki 252 ayı kapsamaktadır. Uygulamada PSO ile portföy seçimi için tüm yapılar Matlab ortamında kodlanmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Öncelikle 30 adet sektörel portföyün (SP) getiri serilerinin dağılışı incelenmiştir. Tablo 2'de verilerin momentleri ve dağılışlarının normal olup olmadığının testini sağlayan Jarque-Bera (J-B) istatistiği sonuçları bulunmaktadır. J-B testinin olasılık (Prob) değerlerine bakıldığında hiçbir getiri serisinin 0.05'ten yüksek olmadığı ve bundan dolayı da verilerin normal dağılıma uymadığı ifade edilebilmektedir. O halde çarpıklık ve basıklığın portföy optimizasyon modeline dahil edilmesinin etkili olacağı söylenebilmektedir. Verilerde yer alan SP'ler aynı zamanda hisse senedi olarak da ifade edilmektedir.

Tablo 2. Getiri Serileri Momentler ve Normallik Testi

SP'ler	Ortalama(O)	Varyans(V)	Çarpıklık(Ç)	Basıklık(B)	J-B	Prob
SP1	0.011	0.002	-0.405	5.542	74.754	0.001
SP2	0.013	0.003	0.424	6.047	105.010	0.001
SP3	0.022	0.008	1.414	9.497	527.150	0.001
SP4	0.006	0.005	0.294	7.249	193.180	0.001
SP5	0.008	0.005	0.880	11.342	763.200	0.001
SP6	0.008	0.004	0.506	9.721	485.030	0.001
SP7	0.010	0.005	0.369	8.267	296.960	0.001
SP8	0.016	0.006	0.502	5.975	103.520	0.001
SP9	0.010	0.004	-0.348	4.925	43.969	0.001
SP10	0.006	0.007	1.020	10.320	606.260	0.001
SP11	0.009	0.004	-0.178	5.318	57.752	0.001
SP12	0.006	0.007	-0.058	4.928	39.154	0.001
SP13	0.011	0.005	-0.459	4.797	42.776	0.001
SP14	0.009	0.005	-0.129	3.745	6.516	0.038
SP15	0.007	0.006	0.126	7.275	192.600	0.001
SP16	0.016	0.004	-0.159	4.832	36.310	0.001
SP17	0.007	0.009	0.161	4.245	17.364	0.003
SP18	0.006	0.019	0.635	7.186	200.900	0.001
SP19	0.010	0.008	-0.241	3.931	11.551	0.010
SP20	0.010	0.001	-0.581	4.203	29.399	0.001
SP21	0.009	0.008	0.567	8.082	284.710	0.001
SP22	0.012	0.007	0.323	6.837	159.000	0.001
SP23	0.014	0.008	0.473	5.399	69.805	0.001
SP24	0.009	0.004	-0.061	7.390	202.500	0.001
SP25	0.010	0.004	-0.291	4.666	32.712	0.001
SP26	0.011	0.004	0.240	6.772	151.830	0.001
SP27	0.010	0.005	0.545	7.846	259.050	0.001
SP28	0.008	0.004	-0.011	9.904	500.420	0.001
SP29	0.011	0.002	-0.939	6.218	145.770	0.001
SP30	0.011	0.003	-0.160	4.572	27.015	0.001

Getiri serilerinin istatistiki analizlerinden sonra, M(1), M(2) ve M(3) için içsel nokta yaklaşımı ile tam sayı kısıtı olmaksızın çözümler gerçekleştirilmiştir. Her bir modelin çözümünde ortaya çıkan portföylerde bulunan hisse senedi sayıları ve sonuç değerleri Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3: Nicelik Kısıtı Bulunmayan Çözümler

Model No	Uyum fonksiyonları	Portföydeki hisse sayısı	Optimum Değer
M(1)	SO-(OVM)	5	0.35982
M(2)	WO-(OVÇBM)	3	0.43828
M(3)	WOE-(OVÇBEM)	9	0.32482

Tüm modellere bakıldığında M(1) için 5, M(2) ile 3 ve M(3) için de 9 adet hisse senedine sahip portföyler elde edilmiştir. Görüldüğü üzere entropinin eklenmesi ile elde edilen M(3) modelinde diğerlerine göre daha fazla hisse senedi bulunmaktadır.

Bütün PSO algoritmaları, nicelik kısıtlı portföy seçiminde sınanmak için Tablo 3'te verilmiş olan hisse senedi sayılarının modellerin kendilerine ait nicelik kısıtları olarak kullanıldığı M(1), M(2) ve M(3) için de 100'er defa farklı olarak çalıştırılmış ve sonuçlar Tablo 4'teki gibi olmuştur. Modeller için PSO algoritmaları sonucu hesaplanan en iyi değerler incelendiğinde M(1) ve M(2) modellerinde PSO algoritmalarının tamamı nicelik kısıtı olmadan bulunmuş ve Tablo 3'teki gibi olan optimum değerlerle aynı değerleri yakalamış ve entropili M(3) modelinde ise optimum değere çok yaklaşmıştır. Sonuçlara genel olarak bakıldığında PSO algoritmalarının nicelik kısıtlı portföy seçiminde uygun sonuçlar verebildiği gözlenmiştir.

Tablo 4. PSO ve Modeller

Model ve Algoritma	M(1)-PSO-1	M(1)-PSO-2	M(1)-PSO-3	M(2)-PSO-1	M(2)-PSO-2	M(2)-PSO-3	M(3)-PSO-1	M(3)-PSO-2	M(3)-PSO-3
En İyi Değer	0.35982	0.35982	0.35982	0.43828	0.43828	0.43828	0.32477	0.32476	0.32477

Çalışmada ana amaç olan, PSO algoritmalarının nicelik kısıtlı OVM, OVÇBM ve OVÇBEM'deki performansını değerlendirebilmek için portföyde bulunması istenen hisse sayılarını ifade eden K'ya iki farklı değer olan 10 ile 20 değerleri sırayla verilmiştir. Bu durumda tüm PSO algoritmaları modellerin çözümünde 100'er kez kullanılmıştır. Modeller için PSO algoritma sonuçları K= 10 için Tablo 5'te, K= 20 için ise Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. PSO ve Modeller K= 10 Değeriyle

Model ve Algoritma	M(1)-PSO-1	M(1)-PSO-2	M(1)-PSO-3	M(2)-PSO-1	M(2)-PSO-2	M(2)-PSO-3	M(3)-PSO-1	M(3)-PSO-2	M(3)-PSO-3
En İyi Değer	**0.35869**	0.35765	0.35753	**0.43645**	0.43544	0.43506	**0.32477**	0.32466	0.32476

Tablo 5'teki sonuçlara bakıldığında K=10 olduğu durumda M(1), M(2) ve M(3)'ün her üçü için de en iyi değerlere PSO-1 algoritması ile ulaşılırken PSO-2 ve PSO-3 karşılaştırıldığında algoritmaların benzer sonuçlar verdiği görülmektedir. Buna göre K=10 için portföy seçiminde PSO-1 algoritması az da olsa diğerlerine göre daha iyi sonuç vermektedir.

Tablo 6. PSO ve Modeller K= 20 Değeriyle

Model ve Algoritma	**M(1)-PSO-1**	**M(1)-PSO-2**	**M(1)-PSO-3**	**M(2)-PSO-1**	**M(2)-PSO-2**	**M(2)-PSO-3**	**M(3)-PSO-1**	**M(3)-PSO-2**	**M(3)-PSO-3**
En İyi Değer	**0.35121**	0.34335	0.34573	**0.42792**	0.42572	0.42232	**0.32155**	0.31801	0.31805

Tablo 6'da ise K= 20 için nicelik kısıtlı portföy seçim sonuçları bulunmaktadır. Model ve algoritmaların en iyi değerlerine bakıldığında PSO-1 algoritması tüm modeller için daha yüksek değerlere ulaşmıştır. PS0-2 ve PSO-3 arasında belirli bir üstünlük gözlenmemekte fakat artan nicelik kısıt değeriyle performansları PSO-1'e göre daha da zayıflamış olduğu görülmektedir. O halde nicelik kısıt değerinin artması ile PSO-1 algoritmasının etkili performansıyla daha da öne çıktığı söylenebilmektedir. Öte yandan nicelik kısıtının mevcudiyeti ve sayısal olarak artması ile M(1) ve M(2) için en iyi değerlerde önemli düşüşler görülmekteyken entropi barındıran M(3) modelinde ise bu düşüş çok daha az gerçekleşmiştir. Bu durumun nedeninin, entropi fonksiyonunun eşit ağırlıkta dağılımı desteklemesi olduğu düşünülmektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Etkin portföy oluşturma ile yatırımcı kazançlı çıkarken öte yandan karlılığı ve gelişimi yüksek, doğru sektörlere ve kuruluşlara destek te sağlanarak ülkenin iktisadi ilerlemesine katkıda da bulunulmuş olmaktadır. Portföyü oluşturacak olan hisse senetlerine ait getiri serilerinin dağılışı normal olmadığı durumlarda gelecekteki dağılışı daha iyi tahminleyebilmek için yüksek momentleri sürece dahil etmek faydalı olmaktadır. Fakat sadece monetlere göre portföy optimizasyonu gerçekleştirmek çoğunlukla çok az sayıda hisse senedinin portföyde yer almasına neden olmaktadır. Çalışmada da bunun bir örneği olarak M(1) ve M(2) modellerine göre oluşan portföylerde sırasıyla 5 ve 3 hisse senedinden oluşmaktadır. Bu problemi ortadan kaldırmak ve dağılımı daha dengeli hale getirmek için entropi fonksiyonunun portföy seçiminde kullanımı son dönemde artmıştır. Entropi fonksiyonu bir başka açıdan bakıldığında gelecekte bulunan belirsizliği de modele dahil ederek finansal kriz durumlarına karşı portföyleri daha dirençli hale getirmektedir.

Portföy seçiminde yöneticiler portföylerinde belirli sayıda hisse senedi bulunmasını talep edebilmektedir. Buna neden olarak, takip edilecek hisse senedi sayısının makul düzeyde olması görülmektedir. Nicelik kısıtlı portföy seçimi olarak ifade edilen problemde farklı uyum fonksiyonları ile üç farklı PSO algoritmasının performansı karşılaştırılmıştır. PSO algoritmaları genel olarak oldukça iyi sonuç vermişler ve PSO-1 olarak ifade edilen algoritma diğerlerinden en iyi sonuçlara ulaşmada az farkla öne çıkarak başarılı olmuştur.

Çalışmada ana amaç olan OVÇBEM'in ilk defa nicelik kısıtlı portföy seçiminde kullanılması gerçekleştirilmiş ve oldukça başarılı sonuçlara ulaşılmıştır. Hisse senedi sayısı kısıt değeri artsa da uyum fonksiyonu en iyi değeri çok fazla etkilenmemiştir. Entropi fonksiyonuna yer vermeyen M(1) ve M(2) modellerinde ise önemli değer düşüşleri yaşanmıştır. Buna neden olarak, entropi fonksiyonunun portföyde daha çok hisse senedinin bulunmasını sağlayan yapısı, görülmektedir. Bu nedenle portföy seçiminde elzem olan entropi fonksiyonun nicelik kısıtlı portföy seçimi problemine entegre olmasının oldukça faydalı olduğu gözlenmiştir.

Gelecekte yapılacak olan çalışmalar için nicelik kısıtlı portföy seçiminde üzerinde geliştirmeler ile PSO algoritmasının etkinliğinin artabileceği düşünülmektedir. Öte yandan OVÇBEM'in farklı portföy kısıt tipleri ile portföy seçim sürecinde kullanılmasının ise oldukça faydalı ve olumlu çıktılar üretebileceği beklenmektedir.

Teşekkür ve Bilgilendirme

Bu çalışma 22-24 Kasım 2018 tarihinde Innovation and Global Issues Congress IV adlı kongrede sunulan bildirinin genişletilmiş ve yeniden düzenlenmiş halidir.

Kaynakça

Aksaraylı, M., & Pala, O. (2018a). A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments. Expert Systems with Applications, 94, 185-192.

Aksaraylı, M. & Pala, O. (2018b). Bist 30 Endeksinde Portföy Seçimi İçin Yeni Bir Kısmi Hedef Programlama Yaklaşımı. *Balkan Sosyal Bilimler Dergisi*. *7*(13), 119-134.

Aladağ, C. H., Yolcu, U., Egrioğlu, E., & Dalar, A. Z. (2012). A new time invariant fuzzy time series forecasting method based on particle swarm optimization. *Applied Soft Computing, 12*(10), 3291-3299.

Beardsley, X. W., Field, B., & Xiao, M. (2012). Mean-variance-skewness-kurtosis portfolio optimization with return and liquidity. *Communications in Mathematical Finance, 1*(1), 13-49.

Bera, A. K., & Park, S. Y. (2008). Optimal portfolio diversification using the maximum entropy principle. *Econometric Reviews, 27*(4-6), 484-512.

Brito, R. P., Sebastião, H., & Godinho, P. (2019). Portfolio management with higher moments: the cardinality impact. *International Transactions in Operational Research*, 26(6), 2531-2560.

Chen, C., & Zhou, Y. S. (2018). Robust multiobjective portfolio with higher moments. *Expert Systems with Applications*, 100, 165-181.

Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., & Prakash, A. J. (1997). Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. *Journal of Banking & Finance, 21*(2), 143-167.

DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies, 22*(5), 1915-1953.

Eberhart, R., & Kennedy, J. (1995). *A new optimizer using particle swarm theory*. In MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science (pp. 39-43). Ieee.

Harvey, C. R., Liechty, J. C., Liechty, M. W., & Müller, P. (2010). Portfolio selection with higher moments. *Quantitative Finance, 10*(5), 469-485.

Jurczenko, E., Maillet, B. B., & Merlin, P. (2005). *Hedge funds portfolio selection with higher-order moments: a non-parametric mean-variance-skewness-kurtosis efficient frontier*. Available at SSRN 676904.

Kendal, G., & Su, Y. (2005). A Particle Swarm Optimization Approach in the Construction of Optimal Risky Portfolios. *In IASTED International Multi Conference Artificial Intelligence and Applications Journal*,(23), 14-16.

Kenneth French İnternet Sitesi. Çevrimiçi Adres : http://mba.tuck.dartmouth.edu/ pages/faculty/ken.french/index.html (erişim tarihi 1 Ekim 2018)

Konno, H., & Suzuki, K. I. (1995). A mean-variance-skewness portfolio optimization model. *Journal of the Operations Research Society of Japan, 38*(2), 173-187.

Lai, K. K., Yu, L., & Wang, S. (2006). *Mean-variance-skewness-kurtosis-based portfolio optimization*. In Computer and Computational Sciences, 2, 292-297. IEEE.

Liu, S. Y. W. S., Wang, S. Y., & Qiu, W. (2003). Mean-variance-skewness model for portfolio selection with transaction costs. *International Journal of Systems Science, 34*(4), 255-262.

Maringer, D., & Parpas, P. (2009). Global optimization of higher order moments in portfolio selection. Journal of Global Optimization, 43(2-3), 219-230.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance, 7*(1), 77-91.

Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The journal of finance, 46*(2), 469-477.

Mehlawat, M. K., Kumar, A., Yadav, S., & Chen, W. (2018). Data envelopment analysis based fuzzy multi-objective portfolio selection model involving higher moments. *Information Sciences*, 460, 128-150.

Nguyen, T. T. (2016). Portfolio selection under higher moments using fuzzy multi-objective linear programming. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 30*(4), 2139-2156.

Pala, O. & Aksaraylı, M. (2017). Bist 30 Endeksinde Entropi Ve Yüksek Momentlerle TOPSIS Ve PROMETHEE Tabanlı Çok Amaçlı Portföy Seçimi Modeli Önerisi. *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 4*(4), 171-188.

Prakash, A. J., Chang, C. H., & Pactwa, T. E. (2003). Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets. *Journal of Banking & Finance, 27*(7), 1375-1390.

Shi, Y., & Eberhart, R. C. (1999). *Empirical study of particle swarm optimization.* In Evolutionary Computation, 1999. (3), 1945-1950).

Yue, W., & Wang, Y. (2017). A new fuzzy multi-objective higher order moment portfolio selection model for diversified portfolios. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 465, 124-140.

Zhu, H., Wang, Y., Wang, K., & Chen, Y. (2011). Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications, 38*(8), 10161-10169.