ENAD ONLINE
EĞİTİMDE NİTEL ARAŞTIRMALAR DERGİSİ
Journal of Qualitative Research in Education

Cilt 8 / Sayı 4, 2020

Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi - ENAD
Journal of Qualitative Research in Education - JOQRE

Matematik Tartışmalarını Yürütürken Öğrenci Çözüm Yöntemlerini Seçme ve Sıralama: Kesirlerle Çıkarma İşlemi

Selecting and Sequencing Students' Solutions in Orchestrating Mathematical Discussions: Subtraction of Fractions

Reyhan Tekin Sitrava*

To cite this acticle/ Atıf icin:
Tekin Sitrava, R. (2020). Matematik tartışmalarını yürütürken öğrenci çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama: Kesirlerle çıkarma işlemi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education,* 8(4), 1271-1297. doi: 10.14689/issn.2148- 2624.8c.4s.9m

Makale Hakkında
Gönderim Tarihi: 30.01.2020
Düzeltme Tarihi:11.10.2020
Kabul Tarihi: 20.10.2020

Öz. Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik tartışmaları yürütürken öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine dair geliştirdikleri çözüm yöntemlerine ilişkin kararlarını 5 uygulama modeli çerçevesinde seçme ve sıralama açısından incelemektir. Ayrıca, öğretmen adaylarının seçme ve sıralamaya dair gerekçeleri de araştırılmıştır. İç içe geçmiş tek durum modeli olarak tasarlanan bu çalışmanın katılımcıları 30 ilköğretim matematik öğretmen adayıdır. Çalışmanın verileri kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin 7 farklı öğrenci çözümü içeren Seçme ve Sıralama Soru Seti ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Veriler, içerik ve frekans analizi yöntemi kullanılarak iki aşamada analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarından çoğunun sınıfta tartışmak amacıyla doğru çözüm yöntemlerini seçtiklerini ve büyük çoğunluğunun yanlış çözüm yöntemlerini görmezden geldiğini göstermektedir. Öğretmen adaylarının seçme ve sıralamaya dair gerekçelerini çoğunlukla pedagojik nedenlere dayandırdıkları ve öğrenci çözümleri arasında ilişki kurmadan seçim ve sıralama yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Matematik tartışmaları, seçme, sıralama, 5 uygulama modeli, kesirlerle çıkarma işlemi

Abstract. This study examined the decisions of the pre-service mathematics teachers about the students' solution methods related to subtraction of fractions while conducting mathematics discussions in terms of selecting and sequencing within the framework of 5 application models. Additionally, the pre-service mathematics teachers' reasons for their selection and sequencing were investigated. The participants of this study, designed as a single embedded case design model, were 30 pre-service middle school mathematics teachers. Data was collected through Selecting and Sequencing Question Set involving different student solutions and semi-structured interviews, and analyzed using content and frequency analysis method. Findings showed that most of the pre-service teachers have chosen right solution methods to discuss in the classroom and the majority of them ignore wrong solution methods. It has been concluded that pre-service teachers' reasoning for selecting and sequencing depend on pedagogical reasons and make their selection and sequencing without establishing any relationship among student solutions.

Keywords: Mathematical discussions, selecting, sequencing, 5 practices, subtraction of fractions

* *Sorumlu Yazar / Correspondence:* Kırıkkale Üniversitesi, Türkiye, reyhan_tekin@yahoo.com ORCID: 0000-0002-1285-2791

Giriş

Matematik eğitimindeki reform hareketleri ile birlikte etkili matematik öğretiminin, matematiği bilmeyi ve anlamayı, öğrencilerin düşünmesini ele almayı, teşvik edici ve zorlu bir sınıf ortamı yaratmayı ve sınıf ortamında öğrencilerin öğrenmesini engelleyen olayları ve etkileşimleri ayırt etmeyi gerektiren oldukça zorlu bir çaba olduğu vurgulanmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı, [MEB], 2018; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM], 2000). Bu zorlu çaba ile birebir karşılaşmayan öğretmen adayları için öğretmen eğitim programları, matematik ve matematik eğitimi dersleri ile konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeleri ve okul deneyimi dersleri kapsamında pratikte bu bilgileri edinmeleri ve uygulamaları için temel teşkil etmektedir (Lin & Hsu, 2018). Bu doğrultuda, Türkiye'de MEB, Yüksek Öğretim Kurumu (YÖK), Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM), Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı gibi birçok paydaşın görüşünü alarak Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterliklerini "mesleki bilgi", "mesleki beceri", "tutum ve değerler" olmak üzere 3 yeterlik alanı çerçevesinde belirlemiştir (MEB, 2017). Grossman, Compton, Igra, Ronfeldt, Shahan ve Williamson (2009) öğretmen eğitim programlarındaki öğretim uygulamalarını tanımlamak ve analiz etmek için bir teorik çerçeve geliştirmişlerdir. Bu çerçeve kapsamında, öğretmen adaylarının, sınıf gözlemi veya videolar gibi öğretim uygulamaları aracılığıyla pratiğe yönelik farklı uygulamalar görmeleri, ders planları veya tartışmalar aracılığıyla öğretim uygulamalarını parçalara ayırmaları ve mesleki uygulamalarla ilişkili pratiklere katılmaları vurgulanmaktadır. Grossman ve arkadaşları bu 3 aşamanın mesleki eğitim programlarıyla geliştirebileceğini ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının yeterliliklerinin artırılması için bilgilerini pratiğe dönüştürebilecekleri matematik tartışma ortamlarının yaratılmasının önemi vurgulanmaktadır (Grossman ve McDonald, 2008; Tyminski, Zambak, Drake ve Land 2014). Böylece, öğretmen eğitim programında öğrenci olan öğretmen adayları, matematik tartışma ortamlarının öğrenci öğrenmesi üzerindeki etkisini kendi deneyimleri ile anlama fırsatı yakalamış olacaklardır. Ayrıca, Tyminski ve arkadaşları (2014) matematik tartışma ortamlarına katılan öğretmen adaylarının uygulamayı yürürlüğe koyarken dikkatlerini daha çok öğrenci düşünmesi ve öğrenci öğrenmesi üzerine yönlendireceklerini ifade etmişlerdir. Matematik tartışmaları, öğrencilerin matematiksel öğrenme hedeflerine ve bu hedeflerin altında yatan matematiksel kavramlara ulaşmalarını sağlamak amacıyla kullanılan bir öğrenme-öğretme aracıdır (Hiebert, Morris, Berk ve Jansen, 2007; Meikle, 2014). Birçok araştırmacı matematik tartışma ortamlarının yaratılmasının ve matematik derslerinin bu doğrultuda yürütülmesinin faydalarından bahsetmektedir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM], 2000) matematik tartışmalarının, öğrencilere kendi fikirlerini sınıf arkadaşları ve öğretmenleri ile paylaşma, anlamalarını netleştirme, matematikle ilgili durumların neden ve nasıl işlediğine dair argümanlar geliştirme, matematiksel dili kullanma ve arkadaşlarının bakış açılarından bir şeyler öğrenmeleri için fırsatlar sunma gibi faydalarının olduğunu belirtmektedir. Benzer şekilde, Lau, Singh ve Hwa (2009) öğrencilerin matematiksel fikirler önererek, formüle ederek, birleştirerek, gerekçelendirerek ve sınıf arkadaşlarının fikirlerini değerlendirerek matematik tartışmalara dahil olmalarının matematiksel anlamalarını güçlendirdiğini ifade etmişlerdir. Buradan hareketle, öğrencilerin anlamlı ve kavramsal olarak matematiği öğrenmelerini sağlamak için, öğretmenlerin matematik tartışma ortamları oluşturmaları ve bu ortamları iyi bir şekilde yönetebilmeleri gerekmektedir.

Matematik tartışmaları çok önemli olduğu kadar öğretmenler açısından çeşitli zorluklar içermektedir, çünkü matematik tartışmaları bir öğrencinin matematiksel anlamasını tüm sınıfın matematiksel anlamasını sağlayacak şekilde kullanmayı gerektirir (Lampert, 2001). Fakat bunun için öğretmenlerin, öğrencinin anlamasının dersin matematiksel öğrenme hedefi ile tutarlı olup olmadığını ve bu hedefe ulaşmak için ne kadar katkı sağlayacağını göz önünde bulundurmalıdır (Meikle, 2014). Andrews ve Bandemer (2018) zengin matematik tartışma ortamları yaratmak için öncelikle iyi bir planlama yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Bu planlama kapsamında, öğretmenler, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ortaya çıkaracak etkinlikleri belirlerken, aynı zamanda bu etkinliklerin hangi yönlerini vurgulayacağına, öğrencilerin çalışmalarını nasıl organize edeceğine, farklı seviyelerdeki öğrencilerin düşüncelerini sorgulatmak ve pekiştirmek için hangi soruları ne ölçüde soracağına önceden karar vermesi gerekmektedir (NCTM, 2000). Ayrıca, öğretmenler, öğrencilerin etkinlikleri anlamlandırmalarını sağlamanın yanında öğrencilerin yaklaşımlarını, standart veya standart olmayan çözüm yöntemlerini anlamak için de çaba sarf etmelilerdir (Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008). Başka bir deyişle, öğretmenler, matematik tartışmalarını daha verimli hale getirmek için öğrencilerin düşüncelerini ortaya koydukları çözüm yöntemlerini veya cevaplarını analiz edip bunları matematik tartışmalarına dahil etmelilerdir. Fakat öğretmenler için, öğrencilerin matematiksel etkinliklere verdikleri cevapları tüm sınıfın matematiksel öğrenmesini ilerletmek amacıyla kullanmak zor bir süreçtir (Lampert, 2001). Özellikle, öğrencilerin ne tür yöntemler geliştirebilecekleri veya nasıl cevap vereceklerine dair öngörüleri, deneyimleri ve bilgileri az olan öğretmenler, çoğu zaman matematik tartışmalarını yürütürken öğrencilere nasıl cevap vereceklerini bilmemektedirler (Smith, 1996). Bundan dolayı, öğretmenlere, özellikle bilişsel olarak zorlayıcı görevler içeren matematik tartışma ortamlarını nasıl yönetebileceklerine dair yol gösterici bir araca ihtiyaç duyulmaktadır. Buradan hareketle, Stein, Engle, Smith ve Hughes (2008) bu konuda zorlanan öğretmenlere yardımcı olmak ve matematik tartışmalarını yönetmeyi kolaylaştırmak amacıyla 5 uygulama modelini geliştirmişlerdir.

Matematik Tartışmaları Yönetmek için 5 Uygulama

Stein ve diğerleri (2008) öğretmenlere özellikle deneyimi az olan öğretmenlere, matematik tartışma ortamı yaratıp yönetmelerine yardımcı olmak için 5 uygulama önermişlerdir. Bunlar, tahmin etme (anticipating), izleme (monitoring), seçme (selecting), sıralama (sequencing) ve bağlantı kurma (connecting). Stein ve arkadaşları (2018), 5 uygulamanın birbirinden bağımsız olmadığını ve birbiri içine gömülü olduğunu vurgulamışlardır. Örneğin, öğretmenler, öğrencilerin matematik problemlerini nasıl yorumlayacaklarına dair öngörüde bulunurken (tahmin etme) onların matematiksel anlamalarını keşfetmeye (izleme) başlamaktadırlar.

Beş uygulamanın temeli olan *tahmin etme*, öğretmenlerin matematiksel etkinliklere ilişkin muhtemel öğrenci cevaplarını öngörmeleridir. Etkinliğin öğrencilerin seviyesine uygun olup olmadığı, öğrencilerin etkinliğe ilgi duyup duymayacakları ve etkinliğe ilişkin verdikleri cevapların doğruluğunu tahmin etmekten ziyade öğrencilerin etkinliği matematiksel olarak nasıl yorumlayacaklarını tahmin edebilmektir. Ayrıca, öğrencilerin etkinliğe dair geliştirmeleri muhtemel olan doğru veya yanlış çözüm yöntemleri ile öğrencilerin yöntemleri ve yorumlarının matematiksel kavramlar, gösterimler ve işlemler ile ilişkisini de öngörmeyi içerir (Smith, Hughes, Engle ve Stein, 2009). Böylece, öğretmenler, öğrencilerin geliştirebilecekleri çözüm yöntemlerini tahmin ederken aynı zamanda öğrencilerin hangi durumlarda zorluk veya karmaşıklık yaşayabilecekleri ve ne tür yanlış anlamalara sahip olabilecekleri hakkında önceden fikir yürütürler (Stein ve diğerleri, 2008).

İzleme aşaması, öğrenciler etkinlik üzerinde çalışırken öğretmenin onları izlemesini ve öğrencilerin matematiksel anlamalarını keşfetmelerini içerir (Lampert, 2001). İzlemenin amacı kaç tane öğrencinin etkinlik üzerinde çalıştığını belirlemekten ziyade onların çalışmalarındaki matematiksel fikirleri anlamaktır. Daha detaylı belirtmek gerekirse, izleme esnasında öğretmenler, öğrencilerin yöntemleri, gösterimleri, kavramları, formülleri matematiksel olarak nasıl yorumladıklarını ve bu yorumların diğer öğrencilere matematiksel öğrenme fırsatı oluşturmak için bir araç olup olmayacağına karar verirler (Nelson, 2001). Ayrıca, öğretmenler, öğrencileri sadece izlemek ve onların çalışmalarını yorumlamak yerine, öğrencilere soru sorarak öğrencilerin düşüncelerini netleştirir (Smith ve diğerleri, 2009). Lampert (2001) öğrencilerin etkinliklere nasıl cevap vereceğini tahmin edebilen öğretmenlerin, izleme aşamasında öğrencilerin düşüncelerini daha kolay yorumlayabildiklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde, Wallach ve Even (2005) öğrencilerin yöntemlerine veya gösterimlerine öğretmenler aşina değilse, izleme aşamasının öğretmenler için karmaşık bir süreç olduğunu ifade etmişlerdir.

Sonraki aşama (*seçme* aşaması), öğretmenlerin tartışma esnasında çalışmalarını veya çözüm yöntemlerini paylaşmak için öğrencileri rastgele ya da gönüllülük esasına göre çağırmak yerine tartışmanın hedefine ulaşmak için en etkili olan öğrenci çalışmalarını veya çözüm yöntemlerini seçmesidir (Smith ve Stein, 2011). Bu aşamada, öğretmenin hedefi, farklı matematiksel yorumlar, çözüm yöntemleri veya gösterimler içeren öğrenci çalışmalarını seçerek sınıfın, farklı matematiksel anlamaları fark etmelerini sağlamaktır (Stein ve diğerleri, 2008).

Öğrenci stratejileri seçildikten sonra, öğretmen, tüm sınıfın konuyu anlamasına yardımcı olacak şekilde çözüm yöntemlerinin sunumunu *sıralama*sı gerekir. Başka bir deyişle, öğrencilerin yöntemlerinin rastgele veya öğrencilerin istekli olma durumuna göre tartışmaktan ziyade, tartışmanın amacı doğrultusunda sıralayarak çözüm yöntemlerinin sınıfta tartışılmasını sağlamasıdır (Stein ve diğerleri, 2008). Öğrenci çözüm yöntemlerini seçmenin ve sıralamanın tek bir doğru yolu yoktur. Seçme ve sıralamanın nasıl yapılması gerektiği tamamen öğretmenin tartışmayı yürütmekteki amacına ve öğretmenin öğrencilerin çözüm yöntemlerini nasıl anlamlandırdığına bağlıdır (Meikle, 2014; Smith ve diğerleri, 2009). Bu doğrultuda, Smith ve arkadaşları (2009) öğretmenlerin öğrencilerin çözüm yöntemlerini, her öğrencinin konunun içeriğindeki matematiksel kavramları anlamasına ve kavramsallaştırmasına yardımcı olacak şekilde sıralayarak paylaşması gerektiğini vurgulamıştır. Bunun yanında, Meikle (2014) öğretmenlerin öğrencilerin çözüm yöntemlerindeki önemli matematiksel kavramlar ve gösterimler arasında bağlantılar kurmaları bu çözüm yöntemlerini hangi sırayla tartışacakları konusunda karar vermeleri açısından önemli olduğunu vurgulamıştır. Öğretmenlerin, matematiksel kavramlar ve gösterimler arasında bağlantı kurabilmeleri ve öğrencilerin çözüm yöntemlerini analiz edebilmeleri onların bilgisine de bağlıdır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Shulman, 1986) Bu doğrultuda, tartışmanın amacının yanında, öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama konusundaki tercihlerini öğretmenlerin bilgileri de etkilemektedir.

Stein ve diğerlerinin (2008) matematik tartışmalarını yönetmek için önerdiği 5 uygulamanın son aşaması *bağlantı kurma*dır. Öğretmenlerin, öğrencilerin kendi çözüm yöntemleri ile matematiksel kavramlar ve gösterimler arasında bağlantı kurmalarını sağlayacak sınıf ortamı oluşturmaları gerekmektedir (Boaler ve Humphreys, 2005). Bunun yanında, Smith ve diğerleri (2009) öğrencilerin birbirlerinin çözüm yöntemleri arasında da bağlantı kurmalarının önemli bir öğrenme aracı olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durumda, verimli matematik tartışma ortamı yürütmek için öğretmenlerin, öğrencilerin farklı bakış açılarını muhakeme etmeleri, anlamlandırmaları ve ilişki kurmaları için öğrencilere fırsatlar yaratmaları gerekmektedir.

Stein ve diğerleri 5 uygulamayı, öğretmenlerin, öğrenci çözüm yöntemlerini temel alarak sınıf tartışmalarını yönetmelerini kolaylaştırmak ve daha verimli hale getirmek için ortaya koymuşlardır. 5 uygulamanın bütün basamakları birbiri içerisine gömülü olmasına ve her biri önemli olmasına rağmen, tüm sınıfın konuyu kavramsal bir şekilde öğrenmeleri için "seçme ve sıralama uygulamaları özellikle kritik görünmektedir" (Meikle, 2016, s. 228). Tartışmanın amacına ulaşmak için öğretmenlerin, öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçmede ve sıralamadaki gerekçeleri, onların öğrenci anlamalarına dair bilgilerine ve matematik dersini öğretme amaçlarına ilişkin önemli bilgiler içermektedir (Stein ve diğerleri, 2008). Bu nedenle, anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğretmen veya öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerinden hangilerini seçtiklerinin ve hangi sırayla sınıfta tartıştıklarının ortaya konulması önemlidir. Ayrıca, öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama aşamasındaki gerekçeleri de onların öğrenci çözüm yöntemlerini nasıl anlamlandırdıkları açısından önem taşımaktadır. Bu öneme rağmen, alan yazınında öğretmen veya öğretmen adaylarının 5 uygulama modelini tartışma ortamlarında nasıl uyguladıkları ile ilgili az sayıda çalışma vardır (Cruz ve Garney, 2016; Livy, Muir ve Downton, 2017; Meikle, 2014, 2016; Nabb, Hofacker, Kathryn ve Ahrendt, 2018; Smith ve Stein, 1998; Smith ve diğerleri, 2009). Bunun yanında, ulusal alan yazınında matematik tartışmalarını etkili bir şekilde yürütmek için öğretmen ve öğretmen adaylarının 5 uygulama modelini sınıf ortamına aktarmalarına ilişkin çok az sayıda çalışmaya rastlanmıştır (Amaç ve Didiş Kabar, 2019; Bağdat ve Yanık, 2019). Amaç ve Didiş Kabar, 5 uygulama modelinin basamaklarından ilki olan tahmin etme basamağına odaklanmışlardır. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının, cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemleri içeren sorulardaki muhtemel öğrenci hatalarına yönelik tahminlerini araştırmayı amaçlamışlardır. Ayrıca, Bağdat ve Yanık çalışmalarında mesleğe yeni başlayan iki matematik öğretmenine 5 uygulama modeli içeren bir mesleki gelişim programı uygulamışlardır. Bu program sonucunda, öğretmenlerin 5 uygulama modelinin basamaklarını, sınıf içi tartışmalar esnasında ne derece ve nasıl yansıttıklarını araştırmışlardır. Mesleki gelişim programının öğretmen adaylarının seçme ve sıralamaya yönelik tercihlerini değiştirmelerin sağladığı ve bunun sonucunda ,öğrenci çözümlerinden farklı gösterimler ve modeller içeren çözümleri seçtikleri görülmüştür. Alan yazını taraması sonucunda, 5 uygulama modeline yönelik az sayıda çalışmanın olması bu konuda yapılacak çalışmaların önemini artırmaktadır. Başka bir deyişle, matematik tartışmaları yürütmek için kullanılabilecek 5 uygulama modelinin basamaklarını öğretmen adaylarının nasıl uygulayacaklarını ortaya koymak matematik öğretmeni eğitimcilerine, öğretmen adaylarının tartışmaları nasıl yürütmeyi planladıklarına dair bilgiler sunulmasını sağlar. Bu doğrultuda, yapılacak çalışmaların sonuçları, öğretmenlik eğitim programlarında bu modelin önemine ve uygulanmasına yönelik öğretmen adaylarına bilgilendirme yapılmasına olanak sağlayabilir. Buradan hareketle, bu çalışmada, 5 uygulama modelinden seçme ve sıralama aşamasına odaklanılarak öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerini anlamlandırıp sınıfta tartışmak üzere hangilerini seçtikleri, hangi sırayla tartıştıkları ve seçme ve sıralama gerekçelerinin neler olduğu ortaya konulmuştur. Bu doğrultuda, öğrencilerin hem işlem hem de modelleme kullanarak farklı çözüm yöntemleri geliştirebilecekleri ve genel olarak öğrencilerin zorlandıkları konu olan kesirlerle çıkarma işlemi kapsamında mevcut çalışma yürütülmüştür. Başka bir deyişle, öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine dair geliştirdikleri çözüm yöntemlerinden hangilerini ders esnasında tartışmayı tercih ettikleri, bu yöntemleri hangi sırayla tartışmayı planladıkları ve yaptıkları seçim ve sıralamayı hangi gerekçelere dayandırdıkları araştırılmıştır.

Kesirlerle Çıkarma İşlemi

Ülkemizde öğrenciler okul öncesi dönemde ve örgün eğitime başladıklarında ilk olarak doğal sayılarla karşılaşırlar (MEB, 2018) ve günlük yaşama ilişkin problemleri çözmek için doğal sayıları kullanırlar (Gökkurt, Soylu ve Demir, 2015). Ancak, bir süre sonra, doğal sayılarla işlem yapmak günlük hayatta karşılaştıkları problemlerin çözümü için yetersiz kalmaktadır. Bundan dolayı, öğrenciler 1. Sınıftan itibaren kesirlere ilişkin bütün, yarım, çeyrek gibi temel kavramları öğrenmeye başlarlar (MEB, 2018). Öğrenciler, günlük hayatlarında problem çözerken, kesir kavramına ve kesirlerle işlem yapmaya ihtiyaç duymalarına rağmen ülkemizde ve dünyada kesirler öğrencilerin en fazla zorlandıkları ve kavramsal açıdan en az anladıkları konudur (Ardahan ve Ersoy, 2002; Brown ve Quinn, 2007; Haser ve Ubuz, 2001; Pesen, 2008; Son ve Senk, 2010). Araştırmalar, öğrencilerin kesirlerle işlemlerin anlamına dikkat çekmeden işlem ve ezber odaklı öğrendiklerini göstermektedir. Öğrencilerin kesirlerle ilgili çeşitli fakat birbiriyle bağlantısız kavramlara sahip oldukları, uygun bir şekilde kullanamadıkları ve kavramlar ile gösterimleri entegre edemedikleri ifade edilmektedir (Lamon, 2007; Ma, 1999). Öğrencilerin kesirlere günlük hayatta ihtiyaç duyduğu gibi kesirlerin kavramsal olarak bağlantılı olduğu ondalık gösterim, yüzde, oran gibi konuları öğrenmek için de ihtiyaç duyarlar (MEB, 2018). Kesirlerin matematikteki diğer konularla bağlantısı ve günlük hayatta da kesirlerle sık sık karşılaşılması sebebiyle öğrencilerin bu konuda yaşadığı zorluk bu durumu problemli kılmaktadır (Hackenberg ve Lee, 2016). Bu doğrultuda, Baroody ve Hume (1991) öğrencilerin kesirlerle ilgili zorluk yaşamalarının sebeplerinden birinin uygun olmayan ders anlatımı olduğunu ileri sürmektedirler. Örneğin, Zembat (205) çalışması sonucunda öğretmenlerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini sadece ortak payda algoritması yöntemi ile, kesirlerle bölme işlemini ise sadece ters çevir çarp yöntemi ile anlatmalarının, öğrencilerin kesirlerle işlemleri anlamlı bir şekilde öğrenmelerinden ziyade ezber yoluyla öğrenmelerine neden olduğunu ifade etmiştir.

Alan yazındaki birçok çalışma öğrencilerin kesir kavramını anlamlandırmada zorlanmalarının yanında kesirlerle işlemler yapmakta da zorluk çektiklerini vurgulamışlardır (Kılıç ve Özdaş, 2010; Olkun ve Toluk-Uçar , 2007). Kara ve İncikabı (2018) çalışmasında, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işleminde toplama işlemine göre daha çok zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Çalışmanın bulgularına göre, öğrenciler kesirlerle çıkarma işlemi yaparken pay ve paydayı birbirinden bağımsız olarak düşünüp, payı paydan çıkarıp sonucu paya, paydayı paydadan çıkarıp sonucu paydaya yazmaktadırlar (Kara ve İncikabı, 2018). Buna ek olarak, Önal ve Yorulmaz (2017) öğrencilerin bir kesirde pay ve payda arasında çıkarma işlemi (büyükten küçüğü çıkararak) yaptıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca, öğrenciler çıkarma işlemi yaparken bütünün eşit büyüklükte parçalara ayrılması gerektiğine dair kavramsal bilgiye sahip olmamalarından dolayı ortak payda algoritmasını uygulamakta zorlandıkları vurgulanmıştır (Ward ve Thomas, 2006). Bu bağlamda, Ward ve Thomas (2006) kesirlerle çıkarma işlemi yaparken payda eşitlemenin öneminin öğrencilere kavramsal açıdan anlatılmasının öğrencilerin işlem yaparken hata yapmalarını önleyebileceğini ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle, Baroody ve Hume (1991) öğretmenlerin formül ve işlem odaklı kesirler öğretiminden ziyade kavramsal öğretimin ön plana çıktığı ders anlatım yöntemlerini tercih etmeleri gerektiğini vurgulamaktadırlar. Öğretmenlerin öğrenci cevaplarını kontrol etmekten ziyade öğrenci anlamasını analiz etmeyi amaçladığı ders ortamları öğrencilerin matematiksel anlamalarının artırılmasında önemli ölçüde etkisi olacaktır (Andrews ve Bardemer, 2018). Bu doğrultuda, öğrencilerin kendi çözüm yöntemlerini geliştirdikleri, bu yöntemleri sınıf ortamında paylaştıkları, sınıf arkadaşlarının yöntemlerini analiz ettikleri sınıf ortamları öğrencilerin konuyu daha iyi anlaması ve yorumlaması için fırsat sunacaktır. Buradan hareketle, öğrencilerin en çok zorlandıkları konulardan biri olan kesirler ve kesirlerle işlemler konusu anlatılırken öğrencilerin ilgili zorluklarının giderilmesi ve bu konudaki anlamalarının artırılması için öğretmenlerin matematik tartışma ortamları yaratmaları etkili olacaktır.

Smith ve diğerleri (2009) matematik tartışma ortamlarının öğrenci cevapları/yöntemleri üzerinden yürütülmesi gerektiğini savunmaktadır. Başka bir deyişle, standart yöntemden farklı olarak materyal kullanmadan öğrenciler tarafından geliştirilen informal yöntemler hem öğrencilerin kavram yanılgılarının ve zorluklarının ortaya çıkarılmasında hem de öğrencilerin konuya dair anlamalarının belirlenmesinde önemli bir rol oynamaktadır (Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema ve Empson, 1998). Buradan hareketle, öğrencilerin kesirlerle işlemlere dair geliştirdikleri informal yöntemler onların bu konuda yaşadıkları zorlukları azaltacağı gibi konuya dair anlamalarını da artıracaktır. Van de Walle, Karp ve Williams (2013) öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemi ile ilgili farklı çözüm yöntemleri geliştirebildiklerini ifade etmişlerdir. Buna paralel şekilde, Taber (2009) öğrencilerin kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini ortak payda yöntemi dışında farklı yöntemler geliştirerek de yapabildiklerini vurgulamıştır. Örneğin, van de Walle ve arkadaşları (2013) öğrencilerin alan, küme veya uzunluk modelleri kullanarak kesirlerle çıkarma veya toplama işlemlerine ilişkin farklı çözüm yöntemleri geliştirdiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenlerin bu çözüm yöntemlerini tahmin ederek ve çözüm yöntemlerini anlamlandırarak öğrencilere sınıf ortamında yöntemlerini anlatıp, arkadaşları ile tartışma fırsatı sağlamaları onların kesirlerle çıkarma işlemini anlamalarını ve yorumlamalarını artırmada etkilidir (Meikle, 2014; 2016). Öğretmenlerin, öğrencilerin geliştirdikleri tüm yöntemleri çeşitli nedenlerle sınıf içinde tartışamama durumunda bu yöntemler arasından öğrencilerin konuyu en iyi şekilde anlamalarını sağlayacak yöntemleri seçmeleri gerekmektedir. Öğretmenlerin çözüm yöntemlerinden hangilerini sınıfta tartışacaklarına ve hangi sırayla tartışacaklarına karar vermeleri de öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemi konusundaki ilişkileri keşfedip bağlantı kurmaları açısından önem teşkil etmektedir. Bu bağlamda, bu çalışmanın amacı, Stein ve diğerlerinin 5 uygulama modeli doğrultusunda, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik tartışmaları yürütürken öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine dair geliştirdikleri çözüm yöntemlerine ilişkin kararlarını seçme ve sıralama açısından incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır.

1) İlköğretim matematik öğretmen adayları, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin geliştirdikleri çözüm yöntemlerinden hangilerini sınıfta tartışmak için seçmişlerdir?

2) İlköğretim matematik öğretmen adayları, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin geliştirdikleri çözüm yöntemlerinden seçtiklerini hangi sıra ile sınıfta tartışırlar?

3) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin geliştirdikleri çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçeleri nelerdir?

Yöntem

Çalışmanın Modeli

Bir birey, program, kişi veya grubun belirli sınırlar çerçevesinde yoğun ve derin bir şekilde incelendiği çalışmalar durum çalışması olarak ifade edilmektedir (Merriam, 1998). Durum çalışması yöntemine ilişkin, Yin (2003) daha detaylı bir çerçeve sunarak araştırmadaki durum sayısı ve analiz birimi sayısına göre durum çalışması desenini gruplara ayırmıştır. Mevcut çalışmada, 5 uygulama aşamasından seçme ve sıralama aşamaları, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin geliştirdikleri yöntemler çerçevesinde araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, çalışmanın araştırma sorularına cevap vermek için en uygun yöntem nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemidir. Çalışmanın durumu 4. sınıf ilköğretim öğretmen adayları ve analiz birimleri matematik tartışmaları yönetmek için kullanılan 5 uygulama aşamasından seçme ve sıralama aşamalarıdır. Tek bir durum içinde farklı boyut ve alt boyutlar incelendiği için çalışmanın modeli iç içe geçmiş tek durum desenidir.

Çalışmanın Katılımcıları

Çalışmanın katılımcılarını, Türkiye'de bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünün son sınıfında okuyan 30 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcıları durum çalışması yönteminde kullanılan amaçlı örneklem seçme yöntemi ile seçilmiştir. Bu doğrultuda, katılımcıların tamamı Yüksek Öğretim Kurumu'nun belirlemiş olduğu "Eğitim Fakültesi Öğretmen Yetiştirme Lisans Programları Sınıf Öğretmenliği Programı'nda yer alan (YÖK, 2007) Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerini almışlardır. Özel Öğretim Yöntemleri I dersi kapsamında alana özgü temel kavramları ve bu kavramların öğretiminde etkili olan yöntem, teknik, araç-gereç ve materyalleri ile Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde problemler, doğal sayılar, kesirler, ölçüler, veri işleme ve geometri öğretimini öğrenmişlerdir. Ayrıca, çalışmanın verileri 2019-2020 akademik yılının güz döneminin son ayında toplandığı için, veri toplama döneminde, katılımcılar Okul Deneyimi I dersi kapsamında, uygulama okullarındaki rehber öğretmeninin kesirlerle çıkarma işlemi konusunu anlatımını gözlemleme ve kendileri de bu konuyla ilişkili etkinlikler yapma fırsatına sahip olmuşlardır. Bu sınırlar çerçevesinde, 4. sınıf öğrencilerinden araştırmaya katılmaya gönüllü olan 30 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüştür. Çalışmada, katılımcıların isimleri yerine öğretmen adayı anlamında ÖA1, ÖA2…..ÖA30 kodları kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verileri, 6. sınıfta yer alan "Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. *Gerçek hayat durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verilir.*" (Milli Eğitim Bakanlığı, [MEB], 2018, s. 59) kazanımını içeren soru seti ve yarı-yapılandırılmış bireysel görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Seçme ve Sıralama Soru Setinde yer alan öğrenci çözümleri, ilgili alan yazını araştırması yapılarak araştırmacı tarafından hazırlanmış ve soru seti kesirler konusunda çalışmaları bulunan iki araştırmacı tarafından incelenmiştir. Uzman görüşü doğrultusunda Şekil 1'de verilen soru setine kesirlerle çıkarma işlemini küme modeli ile modelleyen bir öğrenci çözümü (Öğrenci G'nin çözümü) eklenmiş ve bu çözüm yöntemine ilişkin de uzman görüşü alınmıştır.

Uzman görüşü çerçevesinde yapılan değişiklikler sonrasında, soru seti çalışmanın katılımcıları dışındaki 20 öğretmen adayına uygulanarak pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma öncesinde Ceren Öğretmen'in sorusu kazanımda da belirtildiği üzere gerçek hayat durumuna uygun bir problem durumu olarak verilmiştir. Pilot çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çözüm yöntemlerini seçme ve sıralamaları için öncelikle problemi anlamlandırıp, çözüm yöntemlerini problem durumu ile ilişkilendirmeleri gerekmekteydi. Fakat problemi anlamlandırıp çözüm yöntemleri ile ilişkilendirmeleri çalışmanın amacı olan çözüm yöntemleri arasından seçme ve sıralama yapma aşamasını ikinci planda tutmalarına neden olmuştur. Öncelikli odak noktaları çözüm yöntemleri ile problemi ilişkilendirmek olduğu için çalışmanın amacı doğrultusunda net ve açıklayıcı veriler elde edilememiştir. Bu nedenle, Ceren Öğretmen'in sorusunun problem durumu olmasından ziyade sembolik olarak çıkarma işlemi şeklinde olması çalışma amacına yönelik uygun veriler toplanmasını sağlayacağı öngörülmüştür. Pilot çalışmanın sonucunda yapılan değişiklik konusunda uzman görüşü alınmış ve sembolik çıkarma işlemi ile hazırlanan soru seti kullanılarak tekrar pilot çalışma yapılmıştır. Bu pilot çalışmada, öğretmen adayları sadece öğrenci çözümlerine odaklanmışlar ve hangi çözümlerin sınıf ortamında tartışılmasının ve hangi sırayla tartışılmasının uygun olacağına ilişkin daha detaylı veriler sunmuşlardır. Bu nedenle, çalışmanın verileri sembolik çıkarma işlemi kullanılarak toplanmıştır.

Seçme ve Sıralama Soru Seti (Şekil 1), 6. sınıf matematik öğretmeni olan Ceren Öğretmen'in kesirlerle çıkarma işlemine yönelik sorduğu bir çıkarma işlemi ve bu işlemin çözümüne ilişkin 7 tane öğrenci çözümünü içermektedir. Öğretmen adaylarına, ders esnasında tartışmak amacıyla, bu çözüm yöntemlerinden hangilerini seçmeyi ve seçtikleri çözüm yöntemlerini hangi sırayla tartışmayı planladıkları sorulmuştur. Ayrıca, çözüm yöntemlerine ilişkin seçme ve sıralama gerekçeleri de açıklamaları istenmiştir.

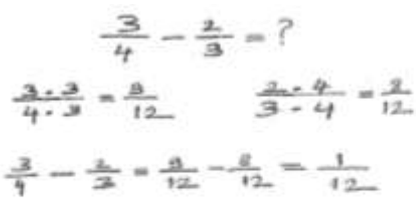
CEREN ÖĞRETMEN'İN SORUSU

Ceren Öğretmen, öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemini nasıl anlamlandırdıklarını anlamak için 6. sınıf "Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. *Gerçek hayat durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verilir.*" (MEB, 2018, s. 59) kazanımı doğrultusunda aşağıdaki işlemi sorar.

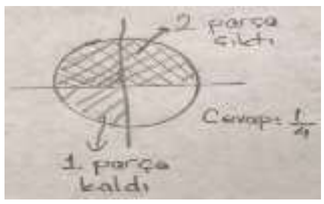
$$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=?$$

Ceren Öğretmen öğrencilere bu çıkarma işlemini istedikleri yöntemi kullanarak çözebileceklerini söyler ve öğrenciler çıkarma işlemini yaparken sınıfta dolaşıp öğrencilerin soruyu nasıl çözdüklerini gözlemler. Öğrencilerin çıkarma işlemini farklı şekilde yaptıklarını görür. Öğrencilerin farklı çözümleri aşağıda yer almaktadır.

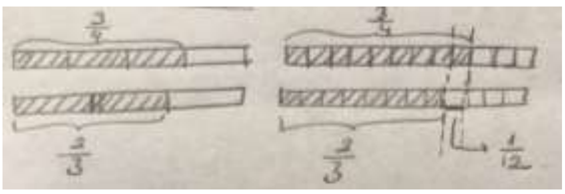
Öğrenci A'nın çözümü:



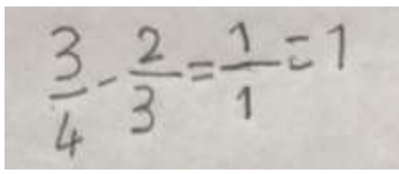
Öğrenci B'nin çözümü:



Öğrenci C'nin çözümü:

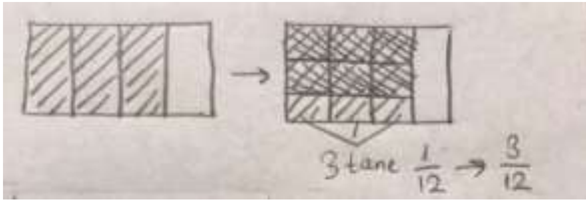


Öğrenci D'nin çözümü:

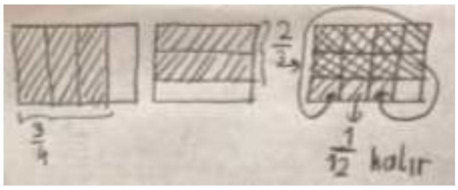


Volume 8 / Issue 4, 2020
Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi - ENAD
Journal of Qualitative Research in Education - JOQRE

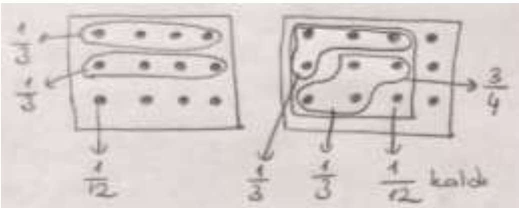
Öğrenci E'nin çözümü:



Öğrenci F'nin çözümü:



Öğrenci G'nin çözümü:



Siz Ceren Öğretmen olsaydınız,

1) Sınıftaki tüm öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemini anlamlı bir şekilde öğrenmeleri ve kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin temel kavramlara sahip olmaları için yukarıda verilen öğrenci çözümlerinden hangisi/hangilerini ders esnasında anlatırsınız/ paylaşırsınız/ tartışırsınız? Gerekçesiyle birlikte detaylı bir şekilde yazınız.

2) Öğrencilerin konuyu anlamlı bir şekilde öğrenmelerini sağlamak ve konuya ilişkin temel kavramlara sahip olmalarını sağlamak amacıyla seçtiğiniz öğrenci çözümlerini ders esnasında hangi sırayla anlatırsınız/paylaşırsınız/tartışırsınız? Gerekçesiyle birlikte detaylı bir şekilde yazınız.

3) Öğrenci çözümlerinden sınıfta anlatmayı/ paylaşmayı/ tartışmayı tercih etmediğiniz çözüm(ler) varsa, bunun nedenini açıklar mısınız? (her yöntem için ayrı ayrı açıklama yazmanız gerekmektedir.)

Şekil 1. Seçme ve sıralama soru seti

Soru setinde yer alan öğrenci çözümlerinden, Öğrenci A, Öğrenci C, Öğrenci F ve Öğrenci G'nin çözüm yöntemi doğru iken, Öğrenci B, Öğrenci D ve Öğrenci E'nin çözüm yöntemi yanlıştır. Ayrıca, bazı çözüm yöntemleri kesirler konusunun öğretiminde kullanılan modelleri içermektedir. Baykul (2009) alan ya da bölge modeli, uzunluk veya sayı doğrusu modeli ve küme veya çokluk modellerinin kesirlerin öğretiminde kullanılan modeller olduğunu belirtmiştir. Öğrenci B, Öğrenci E ve Öğrenci F'nin çözüm yöntemleri bölge modelini kapsamaktadır. Bu modelde, kesirler aynı alana ve şekle sahip parçalarla temsil edilir (Alacacı, 2015). Öğrenci C çözümünde kesir çubuklarını kullanarak bölge yerine uzunluklardan yararlanmıştır. Başka bir deyişle, Öğrenci C, kesirlerle çıkarma işlemini uzunluk modeli kullanarak zihninde somutlaştırmıştır. Öğrenci G, bütünü küme içindeki elemanlar, parçaları da eşit sayıda eleman içeren alt kümeler olarak görselleştirmiştir. Başka bir deyişle, Öğrenci G, küme modeli kullanarak çıkarma işlemini yapmıştır. Diğer taraftan, Öğrenci A ortak payda algoritması kullanmış ve Öğrenci D ise payları kendi arasında, paydaları kendi arasında çıkararak payların farkını paya, paydaların farkını paydaya yazmıştır.

Öğretmen adayları farklı modelleme ve işlem içeren doğru ve yanlış öğrenci çözüm yöntemlerini, çözüm yöntemlerinin doğruluğu veya yanlışlığı açısından analiz edecekler, çözüm yöntemlerini anlamlandıracaklar ve bunların hangilerinin sınıfta tartışmaya uygun olduğuna karar verecekler. Ayrıca, çözüm yöntemlerinin kapsadığı temel kavramlar ve ilişkilerin öğrenciler tarafından en iyi şekilde anlaşılması için çözüm yöntemlerinin hangi sırayla sınıfta tartışılmasının uygun olacağına karar vermeleri gerekmektedir. Sınıfta tartışmaya uygun buldukları yöntemleri tartışma nedenleri ile tartışmaya uygun bulmadıkları yöntemleri tartışmama nedenleri de seçme ve sıralama gerekçelerini ortaya koymaktadır. Seçme ve Sıralama soru seti öğretmen adaylarına verilip onlardan yazılı cevaplar alındıktan sonra, 30 öğretmen adayından cevapları birbirinden farklı olan 10 öğretmen adayıyla gönüllülük esasına dayalı olarak yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Farklı çözüm yöntemlerini sınıfta tartışmayı tercih eden veya aynı çözüm yöntemleri seçmiş olsalar da bunları farklı sıralamalarda tartışmayı planlayan öğretmen adayları görüşme için seçilmiştir. Bu şekilde, seçme ve sıralamaya dair farklı gerekçeler ortaya konması amaçlanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde, araştırılacak araştırma soruları veya konular önceden belirlenirken, görüşme esnasında sorulacak sorular ve sırası görüşme esnasında da belirlenebilir (Merriam, 1998). Öncelikle öğretmen adaylarından soru setine verdikleri cevapları netleştirmeleri ve detaylandırmaları istenmiştir. Sonrasında, “Öğrenci G’nin çözümünü seçmenin nedeni nedir?”, “Neden Öğrenci A’nın çözümünü Öğrenci C’nin çözümünden sonra tartışırsın?”, “Bu sırayla tartışmak öğrencilere ne kazandıracak?” gibi sorular sorulmuş. Veri analizinden önce tüm görüşmelere ait video kayıtları izlenerek yazıya aktarılmış ve çalışmanın geçerlik güvenilirliğini artırmak amacıyla öğretmen adayları ile çalışmanın bulguları paylaşılıp bulguların kendi düşüncelerini yansıtıp yansıtmadığı sorulmuştur. Ayrıca, verilerin birden fazla veri toplama yöntemi (soru-seti ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler) kullanılarak toplanması çalışmanın bulgularının desteklenip güçlendirilmesini sağlamıştır. Böylece, çalışmanın güvenilirliği artırılmıştır (Yin, 2003).

Veri Analizi

Çalışma kapsamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından elde edilen veriler, frekans analizi ve içerik analizi yöntemi kullanılarak iki aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada, 30 öğretmen adayının sınıf ortamında tartışmak için hangi çözüm yöntemlerini seçtiklerine ve bu yöntemleri hangi sıra ile tartışacaklarına ilişkin verilerin analizinde frekans analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde, her bir yöntemin kaç öğretmen adayı tarafından seçildiği ve kaçıncı sırada tartışılacağı sorularının yanıtı verilmiştir. Çözüm yöntemlerinin sıralanmasına ilişkin verilerde 5., 6., veya 7. sırada tartışılması uygun bulunan yöntemler için 5 ve sonrası ifadesi kullanılmıştır. İkinci aşamada, içerik analizi yöntemi ile veriler daha detaylı incelenerek öğretmen adaylarının öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçeleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda, veriler daha detaylı incelenerek kodlanmış ve kodlar bir araya getirilerek öğretmen adaylarının gerekçeleri Meikle’nin (2016) çalışmasındaki kategorilere dayandırılarak pedagojik nedenler, işlemsel nedenler ve kavramsal nedenler olarak belirlenmiştir. Bu gerekçelerin her biri ilişkisiz ve ilişkili olmak üzere 2 şekilde incelenmiştir.

Pedagojik nedenler konuyla ilgili hiçbir kavramın bahsedilmediği, konuya özgü olmayan, çok yüzeysel gerekçelerdir. Örneğin, çok pratik, anlaşılır, klasik çözüm gibi gerekçeler pedagojik nedenler olarak ele alınmıştır. İşlemsel nedenler, öğrencinin çözüm yönteminin anlatılarak bu yöntemin altında yatan kavramsal bilgiden bahsetmeden bu işlemlerin/modellemenin doğru sonuca ulaştırdığını ve konunun somutlaştırılması için önemli olduğunun belirtilmesidir. Kavramsal nedenler ise öğretmen adaylarının öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçesi olarak yöntemin içerdiği kavramsal bilgileri sunmalarıdır. Son olarak, eğer öğretmen adayları seçme ve sıralama yaparken çözüm yöntemleri arasında ilişki kuruyorsa

Volume 8 / Issue 4, 2020
Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi - ENAD
Journal of Qualitative Research in Education - JOQRE

ilişkili gerekçe, ilişki kurmayıp birbirinden bağımsızmış gibi düşünüyorsa ilişkisiz gerekçe olarak kodlanmıştır.

Elde edilen verilerin analizinin güvenilirliğini sağlamak için matematik eğitimi alanında uzman iki araştırmacı tarafından veriler ayrı ayrı kodlanmış ve kodlar arasındaki uyum yüzdesi Miles ve Huberman'ın (1994) belirttiği formül ile hesaplanmıştır. Miles and Huberman'a göre güvenilirlik katsayısının %70'in üzerinde çıkması veri analizinin güvenilir olduğunu göstermektedir. Mevcut çalışmanın veri analizinde kodlayıcılar arasındaki uyum yüzdesi %91 olarak belirlendiği için veri analizinin güvenilir olduğu söylenebilir. Görüş farklılığı olan kısımlar tartışılmış ve görüş birliği sağlanmıştır.

Bulgular

Çalışmanın amacı doğrultusunda elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçme ve sıralamasına ilişkin frekans analizi ile seçme ve sıralama gerekçeleri olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözüm Yöntemlerini Seçme ve Sıralamaları

Öğretmen adaylarının matematik tartışmaları esnasında sınıfa sunacakları ve tartışacakları çözüm yöntemlerini seçmeleri amacıyla kesirlerle çıkarma işlemine dair 7 farklı öğrenci çözümü sunulmuştur. Tablo 1'de öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerini seçme ve sıralamalarına dair frekans analizi verilmiştir.

Tablo 1.

*Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözüm Yöntemlerini Seçme ve Sıralamalarına ilişkin Frekans Analizi**

Sıralama / Öğrenci çözümü	1. sıra	2.sıra	3.sıra	4.sıra	5 ve daha sonrası	Toplam
Öğrenci A'nın çözüm yöntemi	3(10,7)	9(32,1)	7(25,0)	6(21,4)	3(10,8)	28(93,3)
Öğrenci B'nin çözüm yöntemi**	1(11,1)	1(11,1)	1(11,1)	4(44,5)	2(22,2)	9(30,0)
Öğrenci C'nin çözüm yöntemi	16(66,7)	5(20,8)	3(12,5)	0	0	24(80,0)
Öğrenci D'nin çözüm yöntemi**	2(20,0)	0	0	3(30,0)	5(50,0)	10(3,3)
Öğrenci E'nin çözüm yöntemi**	0	2(22,2)	2(22,2)	0	5(55,6)	9(30,0)
Öğrenci F'nin çözüm yöntemi	5(22,7)	10(45,5)	6(27,3)	0	1(4,5)	22(73,3)
Öğrenci G'nin çözüm yöntemi	3(18,7)	3(18,7)	4(25,0)	5(31,3)	1(6,3)	16(53,3)

*Sıralama aşamasındaki frekans analizinde, yüzdeler çözüm yöntemini seçen öğretmen adayları sayısı üzerinden hesaplanmıştır. f(%) şeklinde verilmiştir.

**Yanlış çözümler

Tablo 1'e göre, öğretmen adaylarının yarısından fazlası doğru öğrenci çözümlerini sınıf içinde tartışmak üzere seçmelerine rağmen, yaklaşık üçte biri yanlış çözüm yöntemlerini sınıf tartışmalarına dahil etmeyi uygun görmektedir. Öğretmen adaylarının neredeyse tamamı (%93,3) ortak payda algoritmasını gerektiren Öğrenci A'nın çözüm yöntemini sınıfta tartışmak için seçmelerine rağmen bunlardan yalnızca 3'ü (%10,7) sınıf ortamında ilk olarak bu yöntemi tartışmayı doğru bulmuşlardır. Bu üç öğretmen adayından ÖA15'in açıklaması aşağıda verilmiştir.

> *Sınıf içerisinde ilk önce Öğrenci A'nın çözüm yöntemini anlatırdım. Kesirlerde çıkarma işleminde genelde kullanılan yöntem olduğu ve çözümü daha kolay olduğu için bununla başlardım.*(1. Sıra)

Çoğunlukla öğretmen adayları Öğrenci A'nın çözüm yöntemini 2., 3., ve 4. sırada sınıfla paylaşmayı ve tartışmayı uygun bulmuşlardır. Öğrenci A'nın çözüm yöntemini 4. sırada tartışacağını ifade eden ÖA9'un yarı-yapılandırılmış görüşmeler esnasındaki açıklaması aşağıda verilmiştir.

> *Paydası eşit olmayan kesirlerin işlemlerini Öğrenci A'nın çözümü gibi ezber bir yolla öğretmektense öncelikle modellerle neden paydaları eşitlememiz gerektiğini, bütündeki parçaların aynı büyüklükte olması gerektiğini öğrenciye kazandırmam gerekiyor. Bu yüzden Öğrenci A'nın çözümü, modellerle işlem gösterildikten sonra kısaca bu işlemin nasıl yapacağımızın pratik yolu olarak verilebilir.* (4. Sıra)

30 öğretmen adayından 24'ünün (%83,3) sınıf ortamında tartışmayı tercih ettiği Öğrenci C'nin çözüm yöntemini 16 öğretmen adayı (%66,7) ilk sırada tartışmayı doğru bulurken 2. ve 3. sırada tartışmayı uygun gören öğretmen adayı sayısı sırasıyla beş (%20,8) ve üçtür (%12,5). Örnek olarak, Öğrenci C'nin çözüm yöntemini 1. sırada tartışmayı planlayan ÖA6 ile 2. sırada tartışmayı uygun bulan ÖA15'in açıklaması verilmiştir.

ÖA6'nın Seçme ve Sıralama Soru Setindeki açıklaması:

> *Öncelikle C öğrencisinin çözümünden başlardım. Bir bütünün ¾ ünü göstermiş ve daha sonra yine eşit uzunluktaki bütünün 2/3 ünü göstermiş. Bu modelleri alt alta getirerek ¾ kesrine denk gelen kesirden (9/12), 2/3 kesrine denk gelen parçayı (8/12) çıkardığında kalan parçayı (1/12) bulmuş. İşlemi bu şekilde modelleyerek yapınca kesirler arasındaki ilişkiyi daha rahat görüp çıkarma işlemini kolaylıkla yapmıştır. Bu nedenle, ilk olarak C öğrencisinin çözümünü paylaşırdım.* (1. Sıra)

ÖA15'in Seçme ve Sıralama Soru Setindeki açıklaması:

> *Öğrenci A'nın yöntemini anlamayanlar için yani soyut gelenler için bir diğer yol olan Öğrenci C'nin yöntemini paylaşırdım ve tartışırdım. Öğrencilerin her iki kesri ayrı ayrı modellerle göstermesi daha kolay olabilir. Öğrencinin her iki kesri eşit uzunlukta alması payda eşitleme kavramını anlamalarında yardımcı olabilir. İki kesri alt alta modellediklerinden çıkarma işleminde de fazlalığı çıkardıklarını bildiklerinden üstteki kesrin fazlalık kısmını alttaki kesirle birleştirip iki modeli birlikte çözebilirler.* (2. Sıra)

Tablo 1'de görüldüğü üzere, 22 öğretmen adayı (%73,3) Öğrenci F'nin çözümünü sınıf ortamında tartışmak üzere seçmiştir. Bu öğretmen adaylarının yaklaşık yarısı (%45,5), Öğrenci F'nin çözümünü 2. sırada tartışmanın doğru olduğunu belirtmişlerdir. Beş öğretmen adayı 1. ve altı öğretmen adayı 3. sırada tartışmayı tercih ederken, sadece bir öğretmen adayı en son tartışmak istediğini ifade etmiştir. Öğrenci F'nin çözüm yöntemini seçen ve ilk sırada tartışmanın uygun olacağını belirten öğretmen adaylarından ÖA3'ün açıklaması verilmiştir.

> *İlk olarak, Öğrenci F'nin iki modeli üst üste koyarak kıyaslama yaptığı çözümü şeffaf kesir kartları ile sınıfta öğrencilere yaptırırdım. Böylece payda eşitleme, eşit sayıda parçaya ulaşma adımları yapılmadan iki kesrin farkı daha kolay bulunurdu.*(1. Sıra)

Doğru çözüm yöntemlerinden biri olan ve küme modelini içeren Öğrenci G'nin çözüm yöntemini seçen 16 öğretmen adaylarından 1. ve 2. sırada tartışmayı uygun bulan öğretmen adayı sayısı üç (%18,7) iken, 3. ve 4. sırada tartışmayı uygun bulanların sayısı sırasıyla dört

(%25,0) ve beştir (%31,3). Sadece bir öğretmen adayı bu yöntemin son sıralarda tartışılması gerektiğini ifade etmiştir. Örnek olarak Öğrenci G'nin çözüm yöntemini ilk sırada paylaşmayı planlayan öğretmen adaylarından ÖA25'in açıklaması aşağıda verilmiştir.

> *Öğrenci G'nin çözümü de doğru, öğrenci paydaların ortak katı olarak 12 olduğuna karar vermiş. Bir kutu çizmiş ve içerisine 12 tane nokta çizmiş. Bu noktaları 3 eşit parçaya ayırmış ikisini almış ve aynı şekilde bir tane daha kutu çizmiş yine aynı şekilde 12 tane çizmiş. Bu noktaları da 4 eşit parçaya ayırıp 3'ünü çerçeve içerisine almış. İlk çizmiş olduğu kareden 3 eşit parçaya ayırıp ikisini almıştı ve aldığı noktaların sayısı kadar ikinci şekilden taramış olduğu noktalardan çıkarmış ve sonuca ulaşmış. İlk sıraya G'yi koyardım öğrencinin noktaları çizmesi ve bunları sayıp diğerinden çıkarması diğer modellemelere göre daha kolay diye düşünüyorum.*(1. Sıra)

Ayrıca, Öğrenci G'nin çözüm yöntemini son sırada tartışmayı tercih eden ÖA24'ün açıklaması aşağıda yer almaktadır.

> *Öğrenci G'nin çözüm yöntemi, öğrencilerin hiç alışık olmadığı, belki de bugüne kadar hiç karşılaşmadıkları bir yöntem. Gruplandırma yaparak kesirleri oluşturmalarını bekliyoruz. Bu çözümü ilk sıralarda anlatırsam, öğrencilerin kafasının karışacağını düşünüyorum. Öncelikle diğer yöntemlerle işlemin nasıl yapılacağını ve payda eşitlemenin altında yatan nedeni tartıştıktan sonra, alternatif bir yöntem olarak bu çözüm yöntemini de paylaşırdım. Ama öncelikle diğer yöntemlerle konuyu anlamalarını sağlardım.* (son sıra)

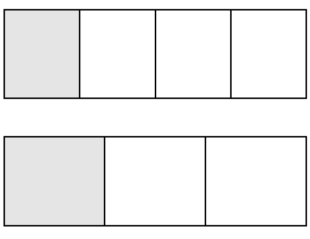
Diğer taraftan, Tablo 1'de görüldüğü üzere, yanlış öğrenci çözümleri arasından soruyu bölge modeli yöntemi ile çözen Öğrenci B ve Öğrenci E'nin çözüm yöntemini dokuz (%30,0) öğretmen adayı sınıf içinde tartışmak için seçmişlerdir. On öğretmen adayı (%33,3) paylar birbirinden çıkarılarak paya, paydalar birbirinden çıkarılarak paydaya yazılır kavram yanılgısını içeren Öğrenci D'nin çözümünü sınıf içinde tartışmak amacıyla seçmişlerdir. Bu öğretmen adayları yanlış yöntemleri sınıf tartışmasında genel olarak son sıralarda tartışmayı uygun bulmuşlardır.

Öğrenci B'nin çözüm yöntemini sadece bir tane (%11,1) öğretmen adayı ilk üç sırada tartışmayı uygun bulurken, 4. ve son sırada tartışmanın doğru olduğunu belirten öğretmen adayı sayısı sırasıyla dört (%44,4) ve ikidir (%44,4). Öğrenci B'nin çözüm yöntemini ilk sırada tartışmayı planlayan ÖA19'un açıklaması verilmiştir.

> *1. sırada Öğrenci B'nin çözümü tartışırdım. Öğrenci yanlış çözmüş, öncelikle bu çözümdeki yanlışın ne olduğunu öğrencilerin kavramasını sağlardım. Ondan sonra doğru çözümleri anlatırdım.*(1.Ssıra)

Öğrenci B'nin çözüm yönteminde olduğu gibi Öğrenci D ve E'nin çözüm yöntemlerini ilk 3 sırada tartışmanın doğru olduğunu savunan öğretmen adaylarının sayısı oldukça azdır. Öğrenci D'nin çözümünü ilk sırada anlatmayı uygun bulan iki öğretmen adayından (%20,0) ÖA8'in açıklaması, Öğrenci E'nin çözümünü 2.sırada tartışmayı düşünen iki öğretmen adayından (%20,0) ÖA16'nın açıklaması sırasıyla aşağıda verilmiştir.

ÖA8'in Seçme ve Sıralama Soru Setindeki açıklaması:



> *Öğrencilere bu iki modelin parçalarının eşit olmadığını göstererek bu işlemin yanlışlığını kavramalarını sağlardım. Diğer yöntemlere geçmeden önce kavram yanılgılarını gidermenin daha doğru olacağını düşünüyorum.* (1. Sıra)

ÖA16'ün yarı-yapılandırılmış görüşmedeki açıklaması:

> *Daha sonra çözümlerden E çözümü ile devam ederdim bu çözüm ilk çözüme (Öğrenci F'nin çözümüne) benzer ve ardına anlatılırsa diğer çözümlere göre daha anlaşılır olacağını düşünüyorum.* (2. Sıra)

Öğrenci D ve Öğrenci E'nin çözüm yöntemini son sırada tartışmanın doğru olacağını savunan öğretmen adaylarının açıklaması Öğrenci B'nin çözümü için ÖA4'ün açıklaması ile aynıdır.

Öğretmen adaylarının yarıdan fazlası doğru çözüm yöntemlerini sınıf ortamında tartışmak amacıyla seçip öncelikli olarak onları tartışmayı planlamışlardır. Yanlış öğrenci çözümlerini sınıf içinde tartışmayı uygun bulan öğretmen adaylarının sayısı çalışmaya katılan tüm öğretmen adaylarının üçte biri kadardır. Ayrıca yanlış çözüm yöntemlerini de seçen öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu bu çözümleri son sıralarda tartışmanın daha doğru olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmen Adaylarının Öğrenci Çözüm Yöntemlerini Seçme ve Sıralama Gerekçeleri

Çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçeleri olarak pedagojik nedenler, işlemsel nedenler ve kavramsal nedenler olmak üzere 3 gerekçe ortaya konmuştur. Her bir gerekçe aynı zamanda ilişkili ve ilişkisiz olmak üzere 2 alt kategoride incelenmiştir. Öğretmen adaylarının seçme ve sıralama gerekçelerine ilişkin frekans analizi Tablo 2'de verilmiştir. Bazı öğretmen adayları öğrencilerin çözüm yöntemlerini bir bütün olarak değerlendirmeyip tekli, ikişerli veya üçerli gruplayarak seçme ve sıralama gerekçesi belirtmişlerdir. Başka bir deyişle, bazı öğretmen adayları birden fazla gerekçe sunmuşlardır.

Tablo 2.

*Öğretmen Adaylarının Seçme ve Sıralama Gerekçelerine ilişkin Frekans Analizi**

	Seçme		Sıralama	
	İlişkili gerekçe	İlişkisiz gerekçe	İlişkili gerekçe	İlişkisiz gerekçe
Pedagojik nedenler	3 (10,0)	22 (73,3)	6 (20,0)	14 (46,7)
İşlemsel nedenler	1 (3,3)	6 (20,0)	0	4 (13,3)
Kavramsal nedenler	1 (3,3)	4 (13,3)	4 (13,3)	1(3,3)

* f(%) şeklinde verilmiştir.

Pedagojik nedenler

Öğretmen adaylarının sınıf ortamında tartışmak üzere öğrenci çözüm yöntemlerini seçerken ve sıralarken konuyla ilgili hiçbir kavramdan bahsetmediği, konuya özgü olmayan, çok yüzeysel ifadeleri içeren gerekçeleridir. Ayrıca bu gerekçeler, tartışmanın amacı ile de bağdaştırılmayan gerekçelerdir. Tablo 2'de görüldüğü üzere, öğretmen adaylarının birçoğu seçimlerini ve sıralamalarını pedagojik nedenlere dayandırmışlardır. Hatta pedagojik nedenlere dayandırırken çözüm yöntemleri arasında ilişki kurmadan, her bir yöntemi birbirinden bağımsız düşünmüşlerdir. Örneğin, ÖA20 çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçesini aşağıdaki şekilde açıklamıştır.

> *Öğrenci A'nın yöntemi klasik ve pratik çözümdür. Sınavda veya hızlı çözüm gerektiği vakit bu çözümü yapmalarını öneririm. Öğrenci C'nin yöntemini kesirleri görsel bir şekilde anlamlandırabilmeleri için gösterirdim. Öğrenci G'nin çözümünden çıkarmanın mantığının fiziksel bir gösterimi olarak alabildiğimiz için gösterirdim. Bizim öğrencilerimizin amacı sınavda soruları hızlı ve pratik şekilde çözmek olduğu için*

> *öncelikle Öğrenci A'nın yöntemini sınıfta tartışırım. Daha sonra modellemelerin olduğu C ve G yöntemlerini tartışırdım.*

ÖA20'nin açıklamasına benzer şekilde yüzeysel, yani sadece yöntemlerin klasik, pratik, hızlı ve görsellerle somutlaştırılmasına vurgu yaparak öğretimsel nedenler sunan öğretmen adaylarının birçoğu pedagojik ilişkisiz nedenler sunmuşlardır. Seçme ve sıralama gerekçesini pedagojik nedenler olarak sunan bazı öğretmen adayları gerekçelerini diğer yöntemlerle ilişkilendirerek ifade etmişlerdir. Buna örnek olarak, ÖA30 yarı-yapılandırılmış görüşme esnasında

> *Öncelikle kesinlikle Öğrenci F'nin yöntemini gösterirdim. Çünkü çok fazla anlaşılır olduğunu düşüyorum. Sonra Öğrenci C'nin yöntemini tercih ederim, ikinci olarak Öğrenci C'nin yöntemini tercih etme sebebim ise F yöntemine göre daha karmaşık ve algılanabilirliği daha düşük çünkü Öğrenci C iki farklı şekil kullanıyor. Halbuki Öğrenci F'nin yönteminde tek bir şekil ile farkı görebiliyor. F veya C yöntemlerini kullanmamın sebebi öğrenci zihninde bu tarz soyut işlemlerin şekiller ile desteklenmesinin öğrencinin zihninde kalıcı olacağını düşünmem, ayrıca öğrencilerin yaptıkları bu işlemin gayet algılanabilir ve uygulanabilir olduğunu düşünüyorum. En son A yöntemini gösteririm çünkü öğrencinin her zaman şekil çizmek için vakti olmayabilir ve işin özünü anladıktan sonra pratik bir yol görmesi gerektiğini düşünmem.*

şeklinde açıklama yaparak yöntemlerin basitliğine, anlaşılabilirliğine odaklanmış ve yöntemler arasında ilişki kurmuştur. Bu nedenle, ÖA30'un açıklamasına benzer şekilde açıklama yapan öğretmen adaylarının gerekçeleri pedagojik ilişkisel nedenler olarak ele alınmıştır.

İşlemsel nedenler

Öğretmen adaylarının sınıfta tartışmak üzere öğrenci çözüm yöntemlerini seçerken ve sıralarken gerekçe olarak çözüm yöntemlerinin altında yatan kavramsal bilgiden bahsetmeden öğrencilerin yaptığı işlem veya modellemeye ilişkin açıklamalar sunmasıdır. Az sayıda öğretmen adayı seçim ve sıralamalarını işlemsel nedenlere dayandırmışlar, fakat sadece 1 öğretmen adayı öğrencilerin çözüm yöntemlerine dair seçimlerini yaparken yöntemler arasında ilişki kurmuştur. İşlemsel neden sunan diğer öğretmen adayları, çözüm yöntemleri arasında ilişki kurmamıştır. İşlemsel nedenlere örnek olarak ÖA6'nın yarı-yapılandırılmış görüşmedeki açıklaması aşağıda verilmiştir.

> *Öncelikle C öğrencisinin çözümünden başlarım bir bütünün ¾ ünü gösterip daha sonra yine eşit uzunluktaki bütünün 2/3 ünü gösterip bu modelleri alt alta getirerek ¾ kesrinden 2/3 kesrine denk gelen parçayı çıkardığında kalan parçayı görmelerinin daha rahat olacağını düşündüğüm ve kesirler arasındaki ilişkiyi daha anlaşılır modellediğinden ilk olarak C öğrencisinin çözümünü paylaşırdım. Daha sonra G öğrencisinin çözümünü anlatırdım. 1/12'lik birimlerden oluşan modelde ¾ u temsil eden parçadan iki tane 1/3'lük kısmı çıkararak kalan parçayı bularak çözüme ulaşmıştır. En son öğrenci F'nin çözümünü gösterirdim. Parçaları taşıyarak ¾ kesir modeline benzetmesi ve buradan çıkarma işlemini yapması bazı öğrenciler için zor olabilir (fark edilemeyebilir)*

ÖA6'nın açıklamasından da anlaşılacağı üzere, öğretmen adayı sadece öğrencilerin yaptığı işleme ve modellemeye odaklanmış ve çözümün/modellemenin altında yatan kavramları açıklamamıştır. Ayrıca, seçme ve sıralama yaparken yöntemler arasında ilişki kurmamıştır. Bu nedenle ÖA6'nın açıklamasına benzer şekilde açıklama yapan öğretmen adaylarının gerekçeleri işlemsel ilişkisiz nedenler olarak belirlenmiştir. İşlemsel gerekçelerini ilişkilendirerek yapan öğretmen adayları yine işlemleri/modellemeyi anlatmış fakat işlemler/modeller arasında ilişki kurarak seçme ve sıralama gerekçelerini ortaya koymuşlardır. Daha net bir şekilde ortaya koymak için, her bir yöntemin nasıl uygulandığını tek tek anlatan ve Öğrenci A, Öğrenci C, Öğrenci F ve Öğrenci G'nin çözüm yöntemlerini sınıf içerisinde tartışmayı uygun bulan ÖA3 seçme ve sıralama gerekçesini

> *C, F ve G öğrencileri modellemeleri hatasız yapıp doğru sonuca ulaşmıştır. İşlemsel becerinin üstünde olan bu çözüm yollarını sınıfta paylaşırdım. İlk olarak Öğrenci F'nin iki modeli üst üste koyarak çıkarma yaptığı çözümü şeffaf kesir kartları ile sınıfta öğrencilere yaptırırdım. Üst üste koyunca tek kartmış gibi görünüp kalan kısmı daha kolay görecekleri için bu çözümü önce tartışırdım. Kesir çubukları kullanarak modellemekte görsel olarak öğrencilere kolaylık sağlayacağı ve Öğrenci F'nin çözümü ile kıyaslayabileceğimiz için Öğrenci C'nin çözümünü 2. sırada paylaşırdım. Öğrenci G'nin çözümü ise öğrencilerin çok fazla aşina olmadığı farklı bir modelleme yöntemi. Bu yöntemi de sınıfta paylaşarak bu konuda farklı modellemeler görmelerini sağlardım. Böylece yanlış modelleme yapan öğrenciler doğru modelleme yollarını görerek kendine uygun olanını seçer ve yanılgısını giderebilirdi. A öğrencisinin doğru yapmış olduğu işlemsel cevaba alternatif olarak bu çözümlerden birini öğrenmesini isterdim. D öğrencisinin ise modellemeyi öğrendikten sonra bulduğu cevabın yanlış olduğunu görmesini sağlardım.*

şeklinde ifade etmiştir. ÖA3'ün ifadesinden de anlaşılacağı üzere, ÖA3 öğrenci çözümlerini seçerken ve sıralarken çözüm yöntemlerini birbiri ile karşılaştırarak öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemini modellemesini ve işlemleri doğru yapmalarını sağlamayı amaçlamıştır. Fakat çözüm yöntemlerinin altında yatan kavramlara dikkat çekmemiştir. Bu nedenle ÖA3 ve benzer şekilde açıklama yapan öğretmen adaylarının gerekçeleri işlemsel ilişkili nedenlerdir.

Kavramsal nedenler

Öğretmen adaylarının öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçesi olarak yöntemin içerdiği kavramsal bilgileri sunmalarıdır. Bu gerekçelerde, öğrencilerin konuyu anlamlı bir şekilde öğrenebilmeleri için sahip olmaları gereken bilgileri içermektedir. Az sayıda öğretmen adayı seçim ve sıralamalarını kavramsal gerekçelere dayandırırken, bunlardan birçoğu seçimlerinde çözüm yöntemleri arasındaki ilişkiyi göz ardı ederken sıralamada yöntemleri ilişkilendirmişlerdir. Bu kapsamda, kavramsal gerekçeler sunan öğretmen adaylarından ÖA15 yarı-yapılandırılmış görüşmede;

> *Öğrenci A'nın çözümü geleneksel öğretimde kullanılan bir yöntem. Sınıf içerisinde ilk önce bu yöntemi anlatırdım. Kesirlerde çıkarma işlemi yapabilmek için bütünün eşit büyüklükte eşit parçalara ayrılması gerekir. Bunun için, bütünün bölündüğü parça sayılarının ortak çarpanını alarak eşitlemiş. Eşit parçalar arasında çıkarma işlemini yapmıştır. Bu çözüm kolay olduğu için bununla başlardım.*
>
> *Çözümü görselleştirmek için Öğrenci C'nin yöntemini paylaşırdım ve tartışırdım. Öğrencilerin her iki kesri ayrı ayrı modellerle göstermesi daha kolay olabilir. Öğrencinin her iki kesrin bütününü eşit uzunlukta alması payda eşitleme kavramını anlamalarında yardımcı olabilir. Öğrenci C, model üzerinde parçaların eşit büyüklükte olmadığını ve farklı büyüklükteki parçalar arasında çıkarma işleminin yapılamayacağını anlamıştır. Bu yüzden, öncelikle model üzerinde parçaları eşitlemiştir. Sonra, iki kesri alt alta modelleyip çıkarma işleminde de fazlalığın çıkarılması gerektiğini bildiği için üstteki kesrin fazlalık kısmını alttaki kesirle birleştirip iki modeli birlikte çözmüştür.*
>
> *Öğrenci F'nin yöntemini ise en son kullanırdım. İki kesir iki ayrı modelde gösterilmiş. Yine bölünen bütün eşit büyüklükte. İki kesrin bütünü iki farklı şekilde yani birini dikey birini yatay bölmesi kesrin farklı olduğunun vurgulamak için. Daha sonra iki şeklin tek bir şekilde birleştirilmesi kesirleri tek bir paydada gösterme anlamında faydalı olabilir. İki kesirde ortak olanlar taranır onlar birbirini tamamlar sadece tek bir kesirde çizili olan fazlalıktır. Bunu öğrenci rahatça görebilir.*

şeklinde açıklama yapmıştır. Benzer şekilde, öğrencilerin çözümlerinin kesirlerle çıkarma işlemi ile ilgili önemli kavramlara dayandırılıp ve aynı zamanda çözüm yöntemleri arasında ilişki kurulan gerekçeler kavramsal ilişkili gerekçelerdir. Buna örnek olarak aşağıda ÖA18'in Seçme ve Sıralama Soru Seti'ndeki açıklaması yer almaktadır.

İlk olarak Öğrenci C'nin çözümünü tartışmak isterim. Bunu anlatırken Öğrenci B'nin yaptığı hatayı düzeltmesini sağlarım. Çünkü Öğrenci C modellemesinde $\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{3}$ kesirlerini aynı büyüklükteki bütünlerde gösterip, işlemi yapabilmek için birim kesirlerin aynı olması gerektiğini bilerek $\frac{1}{12}$ birim kesrine göre $\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{3}$ kesir modellemelerini parçalara ayırmıştır. Çıkarma işlemini yaptığında 1 birim kesrin yani $\frac{1}{12}$'nin cevap olduğunu bulmuştur. Bu çözümü anlatırken Öğrenci B'nin $\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{3}$ kesirlerinin, birim kesirlerinin aynı olduğunu düşünüp $\frac{3}{4}$ kesrinin 2 birimini çıkarmasının yanlış olduğunu anlamasını sağlarım. İkinci olarak Öğrenci F'nin çözümünü anlatırım. Çünkü Öğrenci C'nin çözümünde iki kesirde aynı şekilde gösterilmişti fakat Öğrenci F aynı büyüklükteki iki bütün üzerinde $\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{3}$ kesirlerini göstermiş. Bu iki bütünü birleştirdiğinde bütün eşit parçalara bölünmüş oldu ve $\frac{3}{4}$ kesri sütun şeklinde $\frac{2}{3}$ kesri ise satır şeklinde modellendi. Çıkarma işlemi olduğu için üst üste gelen yerleri ve kenardaki 2 birimi aşağıdaki 2 birimle eşleyip geriye kalan 1 birimin $\frac{1}{12}$ olduğunu şekilden anlayıp cevabı doğru bulmuş. Bu çözümü anlatırken Öğrenci E'nin kesirlerle çıkarma işlemi yaparken modellemelerde aynı bütünler ile çalışması gerektiğini anlamasını sağlarım. Üçüncü olarak ise Öğrenci G'nin çözümünü anlatırım. Çünkü Öğrenci G'nin çözümünde iki kesri ayrı ayrı göstermeye gerek yok. Paydaların eşit olması gerektiğini biliyor ve bütün üzerine 12 nokta çiziyor. $\frac{1}{3}$ birim kesrini 4 nokta ile gösterdikten sonra $\frac{3}{4}$ kesrine denk gelen 9 noktanın etrafını çiziyor. Bu şekil içerisinde önceden belirdiği $\frac{1}{3}$ kesrine denk gelen 4'lü noktaları 2 kez belirtiyor ve geriye kalan $\frac{1}{12}$birim kesrinin cevap olduğunu buluyor. Bunu göstermemin asıl nedeni modelleme yaparak çözüme gitmek isteyen öğrencilerin tek bir bütün üzerinde de işlemi yapabileceklerini anlamalarını sağlamaktır. Son olarak, Öğrenci A'nın çözümünü anlatırım. Bu çözümü anlatırken D nin yaptığı hatayı düzeltmesini sağlarım. Çünkü Öğrenci A kesirlerde toplama çıkarma işlemi yaparken paydaların eşitlenmesi gerektiğini anlamış, kesirlerin paydalarını ayrı ayrı eşitledikten sonra çıkarma işlemini doğru bir şekilde yapmış. Öğrenci D ise payda eşitlemeyi anlamamış ve payları kendi arasında, paydaları kendi arasında işleme sokmuştur. Öğrenci A'nın çözümünü anlatırken çıkardığımız parçaların eşit büyüklükte olması için bütünün eşit parçalara bölünmesi gerektiğini Öğrenci D'nin anlamasını sağlarım.

Örnekten de anlaşılacağı üzere, kesirlerle çıkarma işleminin yapılabilmesi için bütünün eşit büyüklükte eşit parçalara ayrılması gerektiğine, payda eşitlerken ortak çarpana göre alınması gerektiğine ve birim kesirlere vurgu yapılmıştır. Fakat seçme ve sıralamaya ilişkin gerekçe sunarken ÖA15 çözüm yöntemleri arasında ilişki kurmamıştır. Bu nedenle, ÖA15'e benzer açıklamalarda bulunan öğretmen adaylarının gerekçeleri kavramsal ilişkisiz gerekçelerdir. Aksine, ÖA18 çözüm yöntemleri arasında ilişki kurarak çözüm yöntemlerini seçmiş ve sıralamıştır. Bundan dolayı, ÖA 18'in gerekçelerine benzer şekilde seçim ve sıralamalarına dair açıklamalarda bulunan öğretmen adaylarının gerekçeleri kavramsal ilişkili gerekçeler olarak belirlenmiştir.

Kesirlerle çıkarma işleminin anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlamak amacıyla düzenlenen matematik tartışmalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dersi esnasında tartışmak için öğrenci çözüm yöntemlerinden hangilerini seçtiği ve bunları hangi sırayla tartışmayı planladıklarının altında yatan gerekçeler pedagojik nedenler, işlemsel nedenler ve kavramsal nedenler olarak belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu pedagojik ilişkisiz gerekçeler ortaya koyarken kavramsal bilgiye dayandırarak seçim ve sıralama yapan öğretmen adayı sayısı çok azdır. Başka bir deyişle, öğretmen adayları farklı çözüm yöntemlerini sınıfta tartışmayı uygun bulmalarına rağmen, çözüm yöntemlerinin kolay, anlaşılır ve pratik olması onların seçimlerini ve sıralamalarını belirleyen temel unsurdur.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, Stein ve diğerlerinin 5 uygulama modeli doğrultusunda, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine dair geliştirdikleri çözüm yöntemleri arasından hangilerini sınıfta tartışmak üzere seçtikleri ve hangi sıra ile tartışmayı planladıkları incelenmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının seçme ve sıralama gerekçeleri de araştırılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, öğretmen adaylarının çoğunluğunun doğru çözüm yöntemlerini seçtikleri ve ilk sıralarda doğru çözüm yöntemlerini tartışmayı uygun buldukları görülmektedir. Yanlış çözüm yöntemlerini sınıfta tartışmanın da gerekli olduğunu düşünen ve bu doğrultuda seçim yapan öğretmen adayı sayısı oldukça azdır. Yanlış çözüm yöntemlerini sınıfta tartışmayı planlayan öğretmen adayları, bu yöntemleri doğru çözüm yöntemlerinden sonra tartışmanın daha doğru olacağını savunmaktadırlar. Buradan hareketle, öğretmen adaylarının öğrencilerin konuyu anlamlı bir şekilde öğrenmelerini sağlamak için doğru çözümler üzerinden tartışmaların yürütülmesi gerektiğini, yanlış çözüm yöntemlerinin öğrencilerin anlamasına doğru çözüm yöntemleri kadar katkı sağlamayacağını düşündükleri söylenebilir. Öğretmen adaylarının doğru çözüm yöntemlerine öncelik vermelerinin nedenlerinden biri yanlış çözüm yöntemlerinin altında yatan kavramsal bilgi eksikliğini anlamakta zorlanmaları, öğrencilerin kavram yanılgılarına dair bilgilerinin eksik olması veya bu kavram yanılgılarını nasıl gidereceklerini bilmemelerinden dolayı olabilir. Bundan dolayı, geçmiş çalışmaların sonuçlarına paralel olarak, öğretmen adayları, öğrencilerin yanlış cevaplarını sınıfta tartışmaya çekinip görmezden geliyor olabilirler (Santagata, 2005; Schleppenbach, Flevares, Sims ve Perry, 2007). Başka bir deyişle, öğretmen adaylarının doğru çözüm yöntemlerine öncelik vermelerinin bir diğer nedeni yanlış çözüm yöntemlerine ilişkin yeterli öğretmen yeterliliğine sahip olmadıklarını düşünmeleri olabilir. Fakat, öğrencilerin kavram yanılgılarını ve yanlış anlamalarını içeren çözüm yöntemlerinin ilk olarak tartışılması öğrenci öğrenmesini artırmak için etkili bir yöntemdir (Stein ve diğerleri, 2008). Başka bir deyişle, öğretmenlerin öncelikle öğrencilerin kavram yanılgılarını giderip daha sonra kavramsal öğrenmeyi sağlamayı amaçlamaları kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi için büyük önem taşımaktadır. NCTM de (2000) yanlış çözümlerin, etkili matematik tartışma ortamları yaratmak ve öğrenci öğrenmesini artırmak için önemli olduğunun altını çizmektedir. Bunun yanında, Borasi (1994) öğrenci hatalarının öğrencilerin tartışma ortamına katılımını artırabileceğini ve aynı zamanda kendi ve arkadaşlarının düşüncelerini kritik etme fırsatı sunacağını belirtmiştir. Ayrıca, öğrencilerin yanlış cevaplarının sınıf içinde tartışılması, onlara sınıf içinde düşüncelerini, yorumlarını, çözüm yöntemlerini paylaşabilecekleri yönünde güven vermektedir (Ball, 1991). Bu nedenlerden dolayı, öğretmenlerin matematik tartışma ortamlarını yaratırken, yanlış öğrenci çözümlerini de seçerek sınıftaki diğer öğrencilerin yanlış çözümlere neden olan öğrenci anlamalarını keşfetmesi, bu anlamaların giderilmesi ve yanlış çözen öğrencilerin de çalışmalarının önemli olduğunun vurgulanması gerekmektedir.

Çalışmanın bir diğer önemli bulgusu ise, doğru çözüm yöntemlerinden ortak payda algoritması, uzunluk modeli ve bölge modelini kullanarak çözüm yapan öğrencilerin çözüm yöntemlerini seçen öğretmen adayı sayısı küme modelini seçenlerden daha fazla olmasıdır. Ayrıca, öğretmen adayları bu çözüm yöntemlerini ilk sırada tartışmanın öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemini anlamlı bir şekilde öğrenmeleri ve varsa kavram yanılgıları, bunların giderilmesi açısından daha etkili olacağını ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle, birçok öğretmen adayı küme modeli ile çıkarma işlemini anlatmanın diğer yöntemler kadar öğrenci anlamasına katkıda bulunmayacağını düşünmüyor olabilirler. Öğretmen adaylarının bu şekilde düşünmesinin nedenlerinden biri küme modeline uzunluk ve bölge modeli kadar aşina olmamaları, küme modelinin kesirlerle çıkarma işlemine uygulanışına dair bilgilerinin yetersiz olması ve bundan dolayı küme modelinin gösterimine ilişkin kendilerini yeterli hissetmemeleri olabilir. Bunun yanında, ortaokul matematik öğretim programında küme modeline yer verilmediğinden dolayı, öğretmen adayları kesirlerle çıkarma işlemini küme modeli ile anlatmaya gerek olmadığını düşünüyor olabilirler (MEB, 2018). Ayrıca, küme modelini az sayıda öğretmenin tartışmayı planlamasının bir diğer nedeni de öğretmen adaylarının çoğunun küme modelini diğer modellerden daha zor olduğunu düşünmeleri olabilir. Buna paralel olarak, van de Walle ve diğerleri (2013) birden fazla elemandan oluşan bir kümeyi tek bir bütün olarak düşünmenin öğrenciler için zor olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin eşit sayıda eleman içeren alt kümeler yerine kümenin eleman sayısına odaklandıkları için küme modelinin karmaşık bir yapıya sahip olduğunu vurgulamışlardır. Alan yazındaki diğer çalışmalarda da öğretmen adaylarının küme modelini daha az tercih edip uzunluk ve bölge modelini daha sık tartıştıkları ifade edilmiştir (Forrester ve Chinnappan, 2010; Yavuz-Mumcu, 2018; Toluk-Uçar, 2009). Fakat, kesirlerin küme modeli ile gösterimine günlük hayatta daha sık karşılaşıldığı ve küme modeli ile kesir belirlerken öğrencilerin bölme işlemi ile ilgili bilgilerini de kullanmak zorunda oldukları belirtilmiştir. Bu yüzden derslerde mutlaka küme modeline yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır (Baykul, 2006).

Ayrıca, kesirlerle çıkarma işleminin anlamlı bir şekilde öğrenilmesi için sınıfta tartışılacak çözüm yöntemleri arasından öğretmen adaylarının çoğu ortak payda algoritmasının kullanıldığı çözüm yöntemini seçmişlerdir. Fakat, çalışmanın önemli bir bulgusu olarak belirtmek gerekirse, öğretmen adayları bu çözüm yöntemini sınıfta tartışmak için seçmelerine rağmen, bir çoğu bu yöntemi ilk sıralarda tartışmak yerine modelleme kullanılan çözüm yöntemlerinden sonra tartışmayı uygun bulmuşlardır. Başka bir deyişle, öğretmen adayları pedagojik nedenler gerekçesiyle ortak payda algoritmasını sınıfta tartışmak üzere seçmelerine rağmen kavramsal nedenler veya işlemsel nedenlerden dolayı bu yöntemi konu anlaşıldıktan sonra tartışmayı planlamışlardır. Buradan hareketle, öğretmen adayları öğrencilere kesirlerle çıkarma işlemini modellerle yapmaları konusunda cesaretlendirip bilgilendirmeyi ve daha sonra kural odaklı olan ortak payda algoritmasını anlatmayı uygun buldukları sonucuna ulaşılabilir. Bu çerçevede, öğretmen adayları kavramsal nedenlerle seçme ve sıralama gerekçelerini ortaya koymuşlar ve kesirlerle çıkarma işlemi yapabilmek için bir bütünün eşit büyüklükteki parçalara ayrılması gerektiğini modelleme yoluyla anlatıp öğrencilerin payda eşitlemenin nedenini anlamalarını sağlamayı amaçlamışlardır. Kesirlerle işlemlerin bu şekilde anlatılmasının öğrenci öğrenmesine olumlu yönde etkisinin olduğu yapılan çalışmalarda belirtilmiştir (van de Walle ve diğerleri, 2013). Benzer şekilde, Smith ve diğerleri (2009) öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel anlamalarını somuttan soyuta doğru yapılandırmayı amaçlamaları ve bunun için öncelikle çizim, gösterim veya materyal kullanımını içeren somut yöntemleri tartışmayı tercih etmelerini önererek çalışmanın bulgularını desteklemişlerdir.

Çalışmanın önemli bulgularından bir diğeri, öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerini seçme ve sıralama gerekçeleridir. Öğretmen adayları çoğunlukla kolay, pratik, anlaşılır gibi ifadeler kullanarak pedagojik nedenler sunmuşlar fakat bu nedenleri çözüm yöntemleri ile ilişkilendirmemişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin kesirlerle çıkarma işlemine dair kavramsal anlamalarını artıracak kavramsal nedenler sunan öğretmen adayı sayısı oldukça az olması ile birlikte bu öğretmen adaylarının çoğu kavramlar arasında ilişki kurmamışlardır. Her çözüm yöntemindeki kavramı ayrı ayrı ele almışlar, birbirleri ile bağlantı kurmamışlardır. Bunlara ek olarak, işlemsel nedenler sunan öğretmen adayları, işlemler ile kavramlar arasında da ilişki kurmamışlardır. Oysaki Enyedy ve diğerleri (2008) matematik tartışmalarının öğrenci çözümlerini birbiri ile ve kavramlarla ilişkilendirmek açısından önemli bir fırsat olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenci çözümlerindeki ilişkilendirmeyi sağlayarak öğrencilerin konudaki önemli kavramları ve bu kavramların altında yatan nedenleri anlamalarına yardımcı olmak gerekmektedir. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının farklı öğrenci çözüm yöntemlerini sınıfta tartışmaya önem verdikleri kadar bunları ilişkilendirmeye de önem vermeleri gerekmektedir.

Bu bulgular ışığında, öğretmen adaylarının yanlış çözüm yöntemlerini de sınıf tartışmalarına dahil etmelerinin ve sınıfta tartışmayı uygun buldukları çözüm yöntemlerini ilişkilendirmelerinin önemi Öğretim Yöntemleri I-II, Okul Deneyimi ve Öğretmenlik Uygulaması derslerinde vurgulanabilir. Bu derslerde, yanlış çözüm yöntemleri üzerinde tartışarak öğretmen adaylarının bu çözümlerin altında yatan kavramsal bilgi eksikliğini fark etmeleri, eğer kendileri de bu konuda bilgi eksikliğine sahip ise, bu eksikliklerin giderilmesi sağlanabilir. Buna ek olarak, öğretmenlerin yanlış öğrenci çözümlerini sınıfta tartışmaya dair yeterlilikleri de artırılabilir. Ayrıca, küme modelinin bölme işlemi gibi diğer konularla ilişkisi göz önünde bulundurularak, öğrencilere farklı bakış açıları kazandırmak ve kesirler konusunu anlamlandırmalarına destek olmak amacıyla öğretmen adaylarının küme modeli ile ilgili bilgilerinin artırılması sağlanabilir. Küme modeli ile gösterime dair yeterliliklerini de artırmak için öğretmenlik eğitimleri süresinde aldıkları derslerde küme modelinin uygulanması ile ilgili etkinler yapılabilir. Çalışmanın bulguları doğrultusunda, öğretmen adaylarının öğrenci çözüm yöntemlerinin altındaki kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri göz önünde bulundurmaları gerekirken çözüm yöntemlerinin pratik ve anlaşılabilir olmasına önem verdikleri sonucu ortaya çıkmıştır. Öğretmenlik eğitimi esnasında, öğretmen adaylarında bu konuda farkındalık oluşturularak kavramsal ve kalıcı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öncelikle çözümlerin içerdiği kavramsal anlamalara odaklanmalarının önemi vurgulanabilir. Son olarak, matematik tartışmalarının öğrenci başarı üzerindeki etkisi öğretmen adaylarına açıklanarak öğretmen eğitimcileri, öğretmen adaylarına etkili matematik tartışma ortamlarının yaratılmasının önemini vurgulayabilir. Ayrıca, matematik tartışmalarının uygulanması üzerine etkinlikler ve örnekler paylaşmaları öğretmen adaylarının geleneksel öğretim yöntemlerinin dışına çıkarak sınıflarında matematik tartışmaları yürütmeleri için cesaretlendirebilir. Ayrıca, matematik tartışmaları yürütmek için 5 uygulama modeli özellikle öğretmen adaylarının tartışmaları daha kolay yürütmelerini sağlamak için rehber niteliğindedir. Bu yüzden, matematik eğitimi derslerinde 5 uygulama modelinin uygulaması yapılarak öğretmen adaylarının yeterlilikleri artırılabilir.

Bu çalışmanın sonuçları doğrultusunda bu alanda yapılacak çalışmalara yönelik bazı öneriler getirilebilir. Ulusal ve uluslararası alan yazını incelendiğinde, matematik tartışmalarında 5 uygulama modelinin uygulanmasına dair çalışmaların çok az sayıda olduğu görülmüştür. Matematik tartışmalarının etkili bir şekilde yürütülmesinin öğrenci öğrenmeleri üzerindeki olumlu etkisi düşünüldüğünde bu konuda daha fazla çalışma yapılabilir. Mevcut çalışmanın sonuçları 4. Sınıf öğretmen adayları ile sınırlıdır. Ayrıca, çalışma 5 uygulama modelinin aşamalarından seçme ve sıralama aşaması ile sınırlandırılmıştır. Matematiksel tartışmalara yönelik alan yazınına katkı sağlamak amacıyla öğretmen veya öğretmen adaylarının 5 uygulama modelindeki tüm aşamaları uygulama yeterlilikleri ve 5 uygulama modelinin öğrenci başarısına etkisi araştırılabilir. Her ne kadar Stein ve arkadaşları (2008) bu modeli deneyimi az olan öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematik tartışmaları daha kolay yürütmelerini sağlamak amacıyla ortaya koymuş olsalar da, deneyimli öğretmenlerinde bu modeli ne kadar etkili kullandıkları ve bunun sonucunda öğrenci başarısının nasıl değiştiği incelenebilir. Yapılan çalışmaların az sayıda olmasından dolayı, öğretmen veya öğretmen adaylarının öğrenci çözümleri üzerinden tartışma ortamı yarattıkları matematik konuları da sınırlı kalmıştır. Bu doğrultuda, farklı matematik konuları kapsamında da 5 uygulama modeline ilişkin çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, matematik tartışmalarının yürütüldüğü dersler gözlemlenerek öğretmenlerin uygulamaları ile ilgili araştırmalar da yapılabilir.

Kaynaklar / References

Alacacı, C. (2015). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 63-95). (5. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Amaç, R. ve Didiş Kabar, M. G. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler ile ilgili öğrenci hatalarına yönelik farkındalıkları. *Egitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *7*(4), 1525-1552.

Andrews, D. R. & Bandemer, K. J. (2018). Refining planning: Questioning with a purpose. *Teaching Children Mathematics*, *25*(3), 166-175.

Ardahan, H. ve Ersoy, Y. (2002). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi I: Öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve ortak yanlışlıkları. *Matematik etkinlikleri-2002 Bildiri Kitabı.* Ankara: Matematikçiler Derneği Yayınları.

Ball, D. L. (1991). *Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about the subject matter?* In M.M. Kennedy (Ed.), Teaching academic subjects to diverse learners (pp. 63-83). New York: Teachers College Press.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Bağdat, O., ve Yanık, H. B. (2019). Mesleğe yeni başlayan iki ortaokul matematik öğretmeninin mesleki gelişimi: Beş uygulama modeli. A. Baki, B. Güven, ve M. Güler (Eds.), *4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-4) Sempozyumu* içinde (s. 552-559), İzmir, Türkiye .

Baroody, A. J., & Hume, J. (1991). Meaningful mathematics instruction: The case of fractions. *Remedial and Special Education*, *12*(3), 54-68.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(2), 166-208.

Brown, G., & Quinn, R. J. (2007). Investigating the relationship between fraction proficiency and success in algebra. *Australian Mathematics Teacher*, *63*(4), 8-15.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(1), 3-20.

De La Cruz, J, A., & Garney, S. (2016). Saving money using proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *21*(9), 552-561.

Enyedy, N., Rubel, L., Castelión, V., Mukhopadhyay, S., Esmonde, I., & Secada, W. (2008). Revoicing in a multilingual classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(2), 134–162.

Forrester, T., & Chinnappan, M. (2010). The predominance of procedural knowledge in fractions. L. Sparrow, B. Kissane ve C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education MERGA3* (pp. 185–192). Fremantle, WA: MERGA.

Gökkurt, B., Soylu, Y. ve Demir, Ö. (2015). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerin Öğretimine Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(2), 230-251.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E., & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross professional perspective. *Teachers College Record*, *111*(9), 2065-2100.

Grossman, P., & McDonald, M. (2008). Back to the future: Directions for research in teaching and teacher education. *American Educational Research Journal*, *45* (1), 184 –205.

Hackenberg, A. J., & Lee, M. Y. (2016). Students' distributive reasoning with fractions and unknowns. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(2), 245-263.

Haser, Ç. ve Ubuz, B., (2001). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda kavramsal anlama ve işlem yapma performansı. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi* içinde (s. 609-612) MEB Yay., Ankara.

Hatano, G., & Inagaki, K. (1991). Sharing cognition through collective comprehension activity. In L. B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 331–348). American Psychological Association.

Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, *58*(1), 47-61.

Kara, F., & İncikabı, L. (2018). Sixth grade students' preferences on multiple representations used in fraction operations and their performance in their preferences. *Elementary Education Online*, *17*(4), 2136-2150.

Kılıç, Ç., ve Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 18*(2), 513-530.

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching.* New Haven: Yale University Press.

Lau, P. N. K., Singh, P., & Hwa, T. Y. (2009). Constructing mathematics in an interactive classroom context. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(3), 307-324.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Towards a theoretical framework for research. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Reston, VA: NCTM.

Lin, F. L., & Hsu, H. Y. (2018). Using mathematics-pedagogy tasks to facilitate the professional growth of pre-service elementary teachers. In G. J. Stylianides, & K. Hino (Eds.), *Research advances in the mathematical education of pre-service elementary teachers: An ınternational perspective, ıcme-13 monographs* (pp. 3–17). Cham: Springer International Publishing AG.

Livy, S., Muir, T., & Downton, A. (2017). Connecting pre-service teachers with contemporary mathematics practices: Selecting and sequencing students' work samples. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *22*(4), 17-21.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' under standings of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Meikle, E. (2014). Pre-service teachers' competencies to select and sequence students' solution strategies for productive whole-class discussions. *Mathematics Teacher Educator*, *3*(1), 27-57.

Meikle, E. M. (2016). Selecting and sequencing students' solution strategies: Reflect and discuss. *Teaching Children Mathematics*, *23*(4), 226-234.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education. Revised and expanded from case study research in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994*). Qualitative data analysis: An expanded source book* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2017). *Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri*, Ankara: MEB Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara, Türkiye: MEB.

Nabb, K., Hofacker, E. B., Ernie, K. T., & Ahrendt, S. (2018). Using the 5 practices in mathematics teaching. *Mathematics Teacher*, *111*(5), 366-373.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.

Nelson, B. S. (2001). Constructing facilitative teaching. In T. Wood, B. S. Nelson, & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 251–273). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Önal, H. ve Yorulmaz, A. (2017). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar. *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi*, *4*(1), 98-113.

Olkun S. ve Toluk-Uçar Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi (3. Baskı).* Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.

Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanilgilari. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(15), 157-168.

Santagata, R. (2005). Practices and beliefs in mistake-handling activities: A video study of Italian and US mathematics lessons. *Teaching and Teacher Education*, *21*(5), 491-508.

Schleppenbach, M., Flevares, L. M., Sims, L. M., & Perry, M. (2007). Teachers' responses to student mistakes in Chinese and US mathematics classrooms. *The Elementary School Journal*, *108*(2), 131-147.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Smith, J. P. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 387–402.

Smith, M. S., Hughes, E. K., Engle, R. A., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(9), 548-556.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(5), 344-50.

Smith, M., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematical discourse*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Son, J. W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(2), 117-142.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340.

Taber, S. B. (2009). Capitalizing on the unexpected. *Mathematics Teaching in the Middle School, 15*(3), 149–155.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education, 25*, 166–175.

Tyminski, A. M., Zambak, V. S., Drake, C., & Land, T. J. (2014). Using representations, decomposition, and approximations of practices to support prospective elementary mathematics teachers' practice of organizing discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *17*(5), 463-487.

Van de Walle, J. A., Karp. K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed). Boston, MA: Prentice Education Press.

Wallach, T., & Even, R. (2005). Hearing students: The complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(5), 393-417.

Ward, J., & Thomas, G. (2007). What do teachers know about fractions? In Findings from the New Zealand Numeracy Development Project 2006 (pp. 128-138). Wellington: Ministry of Education.

Yavuz-Mumcu, H. (2018). Using Mathematical Models in Fraction Operations: A Case Study. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *12*(1), 122-151.

Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK]. (2007). *Eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programları*. Ankara, Türkiye: YÖK.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Zembat, İ. Ö. (2017). An alternative route to teaching fraction division: Abstraction of common denominator algorithm. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *7*(3), 399-422.

Yazar

Dr. Reyhan Tekin Sitrava, öğretmen bilgisi, öğretmen fark etme becerileri, öğrenci çözüm yöntemleri, problem kurma alanlarında çalışmalar yapmaktadır.

İletişim

Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü
Kırıkkale, Türkiye
E-mail: reyhan_tekin@yahoo.com

Summary

Introduction. Mathematical discussions are an effective learning-teaching tool used to help students achieve mathematical learning goals and the mathematical concepts underlying these goals (Hiebert, Morris, Berk & Jansen, 2007; Meikle, 2014). However, it involves various difficulties for teachers, because mathematical discussions require the use of a student's mathematical understanding in a way that ensures the mathematical understanding of the whole class (Lampert, 2001). Stein Engle, Smith and Hughes (2008) proposed 5 practices to teachers, especially novice teachers, to help them orchestrate a mathematical discussion. Anticipating, the basis of the five practices, is that teachers predict possible student responses for cognitively challenging mathematical activities. The second step, monitoring involves paying close attention to the students' mathematical understanding while they work on the activity (Lampert, 2001). In the third, selecting, step, teachers choose students' works or solution methods that are most effective for reaching the goal of the discussion rather than calling students randomly to share their works or solution methods during the discussion or inviting students to volunteer to share their solution method (Smith & Stein, 2011). Once student solution methods are selected, in the sequencing step, the teacher needs to sequence the presentation of solution methods to help the whole class understand the concepts. The last step of 5 practices proposed by Stein et al. (2008) to organize mathematical discussions is connection. Teachers need to create a classroom environment that enables students to connect their own solution methods with mathematical concepts and notations (Boaler & Humphreys, 2005).

Stein et al. introduced 5 practices to make it easier and more efficient for teachers to orchestrate mathematical discussions based on student solution methods. Among the five practices, selecting and sequencing are the most critical steps for the whole class to learn the concepts in a conceptual way (Meikle, 2016). In order to reach the goal of the discussion, the teachers' reasoning for selecting and sequencing the solution methods contain important information about their understanding of students and their goals for teaching mathematics (Stein et al., 2008). Therefore, in order to create learning environment in which meaningful learning occur, it is important to examine which student solution methods that teachers or prospective teachers select and in which sequence they discussed these solutions In addition, pre-service teachers' reasoning for selecting and sequencing student solution methods are important in terms of how the pre-service teachers make sense of student solution methods. Despite this importance, there are few studies in the literature on how teachers or pre-service teachers apply 5 practices to orchestrate mathematical discussion environments (Cruz and Garney, 2016; Livy, Muir and Downton, 2017; Meikle, 2014, 2016; Nabb, Hofacker, Kathryn and Ahrendt, 2018; Smith and Stein, 1998; Smith et al., 2009). Thus, it would be significant to conduct research studies in relation to teachers' orchestration of mathematical discussions especially, what kind of students' solution methods that the teachers select to discuss and how they sequence these solutions while orchesrating the discussions. From this point of, in this study, it was aimed to reveal which solution method that pre-service teachers select, in what sequence they discuss the solutions and what their reasoning of selecting and sequencing are. In order to make the focus of the study more depth, the subject were narrowed down and one of the most challenging and conceptually least understood subjects in the world and in our country were chosen (Brown and Quinn, 2007; Son and Senk, 2010). Accordingly, pre-service teachers' decisions regarding selecting and sequencing students' solutions methods and their reasoning were investigated in the context of subtraction of fractions.

Method. In order to reach the aim of the study, the most appropriate research method is qualitative research design. By presenting a more detailed framework, Yin (2003) divided the case study model into groups according to the number of cases in the research and the number of unit of analysis. The case of this study is the pre-service mathematics teachers and the unit of analysis are selecting and sequencing steps among 5 practices for orchestrating mathematical discussions. Since different dimensions and sub-dimensions are examined in a single case, the model of the study is the single case embedded design. The participants were 30 pre-service mathematics teachers who were the senior students in one of the universities in Turkey. Data were collected through semi-structured interviews and Selecting and Sequencing Questionnaire consisting of both correct and incorrect 7 students' solution methods, and analyzed by both frequency and content analysis techniques.

Findings and Discussion. The result of the study revealed that the more than half of the pre-service teachers planned to discuss the correct solution methods in the first sequence. The number of pre-service teachers who find it appropriate to discuss incorrect student solutions in the classroom is one third of all pre-service teachers participating in the study. In addition, the majority of pre-service teachers who selected the incorrect solution methods stated that it is more appropriate to discuss these solutions in the last few sequences. Among the correct solution, the number of the pre-service teachers selected students' solutions involving common denominator algorithm, length model and region model more than the ones selecting the cluster model. To be mentioned as an important finding of the study, although most of the pre-service teachers selected the common denominator algorithm method to discuss in the classroom, many found it appropriate to discuss this method after the solution methods, which include models, were discussed.

On the other hand, in the mathematical discussions organized in order to provide a meaningful learning of the subtraction of the fractions, the underlying reasons for which pre-service mathematics teachers selected students' solution methods to discuss during the math lesson and in what order they planned to discuss them were determined as pedagogical reasons, operational reasons and conceptual reasons. Pre-service teachers mostly provided pedagogical reasons using expressions such as easy, practical and understandable, but they did not associate these causes with solution methods. In addition, the number of pre-service teachers providing conceptual reasons to increase the students' conceptual understanding of the fraction process is quite low, as well as most of them did not establish a relationship between the concepts. They handled the concept in each solution method separately, but did not connect with each other. In addition, pre-service teachers who provide operational reasons did not establish a relationship between operations and concepts. However, Enyedy et al. (2008) stated that mathematical discussions are an important opportunity to relate student solutions to each other and the concepts. It is necessary to help students understand the important concepts and the underlying reasons of these concepts by providing the relationship in student solutions. Accordingly, pre-service teachers should attach importance to discussing different student solution methods in the classroom as well as relating them.