



## A mathematical model for the numerical investigation of freeze-drying of apricot fruit

Ebubekir Sıddık Aydın\*

Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, Gebze Technical University, Kocaeli, 41400, Turkey

### Highlights:

- Freeze-drying of apricot fruit and estimation of the transport parameters
- The effect of structural and operational conditions on drying time
- The first model of the freeze-drying of apricot fruit in spherical coordinates

### Keywords:

- Freeze-drying
- Mathematical model
- Apricot fruit
- Orthogonal collocation

### Article Info:

Research Article  
Received: 08.09.2020  
Accepted: 06.06.2021

### DOI:

10.17341/gazimmfd.791792

### Acknowledgement:

Thanks to Dr. M. Yıldırım-Yalçın for her assistance in the total phenolic experiments of apricot fruit.

### Correspondence:

Author: Ebubekir Sıddık Aydın  
e-mail: e.aydin@gtu.edu.tr  
phone: +90 262 605 2123

### Graphical/Tabular Abstract

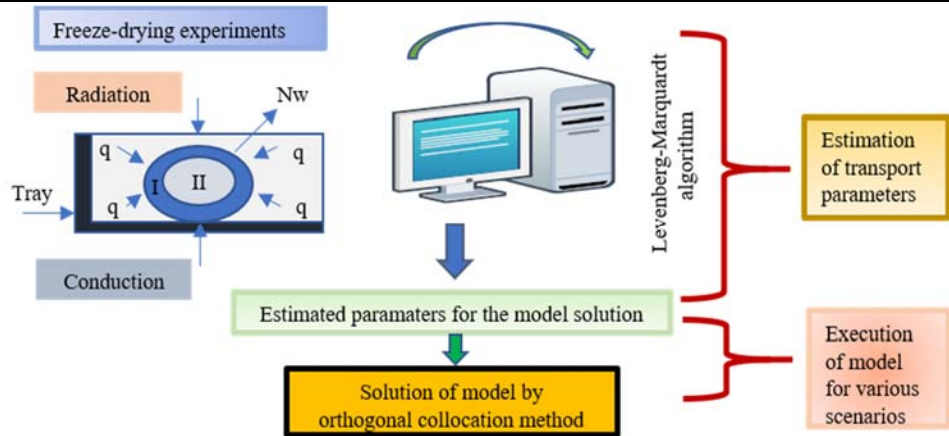


Figure A. Freeze-drying process and mathematical model flow diagram

**Purpose:** In this study, the aim is to determine heat and mass transport parameters of the freeze-drying process of apricot fruit.

### Theory and Methods:

The equations associated with heat and mass transfer mechanisms constructed in the spherical coordinates and successfully transformed into moving interface problems. The parameter estimation is carried out by the Levenberg-Marquardt minimization algorithm, also known as the damped least-squares (DLS) method that is a combination of two minimization methods: the gradient descent method and the Gauss-Newton method. However, in the literature, no detailed experimental and numerical study of freeze-drying of apricot fruit has been performed.

### Results:

In the freeze drying of apricot fruit, the drying time was calculated as 24 hours at  $r = 0.025$  m, but when the radius was  $r = 0.020$  m, the drying time was found to be 17.39 hours. This result shows that the primary drying step is reduced by 27.54%. When the radius of the product decreased from 0.020 to 0.015 m, the drying time value was reduced from 17.39 to 11.52 hours with a decrease of 33.75%.

### Conclusion:

The effect of structural parameters of the product and operating conditions on the duration of the primary drying stage was examined. It was found that the drying time increased as the radius of the apricot fruit and the drying temperature reduced.



## Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasının sayısal olarak incelenmesi için matematiksel bir model

Ebubekir Sıddık Aydın\*<sup>ID</sup>

Gebze Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Kimya Mühendisliği Bölümü, 41400 Gebze Kocaeli, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması ve taşıma parametrelerinin tahmin edilmesi
- Yapısal ve operasyonel koşulların kurutma süresine etkileri
- Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasının küresel koordinatlardaki ilk modeli

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 08.09.2020

Kabul: 06.06.2021

### DOI:

10.17341/gazimmfd.791792

### Anahtar Kelimeler:

Dondurarak kurutma,  
matematiksel model,  
kayısı meyvesi,  
ortogonal kollokasyon

### ÖZ

Bu çalışma, kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması sırasında meydana gelen kütle ve sıcaklık değişimlerini ortaya çıkarmak için küresel koordinatlarda oluşturulmuş matematiksel bir model önermektedir. Model denklemlerinin çözümünü bulmak için ortogonal kollokasyon yöntemi olarak bilinen bir tür polinom yaklaşımı uygulanmıştır. Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasını tanımlayan fiziksel özellikler ve bazı taşıma parametreleri, temeli doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemine dayanan Levenberg-Marquardt algoritması kullanılarak tahmin edilmiştir. Modelde belirlenen taşıma parametreleri ile ürün yarıçapı, kurutma sıcaklığı ve ürün şeklinin birincil kurutma aşamasının süresine etkisi araştırılmıştır. Ayrıca, dondurarak kurutma işleminin ürün rengi ve toplam fenolik içerik (TFİ) üzerindeki etkisi incelenmiş ve kayısı meyvesinin TFİ değerinin  $295,60 \pm 16,55$ 'ten  $602,63 \pm 17,74$  mg GAE (Gallic asit eşdeğeri) / 100 g DM'ye yükseldiği görülmüştür.

## A mathematical model for the numerical investigation of freeze-drying of apricot fruit

### H I G H L I G H T S

- Freeze-drying of apricot fruit and estimation of the transport parameters
- The effects of structural and operational conditions on drying time
- The first model of the freeze-drying of apricot fruit in spherical coordinates

### Article Info

Research Article

Received: 08.09.2020

Accepted: 06.06.2021

### DOI:

10.17341/gazimmfd.791792

### Keywords:

Freeze-drying,  
mathematical model,  
apricot fruit,  
orthogonal collocation

### ABSTRACT

This study proposes a mathematical model constructed in spherical coordinates to reveal the mass and temperature changes that occur during the freeze-drying of apricot fruit. A kind of polynomial approach known as the orthogonal collocation method was applied to find the solution of governing equations. The physical properties and some transport parameters that describe the freeze-drying of apricot fruit were estimated by using the Levenberg-Marquardt algorithm based on the nonlinear least-square method. The effect of product radius, drying temperature, and product shape on the length of the primary drying stage was investigated by the determined transport parameters in the model. Furthermore, the effect of the freeze-drying process on product color and total phenolic content (TPC) was examined, and it was observed that the TPC value of apricot fruit increased from  $295.60 \pm 16.55$  to  $602.63 \pm 17.74$  mg GAE (Gallic acid equivalent) / 100 g DM.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Kurutma, uzun süreli depolama için gıda maddelerinden suyun uzaklaştırılması için kullanılan en yaygın yöntemlerden birisidir. Gıda nemini kaybettikten sonra ağırlığı azalarak dayanıklılığı artmaktadır. Kurutma ile su miktarı ve mikrobiyal aktivite önemli ölçüde azalmakta, depolama sırasında fiziksel (kabuklanma, rehidrasyon değişimi, kuru madde birikimi vb.) ve kimyasal değişiklikler (renk, doku, viskozite vb.) minimum olmaktadır [1, 2]. Kurutma işlemlerinin en bilinen ve uygulanan yöntemi uygun maliyetli olduğu için güneşte kurutmadır. Fakat çevre ve hava kirliliği, böcek, toz alma etkileri nedeniyle güneşte kurutma yöntemi tercih edilmemektedir. Son yıllarda yerleşim yerlerinin artması boş alanların azalmasına neden olmuş, dolayısıyla güneşte kurutma süreci de azalmıştır [3]. Bu sebeple kurutma sistemleri sektördeki ihtiyaçlar doğrultusunda geliştirilmeye başlanmıştır. Bu amaçla geliştirilen kurutma sistemlerinden bazıları şu şekildedir; akışkan yataklı kurutucular, tünel kurutucular, kabin tipi kurutucular, mikrodalga fırınlar, püskürtmeli kurutucular, döner kurutucular, dondurarak kurutucular. Yukarıda bahsedilen kurutma sistemlerinden birisi olan dondurarak kurutma, temel olarak kimyasallar, gıda endüstrileri, biyoteknoloji ve ilaçlarda kullanılan önemli bir ayırma işlemidir [4]. Geleneksel kurutma işlemleri, dondurarak kurutma yöntemine kıyasla daha yüksek çalışma sıcaklıkları kullanmakta ve üründe aroma, besin, doku ve tat kaybına neden olabilmektedir. Ancak dondurarak kurutma yöntemi ile en kaliteli ürünler elde edilebilmektedir. Dondurarak kurutma işlemi aşamaları olan hazırlık aşaması, dondurma, birincil ve ikincil kurutma aşamaları oldukça kritiktir ve gıdaların temel özelliklerini (kararlılık, aktivite, tat, lezzet, yapı vb.) korumak için mümkün olan maksimum eforu gerektirmektedir. Yüksek enerji talebi ve uzun işleme süresi nedeniyle maliyetli bir ayırma işlemi olan dondurarak kurutma yönteminin işlem maliyetini düşürmek için işlemi teorik olarak ifade etmek önemlidir [5]. Dondurarak kurutma işleminde, birincil kurutma aşaması, kurutulan ürünlerdeki serbest suyun uzaklaştırıldığı yerdir. Bu aşamada vakum ve süblimasyon için gereken zaman ve enerji, dondurma ve ikincil kurutma aşamalarına göre oldukça yüksektir [6]. Literatürde, dondurarak kurutma işleminin kütle ve ısı transfer mekanizması kapsamlı bir şekilde araştırılmıştır [7-9]. Sadıkoğlu vd. yağsız sütün dondurarak kurutulması için matematiksel bir model önermişlerdir [5]. Yağsız sütün dondurarak kurutulmasının deneysel sonuçlarını, teorik olarak ifade etmek için ilgili kütle ve ısı transfer katsayıları belirlenmiştir. Önerdikleri modelde, kurutulan tabakanın gözenekli matris yapısıyla ilgili özelliklerden bağımsız olan Dusty gaz modeli kullanılmıştır [10, 11]. Bugüne kadar gıda maddelerinin dondurarak kurutulmasını içeren ve inceleyen modeller, kurutulan malzemenin şekli ne olursa olsun, çözelti bazlı ürünler ve partikül bazlı ürünler için kartezyen koordinatta ele alınmıştır. Bu çalışmada önerilen model, kayısı meyvesinin doğal şeklini yansıtarak süreç sırasında oluşan ısı ve kütle davranışlarını ortaya çıkarmak için küresel koordinatlarda ele alınmıştır. Modellerin çözümünde kullanılan diğer yaklaşımları özetlemek gerekirse, tepki

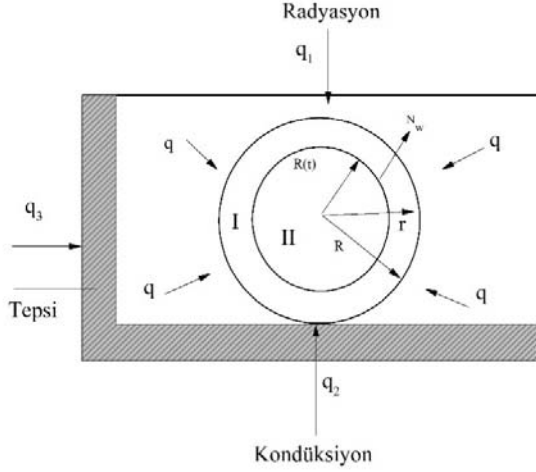
yüzeysel yöntemi kullanan istatistiksel ve ampirik yaklaşımlar, kurutulmuş ürüne ait tahmini bir sonuç vermekte ancak kurutma sırasında ürünlerin durumunu ortaya koyamamaktadır [12-14]. Diğer bir taraftan, sonlu eleman analizi başarılı bir yöntem olmasına rağmen, süblimasyon ara yüzü gibi hareketli sınırların uygulanmasında zorluklar yaratabilmektedir [15, 16]. Bu amaçla, ortogonal kollokasyon yöntemi hareketli sınır problemlerinin çözümünde başarıyla uygulanabilir. Bu çalışmada, kayısı meyvesinin dondurarak kurutma işleminin kütle ve ısı taşınım parametrelerinin tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Kütle ve ısı transferi ile ilgili denklemler ve başarılı bir şekilde hareketli ara yüz problemlerine dönüştürülmüş ve küresel koordinatlarda model oluşturulmuştur. Taşınım mekanizmaları ile ilgili denklemlerde kullanılan parametreler, Levenberg-Marquardt minimizasyon algoritması olarak bilinen sönümlü en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilmiştir. Bununla birlikte, literatürde kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasıyla ilgili ayrıntılı deneysel ve sayısal çalışma yapılmamıştır.

### 1.1. Kayısı meyvesinin küresel koordinatlarda dondurarak kurutulması için önerilen model

*(Proposed model for freeze-drying of apricot fruit in spherical coordinates)*

Bu çalışma, kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasının dinamik davranışını tanımlamak için taşıma denklemlerine dayalı sayısal bir perspektif sunmaktadır. Literatürde yayınlanan çok boyutlu dinamik matematiksel modeller görülmektedir. Öncü bir çalışma olarak, Liapis ve Bruttini tarafından geliştirilen matematiksel model, literatürde yayınlanan makaleler arasında dondurarak kurutma işlemlerinin dinamik davranışını nicelikselsel ve nitelikselsel olarak tanımlayan ayrıntılı ve önemli bir matematiksel modeldir [5, 17, 18]. Kartezyen koordinatlarda oluşturulan geleneksel dondurarak kurutma modellerinde, partikül bazlı malzemelerin dondurarak kurutulmasında, kurutulan numune tepsi ile tam temas halindedir ve ısı alt yüzeyden malzeme gövdesine aktarılmaktadır. Isı transferinin verimli olabilmesi için, kurutulan numunenin plaka parçaları halinde kesilmesi gerekmektedir. Bu süreç, minimum düzeyde bile olsa, kurutulan malzemenin yapısal özelliklerini etkileyebilir. Kurutma esnasında, üründe oluşabilecek değişiklikleri minimuma indirmek için kurutulmakta olan ürünün kendi formunda kurutulması gerekmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada önerilen matematik modelde kayısı meyvesi küresel gözenekli bir parçacığı temsil etmektedir. Şekil 1, tek bir küresel gözenekli parçacığı göstermektedir. Değişken  $R(t)$ , kısmen doymuş gözenekli kurutulmuş katman I ile tek küresel malzemenin gözenekli donmuş katmanı II arasındaki hareketli süblimasyon arayüzünün konumunu temsil etmektedir. Sistemde su buharı ve inert gaz akışları gözlemlenmekte ve su buharı, kurutulmuş tabaka I'in gözenekli yapısından kurutma odasına taşınmaktadır. Daha sonra süblime su içeriği kondansatörde taşınmakta ve yoğunlaştırılmaktadır. Su buharı, esas olarak malzemelerdeki serbest sudan ve sırasıyla birincil ve ikincil

kurutma aşamalarında bağlı suyun desorpsiyonundan elde edilmektedir. Ek olarak, birincil kurutma aşamasında, bağlı suyun desorpsiyonundan önemsiz miktarda su buharı sağlanabilir [5, 17].



**Şekil 1.** Bir tepsi üzerindeki küresel bir malzemenin dondurarak kurutma (The freeze-drying process of a spherical material on a tray (II))

### 1.1.1. Dondurarak kurutma modelinin birincil kurutma aşaması (The primary drying stage of freeze-drying model)

Süblimasyon ara yüzeyi kurutulmuş ve donmuş katmanları bölmektedir. Isıtma plakaları, sırasıyla radyasyon ve iletim yoluyla kurutulmuş (I) ve donmuş (II) katmanlar boyunca donmuş suyun süblimleşmesi için gereken ısıyı üretmektedir. Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasının matematiksel modelini oluşturmak ve birincil kurutma aşamalarını tanımlamak için aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır:

- Modelin tek boyutlu bir kütle ve ısı transferi modeli olduğu ve yarı küre parçacığı için yapıldığı varsayılmıştır.
- Süblimasyon, kurutulmuş ve donmuş katmana paralel bir arayüzde oluşur ve  $r = R$ 'den  $r = 0$ 'a hareket eder.
- Süblimasyon arayüz kalınlığı sonsuz olarak alınmıştır.
- Gaz ve katı fazların gözenekli matriste termal dengede olduğu kabul edilir.
- Donmuş bölgenin özgül ısı, yoğunluk ve ısı iletkenlik değerlerinin sabit ve yapının homojen olduğu varsayılmıştır.
- Kayısının şekli küre olarak kabul edilmiştir.
- Sorpsiyon-süblimasyon modeline [18-20] referansla, kurutulmuş katman ve donmuş katmandaki enerji dengesi Eş. 1 ve Eş. 2' de küresel koordinatlar için verilmiştir.

$$\frac{\partial T_I}{\partial t} = \alpha_{Ie} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial T_I}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_I}{\partial r^2} \right) - \frac{C_{pg}}{\rho_{Ie} C_{Ie}} \frac{\partial}{\partial r} (N_t T_I) + \frac{\Delta H_V \rho_I}{\rho_{Ie} C_{Ie}} \frac{\partial C_{sw}}{\partial r}, \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_{II}}{\partial t} = \alpha_{II} \left( \frac{2}{r} \frac{\partial T_{II}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{II}}{\partial r^2} \right), \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (2)$$

Sağ tarafta,  $C_{sw}$  bağlı suyun kg su/kg katı cinsinden konsantrasyonudur.  $\rho_I$  kurutulmuş katmanın yoğunluğudur ve  $\Delta H_V$  emilmiş suyun buharlaşma entalpisidir.  $\alpha_{Ie}$  termal yayınımdır ve Eş. 3'de gösterilmiştir.

$$\alpha_{Ie} = k_{Ie} / \rho_{Ie} C_{Ie} \quad (3)$$

$k_{Ie}$ ,  $\rho_{Ie}$  and  $C_{Ie}$  kurutulmuş katman I'in etkili fiziksel parametreleridir ve katı ve gaz fazının fiziksel özelliklerini açıklamak için hacim ortalama teorisi [21] aracılığıyla hesaplanmaktadır [5, 18, 22].  $N_t$  toplam kütle akışı ifade eder ve  $N_w$  (su buharı kütle akışı) ile  $N_{in}$ 'nin (inert kütle akışı) toplamına eşittir. Gözenekli kurutulmuş tabaka I'in gözeneklerindeki su buharı ve inert akı ifadeleri, dusty-gas modeli kullanılarak elde edilmiştir ve Eş. 4-Eş. 5'de verilmiştir [5, 17].

$$N_{w,r} = -\frac{M_w}{RT_I} \left( k_1 \frac{\partial p_w}{\partial r} + k_2 p_w \left( \frac{\partial p_w}{\partial r} + \frac{\partial p_{in}}{\partial r} \right) \right) \quad (4)$$

$$N_{in,r} = -\frac{M_{in}}{RT_I} \left( k_3 \frac{\partial p_w}{\partial r} + k_4 p_{in} \left( \frac{\partial p_{in}}{\partial r} + \frac{\partial p_w}{\partial r} \right) \right) \quad (5)$$

$k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  ve  $k_4$  parametreleri su buharının ve inertlerin kurutulmuş tabaka I'deki Darcy'nin akışı, hacimsel ikili difüzyon ve Knudsen akışı ile sağlanan taşınımında kullanılan parametrelerdir. Gözenekli kurutulmuş tabaka I'deki su buharı ve inert gazın kısmi basınç türevleri, küresel koordinatlar için Eş. 6-Eş. 7 ile ifade edilebilir.

$$\frac{\partial p_w}{\partial t} = \frac{RT_I}{\varepsilon_p M_w} \left( -\left( \frac{\partial N_{w,r}}{\partial r} - \rho_I \frac{\partial C_{sw}}{\partial t} \right) \right) \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (6)$$

$$\frac{\partial p_{in}}{\partial t} = \frac{RT_I}{\varepsilon_p M_{in}} \left( -\left( \frac{\partial N_{in,r}}{\partial r} \right) \right), \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (7)$$

Bağlı suyun desorpsiyonuna ilişkin ifadeler aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial C_{sw}}{\partial t} = -k_d \frac{\partial C_{sw}}{\partial t}, \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (8)$$

Birincil kurutma safhasında yer alan Eş. 1-Eş. 8 için başlangıç ve sınır koşulları Eş. 9-Eş. 13'de verilmiştir.

$$T_I = T_{II} = T|_{r=R(t)}, \quad t \geq 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (9)$$

$$p_w = p_w^0, \quad t = 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (10)$$

$$p_{in} = p_{in}^0, \quad t = 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (11)$$

$$C_{sw} = C_{sw}^0, \quad t = 0, \quad R(t) \leq r \leq R \quad (12)$$

$$\frac{\partial T_{II}}{\partial t} = 0, \quad t > 0, \quad r = R \quad (13)$$

Kurutulan küresel ürünün yüzeyinde ısı transferi, Eş. 14'de verilmiştir.

$$q_1 = -k_{Ie} \frac{\partial T_I}{\partial r} \Big|_{r=R}, \quad t > 0, \quad r = R \quad (14)$$

Kurutulmuş katman I için üst kurumuş yüzeye radyasyon ile ısı transferi, Eş. 15'de verilmiştir.

$$q_I = \sigma F \left( T_{up}^4 - (T_I(t, 0))^4 \right), \quad t > 0 \quad (15)$$

Arayüzün sıcaklık dağılımını belirlemek için denklem aşağıdaki gibidir (Eş. 16).

$$\begin{aligned} k_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial r} \Big|_{R(t)} - k_{Ie} \frac{\partial T_I}{\partial r} \Big|_{R(t)} + \frac{\partial R(t)}{\partial t} \\ \left( \rho_{II} C_{pII} T_{II} \Big|_{R(t)} - \rho_{Ie} C_{pIe} T_I \Big|_{R(t)} \right) \\ + N_T C_{pg} T_I \Big|_{R(t)} = \Delta H_s N_T, \\ r = R(t), \quad t > 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Donmuş katmanın sağ sınır koşulu ve kurutulmuş katmanın sol sınır koşulu Eş. 17'de süblimasyon arayüz sıcaklığına eşittir. Eş. 16 için başlangıç ve sınır koşulları Eş. 18-Eş. 23'de verilmiştir.

$$T_I = T_r = T_{II}, \quad r = R(t), \quad t > 0 \quad (17)$$

$$q_{II} = -k_{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial x} \Big|_{r=R}, \quad r = R, \quad t > 0 \quad (18)$$

$k_f$ , termal film iletkenlik katsayısıdır ve donmuş malzeme ile tepsinin alt yüzeyi arasında ince bir film tabakasını ifade eder.

$$q_{II} = k_f \left( T_{LP} - (T_{II}(t, R)) \right), \quad t > 0 \quad (19)$$

$P_o$ , kısmi su buharı basıncının ( $p_w$ ) kısmi inert gaz basıncının ( $p_{in}$ ) toplamını belirtir.

$$p_w = p_w^o, \quad r = R, \quad t > 0 \quad (20)$$

$$p_{in} = p_{in}^o = P_o - p_w^o, \quad r = R, \quad t > 0 \quad (21)$$

Değişken  $p_w^o$ , kurutma odasının su buharı basıncıdır ve kurutma odası içinde sabit kabul edilmekte ve çoğunlukla kondansatör tasarımında kullanılmaktadır.

$$p_w \Big|_{r=R(t)} = \gamma \left( T_I \Big|_{r=R(t)} \right), \quad r = R(t), \quad t > 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial p_{in}}{\partial x} \Big|_{r=R(t)} = 0, \quad r = R(t) \quad 0 < t \leq t_{r=R} \quad (23)$$

Süblimasyon arayüzünün hızı Eş. 24'de verilmiştir.

$$\frac{\partial R(t)}{\partial t} = \left( \frac{N_w \Big|_{r=R(t)}}{\rho_{II} - \rho_{Ie}} \right), \quad r = R(t), \quad t > 0 \quad (24)$$

## 2. MATERYAL VE METOT (MATERIAL AND METHOD)

### 2.1. Materyal (Material)

Bu çalışmada, dondurarak kurutma deneyleri için, Kocaeli'nin büyük zincir marketlerinin birinden temin edilen

Şalak (Apricos) olarak bilinen bir kayısı türü kullanılmıştır. Yapılan analizlerde, analitik saflığa sahip kimyasallar kullanılmıştır. Kullanılan bu malzemelerden, sodyum karbonat ve metanol Merck'ten (Darmstadt, Almanya) temin edilmiştir. Folin-Ciocalteu reaktifi, Fluka'dan (Buchs, İsviçre) ve gallik asit standardı Acros Organic'den (Geel, Belçika) temin edilmiştir.

### 2.2. Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması (Freeze drying of apricot fruit)

Kayısı meyvesinin dondurarak kurutma deneyleri pilot ölçekli dondurarak kurutucu (Virtis Ultra 25 XL, New York, NY) ile gerçekleştirilmiştir. Kondenser sıcaklığı  $-70^\circ\text{C}$ 'ye kadar düşebilirken, dondurarak kurutucunun raf plakası sıcaklığı  $-40$  ila  $60^\circ\text{C}$  arasında ayarlanabilir. Dondurarak kurutmanın çalışma koşulları, kurutma aşaması için  $-35^\circ\text{C}$ , kurutma aşaması için  $20$  ve  $30^\circ\text{C}$  ve kurutma sırasında kurutma odası basıncı için  $10$  Pa olarak seçilmiştir. Kayıslar dondurarak kurutulmadan önce çekirdekleri çıkarılarak yarım küre şeklinde tepsilere yerleştirilmiştir.

### 2.3. Renk özelliklerinin ve toplam fenolik içeriğinin belirlenmesi

(Determination of color properties and total phenolic content)

Kayısı meyvesinin renk analizi, Hunter Lab sistemine göre Konica Minolta CR-400 Chroma Meter (Osaka, Japonya) kullanılarak yapılmıştır. Numunelerin iç ve dış yüzeylerini kapsayan dört noktada ölçümler değerlendirilmiş ve ortalama sonuçlar verilmiştir. Kurutulmuş meyvenin, taze meyveden toplam renk farkı (AE) Eş. 25'de verilmiştir.

$$\Delta E = \sqrt{(L_o - L)^2 + (a_o - a)^2 + (b_o - b)^2} \quad (25)$$

"o" alt simgesi, taze numunelerin renk değerini belirtir. L, a ve b sırasıyla kurutulmuş numunelerin açıklığını, kızarıklığını ve sarılığını ifade eder. Referans olarak taze meyveler kullanılmaktadır ve daha büyük bir  $\Delta E$ , referans materyalden daha fazla renk değişimi olduğu anlamına gelmektedir. Folin-Ciocalteu kolorimetrik yöntemi, toplam fenolik içeriği (TFİ) ölçmek için yapılmıştır ve Wojdyło vd. [23] çalışmasında detaylı şekilde açıklanmıştır. Taze ve kuru kayısı meyvesinden (kuru kayısı için yaklaşık  $1$  g, yaş kayısı için yaklaşık  $2$  g) alınan örnekler, %75'lik  $10$  ml metanol çözeltisi içine alınmış ve ultrases banyosunda  $25^\circ\text{C}$ 'de  $1$  h bekletilmiştir. Ekstrakt solüsyonundan uygun hacimde çözelti alınarak Folin-Ciocalteu reaktifi ( $0,2$  mL) ve  $2,4$  mL distile su ilave edilmiştir. Oda sıcaklığında  $3$  dakika inkübasyon edilmiş ve  $1$  mL%  $20$  sodyum karbonat ilave edilen ekstrakt çözeltisi, karanlıkta  $1$  h inkübasyondan sonra spektrofotometrik yöntem ile analiz edilmiştir ( $765$  nm dalga boyu, Lambda 35, Perkin Elmer, Shelton, ABD). Miktar ölçümü, standart gallik asit eğrisi ( $R^2 = 0,9981$ ) ile gerçekleştirilmiştir. Üç tekrarlı analizin ortalama sonuçları, gallik asit eşdeğerleri (GAE),  $100$  g kuru madde (DM) başına mg olarak ifade edilmiştir. Kuru madde başına GAE hesaplamasında kullanılmak üzere, yaş ve dondurarak kurutulmuş kayısı için kuru madde miktarı, örneklerin

105°C’de sabit tartıma gelinceye kadar bekletilmesiyle elde edilmiştir. Yaş kaybı kuru madde oranı %9.40 bulunurken, dondurarak kurutulmuş kayısı kuru madde oranı %87,25’tir.

#### 2.4. Önerilen matematiksel modelin sayısal analizi (Numerical analysis of the proposed mathematical model)

Bu çalışmada önerilen model, dondurarak kurutmanın birincil kurutma aşamalarında kayısı meyvesindeki ısı ve kütle dağılımını temsil etmektedir. Model denklemleri, küresel koordinatlarda daha küçük problemler oluşturduğundan daha az hesaplama süresi gerektiren ortogonal sıralama sayısal tekniği ile çözülmüştür [24]. Bir dizi doğrusal olmayan parabolik kısmi diferansiyel denklem (KDD), birincil kurutma aşamasında aynı anda çözülmelidir. Bu amaçla, ortogonal kollokasyon yöntemini gerçekleştirmek için hem kurutulmuş (I) hem de donmuş (II) katmanlar için boyutsuz uzamsal yön tanımlanarak her denklem Eş. 26-Eş. 27’de boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\xi = \frac{r}{R(t)} \quad 0 \leq r \leq R(t) \quad (26)$$

$$\eta = \frac{r-R(t)}{R-R(t)} \quad R(t) \leq r \leq R \quad (27)$$

Dönüştürülen denklemler, daha sonra uzamsal yöndeki kollokasyon noktaları ile ortogonal kollokasyon kullanılarak uygun şekilde ayrıklaştırılır. Deneme fonksiyonları, sınır koşullarını sağlayan ortogonal Jacobi polinomları kümeleri olacak şekilde seçilmekte ve kollokasyon noktaları polinomların köklerinden elde edilmektedir. Bu şekilde kollokasyon noktaları, kökleri 0 ile 1 arasında bulunan ortogonal Jacobi polinomlarının kökleri olarak kabul edilir. Boyutsuz uzamsal yöne göre birinci ve ikinci kısmi türevler Eş. 28-29’daki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\partial Y(i)}{\partial \xi} = \sum_{j=1}^{N+2} A(i, j) Y(i), \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 Y(i)}{\partial \xi^2} = \sum_{j=1}^{N+2} B(i, j) Y(i), \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (29)$$

$\xi$  boyutsuz uzamsal yönü temsil etmekte, Y donmuş katmanın sıcaklığını,  $T_{II}$ , kurutulmuş katmanın sıcaklığını,  $T_I$ , inert basıncı,  $p_{in}$ , ve su buharı basıncı,  $p_w$ , ile tanımlanmaktadır.  $i$  terimleri ortogonal sıralama noktalarının kökünü belirtirken, A ve B elde edilen ayrıklaştırma matrislerini belirtmektedir. A ve B ayrıklaştırma matrisleri ve gerekli kollokasyon noktaları için Jacobi polinomlarının kökleri, Villadsen ve Michelsen [25] tarafından geliştirilen yöntem uygulanarak hesaplanmaktadır.

### 3. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Bu çalışmada, kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasının sayısal sonuçları, birincil kurutma aşaması için Eş. 1-Eş. 24’ün sınır ve başlangıç koşullarının eş zamanlı çözümü ile elde edilmiştir. Teorik modelde kullanılan ifadeler ve parametre değerleri Tablo 1’de verilmiştir. Kayısı meyvesinin erime ve kavrulma sıcaklıkları ( $T_m$ ,  $T_{scor}$ ) sırasıyla -10°C ve 50°C olarak belirlenmiştir. Bağlı suyun uzaklaştırılması, Eş. 8’de verilen birinci dereceden hız desorpsiyon mekanizması ile temsil edilmiştir. Bu çalışmada gerçekleştirilen kapsamlı model hesaplamaları, birincil kurutma sırasında uzaklaştırılan suyun toplam kütle akışının esas olarak arayüzdeki serbest suyun süblimleşmesinden elde edildiğine, buna karşın bağlı suyun uzaklaştırılmasının katkısının sınırlı olduğuna işaret etmektedir. Elde edilen sonuçlar Sadıkoğlu vd. raporladığı sonuçlar ile uyumludur [5]. Bu nedenle önerilen matematiksel modelde, bağlı suyu uzaklaştırma mekanizması, dondurarak kurutma işleminin birincil kurutma aşamasında ihmal edilebilir [26].

**Tablo 1.** Kayısı meyvesi dondurarak kurutma modeli için model parametreleri ve değerleri  
(Model parameters and their values for freeze-drying model of apricot fruit)

Parametreler	Değerler	Birimler
$k_{dl}$	$6,71 \times 10^{-7}$	$s^{-1}$
$r$	0,025	m
$p_{in}^o$	8,93	$N/m^2$
$p_w^o$	1,07	$N/m^2$
$P_0$	10	$N/m^2$
$T^o$	238,15	K
$T_{LP}$	300,15	K
$T_{UP}$	300,15	K
$T_{scor}$	323,15	K
$f(T_x)$	$133,3224[\exp(-2445,5646 / T_r + 8,23121 \log_{10}(T_r) - 0,01677006 T_r + 1,20514 \times 10^{-5} T_r^2 - 6,757169)]$	$N/m^2$
$\Delta H_s$	2840,0	$kJ/kg$
$\Delta H_v$	2687,4	$kJ/kg$
$\rho_I$	440,78	$kg/m^3$
$\rho_{II}$	892,60	$kg/m^3$
$C_{sw}^o$	0,6415	$kg \text{ su/kg katı}$
$\sigma$	$5,676 \times 10^{-11}$	$kW/m^2.K$
$\epsilon$	1	

### 3.1. Renk ölçümü ve toplam fenolik içerik (Color measurement and total phenolic content)

Kayısı meyvesinin renk özellikleri ve toplam fenolik içerik değerleri Tablo 2'de verilmiştir. Kayısı meyvesinin renk ölçümleri hem iç hem de dış yüzey için yapılmıştır. İç yüzey ve 20°C kurutma sıcaklığı için taze kayısı meyvesinin ortalama L, a ve b renk değerleri sırasıyla 60,80, 6,73 ve 39,01; kuru kayısı meyvesinin ortalama L, a ve b renk değerleri sırasıyla 79,59, 6,08 ve 37,40 olarak bulunmuştur. Dondurarak kurutma sıcaklığının kayısı meyvelerinin renk özelliklerine etkisini gözlemlemek için ek bir deney yapılmış ve 30°C kurutma sıcaklığı için ilgili L, a ve b değerleri aşağıdaki şekilde rapor edilmiştir. İç yüzey değerleri sırasıyla 80,08, 4,49 ve 36,64'tür. Düşük sıcaklıkta vakum altında dondurarak kurutma işleminin gerçekleştirilmesi nedeniyle dondurarak kurutma sıcaklığından beklendiği gibi parlaklık artmıştır [27]. Her iki kurutma sıcaklığının a ve b değerleri hafifçe azalmıştır ve bu düşüş eğilimi literatürdeki değerlerle uyumludur [28]. Toplam renk değişim değerleri, açıklık, kızarıklık ve sarılıktaki değişikliklerin anlaşılması için  $\Delta E$  değeri (Eş. 25) hesaplanmıştır. Dondurarak kurutma işlemi, elde edilen  $\Delta E$  değerlerine göre iç yüzeyleri dış yüzeylere göre daha fazla etkilemektedir. Geleneksel güneş kurutmasında, 50°C'de gerçekleştirilen güneş kurutması sonucu kayısı meyvesine ait L değeri Karabulut vd. tarafından yapılan çalışmada 70,7 değerinden 33,4'e düşmüştür [29]. Bu sonuç, esmerleşmenin dondurarak kurutma prosesinde daha az gerçekleştiğini göstermektedir. Dondurarak kurutma işleminin bir diğer önemli etkisi, kurutulmuş meyvelerin TFİ değeri üzerindedir. Leccese vd. farklı kayısı genotipleri için TFİ'nin 20,78 ile 75,76 mg GAE / 100 g taze ağırlık arasında değiştiğini bildirmişlerdir [30]. Yapılan analizler sonucunda taze kayısı meyvesinin toplam fenolik içeriği 295,60±16,55 mg GAE / 100 g DM olarak bulunmuş ve bu değer 602,63 ± 17,74 mg GAE / 100 g DM'ye yükselmiştir. Dondurarak kurutulmuş kayısı meyvelerinin TFİ'deki artış, dondurarak kurutma işleminin fenolik bileşiklerin ekstraksiyon etkinliğini arttırdığını göstermektedir.

### 3.2. Önerilen model için parametre tahmini (Parameter estimation for the proposed model)

Dondurarak kurutma işleminde, işlemin çözelti tabanlı mı yoksa parçacık tabanlı mı olduğuna bağlı olarak, dondurma aşamasında oluşan buz kristalleri büyük ölçüde farklı olabilmekte ve gözeneklerin gözenek boyutu dağılımını, şeklini, boyutunu ve kurutulmuş tabakanın gözenekli ağının gözenek bağlantısı belirlemektedir. Kuru tabaka I gözenekli matrisin yapısı çok karmaşıktır ve kayısı meyvesindeki kütle transferini tanımlamak için Dusty gaz modeli kullanılmaktadır. Bu amaçla, modelin oluşturulması için gerekli parametreler, dondurarak kurutulacak malzemede meydana gelen kütle ve ısı transferini ortaya çıkarmak için çok önemlidir. Kütle ve ısı transfer mekanizmasını ifade etmek için, film ısı iletkenliği,  $k_f$  inert gaz Knudsen difüzyivitesi,  $K_{in}$ , su buharı Knudsen difüzyivitesi,  $K_w$ , inert ve su buharı ikili karışımında serbest gaz karşılıklı difüzyivitesi,  $D_{w,ins}$ , gibi parametreler kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması için belirlenmelidir. Dondurarak kurutma modeli çözülerek elde edilen veriler ile deneysel veriler arasındaki fark minimum olana kadar yineleme işlemine devam edilir ve her bir yineleme için fark daha büyükse parametrelerin ilk tahmini değiştirilir. Bu süreç doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemine benzemektedir. Bu prosedürde, parametrelerin en iyi uyan değerlerini elde etmek için hatanın karesi (SSE) toplamı en aza indirilir ve teorik veriler,  $y_t$ , ile deneysel veriler,  $y_{ex}$  arasındaki farkı ifade etmektedir (Eş. 30).

$$SSE = \sum_{i=1}^N (y_{ex} - y_t)^2 \quad (30)$$

Eş. 30'da N deneysel verilerin sayısını belirtmektedir. Uzaklaştırılan su miktarı girdi verileridir ve deneyler bitene kadar her iki saatte bir deneysel olarak ölçülmektedir. Simüle edilen çıktı verileri teorik olarak uzaklaştırılan su miktarıdır ve deneysel girdi verileriyle aynı zaman aralığı için hesaplanmaktadır. Dondurarak kurutma modelinin en uygun parametreleri, minimum SSE çıktısı elde edildiğinde dikkate alınmaktadır. Tahmini taşınım parametreleri Tablo 3'te

**Tablo 2.** Taze ve dondurarak kurutulmuş kayısı meyvesinin renk özellikleri ve toplam fenolik içeriği (Color properties and total phenolic content of fresh and freeze-dried apricot fruit)

Örnek/Kurutma sıcaklığı	L	a	b	$\Delta E$
Yaş Kayısı				
İç yüzey	60,80±3,59	6,73±2,21	39,01±1,63	
Dış yüzey	65,78±1,31	4,16±1,52	40,02±2,76	
Kurutulmuş ürün/20°C				
İç yüzey	79,59±2,54	6,08±1,16	37,40±3,54	18,87±2,42
Dış yüzey	79,95±2,17	6,90±1,72	49,51±4,39	17,27±1,85
Kurutulmuş ürün /30°C				
İç yüzey	80,08±0,89	4,49±0,84	36,64±2,64	19,56±3,20
Dış yüzey	82,23±1,18	3,10±1,25	43,27±2,60	16,79±0,34
	TFİ (mg GAE/100 g dm)			
	Yaş Kayısı		295,60±16,55	
Kayısı	Kurutulmuş/30°C		602,63 ± 17,74	

verilmiştir.  $C_{01}$ ,  $C_2$  ve  $D_{w,in}^0$  yapısal parametrelerdir ve sırasıyla Knudsen difüzyon sabiti, yığın difüzyon sabiti ve öz difüzyon sabiti hesaplamasında kullanılarak parçacık içi konvektif mekanizmayı tanımlamaktadır. Kütle taşınım parametrelerine ek olarak  $C_{pg}$ ,  $C_{pie}$ ,  $C_{pII}$ ,  $k_f$ ,  $k_{le}$ , ve  $k_{II}$  gözenekli kuru tabakada ısı transfer davranışını göstermek için gereklidir.

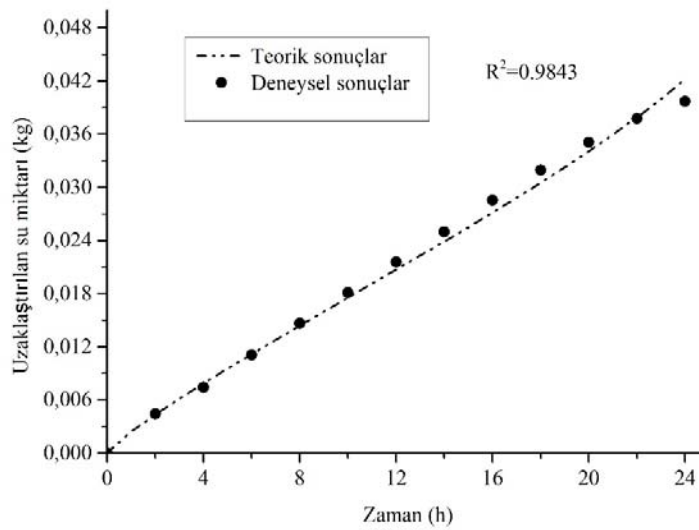
### 3.3. Modelin doğrulanması (Validation of the model)

Kayısı meyvesinin dondurarak kurutma modelinin yüksek doğrulukta sonuçlar vermesi için gerekli parametreler tahmin edildikten sonra, modelin deneysel sonuçlarla uyumluluğunu göstermek için model doğrulanması yapılmıştır. Dondurarak kurutma işlemi sırasındaki

davranışları analiz etmek ve modeli doğrulamak için, model denklemlerin çözümünden elde edilen teorik uzaklaştırılan su miktarı ile deneysel uzaklaştırılan su miktarı değerleri karşılaştırılmıştır. Dondurarak kurutma modeli, kayısı meyvesinin yarıçapını ve kurutma süresini, istenen kurutma süresinde uzaklaştırılan su miktarını tahmin etmek için girdi olarak kullanılmaktadır. Şekil 2, farklı kurutma sürelerinde numuneden uzaklaştırılan su miktarı için teorik sonuçları ve birincil kurutma aşamasında elde edilen deneysel verileri göstermektedir. Kayısı meyvesi yarım küre şeklinde dondurarak kurutulmuştur. Kurutulan bu yarım küre malzemenin üst yüzeyinden gerçekleşen kütle transferi neticesinde uzaklaşan su miktarı kurutma süresine karşı gösterilmiştir. Önerilen matematiksel modelin kayısı meyvesinin kurutulmasının ve bu süreçte oluşan dinamik

**Tablo 3.** Kayısının dondurarak kurutulması için tahmin edilmiş model parametreleri  
(Estimated model parameters for freeze-drying of apricot)

Parametreler	Değerler	Birimler
$C_{01}$	$5 \times 10^{-15}$	$m^2$
$C_2$	0,9210	
$C_{pg}$	0,5739	$kJ/kg.K$
$C_{pie}$	3,3385	$kJ/kg.K$
$C_{pII}$	2,5786	$kJ/kg.K$
$D_{w,in}^0$	$6,7417 \times 10^{-4} (T_{(r=R)} + T_{(r=R(t))})^{1.5}$	$kg.m/s^3$
$K_w$	$3,223 \times 10^{-5} (T_{(r=R)} + T_{(r=R(t))})^{0.5}$	$m^2/s$
$K_{in}$	$1,126 \times 10^{-4} (T_{(r=R)} + T_{(r=R(t))})^{0.5}$	$m^2/s$
$k_f$	$6,4919 \times 10^{-4}$	$kW/m^2.K$
$k_{le}$	$2,596 \times 10^{-7} (P_{in} + P_{(r=R(t))}) + 3,9806e^{-5}$	$kW/m.K$
$k_{II}$	$2,1847 \times 10^{-3}$	$kW/m.K$
$\epsilon_p$	0,785	



**Şekil 2.** Kayısı meyvesinin dondurarak kurutulmasında birincil kurutma aşamasında kurutma süresine karşı uzaklaşan su miktarı ( $r = 0,025$  m)

(Amount of water removed against drying time during the primary drying stage of the freeze-drying of apricot fruit ( $r=0.025$  m))



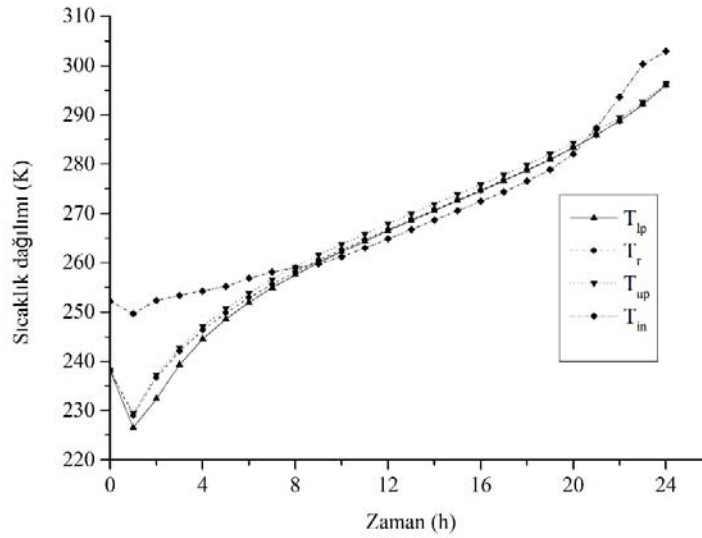
davranışların tahmin edilmesinde kullanılabileceği kanıtlanmıştır. Deneysel sonuçlar ve matematiksel model sonuçları oldukça uyumludur.

### 3.4. Simüle edilen sonuçların değerlendirilmesi (Evolution of simulated results)

Kayısı meyvesinin zamana göre teorik ve deneysel sıcaklık dağılımları Şekil 3'te gösterilmiştir. Dondurulmuş kayısı sıcaklığı, birincil kurutma aşamasının başlangıcında  $r = R$ 'de  $T_F = -35^\circ\text{C}$ 'dir. Kurutma için gerekli olan ısı alttan verilmekte ve üst yüzeyde iletim ve ışınım ile ısı transferi gerçekleşmiş olup bu noktada raf sıcaklığı  $30^\circ\text{C}$ 'dir. Vakum koşullarında süblimasyon için gerekli ısı ve raf sıcaklığı ile ürün yüzeyi arasındaki yüksek sıcaklık farkı nedeniyle ani sıcaklık düşüşü beklenmektedir. Süblimasyon entalpisi ( $\Delta H_s$ ), süblimleşmenin gerçekleşmesi için gerekli olan ısıyı ifade etmekte ve bu ısı hızlı sıcaklık düşüşünden sağlanmaktadır.  $T_{ip}$ ,  $T_{up}$  ve  $T_r$  zamanla artış göstermiş ve belirtilen üç sıcaklığın birincil kurutma aşamasının sonunda ( $t = 24$  h) hemen hemen eşit olduğu görülmüştür. Kayısının küresel numune olarak dondurarak kurutulmasında, hareketli süblimasyon ara yüzü en dış yüzeyden merkeze doğru hareketi tamamladığında ve ikinci kurutma aşamasına geçildiğinde birincil kurutma aşaması gerçekleştirilir. Kuru tabakadaki süblimasyon arayüzünün aşağı doğru hareketi ile oluşan gözenekli sert yapıları oluşmasıyla, kurutulmuş tabakadaki serbest su miktarı zamanla azalmaktadır. Başka bir deyişle, süblimasyon için zamanla gereken ısı miktarı başlangıç değerinden daha azdır, böylece üst plaka ile alt plaka arasındaki sıcaklık farkları giderek azalmaktadır. Ancak kurutma sırasında kayısının ortasından alınan sıcaklık değerleri,  $T_r$ , modelin çözümlerinden elde edilen sıcaklık değerleri ile uyumludur.

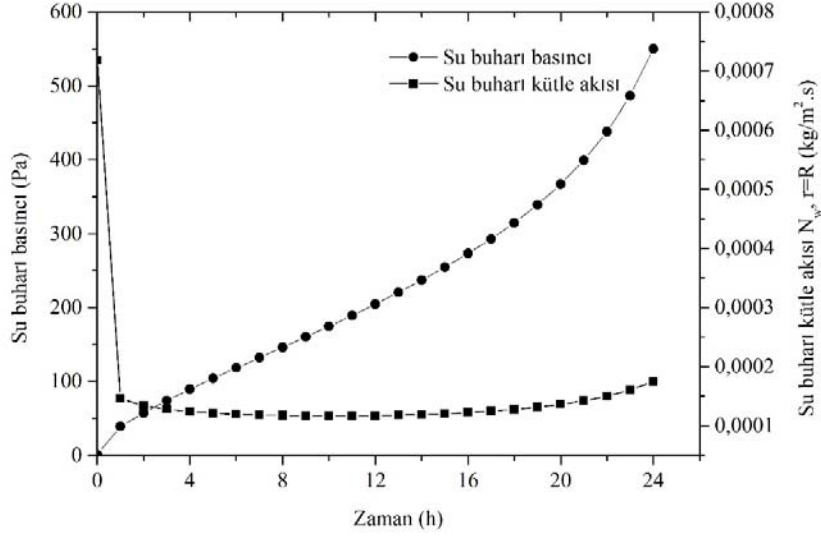
Birincil kurutma aşamasında kurutulmuş malzemenin üst yüzeyinden çeşitli kurutma zamanlarında uzaklaştırılan su buharının hesaplanan kütle akışı,  $N_w|_{r=R}$ , Şekil 4'te gösterilmektedir. Simülasyonun başlangıcında, elde edilen su buharı kütle akışı maksimumdur, çünkü kurutulmuş tabakanın kalınlığı sonsuz olarak kabul edilebilir ve kütle transferine karşı direnç neredeyse sıfırdır. Süblimasyon arayüzünün hareketi,  $r=R$ 'den  $r=0$ 'a doğru gerçekleşmekte ve birincil kurutma aşamasında, gözenekli kurumuş tabakanın oluşmasına neden olmaktadır. Böylece, gözenekli kurutulmuş tabaka, kütle ve ısı transferine karşı önemli bir direnç sağlamaktadır. Buna ek olarak, parçacık bazlı malzemeler için  $r = R$ 'deki kısmi su buharı basıncı, küresel malzemelerin dondurarak kurutma işleminin birincil kurutma aşamasında zamana karşı çizilmektedir. Kütle ve ısı transferine karşı direnç arttıkça ve kurumuş tabakanın hacmi arttıkça, karşılaşılan direncin üstesinden gelmek için su buharı kısmi basıncı zamanla artmaktadır. Şekil 5'te gösterilen süblimasyon arayüzü  $r=R$ 'den  $r=0$ 'a kademeli olarak değişmekte ve kurutulmuş bölgenin alanını arttırarak dondurarak kurutulmuş numune kütle transfer direnci yaratmaktadır. Oluşan kütle aktarım direncinin üstesinden gelmek için, daha yüksek su buharı gereklidir ve böylece kurutulmakta olan malzemedeki sıcaklığı zamanla artmaktadır. Kısmi su buharındaki artış, Liapis vd.'nin çalışmasında elde edilen sonuçlarla uyumludur [17].

Ürün yarıçapı, ürünün şekli gibi yapısal parametrelerin, kurutma sıcaklığı gibi çalışma koşullarının kurutma süresine etkisi sırasıyla Şekil 6-8'de sunulmuştur. Şekil 6'daki kurutma eğrilerinin sonuçları, ürün yarıçapı,  $r$ , arttıkça birincil kurutma aşamasının süresinin arttığını göstermektedir. Bu durum iki ana neden ile açıklanabilir. i) Alt ısıtma plakasından süblimasyon arayüzüne olan

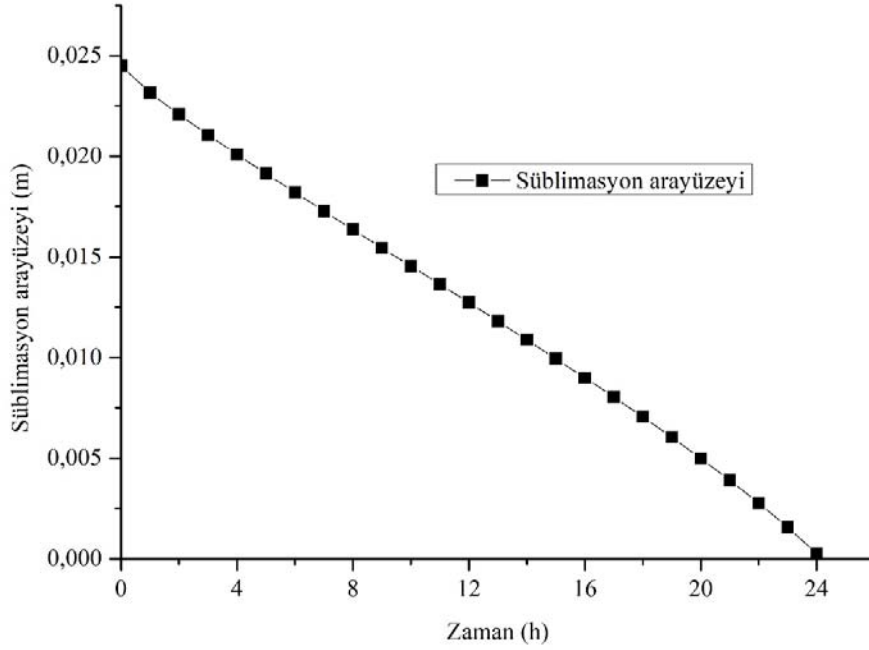


**Şekil 3.** Meyvenin birincil kurutma safhasında teorik üst yüzey sıcaklık değişimi,  $T_{up}$ , meyvenin teorik alt yüzey,  $T_{ip}$ , meyvenin teorik ara yüzey,  $T_r$ , meyvenin deneysel iç sıcaklığı,  $T_{in}$

(The temperature variation of the theoretical top surface of fruit,  $T_{up}$ , theoretical bottom surface of fruit,  $T_{ip}$ , theoretical interface surface of fruit,  $T_r$ , the experimental inside temperature of fruit,  $T_{in}$  during the primary drying stage)



Şekil 4. Su buharı basıncı,  $p_w$  ve su buharı kütle akısının,  $N_w$ 'nin  $r = R$  konumunda değişimi (Variation of the water vapor pressure,  $p_w$ , at position  $r = R$  and water vapor mass flux,  $N_w$ , at position  $r = R$ )

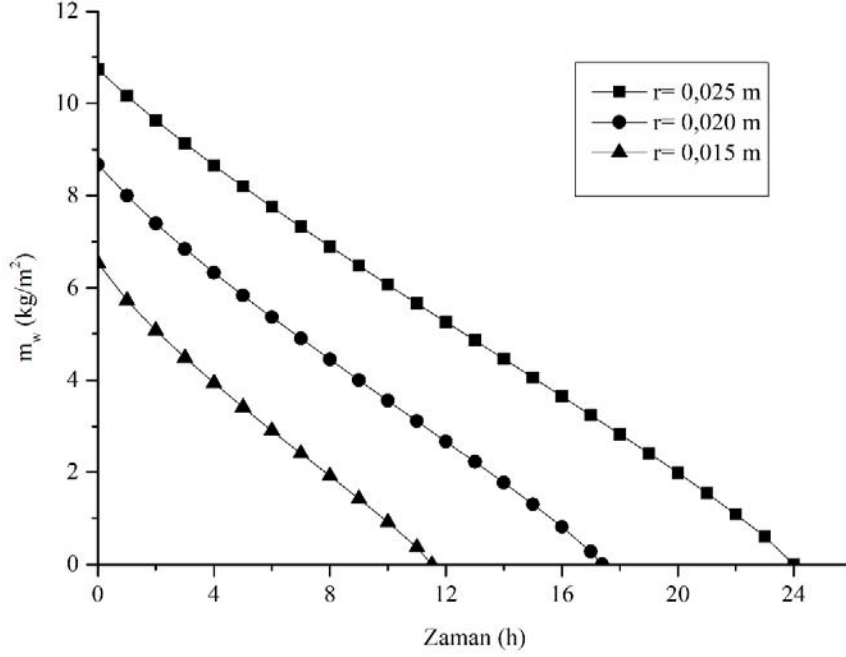


Şekil 5. Birincil kurutma aşamasında  $r = R(t)$  konumunda süblimasyon arayüzü,  $V_r$  (Sublimation interface,  $V_r$ , at position  $r=R(t)$  during primary drying stage)

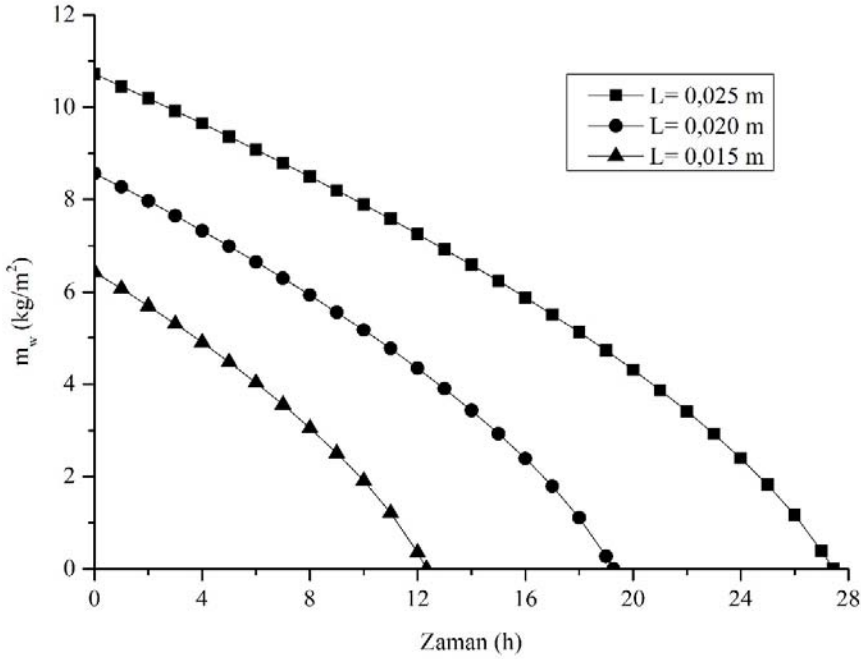
mesafeler artmakta ve ii) gözenekli donmuş katman II'de artan yüzey alanı nedeniyle oluşan direnç, ısı transferini azaltmaktadır. Örnek olarak,  $r=0,025$  m için kurutma süresi 24 saattir, ancak  $r=0,020$  m olduğunda kurutma süresi değeri 17,39 saattir ve bu birincil kurutma aşamasının süresinin %27,54 oranında azaldığını göstermektedir. Ürün yarı çapı değeri,  $r=0,020$ 'den  $r=0,015$  m'ye değiştirildiğinde, kurutma süresi değeri 17,39'dan 11,52 saate düşmüştür ve bu değer birincil kurutma safhası süresinde %33,75'lik bir azalmaya

neden olmuştur. Şekil 6'daki sonuçlar açıkça, birincil kurutma aşamasının süresinin, kurutulmakta olan malzemenin yarıçapının doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğunu belirtmektedir.

Şekil 7, kurutulan malzemenin yapısal özellikleri olan ürün şeklinin kurutma süresi üzerindeki etkisini ortaya çıkarmak için grafik haline getirilmiştir. Bu amaçla, kurutulan malzeme plaka şeklinde olarak kabul edilmiş ve kartezyen



**Şekil 6.** Ürün yarıçapının, r, kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması süresine etkisi (Kurutma sıcaklığı=30°C) (The effect of product radius, r, on the freeze-drying time of apricot fruit while drying temperature is 30°C)



**Şekil 7.** Ürün şeklinin kayısı meyvesinin dondurarak kurutulması sırasında kurutma süresine etkisi (Kurutma sıcaklığı=30°C) (The effect of product shape on the freeze-drying time of apricot fruit while drying temperature is 30°C)

koordinatlar için önerilen dondurarak kurutma modeli çözülmüştür. Şekil 7'deki sonuçlar, kurutulan ürünün şeklinin dikkate alınması gereken önemli bir parametre olduğunu göstermektedir. Birincil kurutma aşamasının süresi, ürün şekli küreselden plaka haline değişikçe artmaktadır. Kurutma süresi, L=0,025 m için 27,44 saattir, ancak L=0,020 m olduğunda kurutma süresi değeri 19,27

saat olmakta ve bu değer, birincil kurutma aşamasının süresinin %29,77 azaldığını göstermektedir. Ürünün kalınlığı (L) 0,025'ten 0,020 m'ye, L değeri 0,020'den 0,015 m'ye düştüğünde, kurutma süresi değeri 19,27'den 12,33 saate düşmüştür, bu da kurutma süresi değerinde %36,01'lik bir düşüşe işaret etmektedir. Kartezyen düzlemde birincil kurutma aşama süresinin, küresel düzleme göre daha yüksek

olmasının birincil nedeni, plaka şeklindeki kurutulmuş üründe oluşan kütle transfer direncinin daha yüksek olmasıdır. Diğer bir deyişle kayısı tanesinin küresel olarak kapladığı alan plaka şekline göre daha az olmaktadır.

Şekil 8, raf plakasının sıcaklığının kurutma süresine etkisini göstermektedir. Kayısının kavrulma sıcaklığı 50°C kabul edildiğinden dondurarak kurutma işlemi için sırasıyla 20, 30 ve 40°C kurutma sıcaklığı simüle edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre ısıtma plakasının sıcaklığı artarken kurutma süresi azalmaktadır. 20°C'de gerçekleşen kurutma süresi 27,36 saattir, ancak kurutma sıcaklığı 40°C'ye çıktığında kurutma süresi değerinin 20,41 saat olduğu görülmüştür ve bu da birincil kurutma aşamasının süresinin %25,40 arttığını göstermektedir. Bu bulgu, partikül bazlı bir materyalin kütle transfer akışının dondurarak kurutma sıcaklığının artırılmasıyla geliştirilebileceğini göstermektedir. Kütle aktarım hızını tanımlayan parametreler olan yığın difüzyonu, Darcy akışı ve Knudsen taşınımı sıcaklığın bir fonksiyonudur ve kurutma süresinin hesaplamasında çok önemli bir rol oynamaktadır.

#### 4. SİMGELER (SYMBOLS)

- $C_{01}$  : Göreceli Darcy akış geçirgenliği ( $m^2$ )  
 $C_2$  : Yığın difüzyon oranı (boyutsuz)  
 $C_p$  : Isı kapasitesi (kJ/kg.K)  
 $C_{sw}$  : Bağlı su konsantrasyonu (kg su/kg katı)  
 $D_{w,in}^0$  :  $D_{w,in}P$  (N/s)  
 $D_{w,in}$  : İkili su buharı ve inert gaz karışımında bulunan karşılıklı serbest gaz difüzyon hızı  
 $f(T_r)$  : Su buharı basınç-sıcaklık fonksiyonel formu  
 $k$  : Termal iletkenlik  
 $k_1$  : Yığın difüzyon sabiti,

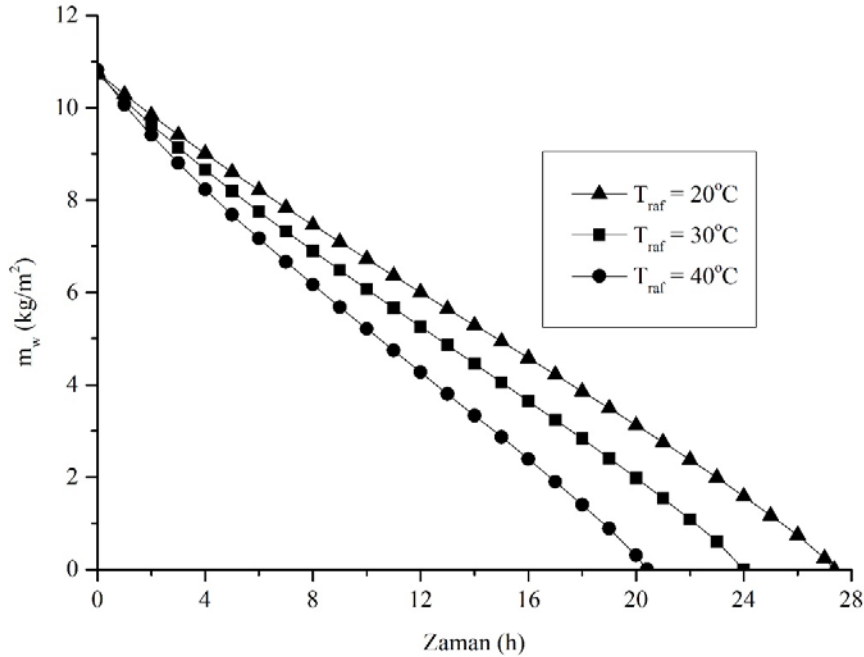
- $C_2 D_{w,in}^0 K_w / (C_2 D_{w,in}^0 + K_{mx}P)$   
 $k_2, k_4$  : Öz difüzyon sabiti,  
 $(K_w K_{in} / (C_2 D_{w,in}^0 + K_{mx}P)) + (C_{01} / \mu)$   
 $k_3$  : Yığın difüzyon sabiti,  
 $C_2 D_{w,in}^0 K_{in} / (C_2 D_{w,in}^0 + K_{mx}P)$   
 $k_d$  : Bağlı suyun desorpsiyon hızı sabiti  
 $k_f$  : Film termal iletkenliği (kW/m.K)  
 $K_{in}$  : İntert gaz Knudsen difüzyon hızı,  
 $K_{in} = C_1(RT_1/M_{in})^{0.5}$   
 $K_w$  : Su buharı Knudsen difüzyon hızı,  
 $K_w = C_1(RT_1/M_w)^{0.5}$   
 $L$  : Kurutulmuş malzemenin kalınlığı (m)  
 $M$  : Moleküler ağırlık (kg)  
 $N$  : Kütle akışı ( $N_w + N_{in}$ )  
 $P$  : Kurutulmuş tabaka toplam basıncı (Pa)  
 $t$  : Zaman  
 $T$  : Sıcaklık  
 $V$  : Arayüzey hızı  
 $R(t)$  : Süblimasyon arayüzeyinin zamanla konumu  
 $r$  : Uzay koordinatındaki küresel malzemenin yarıçapı

#### 4.1. Yunan Harfleri (Greek Letters)

- $\Delta H_s$  : Donmuş suyun süblimleşme entalpisi  
 $\Delta H_v$  : Suyun buharlaşma entalpisi  
 $\mu$  : Viskozite  
 $\alpha$  : Termal difüzyon hızı  
 $\varepsilon$  : Emisyon sabiti  
 $\rho$  : Yoğunluk  
 $\sigma$  : Stefan-Boltzman sabiti

#### 4.2. Üst İndisler (Superscripts)

- o : İlk değer,  $t=0$



Şekil 8. Ürün yarıçapı 0,025 m iken, kayısı meyvesinin dondurarak kurutulma süresine raf sıcaklığının,  $T_{raf}$ , etkisi (The effect of temperature of shelf plate,  $T_{shelf}$ , on the freeze-drying time of apricot fruit while product radius is 0.025 m)

#### 4.3. Alt İndisler (Subscripts)

e	: Efektif değer
exp	: Deneysel
f	: Film
I	: Kurutulmuş tabaka
II	: Donmuş tabaka
in	: İnerit
lp	: Alt tabaka
m	: Erime
mx	: Karışım
o	: Yüzey değeri
scor	: Kavrulma
up	: Üst plaka
w	: Su buharı
x	: Ara yüz değeri

#### 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışma kapsamında, kayısı meyvesi dondurarak kurutulmuştur. Elde edilen deneysel sonuçlar doğrultusunda, matematiksel model küresel koordinatlarda oluşturulmuş ve kayısı meyvesi için deneysel sonuçlar doğrulanmıştır. Ürünün yapısal parametrelerinin ve çalışma koşullarının birincil kurutma aşamasına etkisi incelenmiştir. Kayısı meyvesinin yarıçapı arttırıldığında ve kurutma sıcaklığı azaltıldığında kurutma süresinin arttığı tespit edilmiştir. Ayrıca, kurutulan meyve şeklinin kurutma süresi üzerinde etkisi olduğu sonucuna varılmıştır. Bu çalışmada sunulan matematiksel modelin, dondurarak kurutma işleminin tasarımı, optimizasyonu ve kontrolünde kullanılmak üzere gerekli ve temel bir yeteneği sunduğu düşünülmektedir. Ayrıca, dondurarak kurutma işleminin kurutulmuş meyvenin rengine ve toplam fenol içeriğine etkisi araştırılmıştır. Kayısı meyvesinin kurutulduktan sonraki renk değişiminin kabul edilebilir olduğu ve TFİ'nin korunmasında dondurarak kurutma işleminin önemli olduğu görülmüştür.

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Yazar, kayısı meyvesinin toplam fenolik deneylerindeki yardımlarından dolayı Dr. M. Yıldırım-Yalçın'a teşekkür eder.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Gümüştay, Ö.A., Borazan, A.A., Ercal, N., Demirkol, O., Drying effects on the antioxidant properties of tomatoes and ginger, *Food Chemistry*, 173, 156-162, 2015.
- Chang, C.H., Lin, H.Y., Chang, C.Y., Liu, Y.C., Comparisons on the antioxidant properties of fresh, freeze-dried and hot-air-dried tomatoes, *Journal of Food Engineering*, 77 (3), 478-485, 2006.
- Essalhi, H., Benchrifá, M., Tadili, R., Bargach, M.N., Experimental and theoretical analysis of drying grapes under an indirect solar dryer and in open sun, *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, 49, 58-64, 2018.
- Fissore, D., Harguindeguy, M., Ramirez, D.V., Thompson, T.N., Development of freeze-drying cycles for pharmaceutical products using a micro freeze-dryer, *Journal of Pharmaceutical Sciences*, 109, 797-806, 2020.
- Sadikoglu, H., Liapis, A.I., Mathematical modelling of the primary and secondary drying stages of bulk solution freeze-drying in trays: parameter estimation and model discrimination by comparison of theoretical results with experimental data, *Drying Technology*, 15 (3-4), 791-810, 1997.
- Patel, S.M., Doen, T., Pikal, M.J., Determination of end point of primary drying in freeze-drying process control, *AAPS PharmSciTech*, 11 (1), 73-84, 2010.
- El-Maghlany, W.M., Bedir, A.E.-R., Elhelw, M., Attia, A., Freeze-drying modeling via multi-phase porous media transport model, *International Journal of Thermal Sciences*, 135, 509-522, 2019.
- Bobba, S., Harguindeguy, M., Colucci, D., Fissore, D., Diffuse interface model of the freeze-drying process of individually frozen products, *Drying Technology*, 38 (5-6), 758-774, 2020.
- Tarafdar, A., Shahi, N.C., Singh, A., Freeze-drying behaviour prediction of button mushrooms using artificial neural network and comparison with semi-empirical models, *Neural Computing and Applications*, 31 (11), 7257-7268, 2019.
- Gloor, P.J., Crosser, O.K., Liapis, A.I., Dusty-Gas parameters of activated carbon absorbent particles, *Chemical Engineering Communications*, 59 (1-6), 95-105, 1987.
- Millman, M.J., Liapis, A.I., Marchello, J.M., An analysis of the lyophilization process using a sorption-sublimation model and various operational policies, *AICHE Journal*, 31 (10), 1594-1604, 1985.
- Hammami, C., René, F., Determination of Freeze-drying Process Variables for Strawberries, *Journal of Food Engineering*, 32 (2), 133-154, 1997.
- Nakagawa, K., Ochiai, T., A mathematical model of multi-dimensional freeze-drying for food products, *Journal of Food Engineering*, 161, 55-67, 2015.
- Yoğurtçu H., Optimization of microwave apple drying using response surface method, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34 (3), 1365-1376, 2019.
- Ferguson, W.J., Lewis, R.W., Tömösy, L., A finite element analysis of freeze-drying of a coffee sample, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 108 (3-4), 341-352, 1993.
- Mascarenhas, W.J., Akay, H.U., Pikal, M.J., A computational model for finite element analysis of the freeze-drying process, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 148 (1-2), 105-124, 1997.
- Liapis, A.I., Bruttini, R., A mathematical model for the spray freeze drying process: The drying of frozen particles in trays and in vials on trays, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 (1-2), 100-111, 2009.

18. Song, C.S., Nam, J.H., Kim, C.J., Ro, S.T., A finite volume analysis of vacuum freeze drying processes of skim milk solution in trays and vials, *Drying Technology*, 20 (2), 283-305, 2002.
19. Sadikoglu, H., Liapis, a. I., Crosser, O.K., Optimal control of the primary and secondary drying stages of bulk solution freeze drying in trays, *Drying Technology*, 16 (3-5), 399-431, 1998.
20. Aydin, E.S., Yucel, O., Sadikoglu, H., Modelling and simulation of a moving interface problem: freeze drying of black tea extract, *Heat and Mass Transfer*, 53 (6), 2143-2154, 2017.
21. Whitaker, S., Simultaneous heat, mass, and momentum transfer in porous media: a theory of drying, *Advances in Heat Transfer*, 13, 119-203, 1977.
22. Sheehan, P., Liapis, A.I., Modeling of the primary and secondary drying stages of the freeze drying of pharmaceutical products in vials: Numerical results obtained from the solution of a dynamic and spatially multi-dimensional lyophilization model for different operational policies, *Biotechnology and Bioengineering*, 60 (6), 712-728, 1998.
23. Wojdyło, A., Oszmiański, J., Czemerys, R., Antioxidant activity and phenolic compounds in 32 selected herbs, *Food Chemistry*, 105 (3), 940-949, 2007.
24. Hernández-Calderón, O.M., Rubio-Castro, E., Rios-Iribe, E.Y., Solving the heat and mass transfer equations for an evaporative cooling tower through an orthogonal collocation method, *Computers and Chemical Engineering*, 71, 24-38, 2014.
25. Villadsen, J., Michelsen, M. L., A review of : solution of differential equation models by polynomial approximation, *Chemical Engineering Communications*, 2 (6), 275-275, 1978.
26. Solsvik, J., Jakobsen, H.A., Effects of Jacobi polynomials on the numerical solution of the pellet equation using the orthogonal collocation, Galerkin, tau and least squares methods, *Computers and Chemical Engineering*, 39, 1-21, 2012.
27. Gümüşay, Ö.A., Yalçın, M.Y., Effects of freeze-drying process on antioxidant and some physical properties of cherry laurel and kiwi fruits, *Akademik Gıda*, 17 (1), 9-15, 2019.
28. Ihns, R., Diamante, L.M., Savage, G.P., Vanhanen, L., Effect of temperature on the drying characteristics, colour, antioxidant and beta-carotene contents of two apricot varieties, *International Journal of Food Science & Technology*, 46 (2), 275-283, 2011.
29. Karabulut, I., Topcu, A., Duran, A., Turan, S., Ozturk, B., Effect of hot air drying and sun drying on color values and  $\beta$ -carotene content of apricot (*Prunus armenica* L.), *LWT-Food Science and Technology*, 40 (5), 753-758, 2007.
30. Leccese, A., Bartolini, S., Viti, R., Total antioxidant capacity and phenolics content in apricot fruits, *International Journal of Fruit Science*, 7 (2), 3-16, 2007.