



Yarı Uzay Üzerinde İki Katlı Yerel Eğrilikli Levha ile Bir Örten Levhadan Oluşan Sistemde Normal Gerilmeler Hakkında

Ramazan Tekercioğlu^{1*}

¹ Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye (ORCID: 0000-0003-2899-7386)

(İlk Geliş Tarihi 12 Temmuz 2020 ve Kabul Tarihi 31 Ağustos 2020)

(DOI: 10.31590/ejosat.768533)

ATIF/REFERENCE: Tekercioğlu, R. (2020). Yarı Uzay Üzerinde İki Katlı Yerel Eğrilikli Levha ile Bir Örten Levhadan Oluşan Sistemde Normal Gerilmeler Hakkında. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (19), 866-872.

Öz

Yarı uzay üzerinde iki katlı yerel eğrilikli levha ile bir örten levhadan oluşan sistem dikkate alınmıştır. İki levhanın yerel eğriliğe sahip olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca, $x_2 = 0$ düzlemi boyunca üst üste yerleştirilen levhalardan oluşan sisteme $x_1 \rightarrow \pm\infty (x_3 \rightarrow \pm\infty)$ 'da yoğunluğu $p_1 (p_3)$ olan düzgün yayılı normal basınç kuvveti etki etmektedir. Bu kabuller çerçevesinde yerel eğriliğe sahip olan levhaların sebep olduğu normal gerilmeler, elastisite teorisinin üç boyutlu geometrik doğrusal olmayan denklemlerinden yararlanılarak parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde incelenmiştir. Dikkate alınan gerilmeler ve problem parametrelerinin etkisi ile ilgili çeşitli sayısal sonuçlar verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Normal gerilmeler, Yerel eğrilikli levha, Tabakalı yarı uzay.

On the Normal Stresses in a System Formed of a Covering Layer, Two Locally Curving Layers and Half-Space

Abstract

The layered system consisting of the covering layer, two locally curved layers and half-space is considered. It is assumed that the two layers have local curving. Moreover, the layered system is loaded at infinity by uniformly distributed normal forces which acts in the layers' lying way. Within these assumptions, the normal stresses caused by the local curving of the layers are studied within the framework of the piecewise-homogeneous body model with the use of the three-dimensional geometrically non-linear exact equations of the theory of elasticity. The numerous numerical results related to the stresses considered and to the problem parameters' influence are given.

Keywords: Normal Stresses, Locally Curving Layer, Layered Half-Space.

* Sorumlu Yazar: Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye, ORCID: 0000-0003-2899-7386, tramazan@yildiz.edu.tr

1. Giriş

Takviye elemanlarının şişmesi nedeniyle sıkıştırılmış kompozit malzemelerin kırılma mekanizmasında iki konu alanı ortaya çıkar. Birinci alan çeşitli yaklaşık tasarım modellerini içerir (örneğin, basınç yüklemesinin dolgu maddesi ile bağlayıcı arasındaki dağılımı). Rosen (1965), Dow ve Gruntfest (1960, June) ve Budiansky ve Fleck (1994) tarafından yapılan çalışmalar bu alandaki ilk çalışmalardan birkaçıdır. Bowden, Brittain, Evans, Hutchinson ve Whitesides (1998), Huang ve Suo (2002), Balint ve Hutchinson (2003) ve Huck, Bowden, Onck, Pardoen, Hutchinson ve Whitesides (2000) ve son zamanlarda yapılan araştırmalar da bu ilk alana dahil edilebilir. Bu gibi durumlar, takviye tabakasının malzemesinin nano malzeme olduğu durumlarda, örneğin nano-karbon yapılar, grafen filmlerde meydana gelebilir (Altan, Bilgic, Arslanoglu, Kale, Köroğlu Kale, Altan ve Sahin, 2016; Çiçek Bezir, Evcin, Okçu, Kayali, Kaleli ve Aldemir, 2017; Çiçek Bezir, Evcin, Kayali, Özen ve Esen, 2017).

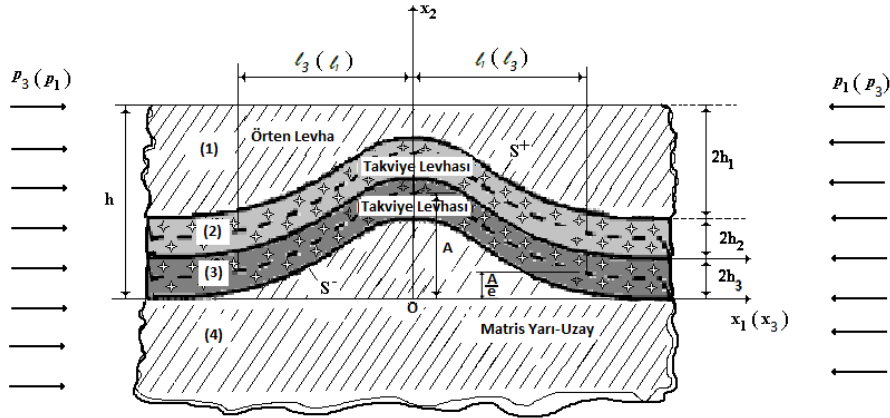
İkinci alan kompozit malzemeler için kırılma mekanizmalarını incelemede elastisite (veya viskoelastisite) teorisinin üç boyutlu geometrik doğrusal olmayan denklemlerini kullanır. Guz (1990) ve Akbarov ve Guz (2000) bu araştırmaların tutarlı bir şekilde değerlendirmesini yapmışlar ve Babich, Guz ve Chekhov (2001) ise ilgili çalışmaları gözden geçirmişlerdir. Akbarov ve Tekercioglu (2006) ve Akbarov ve Tekercioglu (2007) ilgili stabilite kaybı problemlerini ele almışlardır. Bu referanslardan, ikinci alanla ilgili araştırmaların parçalı homojen cisim modeli kapsamında ve süreklilik yaklaşımı çerçevesinde çalışıldığı sonucuna varılmıştır.

Yukarıdaki araştırmaların analizi, takviye elemanlarının şişmesinin neden olduğu tabakalı ve tek yönlü lifli kompozitlerde normal gerilmelerin incelenmesi, esas olarak malzemenin sonsuz bölgeyi işgal ettiği varsayıldığı durumlar için yapıldığını göstermektedir.

Sonuç olarak, şimdiye kadar bu tür malzemelerden yapılmış olan yapı elemanının sınırının yukarıda belirtilen normal gerilmeler üzerindeki etkisi dikkate alınmamıştır. Mevcut makale bu boşluğu doldurmaya çalışmakta ve takviye tabakasının uzaysal olarak yerel eğriliklerinin neden olduğu normal gerilmeleri incelemektedir.

2. Problemin Formülasyonu ve Çözüm Metodu

Şekil 1'de gösterildiği gibi yarı uzay üzerinde üç tabakalı (örten levha ve iki uzaysal olarak yerel eğrilikli takviye levhaları) bir sistem düşünüyoruz. Kartezyen koordinat sistemini Şekil 1'de gösterildiği gibi takviye levhaları ile ilişkilendiriyoruz. Bu koordinat sistemindeki Lagrange koordinatları aracılığıyla bileşenlerin noktalarının konumunu belirliyoruz.



Şekil 1. Yarı uzay üzerinde iki katlı yerel eğrilikli levha ile bir örten levhadan oluşan sistemin geometrisi

Her takviye tabakasının kalınlığı sabit kabul edilecektir. Ayrıca, örten tabakanın, takviye tabakalarının ve yarı uzay malzemelerinin homojen ve izotropik olduğu da varsayılacaktır. Şimdi, yukarıdaki sistemin gerilme şekil değiştirme durumunu, $Ox_1 (Ox_3)$ eksenleri yönünde “sonsuzda” yoğunluğu $p_1 (p_3)$ olan düzgün yayılı normal basınç kuvveti etkisinde araştırıyoruz.

Her tabaka ve yarı uzay için denge denklemlerini, yapısal ve geometrik ilişkileri aşağıdaki gibi yazıyoruz:

$$\frac{\partial}{\partial x_j^{(k)}} \left[\sigma_{jn}^{(k)} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_n^{(k)}} \right) \right] = 0, \quad \sigma_{ji}^{(k)} = \lambda^{(k)} \theta^{(k)} \delta_i^j + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{ji}^{(k)}$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k)} = \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_j^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)}}{\partial x_i^{(k)}} + \frac{\partial u_n^{(k)}}{\partial x_i^{(k)}} \frac{\partial u_n^{(k)}}{\partial x_j^{(k)}}, \quad i, j, n = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1)$$

(1) denkleminde, klasik gösterim kullanılmıştır ve üst indisler (1), (2), (3) ve (4) sırasıyla örten tabakayı, takviye tabakalarını ve yarı uzayı belirtmektedir.

Her alt tabakanın başlangıçtaki kusuru (yerel eğriliği), orta yüzeyin denklemi aracılığıyla verilir:

$$x_2^{(2)} = (x_2^{(3)}) = \varepsilon f(x_1, x_3) = A e^{-\left(\frac{x_1}{\ell_1}\right)^2 - \gamma^2 \left(\frac{x_3}{\ell_3}\right)^2} = \varepsilon \ell_1 e^{-\left(\frac{x_1}{\ell_1}\right)^2 - \gamma^2 \left(\frac{x_3}{\ell_3}\right)^2} \quad (2)$$

Burada ε boyutsuz küçük parametredir ($0 \leq \varepsilon \ll 1$), $\varepsilon = \frac{A}{\ell_1}$ ve $\gamma = \frac{\ell_1}{\ell_3}$. ℓ_1 ve ℓ_3 'ün geometrik anlamı Şekil 1'de gösterilmiştir.

Sistemin serbest yüzeyinde çekme ya da basınç yüklemesi yoktur ve bileşenler arasındaki arayüzler üzerinde tam temas koşullarının sağlandığı varsayılmaktadır.

Dikkate alınan sistemlerin keyfi bileşenlerinin gerilme-şekil değiştirme durumunu karakterize eden bileşenleri, ε parametresine göre aşağıdaki gibi seri olarak belirtilmektedir:

$$\{\sigma_{ij}^{(k)}; \varepsilon_{ij}^{(k)}; u_i^{(k)}\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^{q1} \{\sigma_{ij}^{(k),q1}, \varepsilon_{ij}^{(k),q1}, u_i^{(k),q1}\} \quad (3)$$

Akbarov ve Guz (2000), Akbarov ve Tekercioglu (2006) ve Akbarov ve Tekercioglu (2007) 'de geliştirilen çözüm yöntemi kullanılır ve sıfıncı yaklaşım ile ilgili değerler aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\sigma_{11}^{(k),0} = \frac{E^{(k)}(p_1 + v^{(k)} p_3)}{E^{(4)}(1 - (v^{(k)})^2)} - \frac{E^{(k)} v^{(4)}(p_3 + v^{(k)} p_1)}{E^{(4)}(1 - (v^{(k)})^2)},$$

$$\sigma_{33}^{(k),0} = \frac{E^{(k)}(p_3 + v^{(k)} p_1)}{E^{(4)}(1 - (v^{(k)})^2)} - \frac{E^{(k)} v^{(4)}(p_1 + v^{(k)} p_3)}{E^{(4)}(1 - (v^{(k)})^2)},$$

$$ij \neq 11; 33 \text{ için } \sigma_{ij}^{(k),0} = 0. \quad (4)$$

(1), (3) ve (4) denklemleri kullanılarak birinci yaklaşıma ait aşağıdaki denklemler ve bağıntılar belirlenir.

Temel alan denklemleri:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}^{(k),1}}{\partial x_j^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_i^{(k),1}}{\partial (x_1^{(k)})^2} + \sigma_{33}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_i^{(k),1}}{\partial (x_3^{(k)})^2} = 0 \quad (5)$$

Mekanik ve geometrik bağıntılar:

$$\sigma_{ji}^{(k),1} = \lambda^{(k)} \theta^{(k),1} \delta_i^j + 2\mu^{(k)} \varepsilon_{ji}^{(k),1}, \quad \theta^{(k),1} = \varepsilon_{11}^{(k),1} + \varepsilon_{22}^{(k),1} + \varepsilon_{33}^{(k),1},$$

$$\varepsilon_{ji}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(k),1}}{\partial x_j^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k),1}}{\partial x_i^{(k)}} \right) \quad (6)$$

Sınır koşulları:

$$\sigma_{21}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_1} = 0, \quad \sigma_{23}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_1} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_1} = 0,$$

$$x_2^{(1)} \rightarrow +\infty \text{ iken } \sigma_{ij}^{(1),1}, u_i^{(1),1} \rightarrow 0. \quad (7)$$

Temas koşulları:

$$\sigma_{2i}^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_1} - \sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h_2} = (\sigma_{11}^{(1),0} - \sigma_{11}^{(2),0}) \frac{df}{dx_1^{(1)}} \delta_i^1 + (\sigma_{33}^{(1),0} - \sigma_{33}^{(2),0}) \frac{df}{dx_3^{(1)}} \delta_i^3,$$

$$\begin{aligned}
 u_i^{(1),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_1} - u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(2)}=+h_2} &= 0, \\
 \sigma_{2i}^{(2),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_2} - \sigma_{2i}^{(3),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_3} &= (\sigma_{11}^{(2),0} - \sigma_{11}^{(3),0}) \frac{df}{dx_1} \delta_i^1 + (\sigma_{33}^{(2),0} - \sigma_{33}^{(3),0}) \frac{df}{dx_3} \delta_i^3, \\
 u_i^{(2),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_2} - u_i^{(3),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_3} &= 0, \\
 \sigma_{2i}^{(3),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_3} - \sigma_{2i}^{(4),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_3} &= (\sigma_{11}^{(3),0} - p_1) \frac{df}{dx_1} \delta_i^1 + (\sigma_{33}^{(3),0} - p_3) \frac{df}{dx_3} \delta_i^3, \\
 u_i^{(3),1} \Big|_{x_2^{(1)}=-h_3} - u_i^{(4),1} \Big|_{x_2^{(1)}=+h_3} &= 0, \quad i = 1, 2, 3.
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\sigma_{11}^{(4),1} \rightarrow p_1, \quad \sigma_{33}^{(4),1} \rightarrow p_3, \quad ij \neq 11;33 \text{ için ve } x_2^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{ij}^{(4),1} \rightarrow 0 \tag{9}$$

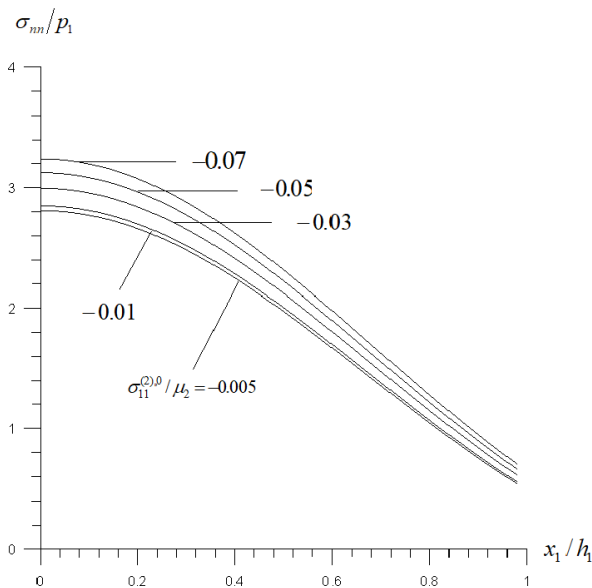
(4) - (9) denklemleri ile ifade edilen problemin çözümü için x_1 ve x_3 koordinatlarına göre çift Fourier dönüşümü uygulanır:

$$\phi(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \phi_{3F}(s_1, x_2, s_3) \cos(s_1 x_1) \cos(s_3 x_3) ds_1 ds_3 \tag{10}$$

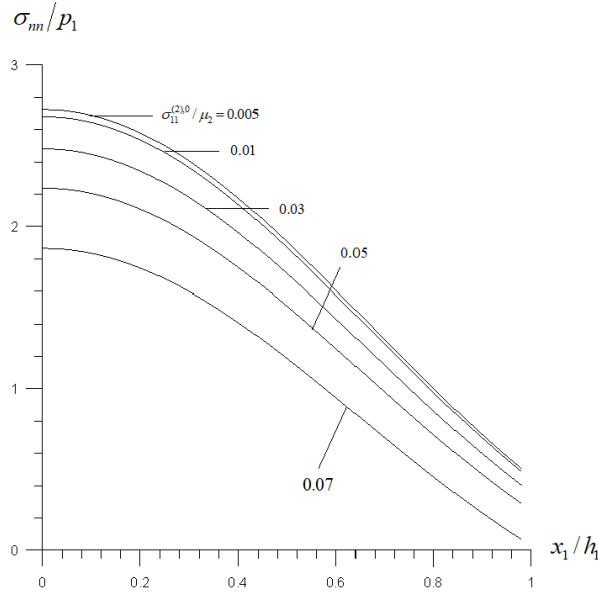
Çözüm yöntemi Akbarov ve Guz (2000), Akbarov ve Tekercioglu (2006) ve Akbarov ve Tekercioglu (2007) kaynakçalarında ayrıntılı olarak tarif edildiği için burada ayrıntısı verilmemiştir.

3. Sayısal Sonuçlar ve Tartışma

Arayüz yüzeyine etki eden σ_{nn}/p_1 normal gerilmesinin örten ve takviye katmanları arasındaki dağılımı dikkate alınmıştır. Young modülleri $E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}$ ve Poisson oranları da $\nu^{(1)}, \nu^{(2)}, \nu^{(3)}, \nu^{(4)}$ olarak ifade edilmiştir. $p_3 = p_1, \gamma = 1$ ve $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = \nu^{(3)} = \nu^{(4)} = 0.3, E^{(2)}/E^{(1)} = E^{(2)}/E^{(4)} = 100, E^{(2)} = E^{(3)} > E^{(1)} = E^{(4)}, x_2/h_2 = 1.0, x_3/h_2 = 0, h_3/h_2 = 0.1$ değerlerine göre sayısal veriler elde edilmiştir. Geometrik doğrusal olmama özelliğinin söz konusu dağılım üzerindeki etkisi $\sigma_{11}^{(2),0}/\mu^{(2)}$ ($\mu^{(2)} = E^{(2)}/2(1+\nu^{(2)})$) parametresi ile karakterize edilecektir. Dolayısıyla, yukarıdaki varsayımlar kapsamında sayısal sonuçları analiz edip σ_{nn}/p_1 ve x_1/h_2 arasındaki ilişki ile ilgili olarak bu analize başlıyoruz. $\sigma_{11}^{(2),0}/\mu^{(2)}$ 'nin çeşitli değerleri için oluşturulan bu ilişkinin grafikleri Şekil 2 ve Şekil 3'te verilmiştir:

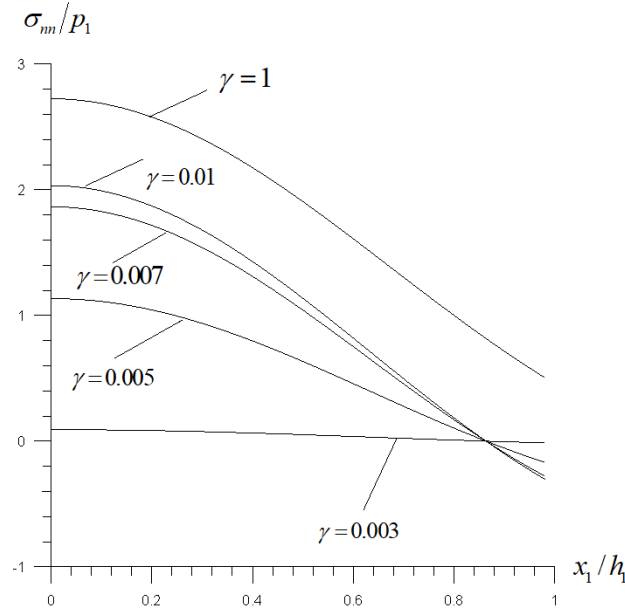


Şekil 2. Basınç yüklemesi durumunda σ_{nn}/p_1 ve x_1/h_2 ilişkisi ($h_3/h_2 = 0.1$)

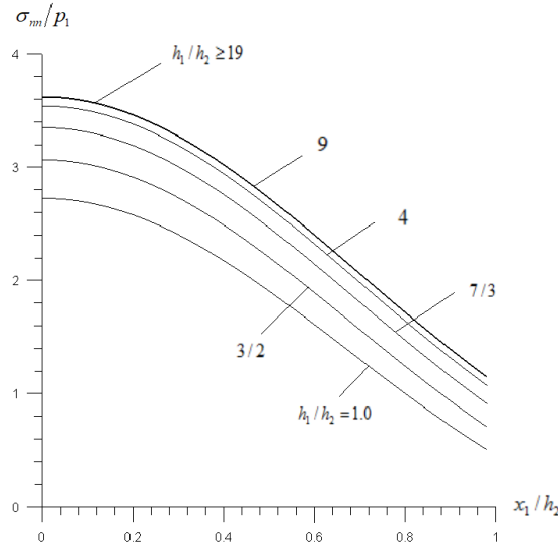


Şekil 3. Çekme yüklemesi durumunda σ_{nn}/p_1 ve x_1/h_2 ilişkisi ($h_3/h_2 = 0.1$)

Bilinen mekanik kabule göre, σ_{nn}/p_1 gerilme değerleri x_1/h_2 değerleri arttıkça sifira yaklaşmalıdır. Bu öngörü, Şekil 2 ve Şekil 3'te verilen grafikler ile kanıtlanmıştır. Aynı zamanda, Şekil 2'de verilen grafikler, geometrik doğrusal olmama durumunun hesaba katılmasının bir sonucu olarak, çekme yüklemesi durumunda mutlak değerce σ_{nn}/p_1 gerilme değerlerinin azaldığını, basınç yüklemesi durumunda ise mutlak değerce σ_{nn}/p_1 gerilme değerlerinin arttığını göstermektedir. Nitel anlamda bu sonuçlar Akbarov ve Guz (2000) monografisinde verilen karşılık gelen sonuçlar ile uyumludur. Bu nedenle, elde edilen sonuçlar kullanılan algoritmanın ve PC programlarının güvenilirliğini ve geçerliliğini göstermektedir.



Şekil 4. σ_{nn}/p_1 ve $\gamma (= \ell_1/\ell_3)$ ilişkisi ($h_3/h_2 = 0.1$)



Şekil 5. σ_{nn}/p_1 ve h_1/h_2 ilişkisi ($h_3/h_2 = 0.1$)

Şekil 4'den, γ değerleri azaldıkça, $|\sigma_{nn}/p_1|$ gerilme değerleri γ 'nın sıfıra eşit olduğu bir sınıra yaklaşır, yani takviye tabakasının eğriliğinin düzlem bir forma yaklaştığı kolayca görülebilir. Mekanik kabule göre σ_{nn}/p_1 gerilme değerleri, h_1/h_2 oranı değerleri arttıkça belirli limit değerine yaklaşmalıdır ve bu limit değeri, uzaysal olarak yerel eğrilikli katmanın sonsuz bir cisimde olduğu durumda elde edilen σ_{nn}/p_1 'dir. Bu öngörü Şekil 5'te verilen grafikte kanıtlanmıştır.

Son olarak, normal gerilmelerin dağılım karakteri, yapısal elemanların lokal termal yüklemesi altında elde edilenlere benzer olduğu görülebilir (Povstenko, Avcı, Iskender Eroglu ve Ozdemir, 2017; Yang, Feng ve Lin, 2017). Sonuç olarak, bu makalede elde edilen sayısal sonuçlar, dikkate alınan tipteki kompozitlerin lokal termal yüklemesinin neden olduğu termal gerilmelerin nitelik olarak tahmini için de kullanılabilir.

4. Sonuç

Böylece, bu çalışmada yarı uzay üzerinde iki katlı yerel eğrilikli levha ile bir örten levhadan oluşan sistem elastisite teorisinin üç boyutlu geometrik doğrusal olmayan denklemleri kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde araştırılmıştır. Çift Fourier dönüşümü kullanılarak ele alınan problemin çözümü için bir yöntem geliştirilmiştir. Sistemin basınç yüklemesi yanı sıra çekme yüklemesi durumunda yerel eğriliğin neden olduğu normal gerilmelerle ilgili sayısal sonuçlar sunulmuş ve analiz edilmiştir.

Makalede yapılan araştırmalar, özellikle nanokompozitler için gelecekteki araştırmalar için zengin beklentilere sahiptir ve bu araştırmaların sonuçları, basınç yüklemesi yanı sıra çekme yüklemesi etkisindeki nanokompozitlerin mukavemetini tahmin etmek için kullanılabileceği gibi dikkate alınan tipteki kompozitlerin lokal termal yüklemesinin neden olduğu termal gerilmelerin nitelik olarak tahmini için de kullanılabilir.

Kaynakça

- Akbarov, S.D., & Guz, A.N. (2000). *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.
- Akbarov, S.D., Tekercioglu, R. (2006). Near-surface buckling instability of a system consisting of a moderately rigid substrate, a viscoelastic bond layer, and an elastic covering layer, *Mechanics of Composite Materials*, 42(4), 363-372.
- Akbarov, S.D., Tekercioglu, R. (2007). Surface undulation instability of the viscoelastic half-space covered with the stack of layers in bi-axial compression, *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(6), 778-789.
- Altan, H., Bilgic, F., Arslanoglu, Z., Kale, E., Köroğlu Kale, A., Altan, A., & Sahin, O. (2016). Nanomechanical Properties of Different Dental Restorative Materials, *Acta Physica Polonica A*, 130, 394-396.
- Babich, I.Yu., Guz, A.N., & Chekhov, Vik.N. (2001). The three-dimensional theory of stability of fibrous and laminated materials. *Int. Appl. Mech.*, 37(9), 1103-1141.
- Balint, D.S., & Hutchinson, J.W. (2003). Undulation instability of a compressed elastic film on a nonlinear creeping substrate. *Acta Materialia*, 51, 3965-3983.
- Bowden, N., Brittain, S., Evans, A.G., Hutchinson, J.W., & Whitesides, G.M. (1998). Spontaneous formation of ordered structures in thin films of metals supported on an elastomeric polymer. *Nature (London)*, 39, 146-149.
- Budiansky, B., & Fleck, N.A. (1994). Compressive kinking of fiber composites: a topical review. *Appl. Mech. Rev.*, Pt.2, 47(6), 246-270.

- Çiçek Bezir, N., Evcin, A., Okçu, H., Kayali, R., Kaleli, M., & Aldemir, D.A. (2017). Effect of Layer Thickness on I-V Characteristics of GaInP Nanofibers Fabricated by Electrospinning on n-Si Substrates, *Acta Physica Polonica A*, 132, 638-641.
- Çiçek Bezir, N., Evcin, A., Kayali, R., Özen, M.K., & Esen, K. (2017). Comparison of Five-Layered ZrO₂ and Single-Layered Ce, Eu, and Dy-Doped ZrO₂ Thin Films Prepared by Sol-Gel Spin Coating Method, *Acta Physica Polonica A*, 132, 612-616.
- Dow, N.F., & Grunfest, I.J. (1960, June). Determination of most needed potentially possible improvements in materials for ballistic and space vehicles. General Electric Co., Space Sci. Lab., TISR 60 SD 389.
- Guz, A.N. (1990), Fracture mechanics of composites under compression, *Naukova Dumka, Kiev* (in Russian).
- Huang, R., & Suo, Z. (2002) .Wrinkling of a compressed elastic film on a viscous layer. *Journal of Applied Physics*, 91(3), 1135-1142.
- Huck, W.T.S., Bowden, N., Onck, P., Pardoen, T., Hutchinson, J.W., & Whitesides, G.M. (2000). Ordering of spontaneously formed buckles on planar surfaces, *Langmuir*, 16, 3497-3501.
- Povstenko, Y., Avcı, D., Iskender Eroglu, B. B., & Ozdemir, N. (2017). Control of Thermal Stresses in Axissymmetric Problems of Fractional Thermoelasticity for an Infinite Cylindrical Domain, *Thermal Science*, 21(1A), 19-28.
- Rosen, B.W. (1965). Mechanics of composite strengthening fiber composite materials, *American Society of Metals*, 37-75.
- Yang, Y., Feng, Z., & Lin, R. (2017). A Prediction Method of Temperature Distribution and Thermal Stress for the Throttle Turbine Rotor and Its Application, *Thermal Science*, 21(Suppl. 1), S267-S274.