



Reflections from the pre-service teachers' geometric modeling design process: Is it half the base or the height?

Sevda Göktepe Yıldız

Biruni University, Faculty of Education, Istanbul, Turkey.

ABSTRACT

Within the scope of the research, three different geometric modeling problem activities were carried out during a three-week period in a geometry-teaching course at a state university. As part of this comprehensive study, the modeling competencies of pre-service mathematics teachers in the "Is the base or half the height?" geometry problem were examined. The participants of the study were thirty-seven fourth grade students of middle school mathematics education and they were selected according to the purposeful sampling method. The data of the study were collected through worksheets and concrete geometric models designed by pre-service mathematics teachers. The participants were given a geometry problem case that included the proof of the triangle's area formula, and the pre-service teachers were asked to make the mathematical solution and then design and present it in the form of geometric concrete models. The data were analyzed through the rubric developed in terms of the mathematical understanding, the processes of transforming geometric shapes and the geometric model they designed. Findings showed that most of the pre-service teachers solved the geometric modeling problem correctly and created functional models. In addition, while creating concrete geometrical models, the pre-service teachers took into account their previous mathematical knowledge and put their spatial skills to work.

ARTICLE INFO

Article History:

Received:17.10.2020

Received in revised form:05.12.2020

Accepted:08.12.2020

Available online:23.12.2020

Article Type: Standard paper

Keywords: models, mathematical modeling, geometric modeling, spatial ability, the area of triangle

© 2020 IJESIM. All rights reserved

1. Introduction

Model and modeling have come up in recent years in meeting our basic needs, technology, education, and in different fields (Kaiser, 2010). Through mathematical modeling, students can develop a thinking system that finds solutions to real-life problems (MEB, 2005). Modeling activities show that the subjects taught in schools can also be used in real life outside of school (Kaiser, Schwarz and Tiedemann, 2010).

In studies conducted with pre-service teachers, it has been observed that applications for mathematical modeling contribute to the professional development of them (Lesh and Doerr, 2003). In the literature, there are studies conducted with pre-service teachers on mathematical modeling (e.g. Kertil, 2008; Korkmaz, 2010; Bukova Güzel, 2011; Eraslan, 2011; Duran, Doruk and Kaplan, 2016; Dede, Akçakın and Kaya, 2018; Şahin and Eraslan, 2019). In this study, modeling competencies of pre-service mathematics teachers were evaluated through a problem situation in geometry. It is thought that the modeling approaches of the participants in the solution of the "Is the base or half the height?" problem will be affected by their spatial abilities. In this respect, it was observed how the participants used their spatial abilities regarding the modeling problem.

¹ Corresponding author's address: Biruni University, Faculty of Education, Istanbul, Turkey.
e-mail: sgoktepe@biruni.edu.tr
DOI:

2. Method

This study, which examines the mathematical understanding/solutions and the geometrical models of middle school mathematics pre-service teachers was carried out as a case study. The research was carried out with 37 pre-service teachers who were attending the fourth grade of elementary mathematics teaching in the 2018-2019 academic year and were trained in the teaching of various geometric subjects within the scope of the Geometry Teaching course. One of the data collection tools of the research was the worksheet with the geometry problem and the other was the concrete geometric models designed by pre-service teachers. A rubric was developed to evaluate both students' mathematical understanding of the problem and the concrete geometric models they created.

3. Findings

In the first stage of the evaluation rubric, an examination was conducted on how much pre-service mathematics teachers understood the geometry problem presented to them. It was revealed that most of the pre-service teachers (24 participants) were at a sufficient level. 10 pre-service teachers showed a somewhat adequate approach. Three of the pre-service teachers could not fully understand the modeling problem.

In the second stage of the evaluation rubric, an examination was made for the mathematical interpretations of the middle school mathematics pre-service teachers for the presented geometry problem. Most of the pre-service teachers ($n = 22$) made sufficient mathematical interpretations and operations for the problem. 10 of them exhibited mathematical interpretations and operations that could be considered sufficient to some extent. The mathematical interpretations made by five pre-service teachers for the solution of the problem were insufficient.

In the third stage of the evaluation rubric, an examination was conducted for the elementary mathematics pre-service teachers to transform geometric shapes for the presented geometry problem. It was seen that most of the pre-service teachers (19 participants) in the step of transforming geometric shapes were at a sufficient level. 11 pre-service teachers were somewhat sufficient in transforming geometric shapes to solve the problem. Seven participants were not at a sufficient level to transform geometric shapes in solving the modeling problem.

In the fourth stage of the evaluation rubric, an examination was made for the participants to design and create a geometric model for the presented geometry problem. It was seen that most of the pre-service teachers (17 participants) were at a sufficient level in the step of creating geometric models. Geometric models created by 11 pre-service teachers were sufficient to some extent. Nine pre-service teachers were not at a sufficient level in forming geometric models.

Examples for proficiency levels at all stages of the evaluation rubric were presented in the findings section of the article.

4. Conclusion and Suggestions

The majority of the pre-service teachers designed concrete geometric models that were adequately evaluated for the given problem situation. In this process, it was determined that the modeling competencies were at a sufficient level in the other stages of the modeling processes taken into consideration.

"Is it half the base or the height?" problem enables pre-service teachers to actively transition between two planar shapes. By creating similar contexts, it is thought that both the modeling competencies and spatial skills of teacher candidates and teachers can be improved. Changes or additions can be made using other modeling steps in the literature to examine the modeling competencies of pre-service mathematics teachers.

Öğretmen adaylarının geometrik modelleme tasarımı sürecinden yansımalar: Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?

Sevda Göktepe Yıldız 

Biruni Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İstanbul, Türkiye.

ÖZ

Araştırma kapsamında bir devlet üniversitesinde geometri öğretimi dersinde üç haftalık sürede üç farklı geometrik modelleme problemi etkinliği gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamlı çalışmanın parçası olarak araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” geometri probleminin çözüm sürecindeki modelleme yeterlilikleri incelenmiştir. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemine göre seçilmiş olup otuz yedi ilköğretim matematik öğretmenliği dördüncü sınıf öğrencisidir. Çalışmanın verileri çalışma yapıları ve öğretmen adaylarının hazırladıkları somut geometrik modeller aracılığıyla toplanmıştır. Katılımcılara üçgenin alan formülünün ispatını içeren bir geometri problemi durumu verilmiş ve öğretmen adaylarından matematiksel çözümü yapmaları ardından geometrik somut modeller şeklinde tasarlayarak sunmaları istenmiştir. Veriler öğretmen adaylarının matematiksel anlama, geometrik şekilleri dönüştürme süreçleri ve tasarladıkları geometrik model açısından geliştirilen rubrik aracılığıyla analiz edilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının çoğunun geometrik modelleme problemini doğru bir şekilde çözdüklerini ve işlevsel modeller oluşturduklarını göstermiştir. Ayrıca öğretmen adayları somut geometrik matematiksel modelleri oluştururken önceki matematiksel bilgilerini göz önünde bulundurmışlar ve uzamsal yeteneklerini işe koşmuşlardır.

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihi:

Alındı:17.10.2020

Düzeltilmiş hali alındı:05.12.2020

Kabul edildi:08.12.2020

Çevrimiçi yayınlandı:23.12.2020

Makale Türü: Standart Makale

Anahtar Kelimeler: model, matematiksel modelleme, geometrik modelleme, uzamsal yetenek, üçgenin alanı

© 2020 IJESIM. Tüm hakları saklıdır

1. Giriş

Akademik başarının yanında günlük hayatta da başarılı öğrencilerin yetiştirilmesinin önemli bir amaç olduğu günümüz şartlarında, öğrencilerin okuldaki matematik derslerinde öğrendikleri bilgileri gerçek hayat durumlarına aktarmaları önem taşımaktadır (Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Öğrencilerin ve genel anlamda bireylerin yaşadıkları hayat ile matematik arasında bağlantı kurmada yaşadıkları zorluklar dikkate alındığında, matematiksel kavramların günlük yaşam ile ilişkilendirilerek aktarılmasında modellemenin önemli bir rolü olduğu söylenebilir (Deniz, 2014). Model ve modelleme son yıllarda temel ihtiyaçlarımızın karşılanmasında, teknolojide, eğitimde ve farklı alanlarda karşımıza çıkmaktadır (Kaiser, 2010). Matematiksel modelleme aracılığıyla öğrenciler gerçek hayat problemlerine çözüm bulan bir düşünme sistemi geliştirebilmektedirler (MEB, 2005). Modelleme etkinlikleri okullarda öğretilen konuların okul dışında gerçek hayatta da kullanılabilir olduğunu göstermektedir (Kaiser, Schwarz ve Tiedemann, 2010). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) (2000), okul matematiğinde modelleme etkinliklerinin daha fazla yer alması gerektiğini belirtmektedir. Ülkemizde matematik öğretim programlarında modelleme etkinliklerine yer verilmektedir (MEB, 2013).

Yıldız ve Yenilmez (2019) matematiksel modelleme ile ilgili gerçekleştirdiği tematik içerik analizi araştırması sonucunda matematiksel modellemenin öğretim sürecine dahil edilmesinin önemi ve etkililiği konusunda özellikle 2015 yılından sonra çeşitli araştırmalar gerçekleştirildiğini belirtmektedir. Ancak matematiksel modellemenin sınıflarda öğrenme ortamlarında oldukça az yer bulduğu görülmektedir (Şahin ve Eraslan, 2019; Siller ve Kuntze, 2011). Bu durumun en önemli sebeplerinden biri olarak öğretmenlerin matematiksel modellemeye yabancı olmaları gösterilmektedir (Yu ve Chang, 2011). Öğrencilerin modele uygun çizim yapmaları; grafikleri, sembolleri ve bunlar arasındaki ilişkiyi anlamaları için öğretmenlere büyük görev düşmektedir (Işık ve Mercan, 2015). Araştırma sonuçları öğretmenlerin matematiksel modelleme etkinlikleri konusunda yeterince tecrübeye sahip olmadığını; matematik derslerinde modellemeye pek yer vermediklerini göstermektedir (Tekin, 2012; Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013; Urhan ve Dost, 2016; Deniz ve Akgün, 2017). Profesyonel öğretmenlik

yaşantılarına başlamadan önce matematiksel modellemenin öğretim faaliyetlerinde yeterli seviyede uygulanabilmesi ve amacına ulaşabilmesi için öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerini hazırlama ve gerçekleştirme konusunda yeterli bilgi ve donanımına sahip olması gereklidir (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010). Öğretmen adaylarıyla yapılan araştırmalarda da matematiksel modellemeye dönük uygulamaların öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerine katkı sağladığı görülmüştür (Lesh ve Doerr, 2003). Literatürde matematiksel modellemeye ilişkin öğretmen adayları ile gerçekleştirilen araştırmalar bulunmaktadır (ör. Kertil, 2008; Korkmaz, 2010; Bukova Güzel, 2011; Eraslan, 2011; Duran, Doruk ve Kaplan, 2016; Dede, Akçakın ve Kaya, 2018; Şahin ve Eraslan, 2019). Bu çalışmada özel olarak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometri alanındaki bir problem durumu üzerinden modelleme yeterlilikleri değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerini işe koşarak modelleme ve model oluşturma süreçlerini kullanacakları çok az sayıda araştırma olduğu görülmektedir (ör. Tekin Dede, 2018). Dolayısıyla bu araştırmanın ilgili matematik eğitimi literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca özellikle geometrik model oluşturma etkinliklerinin uygulanmasına yönelik ortaokul matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilen bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Etkinlik geometri öğrenme alanında gerçekleştirildiğinden matematiksel model/modelleme kavramlarının yanında geometrik model/modelleme kavramları da kullanılmıştır. Araştırmada gerçekleştirilen “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” probleminin çözümünde katılımcıların modelleme yeterliliklerinin uzamsal yeteneklerinden etkileneceği düşünülmektedir. Bu açıdan araştırmada katılımcıların modelleme problemine ilişkin uzamsal yeteneklerini ve özel olarak uzamsal görselleştirme ve uzamsal ilişkiler becerilerini nasıl işe koştukları da gözlemlenmiştir. Buna bağlı olarak bu bölüm altında sonraki başlıklarda model ve modelleme, matematiksel model ve matematiksel modelleme ve uzamsal yetenek kavramlarına yer verilmiştir.

1.1. Model ve modelleme

Genel anlamda model bir olayı, bir nesneyi ya da bir fikri temsil eden sistemlerin tümüne verilen addır (Gilbert, Boulter ve Elmer, 2000) ve bireylerin modelleme bilgisini kullanarak belirli bir süreç boyunca gerçekleştirdiği işlemler sonucunda oluşmaktadır (Gilbert, 2004). Başka bir tanımlamada model, karmaşık sistemleri anlamak ve yorumlamak için bireylerin zihninde bulunan kavramsal yapılar ve bu yapıların dış temsillerinin tamamıdır. Modelleme ise olayları ya da problemleri tanımlama, oluşturma ve yorumlama aşamalarının tamamında problem durumlarını zihinsel olarak düzenleme, organize etme, örüntü bulma, çeşitli modeller oluşturma ve kullanma sürecidir (Doerr, 2007). Araştırmacıların da tanımlamalarından hareketle model belirli bir süreç sonucunda oluşturulmuş ürünü belirtirken, modelleme bir durumun modelini oluşturma sürecini anlatmaktadır (Özturan Sağır, 2010).

Öğretim faaliyetlerinde kullanılan modeller öğrencilere öğrenmeye çalıştıkları bilgileri edinmelerinde yardımcı olmak amacıyla oluşturulmaktadır (Taber, 2001). Modelleme etkinlikleri ile öğrencilere modeller aracılığıyla soyut bir kavram kavratılmaya çalışılmaktadır çünkü model ve modelleme kullanılarak bilimsel olaylar somut örneklerle, şekillerle ve resimlerle açıklanmaktadır (Işık ve Mercan, 2015). Öğretmenler modellerin gerçeklerinin şematik ve basit halleri olduğunu (Van Driel ve Verloop, 1999) ve modelleri derslerinde bilimsel olayları açıklarken bir araç olarak kullandıklarını belirtmektedirler (Ergin, Özcan ve Sarı, 2011).

Matematiksel modeller, kavramlar arasındaki ilişki ağını açıklamak amacıyla matematiksel nesnelere gösterilmiş fiziksel özelliklerdir (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modeller aracılığıyla gerçek dünyadaki olgular matematik dünyasındaki nesnelere ya da işlemlere dönüştürülmektedir (Blum ve Niss, 1991). Bir sonraki başlıkta matematiksel model ve matematiksel modelleme kavramları açıklanmıştır.

1.2. Matematiksel model ve matematiksel modelleme

Matematiksel model herhangi bir problemi matematiksel olarak açıklamak için bireyin zihninde mevcut olan ya da sonradan oluşturulan grafik, fonksiyon, denklem gibi matematiksel düşünme yapılarıdır (Kertil, 2008). Matematiksel model ile gerçek dünyaya ait özellikler sayılar, semboller ve denklemler cinsinden açıklanır ve özetlenir dolayısıyla matematiksel model matematiksel dilin kullanımınıdır

(Örnek, 2008). Matematiksel modelleme ise gerçek hayat problemlerinin açıklandığı, matematikselleştirildiği, çözüldüğü ve değerlendirildiği düzenli ve dinamik bir döngü olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2005; Ortiz ve Dos Santos, 2011).

Matematiksel model ve modelleme ilköğretim seviyesinde çoğunlukla somut materyal kullanımı olarak anlaşılmaktadır (Lesh ve diğerleri, 2003). Matematik öğretmenleri de matematiksel modelleri somut materyaller ve görseller olarak düşünmektedirler (Akgün ve diğerleri, 2013). Matematik eğitimi araştırmalarında matematiksel modelleme çok daha geniş anlamda kullanılmakla birlikte öğretim aracı olarak kullanılan somut materyallerin kullanımı, model terimi ile modelleme alan yazınında yer almaktadır (Erbaş ve diğerleri, 2014).

Matematiksel modelleme ile ilgili literatür incelendiğinde matematiksel modellemenin kullanımı ile ilgili araç ve amaç olmak üzere iki farklı bakış açısının olduğu görülmektedir (Julie ve Mudaly, 2007; Stillman, 2012). Matematiksel modelleme, belirli matematiksel bağlamlar arasındaki ilişkileri göstermek ve öğrencileri motive etmek için bir araç olarak (Chinnappan, 2010) ve matematiksel öğrenmelerin gerçekleştirilmesi için eğitim amaçlarına ulaşmada bir amaç olarak (Blomhoj ve Jensen, 2007) kullanılabilir. Modellemeye matematik öğretiminin amacı olarak bakan yaklaşımda matematik öğretiminde hedef öğrencilerin modelleri kullanarak matematiksel modelleme yeterliliklerinin geliştirilmesidir. Bu yaklaşımda matematikten gerçek hayata doğru geçiş vardır ve matematiksel modeller verildikten sonra gerçek yaşam durumlarına uyarılma yapılır. Modellemeye matematiği öğretmek için kullanılan bir araç olarak bakan yaklaşımda ise matematiksel modelleme matematiksel kavramların öğretilmesinde bir bağlam ve araç olarak kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda gerçek yaşamdan matematiğe geçiş vardır (Erbaş ve diğerleri, 2014).

Kaiser ve Sriraman (2006) ve Kaiser (2006) tarafından belirlenen 6 tür modelleme yaklaşımından bir tanesi de eğitimsel modellemedir. Bu yaklaşımda amaç modelleme ile uygun öğrenme ortamları oluşturularak öğrencilere matematiksel kavramların öğretilmesidir. Eğitimsel modellemede kavramların öğretiminde modelleme bir araç olarak görülmekle birlikte modellemenin kendisini öğretmek de bir amaçtır (Blomhoj, 2008). Ayrıca bu yaklaşımda matematiksel modellemenin öğretim sürecinde kullanılması eleştirel, biçimlendirici, pragmatik, kültürel, araçsal ve psikolojik olmak üzere altı gerekçeye dayandırılmaktadır (Blum, 1991; Blum ve Niss, 1991). Araştırmada kullanılan "Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?" probleminin matematiksel modellemenin eğitimsel yaklaşımı çerçevesinde eleştirel, araçsal ve psikolojik gerekçelere hizmet ettiği görülmektedir.

Eleştirel gerekçede öğrencilere matematiksel olarak verilen ve sosyal yönü de olan bir problemin çözümü için anlama, analiz etme, değerlendirme ve yargılama vardır (Blum, 1991; Blum ve Niss, 1991). Araştırmada kullanılan etkinlikte öğretmen adayları somut olarak tasarlayacakları matematiksel modeller için kullanacakları kağıt türünü, rengini, boyutunu, maliyetini kendileri belirleyeceklerdir. Bu açıdan eleştirel bir şekilde birbirlerinden bağımsız olarak karar vererek verilen modelleme problemine çözüm bulacaklar ve arkasından derslerinde de kullanabilecekleri dayanıklı, kullanışlı bir materyal hazırlayacaklardır.

Araçsal gerekçede matematiksel modelleme öğretim programındaki matematiksel kavramların öğretilmesinde ve somutlaştırılmasında önemli bir araç olarak kullanılmaktadır (Blum, 1991; Blum ve Niss, 1991). Bu araştırmada gerçekleştirilen etkinlikte öğrencilerin aynı alan sahip iki farklı geometrik şekil arasında dönüşüm yapması gerekmektedir. Öğrenciler dikdörtgen ve üçgen şekillerinin kavramsal olarak özelliklerini göz önüne alarak değerlendirme yapacaklardır. Matematiksel çözüm yapabilmeleri için uzamsal ilişkiler ve uzamsal görselleştirme becerilerini kullanarak bu aşamada karar vermeleri gerekmektedir. Bu sırada öğretmen adayları matematiksel modellemeyi bir araç olarak kullanmaktadırlar.

Psikolojik gerekçede matematik konularının ya da kavramlarının uygun modelleme örnekleri aracılığıyla aktarılması ve matematiğin derinlemesine anlaşılması ile öğrencilerin matematiğe yönelik inançlarının gelişimine olumlu katkı sağlamak amaçlanmaktadır (Blum, 1991; Blum ve Niss, 1991). Bu araştırmadaki problemi çözerken öğretmen adayları geometrik olarak yapılan bir ispatta elde edilen

matematiksel eşitliklerin gerçek modeller üzerinde de uygulanabilir ve kullanılabilir olduğunu bizzat kendileri tecrübe etmekte ve böylelikle matematiğin hatta daha da soyut olan geometrinin somutlaştırılabilir ve gerçekçi bir yönünün olduğunu fark ederek matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmektedirler.

1.3. Uzamsal yetenek

Uzamsal yetenek nesnelere zihinsel olarak hareket ettirmek, zihnindeki nesnelere bütünleştirmek ve parçalamak veya nesnelere farklı bir bakış açısıyla görselleştirmek gibi becerilerin birleşimi olarak tanımlanmaktadır (Turgut, 2015). Bu çalışmada gerçekleştirilen modelleme etkinliğinde öğrencilerin uzamsal yeteneklerinden uzamsal ilişkiler ve uzamsal görselleştirme becerilerinin işe koşulduğundan hareketle aşağıda bu iki uzamsal yetenek bileşeni ile ilgili bilgiler verilmiştir. Uzamsal ilişkiler, iki boyutlu uzayda nesnelere zihinde döndürebilme yeteneği; uzamsal görselleştirme, nesnelere farklı uzamsal hallerini zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlanmıştır (Contero ve diğerleri, 2005).

Linn ve Petersen'e (1985) göre, uzamsal görselleştirme uzamsal olarak verilen bir bilgi ile ilgili karmaşık ve çok adımlı dönüşümler yaptırmayı gerektirmektedir. Lohman'a (1988) göre uzamsal görselleştirme en genel faktördür ve karmaşık eylemleri gerektirir. Uzamsal görselleştirme faaliyetleri sonunda karmaşık olarak verilen bir uyarıcıya karşı bir dizi görsel gösterimler elde edilir. Clements ve Battista (1992) tarafından iki ve üç boyutlu uzayda cisimlerin hareketlerini zihinde canlandırabilme ve bu hareketleri anlayıp kavrama becerisi uzamsal görselleştirme olarak adlandırılmıştır. Sorby'e (1999) göre uzamsal görselleştirme bir nesneyi zihinde hareket ettirebilme becerisidir. Daha yakın zamanda yapılan tanımlamalarda uzamsal görselleştirme için Smith ve diğerleri (2003) "uzamsal yapıları içeren çok aşamalı problemleri çözme yeteneği"; Olkun ve Altun (2003) "bir ya da birden çok parçadan oluşan iki ve üç boyutlu nesnelere ve parçalarının hareket ettirilmesi ile oluşan yeni şekilleri zihinde canlandırabilme becerisi", Casey (2013) "uzamsal bilginin çok adımlı işlenmesi" açıklamalarını yapmıştır.

Uzamsal ilişkiler ise kişinin iki ve üç boyutlu geometrik nesnelere bir bütün olarak zihninde evirip çevirebilmesi ve farklı konumlarında onları tanıyabilmesidir (Olkun ve Altun, 2003). Başka bir tanımlamada uzamsal ilişkiler 2 boyutlu ve 3 boyutlu nesnelere zihinsel olarak hızlı ve doğru bir şekilde döndürme yeteneği olarak ifade edilmektedir (Colom ve diğerleri, 2002). Christou ve diğerleri (2006) uzamsal ilişkileri uzamsal bir nesneyi zihinsel olarak hızlı ve doğru bir şekilde döndürme yeteneği olarak tanımlamıştır.

1.4. Araştırmanın amacı

İlköğretim matematik öğretmen adayları "Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?" problemi ile modelleme süreci sonunda modellemenin doğasına uygun bir şekilde oluşturdukları geometrik modeller aracılığıyla matematiksel olarak ispatlanmış bir gerçekliği somut olarak görme imkanı bulacaklardır. Çalışma özellikle öğretmen adaylarının problem için tasarladıkları geometrik modeller üzerine odaklanmakla birlikte, modelin modelleme süreci sonunda elde edilen ürün olarak görüldüğü bilgisinden hareketle katılımcıların bu süreç içerisindeki yeterlilikleri de değerlendirilmiştir. Bu bilgiler doğrultusunda aşağıdaki problemlere cevap aranmıştır:

1. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının bir modelleme probleminin çözümünde matematiksel anlama süreçleri nasıldır?
2. İlköğretim matematik öğretmen adayları bir modelleme probleminin çözümü için hangi modelleri geliştirmişlerdir?

2. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları ve verilerin analizi alt başlıklarına yer verilmiştir.

2.1. Araştırmanın modeli

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üçgenin alanının ispatına yönelik verilen geometri problemi durumunu matematiksel olarak anlamalarını/çözümlerini ve bu ispatlara yönelik oluşturdukları modelleri inceleyen bu araştırma durum çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Durum çalışmaları bir ya da daha fazla durumla ilgili faktörleri bütüncül olarak inceleyip derinlemesine araştırma yapılmasına (Yıldırım ve Şimşek, 2008) imkân verdiği için bu araştırma için uygun olan yöntem olduğuna karar verilmiştir.

2.2. Çalışma grubu

Araştırma 2018-2019 eğitim-öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği dördüncü sınıfa devam eden ve Geometri Öğretimi dersi kapsamında çeşitli geometrik konuların öğretimi hakkında eğitim alan 37 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Araştırma kapsamında bir devlet üniversitesinde geometri öğretimi dersinde üç haftalık sürede üç farklı geometrik modelleme problemi etkinliği gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamlı çalışmanın parçası olarak araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” geometri probleminin çözüm sürecindeki modelleme yeterlilikleri incelenmiştir. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Amaçlı örneklemede katılımcılar araştırılan konunun amaçlarına uygun olarak belirlenir. Yin (2011) bu örnekleme yönteminin araştırılacak durum ile ilgili derinlemesine bilgi elde edilmesi amacıyla kullanıldığını belirtmektedir. Bu araştırmada da katılımcılar lisans son sınıf öğrencileri olduklarından matematik ve matematik eğitimi alanındaki derslerin büyük çoğunluğunu vermiştir ve ortaokul matematik öğretim müfredatında yer alan öğrencilere aktaracakları kazanımları elde etmiş oldukları düşünülmüştür. Ayrıca geometrik modelleme etkinliği bir tür problem çözme etkinliği olduğundan bu konuya yabancı olmadıkları durumu da göz önünde bulundurulmuştur. Öğretmen adayları gönüllülük ilkesi ile çalışmaya katılmayı kabul etmişlerdir. Katılımcılardan otuz üçü kız, dördü erkektir ve öğretmen adayları daha önceden modelleme tecrübeleri bulunmadığını belirtmektedirler. Öğretmen adayları etkinlikleri bireysel olarak gerçekleştirmiştir. Böylelikle öğrenciler somut olarak kendi geometrik modellerini oluşturma, kendi bireysel tercihlerini kullanma (kağıt rengi, türü, materyalin malzemesi, büyüklüğü vs. belirleme), uzamsal yeteneklerini kullanarak problem çözme ve akıl yürütme imkanı bulmuşlardır.

2.3. Veri toplama araçları

Araştırmanın veri toplama araçlarından birisi “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” başlıklı geometri probleminin yer aldığı çalışma yaprağı diğeri ise öğretmen adaylarının tasarladıkları somut geometrik modellerdir. Çalışma yaprağında yer alan problem durumu için öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri matematiksel yorumlamalar, geometrik şekilleri dönüştürme süreçleri incelenmiştir.

Üçgenin alanının ispatı ile ilgili geometrik gösterimler oluşturulurken Runnalls ve Hong (2020) tarafından sunulan etkinliklerden yararlanılmıştır. Araştırmacılar kendi çalışmalarında bu etkinlikleri kullanırken daha çok alan ölçme ile ilgili boyutu incelerken bu araştırmada geometrik model oluşturma süreci için içerisine katılmış ve gösterimler daha somut olarak oluşturulma imkânı bulmuştur. Üçgenin alanı konusu geometrinin en temel konularından biri olmasından dolayı bu konuda öğretmen adaylarına kazandırılacak yeni bir ispat türünün ve dolayısıyla farklı bakış açısının faydalı olacağından hareketle bu problemlere karar verilmiştir. Geometrik modelleme etkinliği matematik eğitimi ve modelleme alanında doktora yapmış olan bir akademisyene gösterilerek öğretmen adayları için gerçekleştirilecek bir araştırma için uygun olduğu şeklinde görüş alınmıştır. Bu aşamadan sonra problemlere görsel ve sözel olarak son hali verilmiştir. Uygulamanın gerçekleştirileceği öğretmen adayları daha önce bu tarz bir etkinlik yapmadığından uygulamanın başında öğrencilere ayrıntılı açıklamalarda bulunulmuştur. Bunun yanında öğrenciler ders dışında da uygulama için farklı işlevsel materyaller oluşturma konusunda teşvik edilmişlerdir.

Matematiksel açıdan bakıldığında, problemi içeren etkinlik geometri ve ölçme öğrenme alanlarındaki uzunluk alan ölçme, üçgenin alanını hesaplama, dikdörtgenin alanını hesaplama kazanımlarını

içermektedir. Ayrıca öğrencilerin uzamsal yeteneklerini ve özel olarak uzamsal görselleştirme ve uzamsal ilişkiler becerilerini kullanarak farklı şekiller oluşturmaları ve şekillerin alanları arasında ilişki kurmaları istenmektedir. Bu etkinlik ile öğretmen adaylarının söz konusu yeteneklere sahip olup olmadıkları da dolaylı olarak gözlemlenmiştir. Aşağıda bu araştırma için kullanılan geometri problemi verilmiştir.

Değerli öğrenciler,

Yukarıdaki şekilde dikdörtgenin alanından yararlanarak üçgenin alanının ispatı için bir yol gösterilmiştir. Matematiksel olarak hesaplamalarınızı aşağıda verilen boşluğa adım adım yapınız ve ispatı gösteriniz. (Çalışma yaprağında öğrencilerin hesaplamaları için yeterli boşluk bırakılmıştır.)

Matematiksel hesaplamalarınızı yaptıktan sonra dikdörtgenin alanından yararlanarak üçgenin alanını ispatlayabileceğiniz somut geometrik modeller oluşturunuz. Somut geometrik materyaller için ne tür malzemeler (renk, şekil, kalınlık-incelik, dayanıklılık vs. bakımından) kullanmanız gerektiğine karar vermelisiniz.

Sizden aynı alana sahip bir dikdörtgen ve bir üçgen karton elde etmeniz istenmektedir. Bunun için her iki geometrik şeklin de en, boy, yüksekliklerini ölçerek alanlarını hesaplamanız gerekmektedir. Bu hesaplamaları yaparken aşağıdaki çizimleri ipucu olarak kullanabilirsiniz. Her bir şekil üzerinde uzunluk değerlerini gösteriniz.

2.4. Veri toplama süreci ve verilerin analizi

Öğretmen adayları “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” probleminde yer alan problem üzerinde 45 dakika çalışmış ve matematiksel olarak çözümlenmişlerdir. Bu aşamada, katılımcılardan çalışma yapraklarına dikdörtgenin alanından yola çıkarak üçgenin alanını nasıl hesapladıklarını matematiksel olarak açıklamaları, bu ispatın matematiksel olarak doğru olup olmadığını ve buldukları çözümleri ayrıntılı bir şekilde yazmaları istenmiştir. Problemlerin çözüm sürecinde araştırmacı öğretmen adaylarının arasında dolaşmış onların düşüncelerini almış, gerektiğinde anlaşılmayan noktalar konusunda açıklamalarda bulunmuştur. Bu aşamada öğrencilerin cevapları yazılı olarak alınmıştır. Öğrencilerden gönüllü olanlar ayrıca her bir problemin sonunda tahtaya çıkarak çözüm yolunu arkadaşları ile paylaşmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarından verilen problem durumunu geometrik model olarak sunmaları istenmiştir.

Çalışma yapraklarında yer alan 37 öğrenci cevabı içerik analizine tabi tutulmuştur. Bulguların sunumunda öğretmen adayları Ö1, Ö2, Ö3, ... şeklinde kodlanmıştır.

Hem öğrencilerin problemi matematiksel anlamalarını hem de oluşturdukları somut geometrik modelleri değerlendirmek için bir rubrik geliştirilmiştir. Rubrik Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” problemi için geliştirilen değerlendirme rubriği

Yeterlilik	Yetersiz	Bir ölçüde yeterli	Yeterli
Problemi anlama	Problemi yanlış olarak anlama	Problemi eksik olarak anlama	Problemi doğru olarak anlama
Matematiksel olarak yorumlama	Üçgenin ve dikdörtgenin uzunluklarına dayalı olarak üçgenin alan formülünün ispatını elde ederken matematiksel yorumlamada eksiklik	Üçgenin ve dikdörtgenin uzunluklarına dayalı olarak üçgenin alan formülünün ispatını yaparken bazı hatalar yapma, alanları eksik hesaplama vs.	Üçgenin ve dikdörtgenin uzunluklarına dayalı olarak verilen ispatı matematiksel olarak doğru çözümlenme
Geometrik şekilleri dönüştürme	Üçgen ve dikdörtgenin iki düzlemsel şekil arasında geometrik geçişi yapamama	Üçgen ve dikdörtgenin şekilleri arasında aynı alana sahip olacak şekilde geçiş yaparken matematiksel ya da yorumsal hatalar yapma	Tüm çizimlere ve hesaplamalara bağlı olarak doğru geometrik geçişler yapma
Geometrik model oluşturma	Üçgen ve dikdörtgenin aynı alan değerine sahip olacak şekilde modellerini somut olarak oluşturamama veya yanlış oluşturma	Üçgen ve dikdörtgenin aynı alan değerine sahip olacak şekilde somut modellerini eksik olarak oluşturma	Üçgen ve dikdörtgenin aynı alan değerine sahip olacak şekilde görsel ve kullanışlı modeller oluşturma

3. Bulgular

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının probleme yönelik matematiksel anlamaları ve oluşturdukları somut materyaller incelenerek “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” modelleme problemi ile değerlendirme rubriğindeki aşamalar doğrultusunda aşağıdaki bulgulara ulaşılmıştır. Tablo 1’de verilen değerlendirme rubriğinde yer alan ilk 2 alt boyut araştırmanın birinci araştırma problemi ile ilgili iken, son 2 alt boyut ise ikinci araştırma problemine cevap aramaktadır.

3.1. Birinci araştırma problemi ile ilgili bulgular

Değerlendirme rubriğinin ilk aşamasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kendilerine sunulan geometri problemini ne kadar anladıklarına yönelik bir inceleme yapılmıştır. Yapılan inceleme sonucunda elde edilen bilgilere Tablo 2’de yer verilmiştir.

Tablo 2. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Problemi Anlama Yeterlilikleri

Yeterlilik	Yetersiz	Bir ölçüde yeterli	Yeterli
Problemi anlama	Ö13, Ö22, Ö36	Ö3, Ö5, Ö8, Ö14, Ö16, Ö19, Ö21, Ö27, Ö30, Ö33	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20, Ö23, Ö24, Ö25, Ö26, Ö28, Ö29, Ö31, Ö32, Ö34, Ö35, Ö37

Tablo 2’ye göre, problemi anlama basamağında öğretmen adaylarının çoğunun (24 katılımcı) yeterli düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır. 10 öğretmen adayı bir ölçüde yeterli yaklaşım sergilemişlerdir. 3 öğretmen adayı ise modelleme problemini tam olarak anlayamamıştır. Modelleme problemini anlayamayan öğretmen adayları çözüm için yeterli bilgiye sahip değildir. Bir ölçüde yeterli sayılabilecek şekilde problemi anlayan öğretmen adaylarının çoğunlukla kısmen problemi anladıkları ancak model oluşturma için gerekli işlem adımlarına geçemedikleri tespit edilmiştir. Yeterli yaklaşım sergileyen öğretmen adaylarının çoğunluğu ise problemde verilenleri ve istenilenleri belirlemiş sonraki adımlar için geçiş yapma aşamasına gelmiştir. Örnek olarak, Ö13, Ö21 ve Ö32 kodlu öğretmen adaylarının problemi anlama basamağına yönelik açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Kağıt katlandığı yerlerde kesişim oluşturun. Bazı parçalar düzgün bir çokgen oluşturmak üzer çokgene ekleniyor. Yüksekliğin yarısıyla taban çarpılarak alan bulunur

Şekil 1. Problemi anlama basamağı için Ö13'ün cevabı

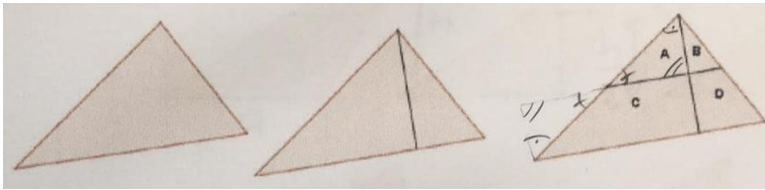
Şekil 1'de Ö13'ün problemi anlamada yetersiz olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı üçgenin alanının taban ve yüksekliğin çarpımının yarısı olduğunu belirtse de bu bilgiyi problemin çözümünde genel bir bilgi olarak sunmuştur. Geometrik dönüşümleri ise düzgün çokgenler ya da onların kesişimi üzerinden yapacağı şeklinde yetersiz bir yorum üretmiştir.

Bazı parçalar $A_{\text{gen}} \rightarrow \frac{a \cdot h}{2}$ dir.

Sonunda oluşan dikdörtgendeki alan $= \frac{h}{2} \cdot a$ dir } = esittir.

Şekil 2. Problemi anlama basamağı için Ö21'in cevabı

Şekil 2'de Ö21'in problemi bir ölçüde yeterli düzeyde anladığı görülmüştür. Öğretmen adayı pratik bir şekilde üçgenin alan formülünden yararlanarak problem için çözüm sunmuştur. Dolayısıyla problemi bir ölçüde anladığı görülmektedir. Ancak taban ve yüksekliklerin belirlenmesi ve gösterilmesi noktalarında eksiklikler bulunmaktadır.



Şekil I'de üçgenin alanını dikdörtgene benzeterek hesaplamak doğru bir yoldur. Açıları taşıyarak dikdörtgene tamamlanan üçgenin baştaki üçgenle eş olduğunu anlarız.

Şekil 3. Problemi anlama basamağı için Ö32'nin cevabı

Şekil 3'te Ö32'nin problemi yeterli düzeyde anladığı görülmüştür. Öğretmen adayı eş üçgenler yardımıyla problemin çözümünde üçgenden dikdörtgene dönüşüm olacağını belirtmektedir. Eşlik durumunu da şekil üzerinden açı benzerliklerini kullanarak göstermiştir. Bu durum da katılımcının problem durumunu tam olarak anladığını göstermektedir.

Değerlendirme rubriğinin ikinci aşamasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sunulan geometri problemi için yaptıkları matematiksel yorumlamalara yönelik bir inceleme yapılmıştır. Yapılan inceleme sonucunda elde edilen bilgilere Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Problemi Matematiksel Olarak Yorumlama Yeterlilikleri

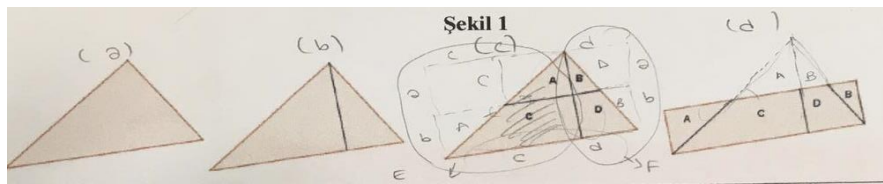
Yeterlilik	Yetersiz	Bir ölçüde yeterli	Yeterli
Matematiksel olarak yorumlama	Ö5, Ö13, Ö21, Ö22, Ö27	Ö3, Ö8, Ö10, Ö14, Ö16, Ö19, Ö24, Ö36, Ö30, Ö33	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö11, Ö12, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20, Ö23, Ö25, Ö26, Ö28, Ö29, Ö31, Ö32, Ö34, Ö35, Ö37

Tablo 3'te sunulan bulgular ışığında matematiksel olarak yorumlama değerlendirme kriterine göre, öğretmen adaylarının çoğu (n=22) problem için yeterli düzeyde matematiksel yorumlamalar ve işlemler yapmışlardır. 10 öğretmen adayı bir ölçüde yeterli sayılabilecek türden matematiksel yorumlamalar ve işlemler sergilemişlerdir. Bu kapsamda değerlendirilen öğretmen adaylarının cevaplarından bazıları eksiktir, bazılarında işlem hatası vs. görülmüştür. 5 öğretmen adayının ise problemin çözümü için yaptıkları matematiksel yorumlamalar yetersizdir. Örnek olarak, Ö5, Ö14 ve Ö34 kodlu öğretmen adaylarının matematiksel işlemler yapma basamağına yönelik açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Matematiksel olarak doğru bulmadım. Çünkü çözümlere rakamlar arası bağlantı kurması zor gibi geldi.

Şekil 4. Matematiksel olarak yorumlama basamağı için Ö5'in cevabı

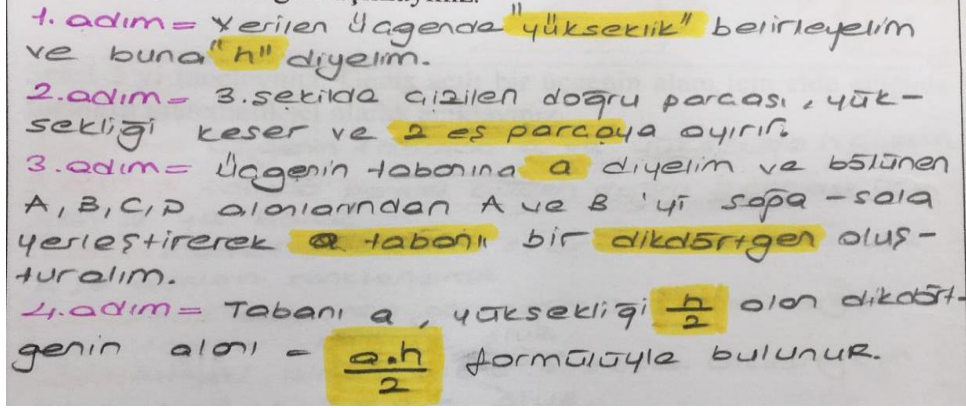
Şekil 4'te Ö5'in problemin çözümünde kullandığı matematiksel yorumlamalar yetersizdir. Çünkü öğretmen adayı problem durumunu rakamlar üzerinden yapılacak bir matematikselleştirme süreci olarak yorumlamıştır ve bu ilişkilendirmenin zor olacağını ifade etmiştir.



Doğru olup olmadığını ayırtıyorum.
Doğru bir yol bene. Çözümü büyük dikdörtgene tamamlayalım (Şek. (c)) dikdörtgenin alanı (a+b). (c+d) olur. E dikdörtgenin alanı c.(a+b) olur. F dikdörtgenin alanı d.(a+b) dir. A+C üçgeninin alanı. E dikdörtgenin alanının yarısına eşittir. Yani = $\frac{(a+b) \cdot c}{2}$. B+D üçgenin alanı F nin yarısına eşittir. Yani = $\frac{(a+b) \cdot d}{2}$.
 $A+B+C+D = \frac{(a+b) \cdot (c+d)}{2}$
Tebrik. Yüzsüzük

Şekil 5. Matematiksel olarak yorumlama basamağı için Ö14'ün cevabı

Şekil 5'te Ö14'ün problemin çözümü için kullandığı matematiksel işlemler bir ölçüde yeterli düzeydedir. Ancak üçgen ile aynı alana sahip dikdörtgenin kenar uzunluklarının ve bunlara bağlı alan hesaplamalarının yapılmasında çok fazla değişken kullanmasına bağlı olarak açıklamalarında bir karmaşıklık olduğu görülmektedir. Öğretmen adayı orta taban ya da dikdörtgenin bir kenarının yüksekliğin yarısı olma durumunu kullanmadığından değerlendirmelerinde eksiklik vardır.



Şekil 6. Matematiksel olarak yorumlama basamağı için Ö34'ün cevabı

Şekil 6'da Ö34'ün problemin çözümü için yaptığı matematiksel işlemler doğru ve yeterlidir. Öğretmen adayı 4 adım şeklinde bir matematiksel akış oluşturmuştur. Son aşamada yüksekliğin yarısını kullanarak üçgenin alan formülü için doğru ispata ulaşmıştır.

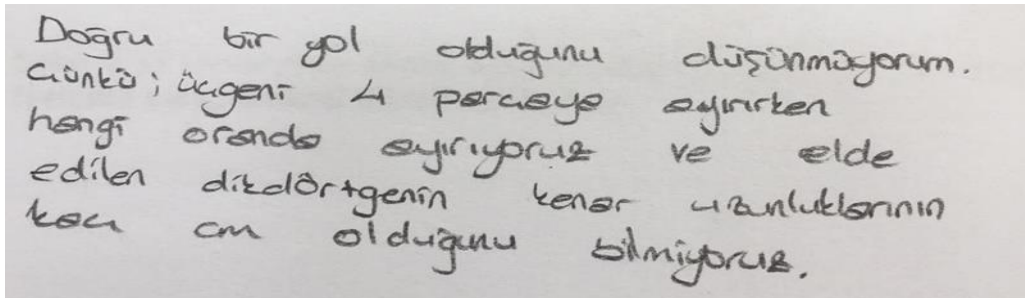
3.2. İkinci araştırma problemi ile ilgili bulgular

Değerlendirme rubriğinin üçüncü aşamasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sunulan geometri problemi için geometrik şekilleri dönüştürmelerine yönelik bir inceleme yapılmıştır. Yapılan inceleme sonucunda elde edilen bilgilere Tablo 4'te yer verilmiştir.

Tablo 4. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Şekilleri Dönüştürme Yeterlilikleri

Yeterlilik	Yetersiz	Bir ölçüde yeterli	Yeterli
Geometrik Şekilleri Dönüştürme	Ö5, Ö8, Ö13, Ö21, Ö22, Ö24, Ö30	Ö3, Ö10, Ö11, Ö14, Ö16, Ö18, Ö19, Ö27, Ö31, Ö33, Ö36	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12, Ö15, Ö17, Ö20, Ö23, Ö25, Ö26, Ö28, Ö29, Ö32, Ö34, Ö35, Ö37

Tablo 4'e göre, geometrik şekilleri dönüştürme basamağında öğretmen adaylarının çoğunun (19 katılımcı) yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. 11 öğretmen adayı problemin çözümünde geometrik şekilleri dönüştürmede bir ölçüde yeterlidir. 7 öğretmen adayı ise modelleme probleminin çözümünde geometrik şekilleri dönüştürmede yeterli düzeyde değildir. Modelleme problemini anlayamayan öğretmen adayları çözüm için yeterli bilgiye sahip değildir. Örnek olarak, Ö8, Ö27 ve Ö35 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekilleri dönüştürme basamağına yönelik cevapları aşağıda verilmiştir.

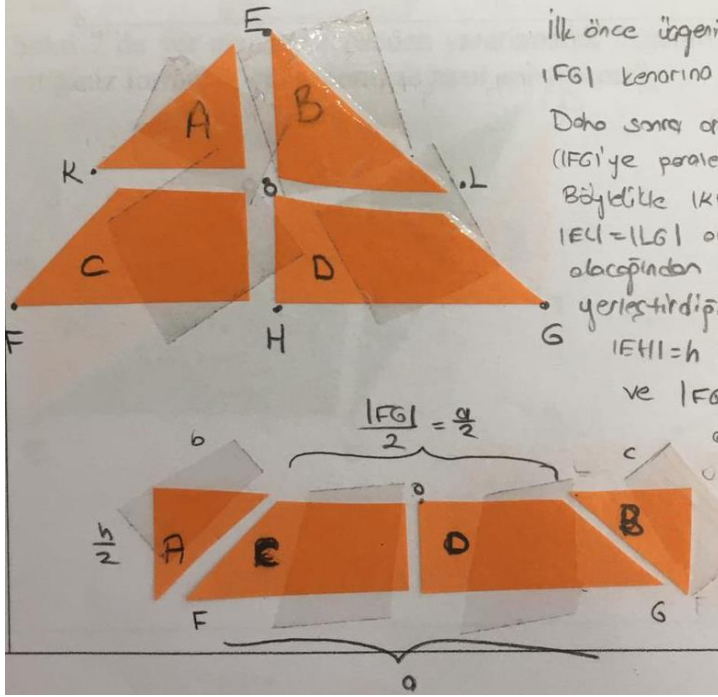


Şekil 7. Geometrik şekilleri dönüştürme basamağı için Ö8'in cevabı

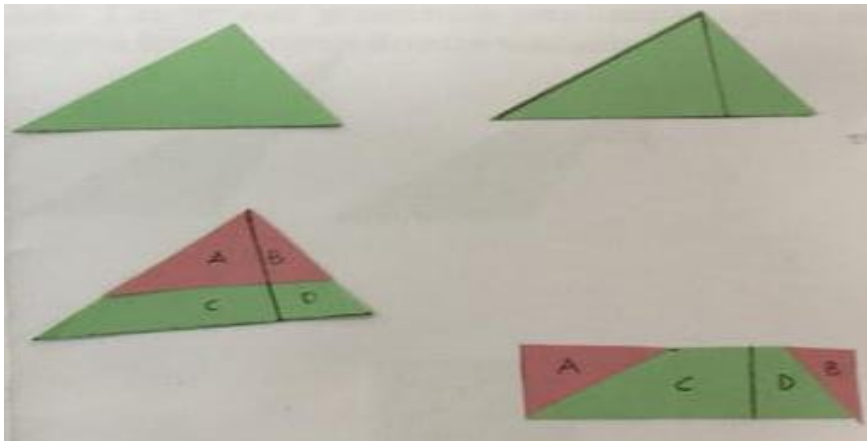
Tablo 5. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Model Oluşturma Yeterlilikleri

Yeterlilik	Yetersiz	Bir ölçüde yeterli	Yeterli
Geometrik Model Oluşturma	Ö5, Ö8, Ö13, Ö21, Ö22, Ö24, Ö30, Ö33, Ö36	Ö3, Ö10, Ö11, Ö14, Ö16, Ö18, Ö19, Ö25, Ö27, Ö31, Ö35	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12, Ö15, Ö17, Ö20, Ö23, Ö26, Ö28, Ö29, Ö32, Ö34, Ö37

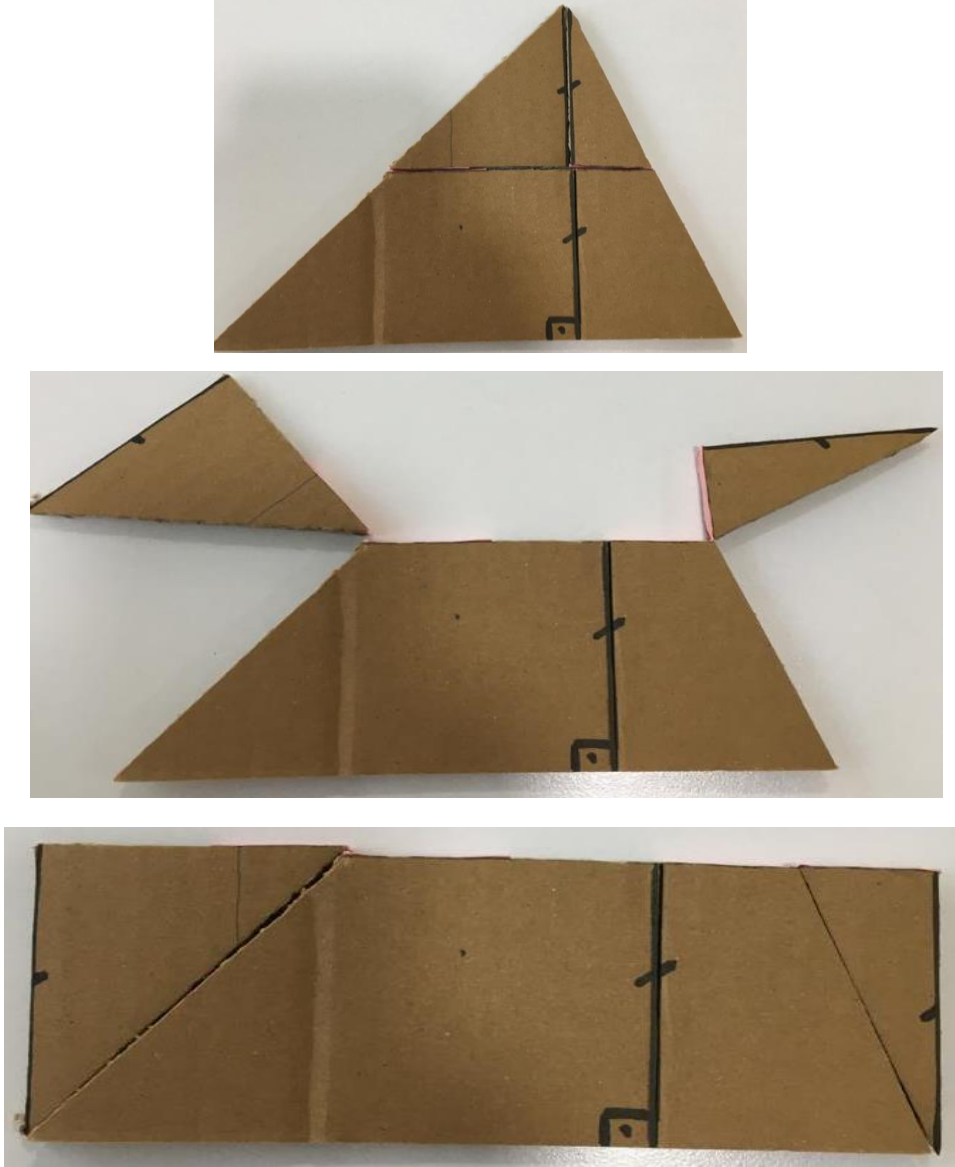
Tablo 5'e göre, geometrik model oluşturma basamağında öğretmen adaylarının çoğunun (17 katılımcı) yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. 11 öğretmen adayının oluşturdukları geometrik modeller bir ölçüde yeterlidir. 9 öğretmen adayı ise geometrik model oluşturmada yeterli düzeyde değildir. Örnek olarak, Ö30, Ö31 ve Ö37 kodlu öğretmen adaylarının geometrik model oluşturma basamağına yönelik olarak oluşturdukları model örnekleri aşağıda verilmiştir.

**Şekil 10.** Geometrik model oluşturma basamağı için Ö30'un cevabı

Şekil 10'da Ö30'un oluşturduğu geometrik model yeterli değildir. Her ne kadar geometrik şekillerin alanlarının eşitliğini matematiksel olarak göstermeye çalışsa da geometrik model oluşturma açısından değerlendirildiğinde iki şeklin kenar uzunluklarının ölçülerinin tutarlılığı açısından yetersiz olduğu görülmektedir. Ayrıca oluşturulan model görsel açıdan ve kullanılabilirlik bakımından yetersizdir.

**Şekil 11.** Geometrik model oluşturma basamağı için Ö31'in cevabı

Şekil 11’de Ö31’in oluşturduğu geometrik model sunulan problem durumu için bir ölçüde yeterlidir. Öğretmen adayı farklı renkler kullanarak üçgenden dikdörtgen oluşumunda eş olan yerleri belirginleştirmiştir. Ancak hazırlanan modelde ölçümler konusunda eksiklik olduğu görülmektedir. Örneğin dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunun üçgenin yüksekliğinin yarısı olduğu durumuna dikkat edilmemiştir.



Şekil 12. Geometrik model oluşturma basamağı için Ö37’nin cevabı

Şekil 12’de Ö37’nin oluşturduğu geometrik model sunulan problem durumu için yeterlidir. Öğretmen adayının sunduğu geometrik model, problem durumu için yeterli model olmasının yanında kullanışlı, kolay ulaşılabilir materyallerden oluşturuluyor olması bakımından güzel bir örnektir.

4. Sonuç ve Tartışma

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının “Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” problemi ile ilgili çözümlerinin incelendiği bu araştırmada, problemi matematiksel olarak anlama süreçleri ve hazırlanan somut materyaller göz önünde bulundurularak katılımcıların modelleme yeterlilikleri değerlendirilmiştir. Bu amaç doğrultusunda modelleme yeterlilikleri dört alt boyutta incelenmiştir.

Araştırma için belirlenen ilk araştırma problemi modelleme etkinliğini anlama ve matematiksel olarak yorumlama ile ilgilidir. Problemi anlama aşamasında oluşturulması düşünülen matematiksel modele

yönelik hazırlık yapılmaktadır. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun sunulan problemi anlamakta yeterli olduğu tespit edilmiştir. Problemi anlamakta yetersiz olan 3 öğrencinin durumu ise daha önce bu tarz bir modelleme etkinliği ile karşılaşmadıklarından dolayı olabilir. Tekin (2012), Tekin Dede ve Bukova Güzel (2013), Urhan ve Dost (2016) ve Deniz ve Akgün'e (2017) göre öğretmenler matematik derslerinde modellemeye pek yer vermemektedir. Bu araştırmaya katılan öğretmen adayları da modelleme etkinlikleriyle hem üniversitede derslerinde hem de dersleri dışında fazla karşılaşmış iseler problem durumları üzerinde düşünmeden ve problemi anlamadan model oluşturma adımına geçmiş olabilirler. Ayrıca problemin katılımcıların uzamsal yeteneklerini de işe koşmalarını gerektirmesi problemi anlamada tamamen ya da kısmen sorun yaşamalarına sebep olmuş olabilir.

Araştırmanın ilk araştırma probleminin değerlendirildiği diğer alt boyut olan matematiksel yorumlama aşamasında öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun problemin çözümü için doğru matematiksel yorumlamalar yaptıkları görülmektedir. Bu süreçte öğretmen adaylarının bir kısmında kullandıkları matematiksel dilde hatalar olmakla katılımcıların çoğunluğunun yaptıkları yorumlamalar, hesaplamalar ve ölçümler konusunda yeterli olduğu görülmektedir.

Araştırmanın ikinci problemi için öğretmen adaylarının geometrik modelleri dönüştürmeleri ve oluşturdukları somut geometrik modeller değerlendirilmiştir. İlköğretim matematik öğretmen adayları tarafından oluşturulan somut geometrik modellerin aslında bir üçgenden dikdörtgene dönüşmesi gerekmektedir. Başarılı bir şekilde gerçek modeller üreten katılımcılar üçgenden dikdörtgene geometrik şekillerin kenar uzunluklarının birbirleriyle uyumlu olmasına dikkat etmişlerdir. Bunu gerçekleştiren öğretmen adayları iki düzlemsel şekil arasındaki geçişte zorlanmamıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının iki boyutlu uzayda nesnelere zihinde döndürebilme yeteneği olan (Colom ve diğerleri, 2002; Contero ve diğerleri, 2005) uzamsal ilişkiler ve nesnelere farklı uzamsal hallerini zihinde canlandırabilme yeteneği (Olkun ve Altun 2003; Contero ve diğerleri, 2005) olan uzamsal görselleştirme becerilerinin gerçek model oluşturma yeterliklerini doğrudan etkilediği söylenebilir. Bu çalışmada kullanılan problemin düzlemsel iki şekil arasında geçişleri gerektirmesi ve bir modelleme süreci içermesi bakımından öğrencilerin uzamsal yeteneklerini kullanmalarını sağlamıştır. Modelleme süreci gerçek modellerin oluşturulmasını içerdiği için öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerinin bu süreçte kullanılıyor olması, modelleme sürecinin diğer aşamalarında da uzamsal yeteneklerin önemli ve etkili olabileceği hakkında da fikir vermektedir.

Problemin çözümü için oluşturulan gerçek modeller öğretmen adaylarının problem durumunda istenen özelliklere sahip olarak ürettikleri somut modellerden oluşmaktadır. Nitekim öğretim aracı olarak kullanılan somut materyallerin kullanımı, model terimi ile modelleme alan yazınında yer almaktadır (Erbaş ve diğerleri, 2014). Bu somut modeller aynı zamanda öğretmen adaylarının gelecekteki öğretmenlik yaşantılarında kullanabilecekleri türden materyal örnekleridir. Bu çalışmada problem durumu için öğretmen adaylarının çoğunluğu farklı türde malzemeleri içeren etkili ve gerçek modeller oluşturabilmişlerdir. Örneğin Ö37'nin oluşturduğu model katlanabilir özellikte oldukça ergonomik ve kullanışlı bir yapıya sahiptir. Bu durum Taber'in (2001) belirttiği gibi modellerin öğretim faaliyetlerinde öğrencilere öğrenmeye çalıştıkları bilgileri edinmelerinde yardımcı olmak amacıyla ve soyut bir kavramın somut örneklerle, şekillerle ve resimlerle açıklanmasıyla (Işık ve Mercan, 2015) örtüşmektedir. Öğretmen adayları modelleri oluşturma aşamasında genel olarak renkli A4 kağıtlarını kullanmayı tercih etmiştir. Bazı öğrenciler ise beyaz renkli kağıt üzerinde farklı renkli kalemle boyamalar yapmıştır. Öğretmen adayları ne kadar gerçek ölçüm yaparlarsa oluşturdukları geometrik modeller de o kadar düzgün ve kullanışlı olmuştur. Üçgenin ya da dikdörtgenin kenar uzunlukları dikkate alınmadan oluşturulan materyallerde görüntüde ve kullanımda problem durumları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden yetersiz model oluşturduğu şeklinde değerlendirilenler ise genel olarak çalışma yaprağı üzerinde düz çizim yapmayı tercih edenlerdir. Bu durum öğrencilerin model oluşturma ile ilgili yeterli bilgi ve beceriye sahip olmamalarından kaynaklanabilir. Ancak profesyonel öğretmenlik yaşantılarına başlamadan önce matematiksel modellemenin öğretim faaliyetlerinde yeterli seviyede uygulanabilmesi ve amacına ulaşabilmesi için öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerini hazırlama ve gerçekleştirme konusunda yeterli bilgi ve donanıma sahip olması gereklidir (Bukova

Güzel ve Uğurel, 2010). Nitekim öğretmen adaylarıyla yapılan araştırmalarda da matematiksel modellemeye dönük uygulamaların öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerine katkı sağladığı görülmüştür (Lesh ve Doerr, 2003). Ayrıca bu araştırmada kullanılan problem öğretmen adaylarına üçgenin alanı ile ilgili farklı bir ispat yöntemi bilgisi kazandırmıştır.

5. Öneriler

“Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?” etkinliği öğretmen adaylarının düzlemsel iki şekil arasında aktif olarak geçiş yapmasını sağlamaktadır. Öğretmen adaylarına iki boyut ve üç boyut arasında geçiş yapmayı gerektiren gerçekçi bağlamların sunulduğu farklı etkinlikler sunulmalıdır. Benzer bağlamlar oluşturularak öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin hem modelleme yeterliliklerinin hem de uzamsal yeteneklerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla geometri öğrenme alanında özel olarak geometrik modelleme etkinliği olarak da adlandırabileceğimiz bu türden etkinliklerin sayısı arttırılmalıdır.

Bu araştırmada modelleme problemi öğretmen adaylarına üniversitedeki dersi dışında araştırma yapma ve somut bir materyal şeklinde model oluşturma imkânı sağladığından önemli olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programlarındaki derslerde katılımcılara dersleri dışında da araştırma yapma fırsatı veren modelleme etkinliklerinin sayısı arttırılmalıdır.

İlköğretim matematik öğretmenliği lisans müfredatındaki derslerin öğretiminde modelleme etkinliklerine daha çok yer verilerek öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturabilecekleri ve elde ettikleri sonuç ve modelleri yorumlayıp tartışabilecekleri sınıf ortamları oluşturulmalıdır. Böylelikle öğretmen adaylarının modelleme sürecindeki ilgili becerileri kazanmaları sağlanabilir ve öğretimi gerçekleştirilen kavramlara yönelik anlayışları geliştirilebilir. Özellikle ortaokul matematik öğretmen adaylarının nitelikli matematiksel model oluşturma becerileri önemsenmeli ve geliştirilmesi için gerekli araştırmalar yapılmalıdır.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi için literatürde bulunan diğer modelleme basamakları kullanılarak değişiklikler ya da eklemeler yapılabilir. Ayrıca araştırmada kullanılan geometri probleminin farklı görsel araçlar kullanılarak matematiksel modelleme yöntemiyle gerçekleştirilmesi önerilebilir.

Bu araştırma amaçlı örnekleme uygun olarak seçilen öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Bu durum bir sınırlılık olarak görülebilir. Dolayısıyla daha geniş örneklemlerle benzer bir araştırma yapılması matematik eğitimi literatürüne katkı sağlayabilir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarıyla yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilerek modelleme süreçleri ile ilgili daha detaylı bilgiler elde edilebilir.

Kaynakça

- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-34.
- Blomhoj, M. (2008). Different perspectives on mathematical modelling in educational research – Categorising the TSG21 papers. *Electronic Proceedings of the Eleventh International Congress on Mathematical Education ICME 11*(pp. 1-13). Mexico.
- Blomhoj, M. ve Jensen, T.H. (2007). What’s all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 45-56). New York: Springer.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching – A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 10-29). Chichester: Ellis Horwood.

- Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36.
- Bukova Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-90.
- Casey, B. M. (2013). Spatial abilities and individual differences. In D.A.Waller, & L. Nadel (Eds.), *Handbook of spatial cognition* (pp. 117-134) Washington, DC: American Psychological Association.
- Chinnappan, M. (2010). Cognitive load and modelling of an algebra problem. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 8-23.
- Christou, C., Jones, K., Mousoulides, N. ve Pittalis, M. (2006). Developing the 3DMath dynamic geometry software: Theoretical perspectives on design. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(4), 168-174.
- Clements, D. H. ve Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. Handbook of research on mathematics teaching and learning, 420-464.
- Colom, R., Contreras, M. J., Botella, J. ve Santacreu, J. (2002). Vehicles of spatial ability. *Personality and Individual Differences*, 32(5), 903-912.
- Contero, M., Naya, F., Company, P., Saorin, J. K. ve Conesa, J. (2005). Improving visualization skills in engineering education. *Computer Graphics in Education*, 5, 24-31.
- Dede, Y., Akçakın, V. ve Kaya, G. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin cinsiyete göre incelenmesi: Çok boyutlu madde tepki kuramı. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8(2), 150-169.
- Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
- Deniz, D. ve Akgün, L. (2017). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemi ve uygulamalarına yönelik görüşleri. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 95-117.
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 69-78). Springer, Boston, MA.
- Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 5(4), 55-71.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 364-377.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.

- Ergin, İ., Özcan, İ. ve Sarı, M. (2011). Ortaöğretim fen öğretmenlerinin bilimsel model ve modellemeler hakkındaki görüşleri. *E-Journal of New World Sciences Academy, 6(3)*, 1C-0441.
- Ferri, R. B. ve Blum, W. (2013). Barriers and motivations of primary teachers for implementing modelling in mathematics lessons, *Proceedings of CERME 8*, February 6- 10.
- Gilbert, J. K. (2004). Models and modelling: Routes to more authentic science education. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2(2)*, 115-130.
- Gilbert, J. K., Boulter, C. J. ve Elmer, R. (2000). Positioning models in science education and in design and technology education. In *Developing models in science education* (pp. 3-17). Springer, Dordrecht.
- Işık, A. ve Mercan, E. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin model ve modelleme hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 23(4)*, 1835-1850.
- Julie, C. ve Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 503-510). Springer, Boston, MA.
- Kaiser, G. (2006). Introduction to the working group “Applications and Modelling”. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 1613-1622). Sant Feliu de Guixols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.
- Kaiser, G. (2010). Introduction: ICTMA and the teaching of modeling and applications. In Lesh, R., P. L. Galbraith C. R. Haines and A. Hurford (Eds.), *Modeling students’ mathematical modeling competencies. ICTMA 13*, Springer New York Dordrecht Heidelberg London.
- Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38(3)*, 302-310.
- Kaiser, G., Schwarz, B. ve Tiedemann, S. (2010). Future teachers’ professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students’ Mathematical Modeling Competencies* (pp. 433-444). New York: Springer.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*(pp. 3-33). NJ. Mahwah, Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T. ve Zawojewski, J. S. (2003). Model development sequences. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Linn, M. ve Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development, 56*, 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits, processes, and knowledge. In R. J. Stenverg (Ed.). *Advances in the psychology of human intelligence* (pp. 181-248). Hillside, NJ: Erlbaum.
- MEB (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2005). T.C. Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı, ortaöğretim matematik (9,10,11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.
- Olkun, S. ve Altun, A. (2003). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *Turkish Journal of Educational Technology*, 2(4), 86-91.
- Ortiz, J. ve Dos Santos, A. (2011). Mathematical modelling in secondary education: A case study. In *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 127-135). Springer, Dordrecht.
- Örnek, F. (2008). Models in science education: Applications of models in learning and teaching science. *International Journal of Environmental & Science Education*, 3(2), 35-45.
- Özturan Sağırılı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
- Runnalls, C. ve Hong, D. S. (2020). Half the base or half the height?: Exploring a student's justification of $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(4), 604-613.
- Siller, H. S. ve Kuntze, S. (2011). Modelling as a big idea in mathematics: Knowledge and views of pre-service and in-service teachers. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 33-39.
- Smith, G. G., Olkun, S. ve Middleton, J. A. (2003). Interactive versus observational learning of spatial visualization of geometric transformations. *Australian Educational Computing*, 18(1), 3-10.
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 63(2), 21-32
- Stillman, G. (2012). *Applications and modelling research in secondary classrooms: what have we learnt?* Paper Presented at the 12th International Congress on Mathematics Education. Seoul, South Korea.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2019). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik uygulamaları dersinde modelleme etkinliklerinin kullanılmasına yönelik görüşleri. *Turkish Journal of Computer & Mathematics Education*, 10(2), 373-393.
- Taber, K. S. (2001). When the analog break down: Modelling the atom on solar system. *Physics education*, 36(3), 222-226.
- Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Tekin Dede, A., ve Bukova Güzel, E. (2013). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 288-299.
- Tekin, A. (2012). *Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Turgut, M. (2015). Development of the spatial ability self-report scale (SASRS): Reliability and validity studies. *Quality & Quantity*, 49(5), 1997-2014.
- Urhan, S., & Dost, Ş. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanımı: öğretmen görüşleri. *Electronic Journal of Social Sciences*, 15(59), 1279-1295.

- Van Driel, J. H. ve Verloop, N. (1999). Teachers' knowledge of models and modelling in science. *International Journal of Science Education, 21(11)*, 1141-1153.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6.Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, Ş. ve Yenilmez, K. (2019). Matematiksel modelleme ile ilgili lisansüstü tezlerin tematik içerik analizi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 20*, 1-22.
- Yin, R. K. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish*. New York: A Division of Guilford Publications.
- Yu, S. Y. ve Chang, C. K. (2011). What Did Taiwan Mathematics Teachers Think of Model- Eliciting Activities and Modelling Teaching?. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (pp. 147-156). Netherlands: Springer.