

## Kaotik Haritalı Çok Amaçlı Altın Sinüs Algoritmasının Performans Analizi

Eyüp ERÖZ<sup>1\*</sup>, Erkan TANYILDIZI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Yazılım Mühendisliği, Teknoloji Fakültesi, Fırat Üniversitesi, Elazığ, Türkiye

<sup>2</sup> Yazılım Mühendisliği, Teknoloji Fakültesi, Fırat Üniversitesi, Elazığ, Türkiye

\*<sup>1</sup> erozeyup@gmail.com, <sup>2</sup> etanyildizi@gmail.com

(Geliş/Received: 24/01/2020;

Kabul/Accepted: 18/07/2020)

**Öz:** Çok amaçlı optimizasyon birden fazla amacı olan kısıtlı veya kısıtsız problemlere uygun çözümler üretme işlemidir. Sezgisel çok amaçlı optimizasyonda global optimuma yakın çözümler elde etmede rastgele üretilen sayı dizisi büyük öneme sahiptir. Rasgele üretilen sayı dizisinin belli bir alanda toplanması, global optimumdan uzaklaşma riskini arttırmaktadır. Bu nedenle üretilen sayıların aynı olmaması ve yayılmış bir spektruma sahip olması sezgisel optimizasyon algoritmalarının performansını etkilemektedir. Kaotik haritalar ayrık zamanlı sistemlerdir ve kaotik haritalarla üretilen sayılar geniş bir spektruma sahip olup periyodik değildir. Kaos temelli optimizasyon algoritmaları doğası gereği lokal minimumlardan kaçabilme, hızlı ve esnek olabilme gibi faktörlerden dolayı optimizasyon problemlerinin çözümünde incelemeye değer bir konu haline gelmiştir. Bu nedenle sezgisel çok amaçlı optimizasyon algoritmalarında, kaotik harita kullanılarak lokal optimuma takılma riskinin azaltılması hedeflenmiştir. Bu çalışmada kaotik haritaların, yeni ve başarılı olan Çok Amaçlı Altın Sinüs Algoritması (MOGoldSA) üzerindeki etkileri incelenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Kaotik harita, Çok Amaçlı optimizasyon, sezgisel yöntemler.

### Performance Analysis of Multiobjective Golden Sine Algorithm with Chaotic Map

**Abstract:** Multiobjective optimization is the process of producing solutions suitable for limited or unconstrained problems with more than one purpose. In intuitive multi-objective optimization, the randomly generated number string is of great importance in obtaining solutions close to the global optimum. Collecting the randomly generated number string in a certain area increases the risk of diverging from the global optimum. Therefore, the numbers produced are not the same and have a spread spectrum affects the performance of heuristic optimization algorithms. Chaotic maps are discrete time systems and the numbers produced with chaotic maps have a wide spectrum and are not periodic. Due to the nature of chaos-based optimization algorithms, it has become a subject to be examined in the solution of optimization problems due to factors such as being able to escape local minimums and being fast and flexible. Therefore, in intuitive multi-purpose optimization algorithms, it is aimed to reduce the risk of getting stuck in the local optimum by using chaotic map. In this study, the effects of chaotic maps on the new and successful Multiobjective Golden Sine Algorithm (MOGoldSA) were investigated.

**Key words:** Chaotic map, Multiobjective optimization, heuristic methods.

#### 1. Giriş

Metasezgisel optimizasyon algoritmaları dönüşümü kolay, türevi olmayan, problemleri çözüm kapasitesi yüksek ve geniş bir kullanıma sahip olduğu için oldukça popüler bir alandır. Metasezgisel optimizasyon algoritmaları olayları fiziksel veya biyolojik olarak taklit ederek problemleri çözüme kavuştururlar [1]. Metasezgisel optimizasyon, rasgele üretilen bir sayı dizisinden yola çıkarak optimizasyon problemlerine uygun çözümler üretme işlemidir. Sezgisel optimizasyonda, problemler uygun çözümler üretirken başlangıç değerlerinin yani rasgele üretilen sayı dizilerinin önemi büyüktür. Rasgele sayı dizilerinin geniş bir spektruma sahip olmaması veya hep aynı değerleri üretmesi optimizasyon algoritmasının performansını etkilemektedir [2]. Bilindiği üzere sezgisel optimizasyonda amaç global optimuma uygun çözümler üretmektir. Bu doğrultuda başlangıçtaki rasgele sayı dizilerinin geniş bir spektrumda ve her defasında farklı değerler olarak üretilmesini sağlamak için kaotik haritalar kullanılmıştır [3].

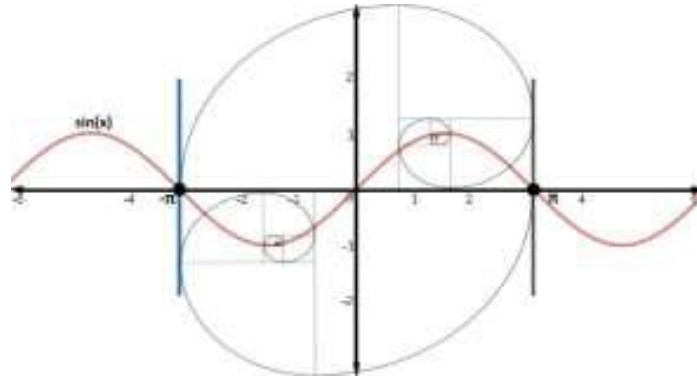
Kaotik sistemler başlangıç koşullarına duyarlı dinamik sistemlerdir. Kaos teorisi ise kaotik dinamik sistemlerin çalışmasıdır. Kaos teorisinin en bilindik örneği olan “kelebek etkisi” de göz önüne alındığında temel mantık olarak başlangıç koşullarındaki küçük değişikliklerin sonuçlara etkisi büyük olmaktadır. Bu doğrultuda çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının başlangıçtaki rasgele sayı dizisinin, kaotik haritalar ile belirlenmesinin optimizasyon problemlerine uygun çözümler üretmede daha hızlı ve etkili olacağı ön görülmüştür. Kaotik sayı

\* Sorumlu yazar: erozeyup@gmail.com. Yazarların ORCID Numarası: <sup>1</sup> 0000-0003-2670-0606, <sup>2</sup> 0000-0003-2973-9389

dizesinin üretilmesi ve saklanması oldukça kolaydır. Basit bir fonksiyon ile istenilen spektrumdaki sayıları üretmek kolaydır. Üretilen kaotik temelli sayı dizesi sayesinde optimizasyon algoritmaları lokal optimumdan kaçabilmektedir. Bu düşünce ile geliştirilen birçok kaotik temelli çok amaçlı optimizasyon algoritması bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak; Kaotik temelli NSGA-II (CNSGAI) [4], Kaotik Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu (CMOPSO) [5], Kaotik Çok Amaçlı Karga Arama Algoritması (CMOCSA) [6], Kaotik Çok Amaçlı Karınca Optimizasyon Algoritması (CMOAO) [7], Kaotik Çok Amaçlı Diferansiyel Evrim Algoritması (CMODE) [8], Kaotik Çok Amaçlı Yapay Arı Kolonisi Algoritması (CMOABC) [9] ve Çok Amaçlı Kaotik Evrim (MOCE) [10] verilebilir. Çok amaçlı altın sinüs algoritmasının kaotik olarak değerlendirilmesinin sebebi ise, kısıtlı, kısıtsız ve mühendislik problemlerinde hızlı ve etkili sonuçlar üretmiş olmasıdır.

## 2. Çok Amaçlı Altın Sinüs Algoritması (MOGoldSA)

MOGoldSA, tek amaçlı optimizasyon algoritması olan Gold-SA' nın çok amaçlı problemler için uygulanabilir halidir. Gold-SA, sinüs fonksiyonundan yola çıkılarak geliştirilmiş matematik tabanlı metasezgisel bir tek amaçlı optimizasyon algoritmasıdır. Trigonometrik bir fonksiyon olan sinüs, "sin" kısaltması ile ifade edilmektedir. Sinüs, merkezi orijin olan 1 birimlik yarıçap dairesinde bir noktanın y eksenine göre koordinatıdır. Orijinden noktaya çizilen bir doğrunun y eksenine yaptığı açı kullanılarak ya da aynı açıya sahip bir dik üçgende, bu açının karşısındaki kenarın hipotenüse bölümüyle hesaplanmaktadır. Fonksiyonun tanım aralığı;  $[-1, 1]$ . Sinüs fonksiyonu, değerleri düzenli aralıklarla tekrarlayan periyodik bir fonksiyondur. Sinüs fonksiyonunun süresi  $2\pi$ 'dir ve sinüs değerlerine sahip tüm birim daireler Şekil 1' de gösterildiği gibi taranabilir [11].



Şekil 1: GoldSA [11]

GoldSA' nın en iyi sonucu vermesi için denklem 1 kullanılır:

$$V(i, j) = V(i, j) * |\sin r_1| - p * \sin r_1 * |x_1 * D(j) - x_2 * V(i, j)| \quad (1)$$

Burada,  $V(i, j)$ ,  $i$ . boyuttaki mevcut çözümün değeridir.  $D(j)$  belirlenen hedef değeri,  $r_1$   $[0, 2\pi]$  aralığında ve  $p$   $[0, \pi]$  aralığında rastgele bir sayıdır.  $x_1$  ve  $x_2$  altın bölüm yöntemi ile elde edilen katsayılardır. Bu katsayılar arama alanını daraltır ve mevcut değer hedef değere yaklaşmasına izin verir.

Gold-SA' nın problemlere çözümler üretirken, arama uzayını geniş şekilde taraması, optimuma yakın sonuç üretmesi ve hızlı çalışması gibi özelliklerinden hareketle çok amaçlı optimizasyon problemleri üzerinde de aynı başarıyı gösterebilir hipotezinden yola çıkarak MOGoldSA geliştirildi. MOGoldSA' nın arşiv boyutu dışındaki tüm parametreleri Gold-SA ile aynıdır. Bu doğrultuda MOGoldSA' nın sözde kodu Şekil 2' de verilmiştir [12].

Çok Amaçlı Altın Sinüs Algoritması' nda  $p$  parametresi her arama ajanı için  $[0, \pi]$  aralığında rastgele olarak belirlenmektedir. Rasgele üretilen bu değerler arama uzayının geniş şekilde taranmasını engellemektedir. Bu sorunu ortadan kaldırmak için Mirjalili ve Amir H. Gandomi [13], kaotik haritaları Denklem 2 ve Denklem 3 ile normalize ederek başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Bu çalışmada normalize edilmiş kaotik haritalara entegre olarak adaptif olarak azalan Denklem 1' de gösterilen  $r_1$  deseni ilk kez kullanılarak çok amaçlı optimizasyon problemlerine daha iyi çözümler bulabilmek için arama uzayının mümkün olduğunca tamamının taranması hedeflenmektedir.

```

Başlangıç popülasyonunu, Denklem 4.2 ile her boyut için arama ajanı sayısı kadar düzgün dağılıma bağlı olarak rasgele oluştur
Arama ajanlarının uygunluğunu hesapla
En iyi arama ajanını hedef olarak ata
Arşiv oluştur
while maksimum iterasyon sayısı
  Fonksiyon değerlerini al
  Roulette wheel ile en iyi arama ajanlarını bul ve Arşiv güncelle
  if Arşiv dolu ise
    Mevcut arşiv üyelerinden birini çıkarmak için arşiv bakım mekanizmasını çalıştır
    Yeni çözümleri arşive ekleyerek arşivi güncelle
  else
    Yeni çözümleri arşive ekleyerek arşivi güncelle
  end if
  for arama ajanı sayısı
    r ← rand(0,1)
    r1 ← 2π * r
    r2 ← π * r
    for boyut sayısı
      V(i, j) = V(i, j) * |sin r1| - r2 * sin r1 * |x1 * D(j) - x2 * V(i, j)|
    end for
  end f***or
En iyi çözümü (arama ajanı) bul ve D(j)' ye hedef değer olarak ata
if V(i, j) < D(j)
  then b ← x2, x2 = x1
    x1 ← a * φ + b * (1 - φ)
  else a ← x1, x1 = x2
    x2 ← a * (1 - φ) + b * φ
  if x1 == x2
    then a = random1, b = random2
    x1 = a * φ + b * (1 - φ)
    x2 = a * (1 - φ) + b * φ
  end if
end while
return En iyi çözüm kümesi ve elde edilen global optimum sonuç

```

Şekil 2: MOGoldSA sözde kodu [12]

$$V(t) = Max - \frac{t}{T}(Max - Min) \quad (2)$$

$$Normalize (K_i(t); [a, b]'dan [0, V(t)]'ye): K_i^{norm}(t) = \frac{(K_i(t)-a) \times (V(t)-0)}{(b-a)} + 0 = \frac{(K_i(t)-a) \times (V(t))}{(b-a)} \quad (3)$$

Burada,  $K$ : Kaotik harita,  $i$ : Kaotik haritanın indeksi,  $t$ : Mevcut iterasyon,  $T$ : Maksimum iterasyon sayısı,  $[Max - Min]$ : Uyarlanabilir aralığı temsil eder.  $[a, b]$ : Kaotik haritaların aralığını gösterir.  $V(t)$  her iterasyonda azaltılırken her iterasyonda  $[a, b]$ ,  $[0, V(t)]$  ile eşleşir. Bu durum adaptif normalizasyon sürecini ifade eder. Sonuç olarak  $p$  katsayısının değeri Denklem 4 kullanılarak güncelleştirilir.

$$p(t) = K_i^{norm}(t) + c - t \times ((c)/T) \quad (4)$$

Rasgele üretilen diziyeye kaotik haritalar eklemek, hem adaptif  $p$  'nin hem de kaotik haritaların rasgele davranışlarına aynı anda katkıda bulunur. Kaotik haritalar her defasında farklı rasgele dizi üretilip geniş bir spektruma sahip olmayı sağlamaktadır.  $p$  'nin değerini aniden değiştirip yerel minimumdan kurtulmaya yardımcı olarak, daha iyi yakınsama hızı sağlamaktadır. Uyarlamalı normalleştirme ise kaos tabanlı MOGoldSA' nın arama evresinden sömürü evresine geçişini yavaşlatmayı sağlamaktadır.

### 3. Kaotik Haritalı MOGoldSA Yöntemleri

Literatürde birçok kaotik harita tanımlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan kaotik haritalar Tablo 1' de verilmiştir. MOGoldSA' da rastgele değerler kullanan kısımlar kaotik harita denklemleri ile değiştirilerek MOGoldSA' nın on farklı kaotik versiyonu oluşturulmuştur.

**Tablo 1.** Kaotik Haritalar [3]

	<b>Kaotik Harita</b>	<b>Foksiyon</b>
C1	Chebyshev	$x_{i+1} = \cos(\cos^{-1}(x_i))$ (5)
C2	Çember	$x_{i+1} = \text{mod}\left(x_i + b - \left(\frac{a}{2\pi}\right)\sin(2\pi x_i), 1\right), a = 0.5, b = 0.2$ (6)
C3	Gauss/Mouse	$x_{i+1} = \begin{cases} 1 & x_i = 0, \\ \frac{1}{\text{mod}(x_i, 1)} & \text{aksi takdirde} \end{cases}$ (7)
C4	İteratif	$x_{i+1} = \sin\left(\frac{a\pi}{x_i}\right) a = 0.7$ (8)
C5	Lojistik	$x_{i+1} = ax_i(1 - x_i), a = 4$ (9)
C6	Parçalı	$x_{i+1} = \begin{cases} \frac{x_i}{P} & 0 \leq x_i < P \\ \frac{x_i - P}{0.5 - P} & P \leq x_i < 0.5, \\ \frac{1 - P - x_i}{0.5 - P} & 0.5 \leq x_i < 1 - P, \\ \frac{1 - x_i}{P} & 1 - P \leq x_i < 1 \end{cases}$ (10)
C7	Sinüs	$x_{i+1} = \frac{a}{4}\sin(\pi x_i) a = 4,$ (11)
C8	Singer	$x_{i+1} = \mu(7.86x_i - 23.31x_i^2 + 28.75x_i^3 - 13.302875x_i^4), \mu = 2.3$ (12)
C9	Sinüzoidal	$x_{i+1} = ax_i^2 \sin(\pi x_i), a = 2.3$ (13)
C10	Tent	$x_{i+1} = \begin{cases} \frac{x_i}{0.7} & x_i < 0.7 \\ \frac{10}{3}(1 - x_i)x_i & x_i \geq 0.7 \end{cases}$ (14)

#### 4. Deneysel Sonuçlar

Geliştirilen yöntemin başarısını test etmek için literatürde yer alan 14 farklı kıyaslama fonksiyonu kullanılarak (kısıtlı, kısıtsız ve mühendislik problemlerinin) performans değerleri incelenmiştir. Kullanılan mühendislik problemlerinin matematiksel ifadeleri Tablo 2’ de verilmiştir. Kullanılan kısıtlı ve kısıtsız kıyaslama fonksiyonlarının matematiksel ifadeleri Tablo 3’ de gösterilmiştir.

**Tablo 2.** Mühendislik problemlerinin matematiksel gösterimi

<b>F</b>	<b>DEĞİŞKEN SINIRI</b>	<b>AMAÇ FONKSİYONLARI</b>
<b>BEAM</b>	$\rho = \frac{7800kg}{m^3}, P = 1 kN,$ $E = 207 GPa, S_y = 300 MPa,$ $\delta_{max} = 5 mm$	$\min f_1(d, l) = \rho \frac{\pi d^2}{4} l$ $\min f_2(d, l) = \delta = \frac{64Pl^3}{3E\pi d^4}, \sigma_{max} = \frac{32Pl}{\pi d^3} \leq S_y$
<b>DISC</b>	$55 \leq x_1 \leq 80$ $75 \leq x_2 \leq 110$ $1000 \leq x_3 \leq 3000$ $2 \leq x_4 \leq 20$	$\min f_1(x) = 4.9e - 5(x_2^2 - x_1^2)(x_4 - 1)$ $\min f_2(x) = (9.82e6) \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_3 x_4 (x_2^3 - x_1^3)}$ $g_1 = 20 + x_1 - x_2 \leq 0$ $g_2 = 2.5(x_4 + x_1) - 30 \leq 0$ $g_3 = \frac{x_3}{3.14(x_2^2 - x_1^2)^2} - 0.4 \leq 0$ $g_4 = 2.22e - 3x_3 \frac{x_2^3 - x_1^3}{(x_2^2 - x_1^2)^2} - 1 \leq 0$ $g_5 = 900 - \left(\frac{2.66e - 2x_3 x_4 (x_3^3 - x_1^3)}{x_2^2 - x_1^2}\right) \leq 0$
<b>FBTP</b>	$1 \leq x_1, x_4 \leq 3$ $\sqrt{2} \leq x_2, x_3 \leq 3$	$\min f_1(x) = L(2x_1 + \sqrt{2x_2} + \sqrt{x_3} + x_4)$ $\min f_2(x) = \left(\frac{F}{E}\right) \left(\frac{2}{x_2} + 2\frac{\sqrt{2}}{x_2} - 2\frac{\sqrt{2}}{x_3} + \frac{2}{x_4}\right)$
<b>GEAR</b>	$12 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 60$	$\min f_1(x) = \left(\left(\frac{1}{6.931}\right) - \left(\frac{x_1 x_2}{x_3 x_4}\right)\right)^2$ $\min f_2(x) = \max([x_1, x_2, x_3, x_4])$

**Tablo 3:** Kısıtlı-kısıtsız kıyaslama fonksiyonlarının matematiksel gösterimi

F	DEĞİŞKEN SINIRI	AMAÇ FONKSİYONLARI
ZDT1	$x_i \in [0,1]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 30$	$f_1(x) = x_1$ $f_2(x) = g(x) \left( -\sqrt{f_1/g(x)} \right)$ $g(x) = 1 + 9 \left( \sum_{i=2}^m x_i \right) / (n-1)$
ZDT6	$x_i \in [0,1]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 10$	$f_1(x) = 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(\pi x_1)$ $f_2(x) = g(x) (1 - (x_1/g(x))^2)^{0.25}$ $g(x) = 1 + 9 \left[ \left( \sum_{i=2}^m x_i / (n-1) \right) \right]$
FON	$x_i \in [-4,4]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 10$	$f_1(x) = 1 - \exp \left( -\sum_1^3 \left( x_i - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right)$
KUR	$x_i \in [-5,5]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 3$	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left( -10 \exp \left( -0.2 \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \right) \right)$ $f_2(x) = \sum_{i=1}^n ( x_i ^{0.8} + 5 \sin x_i^3)$
VIE	$x_i \in [-3,3]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 2$	$f_1(x) = 0.5(x_1^2 + x_2^2) + \sin(x_1^2 + x_2^2)$ $f_2(x) = 15 + \frac{1}{8}(4 + 3x_1 - 2x_2)^2 + \frac{1}{27}(1 + x_1 - x_2)^2$ $f_3(x) = (1 + x_1^2 + x_2^2)^{-1} - 1.1 \exp(-x_1^2 - x_2^2)$
POLO	$x_i \in [-\pi, \pi]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 2$	$f_1(x) = [1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2]$ $f_2(x) = [(x_1 + 3)^2 + (x_2 + 1)^2]$ $A_1 = 0.5 \sin 1 - 2 \cos 1 + \sin 2 - 1.5 \cos 2$ $A_2 = 1.5 \sin 1 - \cos 1 + 2 \sin 2 - 0.5 \cos 2$ $B_1 = 0.5 \sin x_1 - 2 \cos x_1 + \sin x_2 - 1.5 \cos x_2$ $B_2 = 1.5 \sin x_1 - \cos x_1 + 2 \sin x_2 - 0.5 \cos x_2$
CNEX	$x_1 \in [0,11]$ $x_2 \in [0,5]$	$f_1(x) = x_1$ $f_2(x) = (1 + x_2)/x_1$ $g_1(x) = 9x_1 + x_2 \geq 6$ $g_2(x) = -x_2 + 9x_1 \geq 1$
SRN	$x_1 \in [-20,20]$ $x_2 \in [-20,20]$	$f_1(x) = 2 + (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2$ $f_2(x) = 9x_1 - (x_2 - 1)$ $g_1(x) = x_1^2 + x_2^2 \leq 225$ $g_2(x) = x_1 - 3x_2 + 10 \leq 0$
BNH2	$x_i \in [-7,4]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 2$	$f_1(x) = x_1^2 - x_2$ $f_2(x) = -0.5x_1 - x_2 - 1$ $g_1(x) = 6.5 - \frac{x_1}{2} - x_2 \geq 0$ $g_2(x) = 7.5 - \frac{x_1}{2} - x_2 \geq 0$ $g_3(x) = 30 + 5x_1 - x_2 \geq 0$
CTP8	$x_i \in [0,1]$ $i = 1, \dots, n$ $n = 2$	$f_1(x) = x_1$ $f_2(x) = g(x) \left( 1 - \frac{f_1(x)}{g(x)} \right)$ $g(x) = \cos(\theta) [f_2(x) - e] - \sin(\theta) x_1$ $\geq a  \sin\{b\pi [\sin(\theta) (f_2(x) - e) + \cos(\theta) x_1]^c\} ^d$

Geliştirilen algoritmaların başarısını değerlendirmek için kullanılan ölçütlere performans ölçütleri denilmektedir. Çalışmamızda literatürde yer edinmiş ve çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının karşılaştırılmasında sıkça kullanılan performans ölçütleri kullanılmıştır. Bunlar; Uzaklık Mesafesi (GD), Ters Uzaklık Mesafesi (RGD), Boşluk(S), Yayılma (SP) ve Maksimum Yayılma(MS) performans ölçüm metrikleridir.

### Uzaklık Mesafesi (GD):

GD, 1998 yılında Veldhuizen tarafından önerilmiştir ve elde edilen çözümlerin, Pareto-optimal cephe arasındaki mesafelerin ölçümü ile hesaplanmaktadır [15].  $Q$ , elde edilen çözüm seti ve  $P$ , Pareto optimal cephesinde baskın olmayan çözümler kümesi olsun. Bir  $Q$  çözümün  $P$  optimal çözüm kümesine ait olup olmadığı  $Q$ ' nun  $P$ ' ye olan ortalama uzaklığı ile belirlenmektedir. GD değeri Denklem 15 şeklinde hesaplanır [14,15]:

$$GD = \frac{(\sum_{i=1}^{|Q|} d_i^p)^{1/p}}{|Q|} \quad (15)$$

$p = 2$  için,  $d_i$  parametresi  $i \in Q$  çözümü ile  $P$  'nin en yakın üyesi arasındaki Denklem 16' da verilen (nesnel alanda) Öklid mesafesidir:

$$d_i = \min_{k=1}^{|P|} |\sqrt{\sum_{m=1}^M (f_m^i - f_m^k)^2}| \quad (16)$$

Burada  $f_m^k$ ,  $P$  'nin  $k$ . elemanının  $m$ . amaç fonksiyon değeridir.

### Ters Uzaklık Mesafesi (RGD):

Ters uzaklık mesafesi (RGD), hem çeşitliliği hem de çözümleri birleştirerek hesaba katan GD'nin geliştirilmiş bir halidir. Bununla birlikte, çözümlerin Pareto-optimal cepheye en yakın ortalama mesafesini hesaplayan GD' nin aksine, Pareto-optimal cephedeki örnek noktaların elde edilen çözümlere en yakın ortalama mesafesini hesaplar. RGD hesaplama formülü Denklem 17' de verilmiştir.

$$RGD = \frac{(\sum_{i=1}^{|P|} d_i^q)^{1/q}}{|P|} \quad (17)$$

RGD' nin en büyük avantajı, çözümlerin hem yakınsamasını hem de çeşitliliğini aynı anda ölçebilmesidir. GD' ye benzer şekilde, RGD hedeflerin sayısı arttıkça katlanarak maliyetli hale gelmesidir [15].

### Maksimum Yayılma (MS)

Zitzler (1999), denklem 18' de gösterildiği gibi baskın olmayan kümede gözlenen aşırı fonksiyon değerleri tarafından oluşturulan bir hiper kutunun köşegeninin uzunluğunu ölçen metrik tanımlamıştır [16]:

$$D = \sqrt{\sum_{m=1}^M (\max_{i=1} f_m^i - \min_{i=1} f_m^i)} \quad (18)$$

İki amaç problem için MS, amaç uzayındaki iki uç çözüm arasındaki Öklid mesafesini ifade etmektedir. Yukarıdaki metriğin normalleştirilmiş bir versiyonuna sahip olmak için, denklem 19 kullanılarak değiştirilebilir:

$$\bar{D} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left( \frac{\max_{i=1} f_m^i - \min_{i=1} f_m^i}{F_m^{max} - F_m^{min}} \right)^2} \quad (19)$$

Burada,  $F_m^{max}$  ve  $F_m^{min}$ , seçilen Pareto-optimal çözüm setinin ( $P$ )  $m$ . hedefinin maksimum ve minimum değeridir. Bu şekilde, yukarıdaki metrik ile geniş çapta yayılmış bir dizi çözüm elde edilir. Bununla birlikte, ne  $D$  ne de  $\bar{D}$ , ara çözümlerin tam dağılımını değerlendiremez [14].

**Boşluk (S)**

Schott (1995), elde edilen baskın olmayan kümedeki ardışık çözümler arasındaki bağıl mesafe ölçüsünün hesaplanmasına dayalı olan metriği denklem 20' deki gibi önermiştir [17,18]:

$$S = \sqrt{\frac{1}{|Q|} \sum_{i=1}^{|Q|} (d_i - \bar{d})^2} \quad (20)$$

Burada,  $d_i = \min_{k \in Q \wedge k \neq i} \sum_{i=1}^M |f_i^m - f_i^k|$  olmak üzere ve  $\bar{d} = \sum_{i=1}^{|Q|} d_i / Q$  yukarıdaki mesafe ölçüsünün ortalama değeridir.

**Yayıma (SP)**

Yayıma derecesini dikkate almayan ölçümlerde, çözümler belli aralıklarda aynı sonucu ürettiği için Deb ve arkadaşları tarafından yayılma derecesini dikkate alan yeni bir metrik (Spread) geliştirilmiştir. Spread ölçütünün formülasyonu Denklem 21' de verilmektedir.

$$\Delta = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^e + \sum_{i=1}^{|Q|} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{m=1}^M d_m^e + |Q| \bar{d}} \quad (21)$$

Burada,  $d_i$ , komşu çözümler arasında herhangi bir mesafe ölçümü olabilir ve  $\bar{d}$ , bu mesafe ölçümlerinin ortalama değeridir. Öklid mesafesi veya kalabalık mesafesi  $d_i$ ' yi hesaplamak için kullanılabilir.  $d_m^e$  parametresi,  $m$ . hedef fonksiyonuna karşılık gelen  $P^*$  ve  $Q$  nin uç çözümleri arasındaki mesafedir [14].

Tablo 4' e bakıldığı zaman GD ölçütüne göre istatistiksel veriler görülmektedir. Sonuçlara göre F4, F6, F11, F13 ve F14 fonksiyonlarında MOGoldSA, F2 ve F10'da C8, F1 ve F12' de C1, F1' de C2, F3'te C7,F5'te C10 algoritmaları başarılı sonuçlar üretmiştir.

**Tablo 4:** GD ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (İ: istatistiksel, Ort: ortalama değer, M: MOGoldSA, C1-C10: Kaotik haritalı MOGoldSA)

F	İ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
M	Ort	0,0018	8,3199	0,0125	<b>0,0116</b>	0,1685	<b>1,7130</b>	0,0013	1,31E+05	15,8700	0,2749	<b>2,3918</b>	0,0263	<b>0,4963</b>	<b>0,8449</b>
	Std	0,0002	0,0753	0,0052	0,0034	0,1868	0,2213	0,0001	5,12E+04	0,1832	0,2072	0,8702	0,0167	1,1031	1,1038
	En iyi	0,0015	8,1946	0,0054	0,0055	0,0522	1,2180	0,0011	6,71E+04	15,3711	0,0314	0,8173	0,0050	0,0013	0,0003
	En kötü	0,0029	8,4382	0,0256	0,0209	1,0355	2,0817	0,0014	2,80E+05	16,1202	0,6265	4,3257	0,0715	3,1007	3,2217
C1	Ort	0,0019	8,3330	0,0159	0,0169	0,2150	7,2059	0,0013	<b>1,19E+05</b>	15,7261	0,3725	5,8174	<b>0,0258</b>	1,6759	1,3003
	Std	0,0006	0,1054	0,0143	0,0166	0,3487	28,6789	0,0001	4,37E+04	0,2125	0,1954	14,6580	0,0150	1,4865	1,2621
	En iyi	0,0014	8,1074	0,0069	0,0060	0,0687	1,4821	0,0011	4,49E+04	15,2097	0,0328	1,2962	0,0071	0,0011	0,0002
	En kötü	0,0050	8,5934	0,0854	0,0924	1,9866	159,0466	0,0017	2,22E+05	16,0554	0,8270	82,9411	0,0568	3,3801	3,1894
C2	Ort	<b>0,0017</b>	8,3000	0,0139	0,0170	0,2588	1,9341	0,0013	1,32E+05	15,7143	0,3311	2,8275	0,0288	2,4400	1,2334
	Std	0,0002	0,1021	0,0107	0,0148	0,4427	0,2131	0,0002	4,85E+04	0,2152	0,2146	1,4607	0,0197	1,1341	1,3320
	En iyi	0,0014	8,0520	0,0054	0,0054	0,0691	1,4358	0,0011	3,86E+04	15,2487	0,0402	1,2939	0,0075	0,0012	0,0003
	En kötü	0,0020	8,5105	0,0649	0,0627	2,3990	2,4182	0,0021	2,62E+05	16,0393	0,6688	7,4301	0,0806	3,3788	3,3160
C3	Ort	<b>0,0017</b>	8,3072	0,0145	0,0153	0,1837	1,9951	0,0013	1,42E+05	<b>15,7096</b>	0,4276	3,2260	0,0333	1,6831	1,1971
	Std	0,0002	0,1035	0,0080	0,0104	0,1874	0,2184	0,0001	7,41E+04	0,2438	0,2060	1,4267	0,0187	1,4813	0,9893
	En iyi	0,0013	8,0450	0,0060	0,0005	0,0615	1,5117	0,0011	5,57E+04	15,2326	0,0420	1,2835	0,0080	0,0009	0,0002
	En kötü	0,0022	8,4974	0,0484	0,0479	0,9753	2,4390	0,0018	3,56E+05	16,1635	0,9420	7,4359	0,0788	3,4575	2,8035
C4	Ort	<b>0,0017</b>	8,3224	0,0126	0,0135	0,2078	1,8997	0,0013	1,21E+05	15,7494	0,3857	3,1026	0,0296	1,2962	1,2515
	Std	0,0002	0,0975	0,0043	0,0039	0,1737	0,2272	0,0001	4,65E+04	0,1634	0,1700	1,3081	0,0166	1,5032	1,0860
	En iyi	0,0014	8,1365	0,0062	0,0075	0,0595	1,3834	0,0012	5,54E+04	15,3458	0,0444	1,1690	0,0072	0,0014	0,0003
	En kötü	0,0021	8,6426	0,0218	0,0218	0,9515	2,2765	0,0019	2,51E+05	15,9880	0,6818	5,2628	0,0788	3,3679	3,0271
C5	Ort	<b>0,0017</b>	8,3130	0,0174	0,0134	0,2096	6,3460	0,0013	1,29E+05	15,7213	0,3469	3,0392	0,0384	1,8277	1,1596
	Std	0,0002	0,0999	0,0184	0,0076	0,2281	24,2520	0,0001	5,43E+04	0,2565	0,1923	1,6124	0,0230	1,5230	1,1629
	En iyi	0,0014	8,1101	0,0069	0,0058	0,0710	1,5239	0,0011	4,88E+04	15,2398	0,0323	0,6782	0,0157	0,0011	0,0003
	En kötü	0,0023	8,4549	0,1065	0,0482	1,1356	134,7480	0,0014	2,71E+05	16,1714	0,6920	7,2247	0,1099	3,3499	3,1608
C6	Ort	0,0018	8,3031	0,0175	0,0163	0,2324	1,9527	0,0013	1,16E+05	15,7738	0,3600	2,9896	0,0270	1,9851	1,0787
	Std	0,0001	0,0743	0,0140	0,0143	0,4670	0,2523	0,0001	4,55E+04	0,1933	0,2230	1,3382	0,0160	1,4361	1,2147
	En iyi	0,0015	8,1373	0,0073	0,0065	0,0774	1,5239	0,0012	5,92E+04	15,3255	0,0319	1,3425	0,0075	0,0011	0,0003
	En kötü	0,0019	8,5119	0,0660	0,0822	2,6451	2,3934	0,0015	2,16E+05	16,0716	0,7712	7,2247	0,0812	3,2526	3,8606

**Tablo 4:** GD ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (devam)

F	$\bar{I}$	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
C7	Ort	<b>0,0017</b>	8,3250	<b>0,0124</b>	0,0146	0,1510	1,9204	0,0013	1,29E+05	15,8390	0,3242	2,8455	0,0308	1,5177	1,0963
	Std	0,0002	0,1300	0,0052	0,0119	0,1097	0,2254	0,0001	6,08E+04	0,1614	0,2086	1,2679	0,0194	1,5178	1,1465
	En iyi	0,0013	8,0018	0,0054	0,0067	0,0572	1,4960	0,0012	5,14E+04	15,3908	0,0386	0,7718	0,0068	0,0016	0,0002
	En kötü	0,0020	8,5596	0,0311	0,0692	0,5553	2,3802	0,0015	3,43E+05	16,0761	0,6123	6,4154	0,0889	3,5994	3,4080
C8	Ort	<b>0,0017</b>	<b>8,2322</b>	0,0153	0,0121	0,1414	7,2071	0,0013	1,32E+05	15,7590	<b>0,2902</b>	3,0378	0,0316	1,8527	0,7797
	Std	0,0002	0,4424	0,0130	0,0046	0,0522	29,0651	0,0001	6,55E+04	0,2336	0,2186	1,3643	0,0177	1,4415	0,9194
	En iyi	0,0014	5,9419	0,0052	0,0052	0,0503	1,6029	0,0012	4,35E+04	15,2692	0,0265	1,2403	0,0058	0,0010	0,0003
	En kötü	0,0020	8,5686	0,0690	0,0225	0,2687	161,0950	0,0016	2,59E+05	16,1254	0,8765	6,9020	0,0636	3,3179	3,6920
C9	Ort	<b>0,0017</b>	8,3052	0,0141	0,0193	0,1860	1,9214	0,0013	1,40E+05	15,8101	0,2927	2,9073	0,0257	1,6732	1,1073
	Std	0,0002	0,0949	0,0115	0,0249	0,1106	0,2409	0,0001	5,33E+04	0,1931	0,2216	1,4787	0,0126	1,4927	1,2232
	En iyi	0,0015	8,1119	0,0062	0,0048	0,0592	1,4999	0,0012	7,38E+04	15,3524	0,0367	0,8607	0,0092	0,0008	0,0003
	En kötü	0,0022	8,4867	0,0695	0,1192	0,5561	2,4462	0,0016	2,72E+05	16,1674	0,8550	7,0791	0,0533	3,2864	3,1565
C10	Ort	<b>0,0017</b>	8,3093	0,0135	0,0178	<b>0,1308</b>	6,2348	0,0013	1,30E+05	15,7671	0,3876	3,1695	0,0266	2,0185	0,9141
	Std	0,0002	0,1225	0,0071	0,0202	0,0852	19,2587	0,0001	5,99E+04	0,2583	0,2258	1,9354	0,0150	1,4648	1,0745
	En iyi	0,0015	8,0122	0,0050	0,0061	0,0537	1,4231	0,0012	4,24E+04	15,2144	0,0373	1,1664	0,0103	0,0016	0,0003
	En kötü	0,0023	8,4963	0,0427	0,0967	0,5213	104,7439	0,0017	2,72E+05	16,1108	0,8129	9,5690	0,0612	3,6282	3,1713

Tablo 5' te RGD ölçütüne göre istatistiksel veriler yer almaktadır. Ortalama sonuçlarına göre F1, F3, F4, F6,F7, F10-F13 fonksiyonlarında MOGoldSA diğerlerine göre üstün performans sergilemiştir. F2 ve F14'te C8, F5'te C7, F9' da ise C9 kaotik haritalı MOGoldSA algoritmaları başarılı sonuçlar üretmiştir.

**Tablo 5:** RGD ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (İ: istatistiksel, Ort: ortalama değer, M: MOGoldSA, C1-C10: Kaotik haritalı MOGoldSA)

F	$\bar{I}$	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
M	Ort	<b>0,0139</b>	8,6256	<b>0,0911</b>	<b>0,0971</b>	0,1540	<b>5,5666</b>	<b>0,0066</b>	7,85E+04	15,0890	<b>0,1900</b>	<b>3,4931</b>	<b>0,1076</b>	<b>0,7300</b>	0,2182
	Std	0,0015	0,0059	0,0219	0,0300	0,0391	0,4415	0,0006	3,20E+04	0,1908	0,0413	0,9362	0,0415	0,8493	0,3521
	En iyi	0,0113	8,6062	0,0688	0,0606	0,0899	4,7980	0,0057	5,30E+04	14,8700	0,1304	1,7486	0,0596	0,0063	0,0065
	En kötü	0,0174	8,6319	0,1681	0,1843	0,2526	6,6794	0,0078	2,10E+05	15,5397	0,2964	5,7345	0,2540	2,5414	1,0779
C1	Ort	0,0155	8,6213	0,1162	0,1476	0,1630	6,2062	0,0099	7,69E+04	15,0457	0,2315	8,0721	0,1277	1,3935	0,4091
	Std	0,0020	0,0276	0,0438	0,0879	0,0412	0,7296	0,0021	1,88E+04	0,1794	0,0669	20,8885	0,0552	1,1752	0,4266
	En iyi	0,0118	8,4773	0,0674	0,0775	0,1057	5,2851	0,0068	5,58E+04	14,8746	0,1370	2,1990	0,0702	0,0092	0,0075
	En kötü	0,0216	8,6322	0,2693	0,5136	0,3149	7,8554	0,0160	1,63E+05	15,5230	0,4027	118,2144	0,2879	2,7222	1,0075
C2	Ort	0,0161	8,6246	0,1094	0,1343	0,1614	6,4102	0,0101	7,62E+04	15,0656	0,2269	4,3342	0,1232	2,0541	0,3461
	Std	0,0021	0,0079	0,0302	0,0527	0,0281	1,2850	0,0016	2,01E+04	0,1969	0,0680	2,5655	0,0350	0,9401	0,3845
	En iyi	0,0125	8,6016	0,0643	0,0629	0,1225	4,8798	0,0070	5,37E+04	14,8552	0,1343	1,8702	0,0738	0,0103	0,0075
	En kötü	0,0211	8,6323	0,1954	0,2862	0,2225	11,7756	0,0146	1,34E+05	15,4928	0,3830	15,4309	0,2240	2,8145	0,9632
C3	Ort	0,0166	8,6223	0,1198	0,1674	0,1759	6,5419	0,0107	8,54E+04	15,0878	0,2263	5,1722	0,1252	1,4867	0,2957
	Std	0,0027	0,0097	0,0321	0,2402	0,0540	1,8062	0,0027	2,69E+04	0,2201	0,0769	2,0466	0,0370	1,1225	0,3315
	En iyi	0,0119	8,6010	0,0706	0,0743	0,0896	5,1555	0,0078	5,40E+04	14,8501	0,1156	2,8164	0,0657	0,0101	0,0072
	En kötü	0,0249	8,6325	0,2056	1,4144	0,3755	15,3156	0,0211	1,77E+05	15,5536	0,5396	9,8725	0,2297	2,6372	0,8605
C4	Ort	0,0169	8,6183	0,1172	0,1058	0,1619	6,5518	0,0103	7,67E+04	15,0621	0,2405	4,5582	0,1283	1,2300	0,3716
	Std	0,0028	0,0318	0,0388	0,0356	0,0268	1,1956	0,0018	2,34E+04	0,1806	0,0790	1,7841	0,0382	1,2001	0,3383
	En iyi	0,0130	8,4593	0,0693	0,0706	0,1179	5,3827	0,0079	4,96E+04	14,8735	0,1323	1,9375	0,0737	0,0092	0,0072
	En kötü	0,0248	8,6320	0,2543	0,2196	0,2259	9,9374	0,0163	1,44E+05	15,5271	0,5116	9,7067	0,2119	2,9509	0,9038
C5	Ort	0,0164	8,6202	0,1289	0,1118	0,1703	6,4240	0,0100	7,98E+04	<b>15,0455</b>	0,2249	4,2867	0,1274	1,5668	0,3183
	Std	0,0020	0,0143	0,0508	0,0236	0,0360	1,2863	0,0033	1,91E+04	0,1716	0,0539	1,6461	0,0417	1,2474	0,3736
	En iyi	0,0130	8,5827	0,0818	0,0658	0,1202	4,8713	0,0064	5,33E+04	14,8770	0,1570	2,1506	0,0646	0,0092	0,0077
	En kötü	0,0201	8,6322	0,3482	0,1742	0,2478	11,4886	0,0238	1,30E+05	15,5120	0,3670	9,7562	0,2119	2,7386	0,9388
C6	Ort	0,0154	8,6193	0,1344	0,1349	0,1651	6,1323	0,0105	8,07E+04	15,1242	0,2379	4,6993	0,1266	1,6873	0,2806
	Std	0,0020	0,0221	0,1014	0,0707	0,0351	0,5991	0,0023	2,27E+04	0,2256	0,0772	1,9218	0,0475	1,1153	0,3616
	En iyi	0,0119	8,5240	0,0675	0,0659	0,1237	5,0300	0,0068	5,24E+04	14,8659	0,1231	2,1506	0,0771	0,0090	0,0073
	En kötü	0,0187	8,6319	0,6048	0,4270	0,2880	7,4870	0,0152	1,31E+05	15,5606	0,4514	9,7562	0,2918	2,7826	1,1942
C7	Ort	0,0162	8,6202	0,1060	0,1172	<b>0,1521</b>	6,5014	0,0104	8,71E+04	15,1280	0,2549	5,4017	0,1256	1,3254	0,2778
	Std	0,0024	0,0210	0,0218	0,0310	0,0243	2,0238	0,0037	3,94E+04	0,1866	0,1115	3,2640	0,0375	1,1795	0,3254
	En iyi	0,0119	8,5378	0,0666	0,0683	0,1094	5,2940	0,0072	4,82E+04	14,8742	0,1161	2,0353	0,0850	0,0096	0,0065
	En kötü	0,0226	8,6344	0,1560	0,2132	0,2015	15,7028	0,0274	2,52E+05	15,5380	0,6373	17,8493	0,2409	2,8171	0,8939
C8	Ort	0,0159	<b>8,5112</b>	0,1179	0,1093	0,1657	6,9378	0,0102	8,30E+04	15,0838	0,2180	4,5841	0,1328	1,5990	<b>0,1785</b>
	Std	0,0026	0,0600	0,0412	0,0316	0,0242	5,1348	0,0020	2,61E+04	0,1795	0,0557	1,8419	0,0518	1,1549	0,2730
	En iyi	0,0115	5,3035	0,0604	0,0750	0,1310	5,2226	0,0071	5,29E+04	14,8677	0,1013	2,7531	0,0701	0,0103	0,0068
	En kötü	0,0223	8,6314	0,2435	0,2116	0,2314	33,9452	0,0168	1,58E+05	15,4704	0,3321	12,1250	0,2930	2,8010	0,9023



**Tablo 5:** RGD ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (devamı...)

F	İ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
C9	Ort	0,0163	8,6220	0,1400	0,1457	0,1699	6,2038	0,0099	<b>7,07E+04</b>	15,0803	0,2390	4,6640	0,1286	1,4906	0,3594
	Std	0,0022	0,0163	0,1260	0,1006	0,0348	0,7780	0,0016	1,52E+04	0,1982	0,0884	1,9294	0,0419	1,2312	0,3994
	En iyi	0,0130	8,5470	0,0714	0,0676	0,1208	4,8604	0,0079	5,05E+04	14,8699	0,1326	2,0254	0,0718	0,0084	0,0066
	En kötü	2,6480	16,1176	8,0135	7,9759	24,2854	553,5211	1,3893	1,28E+07	12,9014	34,0843	305,4576	8,5017	2,9087	6,2892
C10	Ort	0,0162	8,6149	0,1245	0,1374	0,1672	7,8045	0,0095	7,96E+04	15,0610	0,2502	4,9901	0,1315	1,7508	0,2642
	Std	0,0024	0,0419	0,0640	0,0999	0,0444	5,7384	0,0016	2,35E+04	0,1844	0,0854	2,6161	0,0394	1,1106	0,3529
	En iyi	0,0119	8,4077	0,0630	0,0815	0,1169	5,0802	0,0071	5,19E+04	14,8648	0,1520	2,0205	0,0697	0,0096	0,0073
	En kötü	0,0216	8,6324	0,3562	0,6313	0,2870	33,3053	0,0136	1,36E+05	15,5522	0,5657	14,7089	0,2183	2,7814	0,9537

Tablo 6' da MS ölçütüne göre istatistiksel veriler yer almaktadır. Ortalama sonuçlarına göre F1, F9 ve F12' de C6, F7, F8 ve F11 fonksiyonlarında C7 iyi performans sergilerken, F3 ve F5 fonksiyonlarında C10, F10 ve F13 fonksiyonlarında ise MOGoldSA optimuma yakın sonuçlar üretmeyi başarmıştır.

**Tablo 6:** MS ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (İ: istatistiksel, Ort: ortalama değer, M: MOGoldSA, C1-C10: Kaotik haritalı MOGoldSA)

F	İ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
M	Ort	2,6048	15,8942	7,3048	7,4875	15,6436	550,3116	1,3844	1,19E+07	12,8344	<b>31,1862</b>	279,4438	8,4128	<b>1,0207</b>	3,0685
	Std	0,0190	0,1997	0,6430	0,5528	2,0664	3,3891	0,0053	9,30E+05	0,0953	1,6925	16,5129	0,0496	0,9002	1,9061
	En iyi	2,5619	15,2051	5,5762	5,4992	14,5267	542,8399	1,3669	9,95E+06	12,5153	28,5832	243,6088	8,3217	0,0187	1,1661
	En kötü	2,6480	16,1176	8,0135	7,9759	24,2854	553,5211	1,3893	1,28E+07	12,9014	34,0843	305,4576	8,5017	2,9087	6,2892
C1	Ort	2,5802	15,8971	7,2520	6,9349	15,4176	578,5798	1,3701	1,20E+07	12,8495	31,5682	274,6033	8,4252	1,9431	3,3885
	Std	0,0465	0,1989	0,6658	0,9021	1,8261	146,2923	0,0216	8,02E+05	0,0707	1,2712	29,0575	0,0597	0,7807	1,9081
	En iyi	2,4657	15,4548	5,2635	4,4843	14,5242	545,3551	1,2927	1,02E+07	12,6047	28,7205	141,5169	8,2953	0,0567	1,1475
	En kötü	2,6718	16,1198	7,9522	7,9497	22,6497	1353,0341	1,3889	1,28E+07	12,8977	33,2183	305,6006	8,5017	3,3600	8,1067
C2	Ort	2,5869	<b>15,8124</b>	7,3035	7,0703	16,2571	549,8367	1,3741	1,20E+07	12,8351	31,3849	276,6534	8,4089	2,2793	3,3286
	Std	0,0596	0,4183	0,6012	0,7048	3,3396	7,4998	0,0172	8,17E+05	0,1044	1,6655	16,6448	0,0704	0,6598	2,3312
	En iyi	2,3713	13,9126	5,7275	5,2423	14,4483	528,5836	1,3156	1,02E+07	12,3891	28,5490	222,0262	8,2497	1,3147	1,1506
	En kötü	2,6327	16,1244	7,9966	7,9677	29,6872	553,5387	1,3891	1,28E+07	12,8967	34,0964	295,3651	8,5022	3,4928	8,6117
C3	Ort	2,5920	15,8391	7,2041	<b>6,9043</b>	15,5402	551,0465	1,3653	1,19E+07	12,8372	31,7141	267,0346	8,4020	1,8115	4,3031
	Std	0,0385	0,2676	0,6462	1,4978	1,8479	5,4147	0,0240	8,46E+05	0,0725	1,4793	20,4488	0,0891	0,8927	2,0126
	En iyi	2,4775	15,0617	5,4842	0,5947	14,1275	531,4326	1,2599	1,04E+07	12,6276	28,7927	232,6369	8,1755	0,0209	1,1602
	En kötü	2,6235	16,1017	7,9357	8,0183	22,2433	553,5310	1,3873	1,28E+07	12,8994	33,8330	307,4832	8,5016	3,2693	9,5035
C4	Ort	2,6009	15,8667	7,2173	7,3819	16,0301	545,4246	1,3744	1,18E+07	12,8390	31,5710	273,5217	8,3969	1,6280	3,6766
	Std	0,0325	0,2758	0,5802	0,4494	1,8429	16,0517	0,0157	8,46E+05	0,0645	1,5637	16,4413	0,0832	0,9637	2,1020
	En iyi	2,4731	15,1088	5,5466	6,2653	14,7046	485,4137	1,3205	1,04E+07	12,6668	27,6263	246,8166	8,1876	0,0397	1,1647
	En kötü	2,6237	16,1122	7,9918	7,9448	21,8766	553,4758	1,3898	1,28E+07	12,8978	33,5374	306,9914	8,5016	3,6670	8,6138
C5	Ort	2,5893	15,8672	7,1013	7,3029	15,8672	575,3540	1,3693	1,18E+07	12,8566	31,5961	276,6824	8,4290	2,0600	3,4141
	Std	0,0392	0,2890	0,6116	0,4903	2,3206	138,7188	0,0246	8,00E+05	0,0501	1,4614	15,1228	0,0688	0,8149	2,2299
	En iyi	2,4897	14,6790	5,9712	6,0202	14,3456	514,7806	1,2632	1,04E+07	12,7271	28,7932	259,2323	8,2727	0,0370	1,1508
	En kötü	2,6236	16,1199	7,9602	7,9519	23,4614	1308,5832	1,3885	1,28E+07	12,9007	33,3065	309,0974	8,5014	4,0221	8,9736
C6	Ort	<b>2,5784</b>	15,9021	7,2224	7,0197	15,9135	551,3852	1,3683	1,18E+07	<b>12,7894</b>	31,4504	269,4132	<b>8,3957</b>	1,9611	3,4703
	Std	0,0497	0,2037	0,6065	0,8262	3,0200	3,1412	0,0209	8,45E+05	0,1660	1,5049	15,7129	0,0657	0,8602	2,1715
	En iyi	2,4129	15,4294	5,3703	4,8267	14,5152	541,4408	1,3031	1,02E+07	12,1394	28,7932	239,0199	8,2478	0,0169	1,1646
	En kötü	2,6236	16,1217	7,9714	7,9785	30,3976	553,5392	1,3885	1,28E+07	12,8981	33,2019	304,9052	8,5022	3,3803	8,6188
C7	Ort	2,5907	15,9209	7,3008	7,2345	15,3555	550,4259	<b>1,3610</b>	<b>1,17E+07</b>	12,8439	31,3497	<b>266,9841</b>	8,4333	1,8315	3,8330
	Std	0,0324	0,1522	0,5892	0,6562	1,4450	7,6938	0,0305	9,19E+05	0,0503	1,6194	24,1792	0,0532	0,8903	2,4135
	En iyi	2,5176	15,6095	6,0394	5,3518	14,6193	514,1951	1,2417	1,01E+07	12,7190	28,7615	198,4121	8,3519	0,0290	1,1628
	En kötü	2,6236	16,1174	7,9742	7,9970	20,6715	553,4932	1,3872	1,28E+07	12,8955	34,0922	304,8869	8,5018	3,3947	8,2303
C8	Ort	2,5973	15,8259	7,2492	7,3733	15,2402	577,7227	1,3664	1,18E+07	12,8240	30,9900	275,3640	8,4233	1,9403	3,7281
	Std	0,0412	0,5306	0,6654	0,6111	0,7989	146,4796	0,0226	9,10E+05	0,1344	1,4758	13,3159	0,0711	0,8464	2,4706
	En iyi	2,4076	13,3190	4,8980	5,3468	14,0735	514,5240	1,2963	1,02E+07	12,3405	28,5439	251,7248	8,2673	0,0276	1,1569
	En kötü	2,6233	16,1161	7,9937	7,9680	17,3395	1352,3020	1,3877	1,28E+07	12,8999	33,3731	296,9698	8,5017	3,6277	9,7045
C9	Ort	2,5907	15,9238	7,1275	7,2222	15,4863	<b>549,8561</b>	1,3718	1,21E+07	12,8355	30,7425	273,7712	8,3936	1,8580	<b>2,6943</b>
	Std	0,0397	0,1832	1,0437	0,6742	1,3288	7,3661	0,0159	8,19E+05	0,0947	1,4733	18,8937	0,0568	0,7481	1,5974
	En iyi	2,4492	15,3768	2,2704	5,8911	14,4867	519,8859	1,3181	1,03E+07	12,4495	28,1407	231,9013	8,2583	0,0448	1,1675
	En kötü	2,6236	16,1200	7,8399	7,9981	19,1155	553,5394	1,3866	1,28E+07	12,8977	33,5751	308,2509	8,5006	2,8909	5,7718
C10	Ort	2,5896	15,8535	<b>7,0448</b>	7,0796	<b>15,1402</b>	591,4097	1,3750	1,19E+07	12,8267	31,5494	273,2578	8,4016	1,9810	3,2256
	Std	0,0371	0,2242	0,7921	0,6919	0,8425	156,3896	0,0144	8,85E+05	0,0868	1,3433	20,9193	0,0595	0,8776	1,9997
	En iyi	2,5003	15,3484	5,1097	4,8766	14,3109	540,9990	1,3392	1,02E+07	12,5066	29,2098	223,0550	8,2349	0,0327	1,1531
	En kötü	2,6284	16,1237	7,9699	7,9198	18,8727	1259,9595	1,3897	1,28E+07	12,8953	33,6620	309,3080	8,5014	3,3343	7,1752

Tablo 7’ de S ölçütüne göre istatistiksel verilerde ortalama değeri göz önüne alındığında, F4,F6,F7 ve F14 fonksiyonlarında C6, F5,F10 ve F12’ de C7, F2 ve F9 fonksiyonlarında C5 ve F11 ve F13 fonksiyonlarında MOGoldSA başarılı sonuçlar ortaya koymuştur. Bunun yanı sıra C4 F1 fonksiyonunda ve C10 ise F8 fonksiyonunda başarılı sonuçlar üreten kaotik haritalı optimizasyon algoritması olmuştur.

**Tablo 7:** S ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (İ: istatistiksel, Ort: ortalama değer, M: MOGoldSA, C1-C10: Kaotik haritalı MOGoldSA)

F	İ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
M	Ort	0,7130	3,7271	1,3854	1,2068	2,6215	121,9921	0,0947	2,62E+06	1,8061	4,3212	<b>3,2750</b>	1,9543	<b>0,1209</b>	0,3769
	Std	0,1027	0,4096	0,3471	0,4399	0,4345	21,1555	0,0126	3,68E+05	0,5181	0,8779	0,8507	0,3496	0,2044	0,3205
	En iyi	0,4882	2,9373	0,8477	0,5627	1,7529	79,3183	0,0603	1,74E+06	1,0014	2,2676	1,8832	1,2822	0,0056	0,0711
	En kötü	0,8967	4,5093	2,2420	2,4437	3,3418	158,1088	0,1187	3,21E+06	2,9241	6,2651	5,8920	2,9506	0,8390	1,0652
C1	Ort	0,6301	3,4468	1,3995	1,2400	2,6509	116,9188	0,0565	2,54E+06	1,8093	4,2667	5,0644	1,6991	0,3255	0,4437
	Std	0,0816	0,6125	0,4094	0,4431	0,6379	46,7984	0,0112	4,52E+05	0,5350	0,8885	5,7264	0,4829	0,2790	0,3257
	En iyi	0,4833	2,2644	0,7136	0,3676	1,4194	71,0376	0,0400	1,87E+06	0,9749	2,7209	2,3205	0,7734	0,0103	0,0310
	En kötü	0,8011	4,5256	2,3986	1,9930	3,9124	342,9236	0,0842	3,55E+06	3,0254	6,7834	33,7607	2,3745	1,1225	0,9543
C2	Ort	0,5911	3,5598	<b>1,3166</b>	1,2853	2,5084	106,1104	0,0532	2,72E+06	1,8800	4,4123	3,6110	1,8176	0,4902	0,3611
	Std	0,0707	0,5839	0,4375	0,4490	0,5472	23,2164	0,0134	5,17E+05	0,4603	0,9566	1,4344	0,2620	0,3122	0,3609
	En iyi	0,4650	2,2434	0,5972	0,4656	1,6542	58,8141	0,0278	1,66E+06	1,0452	2,8516	1,9779	1,2962	0,0438	0,0301
	En kötü	0,7177	4,4367	2,5374	2,2695	3,6486	160,6832	0,0775	3,74E+06	2,7977	6,4823	8,0403	2,4167	1,0582	1,4744
C3	Ort	0,5715	3,5358	1,4073	1,2356	2,6502	108,4058	0,0506	2,59E+06	1,8073	4,2403	3,6145	1,6545	0,3643	0,4854
	Std	0,1006	0,5072	0,4906	0,4631	0,5333	26,7548	0,0135	4,06E+05	0,4980	0,8396	1,3394	0,3288	0,3275	0,3571
	En iyi	0,3321	2,4642	0,2994	0,0517	1,6336	56,5219	0,0225	1,79E+06	0,8836	2,6079	2,2933	1,1329	0,0025	0,0348
	En kötü	0,7584	4,2263	2,6254	2,1946	3,8290	158,8796	0,0818	3,70E+06	2,8588	6,5276	7,7766	2,2861	1,2739	1,6491
C4	Ort	<b>0,5664</b>	3,5546	1,3118	1,2857	2,5796	105,9742	0,0514	2,72E+06	1,7782	4,6459	3,8435	1,6906	0,2374	0,4311
	Std	0,0908	0,4276	0,5075	0,3880	0,5695	26,8306	0,0120	4,58E+05	0,5874	1,0590	1,3940	0,3777	0,2639	0,3188
	En iyi	0,4013	2,7758	0,3400	0,6281	1,4750	27,4673	0,0261	1,54E+06	0,7570	3,0348	1,8782	0,7317	0,0066	0,0406
	En kötü	0,7454	4,6894	2,2597	1,9837	3,7054	164,7560	0,0775	3,44E+06	3,1551	7,9077	6,5114	2,2257	0,9471	1,2843
C5	Ort	0,5976	<b>3,2892</b>	1,1612	1,2509	2,7040	115,5966	0,0578	2,71E+06	<b>1,7179</b>	4,2176	3,6857	1,7561	0,3920	0,4223
	Std	0,0871	0,5074	0,3640	0,4758	0,6980	55,5482	0,0146	5,14E+05	0,5219	0,8210	1,8452	0,4054	0,3544	0,3242
	En iyi	0,4374	1,8822	0,6046	0,4706	1,5163	59,8429	0,0314	1,74E+06	0,9305	2,7342	1,8865	0,4044	0,0062	0,0339
	En kötü	0,7803	4,3849	2,2641	2,0438	3,8524	380,1114	0,0850	3,53E+06	2,7060	5,6040	11,4118	2,3567	1,1596	1,0479
C6	Ort	0,6030	3,3114	1,4743	<b>1,1555</b>	2,6722	<b>98,5729</b>	<b>0,0491</b>	2,54E+06	1,7533	4,4947	3,8421	1,7930	0,3541	<b>0,3075</b>
	Std	0,0990	0,5455	0,4659	0,3754	0,6222	28,0088	0,0086	4,03E+05	0,4629	0,9487	1,8449	0,3103	0,3384	0,2906
	En iyi	0,3796	2,5501	0,4391	0,5020	1,7289	46,5014	0,0289	1,66E+06	1,0591	2,6272	2,2333	1,1662	0,0026	0,0421
	En kötü	0,8016	5,0049	2,6339	1,7605	3,9219	163,0092	0,0660	3,53E+06	2,8209	6,2561	11,4118	2,2805	1,2952	1,0143
C7	Ort	0,5738	3,4520	1,1762	1,3991	<b>2,2313</b>	102,7206	0,0569	2,58E+06	1,6933	<b>4,0721</b>	3,3128	<b>1,6528</b>	0,3360	0,3864
	Std	0,0901	0,4886	0,4497	0,5661	0,4670	22,8514	0,0122	4,74E+05	0,4317	0,8823	0,8558	0,3331	0,3545	0,3224
	En iyi	0,3913	2,3471	0,3561	0,4161	1,2817	34,4023	0,0367	1,63E+06	0,9986	1,9800	1,8569	0,8257	0,0064	0,0321
	En kötü	0,7873	4,5966	2,1864	2,7050	3,0217	144,9928	0,0849	3,69E+06	2,8159	6,2370	4,9263	2,2804	1,3247	1,1599
C8	Ort	0,6193	3,6377	1,2547	1,2354	2,6860	113,8887	0,0521	2,71E+06	1,8228	4,2372	4,0497	1,7198	0,3948	0,3301
	Std	0,0942	0,5418	0,3871	0,4798	0,6161	59,2605	0,0124	3,88E+05	0,5588	1,0122	1,6499	0,4183	0,3558	0,2992
	En iyi	0,3771	1,7626	0,6072	0,4695	1,0678	60,3659	0,0316	1,97E+06	0,5469	2,1881	2,0136	0,9124	0,0026	0,0269
	En kötü	0,8150	4,7015	2,1250	2,4979	3,6226	409,2969	0,0779	3,46E+06	3,0113	6,9248	9,1360	2,5884	1,0907	0,9428
C9	Ort	0,5952	3,5890	1,2355	1,2650	2,7025	110,2212	0,0560	2,65E+06	1,7655	4,3428	3,4605	1,6881	0,2733	0,3478
	Std	0,0990	0,4861	0,4865	0,4716	0,4224	19,8393	0,0132	3,62E+05	0,3358	0,9329	1,2831	0,3195	0,2564	0,3264
	En iyi	0,3930	2,2201	0,1912	0,5559	1,6833	68,5404	0,0240	1,93E+06	1,1178	2,7166	1,9136	0,8519	0,0074	0,0461
	En kötü	0,7742	4,2890	2,5498	2,1881	3,5736	147,2186	0,0802	3,48E+06	2,5629	6,3252	7,4553	2,2829	0,8099	1,1283
C10	Ort	0,6149	3,5178	1,2517	1,2319	2,6049	113,0601	0,0524	<b>2,47E+06</b>	1,9336	4,6251	3,9399	1,7240	0,3165	0,3454
	Std	0,1058	0,5964	0,4667	0,5381	0,5713	42,5186	0,0152	4,90E+05	0,4897	0,9232	2,9139	0,3183	0,2996	0,2827
	En iyi	0,3727	2,2609	0,3062	0,3648	1,3449	65,6300	0,0277	1,53E+06	0,7348	2,6110	1,5699	0,9884	0,0053	0,0359
	En kötü	0,8038	4,8998	2,1961	2,8677	3,7212	297,2367	0,0823	3,23E+06	2,9062	6,6507	16,6164	2,3321	1,3040	0,9333

Tablo 8’ de SP ölçütüne göre istatistiksel verilerde ortalama değeri göz önüne alındığında, MOGoldSA F1, F6, F7, F9 ve F11-F14 kıyaslama fonksiyonlarında en iyi sonucu üreten algoritma olmuştur. MOGoldSA’ yı F4 ve F10 fonksiyonlarında başarılı sonuçlar üreten C3 takip etmektedir. C4, C5 ve C6 kaotik haritalı optimizasyon algoritmaları ise sırasıyla F8, F2 ve F3 fonksiyonlarında başarılı sonuçlar üretmiştir.

**Tablo 8:** SP ölçütüne göre istatistiksel sonuçlar (İ: istatistiksel, Ort: ortalama değer, M: MOGoldSA, C1-C10: Kaotik haritalı MOGoldSA)

F	İ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
M	Ort	<b>0,8793</b>	0,8870	1,2469	1,3256	0,9176	<b>0,9380</b>	<b>0,7270</b>	0,8146	<b>0,9175</b>	1,1735	<b>0,7392</b>	<b>0,9355</b>	<b>0,8864</b>	<b>1,0225</b>
	Std	0,0640	0,0190	0,1658	0,2013	0,1167	0,0439	0,0488	0,0486	0,0261	0,0468	0,0722	0,1044	0,1260	0,2028
	En iyi	0,7628	0,8402	0,8927	0,7715	0,7183	0,8505	0,6420	0,7322	0,8794	1,0623	0,5707	0,7396	0,6177	0,8036
	En kötü	1,0124	0,9243	1,5324	1,5851	1,1403	1,0225	0,8420	0,9246	0,9886	1,2750	0,8726	1,1161	1,0866	1,3920
C1	Ort	0,9488	0,8882	1,3063	1,2726	<b>0,8835</b>	1,0200	0,8993	0,8313	0,9210	1,1743	0,7795	1,0202	0,9059	1,0690
	Std	0,0583	0,0238	0,1768	0,2049	0,0909	0,0577	0,0945	0,0491	0,0247	0,0532	0,0732	0,1078	0,0610	0,1804
	En iyi	0,8329	0,8388	0,8309	0,8060	0,7221	0,9225	0,7316	0,7538	0,8749	1,0478	0,6467	0,8140	0,7888	0,8436
	En kötü	1,0770	0,9372	1,5839	1,6278	1,0937	1,1226	1,1348	0,9559	0,9726	1,2880	0,9361	1,2143	1,0498	1,4409
C2	Ort	0,9611	0,8929	1,3187	1,2699	0,9080	1,0104	0,9251	0,8152	0,9217	1,1760	0,7677	1,0162	0,9088	1,0632
	Std	0,0565	0,0283	0,1739	0,2472	0,0949	0,0641	0,0847	0,0503	0,0275	0,0480	0,0721	0,0847	0,0477	0,1554
	En iyi	0,8695	0,8335	0,8478	0,6326	0,7723	0,8890	0,7955	0,6911	0,8558	1,0502	0,6715	0,8880	0,8434	0,8260
	En kötü	1,0841	0,9501	1,5656	1,6520	1,0717	1,2096	1,1566	0,8988	0,9701	1,2763	0,9168	1,1725	1,0604	1,3411
C3	Ort	0,9881	0,8977	1,2835	<b>1,2379</b>	0,8987	1,0252	0,9413	0,8259	0,9268	<b>1,1647</b>	0,7785	1,0156	0,9235	1,1560
	Std	0,0789	0,0273	0,2082	0,1875	0,0907	0,0607	0,0830	0,0604	0,0202	0,0447	0,0687	0,0827	0,0660	0,1876
	En iyi	0,8185	0,8494	0,8452	0,9018	0,7413	0,9200	0,7786	0,7362	0,8912	1,0676	0,5807	0,8384	0,8201	0,8573
	En kötü	1,1254	0,9765	1,5818	1,6266	1,0921	1,1607	1,0853	0,9613	0,9703	1,2365	0,9221	1,1934	1,1351	1,4104
C4	Ort	0,9840	0,8891	1,3378	1,2364	0,9360	1,0105	0,9222	<b>0,8031</b>	0,9277	1,1758	0,7538	1,0299	0,9324	1,1022
	Std	0,0713	0,0278	0,1671	0,2020	0,0864	0,0624	0,0968	0,0703	0,0257	0,0477	0,0709	0,0888	0,0625	0,1698
	En iyi	0,8601	0,8487	0,9594	0,8050	0,7964	0,9010	0,7590	0,6571	0,8841	1,0758	0,5816	0,8191	0,8042	0,8662
	En kötü	1,1948	0,9653	1,5601	1,5915	1,1299	1,1539	1,1234	0,9585	0,9856	1,2469	0,8555	1,1661	1,0723	1,4048
C5	Ort	0,9716	<b>0,8853</b>	1,2788	1,2805	0,9155	1,0210	0,8794	0,8178	0,9282	1,1880	0,7865	1,0089	0,9162	1,0754
	Std	0,0703	0,0226	0,2487	0,2512	0,0994	0,0731	0,1116	0,0548	0,0265	0,0374	0,0806	0,1028	0,0487	0,1749
	En iyi	0,8353	0,8416	0,8252	0,6652	0,7413	0,8857	0,6672	0,7311	0,8744	1,1227	0,6374	0,7770	0,8331	0,8718
	En kötü	1,1128	0,9285	1,5890	1,6746	1,1581	1,2143	1,1103	0,9646	0,9837	1,2739	0,9414	1,1837	1,0026	1,3892
C6	Ort	0,9459	0,8907	<b>1,2419</b>	1,2513	0,9203	1,0121	0,9364	0,8157	0,9193	1,1859	0,7728	1,0197	0,9187	1,1358
	Std	0,0706	0,0274	0,2337	0,2117	0,1038	0,0476	0,1126	0,0495	0,0222	0,0416	0,0753	0,0756	0,0644	0,1799
	En iyi	0,7745	0,8325	0,7609	0,8450	0,7587	0,9229	0,6672	0,6928	0,8799	1,1015	0,6204	0,8807	0,8153	0,8787
	En kötü	1,0737	0,9534	1,5658	1,6052	1,1851	1,1169	1,1731	0,8808	0,9634	1,2570	0,9520	1,1696	1,0904	1,4116
C7	Ort	0,9850	0,9028	1,3567	1,2843	0,8838	1,0214	0,8963	0,8312	0,9206	1,1820	0,7914	1,0152	0,9215	1,0975
	Std	0,0662	0,0252	0,1804	0,2558	0,0933	0,0614	0,0798	0,0799	0,0262	0,0458	0,0863	0,0812	0,0626	0,1983
	En iyi	0,8555	0,8699	0,9144	0,6039	0,6264	0,9211	0,7806	0,6651	0,8764	1,1057	0,6740	0,7928	0,7854	0,8627
	En kötü	1,1445	0,9738	1,5911	1,6429	1,0715	1,1686	1,0450	0,9865	0,9932	1,2757	0,9767	1,1484	1,0457	1,4384
C8	Ort	0,9564	0,8908	1,2946	1,2804	0,8890	1,0113	0,9125	0,8080	0,9254	1,1760	0,7866	1,0099	0,9004	1,1656
	Std	0,0627	0,0325	0,1807	0,2256	0,1003	0,0810	0,0915	0,0638	0,0251	0,0615	0,0750	0,1010	0,0666	0,1795
	En iyi	0,7929	0,8537	0,9247	0,5886	0,6958	0,8954	0,7440	0,6951	0,8649	1,0586	0,6552	0,8361	0,8010	0,8582
	En kötü	1,0588	0,9822	1,5012	1,5997	1,1547	1,3793	1,1016	0,9358	0,9873	1,2993	0,9163	1,2135	1,1227	1,4428
C9	Ort	0,9628	0,8859	1,3441	1,2834	0,8998	1,0045	0,9081	0,8060	0,9274	1,1781	0,7721	1,0032	0,9049	1,0237
	Std	0,0709	0,0199	0,2085	0,2577	0,0956	0,0566	0,1000	0,0681	0,0322	0,0561	0,0825	0,0854	0,0684	0,1531
	En iyi	0,8028	0,8541	0,8961	0,6132	0,7131	0,8988	0,7362	0,6844	0,8753	1,0417	0,6031	0,8201	0,7368	0,8435
	En kötü	1,0746	0,9471	1,5932	1,6154	1,1361	1,1358	1,1556	0,9166	1,0109	1,2819	0,9425	1,1805	1,0166	1,4465
C10	Ort	0,9615	0,8914	1,2862	1,2837	0,9169	1,0322	0,8893	0,8128	0,9335	1,1824	0,8188	1,0119	0,9116	1,0799
	Std	0,0772	0,0312	0,2042	0,2228	0,1192	0,1072	0,0767	0,0621	0,0327	0,0371	0,0824	0,0811	0,0635	0,1716
	En iyi	0,8087	0,8151	0,7356	0,8445	0,7505	0,9240	0,7496	0,6983	0,8891	1,0962	0,6285	0,8841	0,7674	0,8464
	En kötü	1,0693	0,9490	1,5566	1,5358	1,2755	1,4355	1,0847	0,9752	0,9924	1,2448	0,9520	1,1847	1,0908	1,3578

## 5. Sonuçlar

Çok amaçlı altın sinüs algoritmasının (MOGoldSA) performansını iyileştirmek için kaotik haritalar kullanılmıştır. Kaotik haritalar MOGoldSA'nın geniş arama alanına ulaşmasına ve sömürü evresine yavaş yavaş geçmesine yardımcı olmaktadır. Bu performans verilerinden yola çıkılarak çok amaçlı optimizasyonda başlangıçta kullanılan rasgele sayı dizelerine yapılan küçük müdahaleler sonucunda, probleme uygun çözümler üretmede daha iyi sonuçlar alındığı görülmüştür. Çalışmada kullanılan kısıtlı, kısıtsız ve mühendislik problemlerine uygun çözümler üretmede kaotik haritalar genel olarak başarılı sonuçlar üretmiştir. GD ve RGD ölçütünde Chebyshev ve Singer, MS ve S ölçütünde Parçalı ve Sinüs, SP ölçütüne göre de Gauss/Mouse kaotik haritaları başarılı sonuçlar ortaya koymuştur. Bu başarılar sonucunda, kaotik haritalar ile birleştirilmiş MOGoldSA'nın iyileştirme yeteneğine sahip olduğu kanıtlanmıştır. Gelecek çalışmalarda gerçek yaşam problemleri üzerinde uygulanarak daha verimli kaotik temelli çok amaçlı optimizasyon algoritması oluşturma hedeflenmektedir.

### Kaynaklar

- [1] Mirjalili S, Lewis A. The Whale Optimization Algorithm. *Adv Eng Softw*, 2016; 95: 51-67
- [2] Tanyıldızı E, Cigal T. Kaotik Haritalı Balina Optimizasyon Algoritmaları. *Fırat Üniversitesi Müh Bil Dergisi*, 2017; 29(1): 307 – 317.
- [3] Tanyıldızı E, Demir G. Nümerik Optimizasyon için Kaotik Altın Sinüs Algoritması. *Fırat Üniversitesi Müh Bil Dergisi*, 2019; 31(1): 91 – 97.
- [4] Danqing G, Junping W, Jun H. Renmin H and Maoqiang S. Chaotic-NSGA-II: An effective algorithm to solve multi-objective optimization problems. *ICISS 2010*; Guilin, China.
- [5] Ying S, Yuelin G, Xudong S. Chaotic Multi-Objective Particle Swarm Optimization Algorithm Incorporating Clone Immunity. *Mathematics*, 2019; 7(146):1-16.
- [6] Dunia S. Ramzy A. A Chaotic Crow Search Algorithm for High-Dimensional Optimization Problems. *Basrah Journal for Engineering Sciences* January 2018; 17(1):15-25
- [7] Wei G. Shoubin W. Chaos Ant Colony Optimization and Application. *Fourth International Conference on Internet Computing for Science and Engineering*, 2009; Harbin, China.
- [8] Zhang H. Zhou J. Zhang Y. Fang N. and Zhang R. Short term hydrothermal scheduling using multi-objective differential evolution with three chaotic sequences. *Int J Elec Power*, 2013; 47: 85–99.
- [9] Ayan K. and Kilic U. Solution of multi-objective optimal power flow with chaotic artificial bee colony algorithm. *Int Rev Electr Eng-I*; 2011; 6(3):1365–1371.
- [10] Pei Y. and Hao J, "Non-dominated sorting and crowding distance based multi-objective chaotic evolution", *ICSI 2017*; Japan, pp. 15-22,
- [11] Tanyıldızı E, Demir G. Golden Sine Algorithm: A Novel Math-Inspired Algorithm. *Adv Electr Comput En*, 2017; 17(2):71-78.
- [12] Eröz E. Yeni Çok Amaçlı Optimizasyon Algoritması: MOGoldSA, Fırat Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Yazılım Mühendisliği Yüksek Lisans Tezi, 2020
- [13] Mirjalili S, Gandomi AH. Chaotic gravitational constants for the gravitational search algorithm. *Appl Soft Comput*, 2017. 53: 407-419.
- [14] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. New York: John Wiley&Sons, 2001.
- [15] Van Veldhuizen, DA and Lamont GB. Multiobjective evolutionary algorithm research: A history and analysis. Technical Report TR-98-03, Department of Electrical and Computer Engineering, Graduate School of Engineering, Air Force Institute of Technology, WrightPatterson AFB, Ohio, 1998
- [16] Zitzler E. Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications, Ph.D Thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland. 1999.
- [17] Miettinen K. Nonlinear multiobjective optimization, Kluwer Academic Publishers, Boston: SpringerScience& Bus Media. 1999.
- [18] Schott JR. Fault Tolerant Design Using Single and Multi-Criteria Genetic Algorithms. Master of Science Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1995.