

BİST 30 Hisse Senetlerinin Gelecekteki Değerlerinin Geometrik Brownian Hareketi İle Tahmini ve Arıma, Sarıma, Garch, Egarch, Gjr Modelleri İle Volatilite Analizi¹

Sonat BAYRAM²

Makale Gönderim Tarihi: 22 Aralık 2020

Makale Kabul Tarihi: 20 Ocak 2021

Öz

Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile BİST 30 hisse senetlerinin gelecek değerlerini tespit etmede, özellikle ilk otuz gündeki isabet oranının oldukça yüksek olduğu, süre uzadıkça dışsal şoklara bağlı olarak tahmin hatasının yükseldiği ve özellikle de düşük varyansa sahip hisse senetlerinin tahmin hatasının diğerlerinden daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile üretilen zaman serilerinin otoregresif entegre hareketli ortalama mevsimsel ARIMA (SARIMA) (Gaussian Dağılım) modeli ile daha isabetli ölçümlendiği (12 şirket), ardından en iyi asimetri tipi volatilite modelinin sırasıyla EGARCH (11 şirket), GARCH (6 şirket), GJR (1 şirket) olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: GBM, Volatilite, EGARCH, GJR

JEL Sınıflandırması: G17

¹ Bu makale 15-17 Ekim 2020 tarihleri arasında Konya'da düzenlenen 4. Ekonomi Araştırmaları ve Finansal Piyasalar Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuş ve kongre bildiri kitabında özeti yayınlanmış bildirinin genişletilmiş halidir.

² Dr. Öğr. Üyesi, Trakya Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Fakültesi, Finans ve Bankacılık Bölümü, sonatbayram@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9885-8707

Estimation Of The Future Values Of Bist 30 Shares With Geometric Brownian Motion And Volatility Analysis With Arıma, Sarıma, Garch, Egarch, Gjr Models

Abstract

In determining the future values of BIST 30 stocks with the Geometric Brownian Motion (GBM), it was found that the hit rate in the first thirty days is quite high, the prediction error increases due to external shocks as the time gets longer, and the prediction error of stocks with low variance is lower than the others. Time series produced by Geometric Brownian Movement (GBM) are measured more accurately with the autoregressive integrated moving average seasonal ARIMA (SARIMA) (Gaussian Distribution) model (12 companies), followed by the best asymmetry type volatility model respectively EGARCH (11 companies), GARCH (6 company), GJR (1 company).

Key Words: GBM, Volatility, EGARCH, GJR

JEL Classification: G17

1. Giriş

Brown hareketi, 1828'de botanikçi Robert Brown tarafından gözlemlenen ve suda asılı duran polenin düzensiz hareketine verilen isimdir. Polenin su molekülleri tarafından tamponlanmasına atfedilen bu rastgele hareket, polenin dağılması veya yayılmasıyla sonuçlanır. Brownian hareketinin uygulama aralığı, süspansiyondaki mikroskobik parçacıkların çalışmasının çok ötesine geçmekte ve hisse senedi fiyatlarının, elektrik devrelerindeki termal gürültünün, kuyruk ve envanter sistemlerindeki belirli sınırlayıcı davranışların analiz edilmesinde, bunun yanında fizik, biyoloji, ekonomi ve yönetim sistemleri gibi farklı uygulama alanlarında kullanım imkânı bulmaktadır (Karatzas & Shreve, 1998, s.47).

Bugün "Wall Street'in rassal yürüyüşü" olarak bilinen nosyon Bachelier'den (1900) önemli bir destek almış, ancak Holbrook Working'in (1949) yılında gelecekteki fiyatlar üzerine yaptığı Stanford araştırması, rastgele sayı dizileri ile gerçek buğday ve hisse senedi fiyatlarının zaman profilleri arasındaki benzerlikleri belgelemiştir (Bachelier, 2011, s.8). Finans teorisinde, hisse senedi piyasalarında fiyat sisteminin evrimini modellemek için genellikle bir Brownian Hareketi kullanılmış,

örneğin Black&Scholes modelinde (Black&Scholes, 1973, s.637-659) dayanak varlığın fiyatı P_t dinamiği takip etmektedir:

$$dp_t := p_t \cdot (a \cdot dB_t + r \cdot dt), \quad (1)$$

buradaki B bir Brownian Hareketi, a bir volatilitite parametresi ve r ise faiz oranıdır. Brown hareketinin ortaya çıkmasının ilk gerekçesi dışsaldır: hem ajanların fayda fonksiyonları hem de firmaların üretkenliği, zaman içinde rastgele değişikliklere maruz kalan dışsal değişkenlere bağlıdır. Bir Brown hareketi oluşturmak için, bu rastgele değişiklikler sonsuz küçük olmalı ve sürekli bir zaman esasına göre gerçekleşmelidir: bu sonsuz küçük değişikliklerin toplamının, merkezi limit teoreminin sezgisel bir sonucu olarak bir tür Brown hareketinde toplanacağı kolaylıkla anlaşılabilir (De Meyer&Saley, 2003, s.285).

Bununla birlikte, birçok dışsal değişim birbirinden bağımsız olarak ve tipik olarak birbirini takip etmeyen nitelikte gerçekleşmekte ve bu durum hisse fiyatlarını etkilemektedir. Örneğin bir firma tarafından yeni bir üretim süreci keşfi veya gelecekteki büyüme potansiyelini değiştirebilecek ölçüde önemli bir olay etkisi ile hisse senedi fiyatlarında ciddi dalgalanmalar görülebilmektedir. Bu tür bir değişim sonsuz küçük karakterli değildir ve sürekli bir zaman temelinde gerçekleşmez. Böylesine büyük ve önemli olayların, piyasa üzerinde şok etkisi ile birlikte kesintili bir görünüm yarattığı gözlemlenmektedir.

Bu makalede, Brownian hareketinin ortaya çıkması için içsel bir gerekçe sağlanarak, geçmiş varyans düzeyinin sabit kalması koşuluyla, zamanı ileriye sürükleyerek BIST 30 hisse senedi fiyatlarının gelecekteki değerleri tahmin edilmiş, yapılan tahmin doğruluğu analiz edilerek gerçekleşmeler ile tahminler arasındaki fark dönemsel olarak ortaya konmuştur.

2. Literatür Araştırması

Kesirli Brownian hareketinin stokastik denklemi çeşitli parametreler ile Øksendal (2003, s.1) tarafından yapılan çalışmada denenmiştir. Fiyatların bu tür süreçler tarafından yönlendirildiği stokastik diferansiyel denklemlerin çözümleri ve bunların finansal piyasa uygulamaları üzerine tartışılmış ve (kesirli) yol modelinde arbitrajın varlığı ile Wick-Skorohod modelinde bir (güçlü) arbitrajın olmaması arasında bir anlaşmazlık olduğu belirtilmiştir.

Finansal modeller içerisinde kesirli Brown hareketinin kullanımı yaygındır. Uzun menzilli bağımlılık sergileyen kesirli Brown hareketinin elverişli zaman serisi özellikleri, görünüşte üstesinden gelinemez bir eksiklikle birlikte gelmiştir: arbitrajın varlığı. Son dönemde, kesirli Brownian hareketini kullanan birkaç yeni model yayınlanmıştır. Bununla birlikte, bu tür modellerin ekonomik açıdan makul seçimler olup olmadığına dair sorun hala çözülememiş durumdadır (Rostek&Schöbel, 2013, s.1).

Eğer $0 < H < 1$ ise Hurst parametresi H ile kesirli Brown hareketinin Gauss süreci $B_H(t); t \in \mathbb{R}$ ortalama $E(B_H(t)) = 0$ ve kovaryans

$$E[B_H(t)B_H(s)] = \frac{1}{2} \{|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t - s|^{2H}\} \quad (1)$$

hepsi için $s, t \in \mathbb{R}$ 'dir. Burada E , olasılık yasasına ilişkin beklentiği ifade eder $B_H = B_H(t, \omega)$. Basit olması için $B_H(0) = 0$ olduğu varsayılmaktadır. $H = 1/2$ ise, $B_H(t)$ standart Brown hareketi $B(t)$ ile çıkarılır. $H > 1/2$ ise, $B_H(t)$ uzun menzilli bir bağımlılığa sahiptir ve

$$r(n) = \text{cov}(B_H(1), (B_H(n+1) - B_H(n))) \quad (2)$$

o zaman $\sum_{n=1}^{\infty} r(n) = \infty$ 'dir. Herhangi bir $H \in (0, 1)$ için $B_H(t)$ süreci, $B_H(\alpha t)$ herhangi bir $\alpha > 0$ için $\alpha^H B_H(t)$ ile aynı yasaya sahip olması anlamında benzerdir (Hu&Øksendal, 2003, s.2). Çoklu kesirli Brown hareketi literatürde sıkça başvurulan bir yöntemdir. Çoklu kesirli Brownian hareketi genellikle Black-Scholes pazarında opsiyon fiyatlandırma formüllerinde kullanılmaktadır (Elliott&Hoek, 2001, s.140).

Tamamen kesirli Black-Scholes modellerinde, kendi kendini finanse etme stratejilerinin, arbitrajsız ve ilgili seçenekleri kapsamaya yetecek kadar büyük olduğu bilinen hiçbir alt sınıfı yoktur. Tamamen kesirli Black-Scholes modelleri Wick'in (Stokastik Diferansiyel Denklemlerde Wick'in Ito formülü) kendi kendini finanse etme stratejileriyle arbitrajsız hale gelmektedir. Ancak Wick'in kendi kendini finanse eden portföyleri kavramı, gerçek dünyada yorumlanacaksa, sağlam bir ekonomik yorumdan yoksun görünmektedir. Piyasa gözlemi kavramına sadık kalınca ve dolayısıyla soyut bir dünyada Wick'in kendi kendini finanse eden özelliğine bakılırsa, arbitraj yeniden zayıf bir anlamda, yani bazı gözlemler altında ortaya çıkacaktır. Bu nedenle, fiyatlandırma modelleri olarak tamamen kesirli modelleri kullanmanın pek de mantıklı olmadığı sonucuna varılmıştır (Bender, Sottinen & Valkeila, 2007, s.32-33).

BİST-30, BİST-100 ve S&P 500 endekslerinin Geometrik Brownian Hareketi (GBM) sonucu ile ARIMA modeli tahmin sonuçları karşılaştırıldığına, Geometrik Brownian Hareketinin, tahmin performansının ARIMA modeline göre daha yüksek olduğu ve ARIMA modelinden daha az tahmin hatası yaptığı sonucuna ulaşılmıştır (Özkan & Güngör, 2017, s.394).

İnam (2011, s.66) tarafından yapılan çalışmada, hisse senedi fiyatlarının nasıl ve hangi limitler dahilinde hareket edebileceğini tahmin etmek üzere BIST 30'dan dört adet hisse senedi seçilerek Geometrik Brown Hareketi modellenmiş, Geometrik Brown Hareketi ile modellenen fiyatların normal dağılımdan daha sivri olduğu, daha çok lognormal dağılıma uyduğu, tahmin sonuçlarının bir yıllık süre için uygun olmakla birlikte, kısa dönem tahmin sonuçlarının daha tutarlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Demireli&Hepkorucu (2010, s.47) tarafından yapılan çalışmada ise karbon türevlerinin fiyatlandırması analiz edilmiş ve alternatif baz mal hesaplamasında kirlilik derecesi kullanılmıştır. Kirliliğin derecesine bağlı olarak basit Avrupa karbon ticareti seçenekleri, başlangıçta geometrik Brownian hareketinden türetilen karbon salınımı sırasına göre analiz edilmiş ve Türkiye'de karbon türevi ürünlerin piyasa dışı fiyatlandırması açısından tatmin edici sonuçlar henüz elde edilemediği belirtilmiştir.

Alberg, Shalit & Yosef (2008, s.1207) tarafından yapılan çalışmada, iki Tel Aviv hisse senedi endeksi getirisi için farklı dağılımlar kullanarak birkaç GARCH modelinin tahmin performansı karşılaştırılmış ve EGARCH çarpık Student-t modelinin, seri korelasyon, asimetric volatilitate kümelenmesi ve leptokurtik inovasyon açısından altta yatan sürecini yansıttığı için bu geri dönüşlerin dinamik davranışını karakterize etmek için en umut verici model olduğu sonucuna varılmıştır. Sonuçlar ayrıca asimetric GARCH modellerinin tahmin performansını iyileştirdiğini de göstermektedir. Test edilen tahminler arasında EGARCH çarpık Student-t modeli GARGH, GJR ve APARCH modellerinden daha iyi performans göstermiştir. Bu sonuç daha sonra Tel Aviv hisse senedi endeksi getirileri için risk yönetimi stratejileri uygularken EGARCH modelinin diğer üç modelden daha faydalı olabileceğini ima etmektedir.

Brownian hareketi ile tahmin edilen gelecek değerlere en uygun volatilitate modeli ile gerçek değerlere en uygun volatilitate modelinin karşılaştırılması yoluyla, rassal olarak üretilmiş olan serinin performansı

hakkında fikir sahibi olunabilecektir. Bu nedenle, literatürde yaygın olarak kullanılan volatilité modelleri kullanılarak, BIST 30 hisse senetlerinin Brownian hareketi ile üretilen değerleri ile gerçek piyasa değerlerine en uygun volatilité modelleri karşılaştırılmıştır.

3. Verilerin Seçimi

Araştırmada kullanılan veriler BIST 30 hisse senetlerinin 1 Ocak 2019 ile 25 Ağustos 2020 tarihleri arasındaki günlük kapanış değerlerinden elde edilmiştir (İş Yatırım, 2020). Borsa İstanbul A.ř. tarafından revize edilen pay senedi sınıflandırması doğrultusunda, BIST 30 Endeks bileşeni olarak belirlenen 30 adet şirkete ait günlük piyasa kapanış değerleri temel analiz verileri olarak kullanılmıştır. Geometrik Brownian Hareketine göre hisse senetlerinin gelecek değerleri tespit edilirken, hisse senetlerinin 01 Ocak ile 31 Aralık 2019 tarihleri arasında Borsa İstanbul'da gerçekleşen kapanış değerlerinden üretilen volatilité değerleri esas alınmış ve 01 Ocak 2020 ile 25 Ağustos 2020 tarihleri arasındaki değerler Geometrik Brownian Hareketi ile tahmin edilmiştir. Geometrik Brownian hareketi ile yapılan tahmin sonuçları hisse senetlerinin önüne konan (B) harfi ile 01 Ocak 2020 ile 25 Ağustos 2020 tarihleri arasındaki gerçek piyasa değerleri ise hisse senetlerinin önüne konan (R) harfi ile belirtilmiştir. Modelde kullanılan değişkenlerin listesi Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Analizde Kullanılan Değişkenlerin Listesi

Sıra Nu.	şirketin Adı	Brownian Hareketi	Gerçek Değer
1	AKBNK - Akbank Hisse Senedi	B_AKBNK	R_AKBNK
2	ARCLK - Arçelik Hisse Senedi	B_ARCLK	R_ARCLK
3	ASELS - Aselsan Hisse Senedi	B_ASELS	R_ASELS
4	BIMAS - Bim Birleşik Mağazalar A.ř Hisse Senedi	B_BIMAS	R_BIMAS
5	DOHOL - Doğan Holding Hisse Senedi	B_DOHOL	R_DOHOL
6	EKGYO - Emlak Konut GYO Hisse Senedi	B_EKGYO	R_EKGYO
7	ENJSA - Enerjisa Enerji Hisse Senedi	B_ENJSA	R_ENJSA
8	EREGL - Ereğli Demir elik Hisse Senedi	B_EREGL	R_EREGL
9	FROTO - Ford Otosan Hisse Senedi	B_FROTO	R_FROTO
10	GARAN - Garanti Bankası Hisse Senedi	B_GARAN	R_GARAN
11	SAHOL - Sabancı Holding Hisse Senedi	B_SAHOL	R_SAHOL
12	KRDMD - Kardemir (D) Hisse Senedi	B_KRDMD	R_KRDMD
13	KCHOL - Koç Holding Hisse Senedi	B_KCHOL	R_KCHOL
14	KOZAL - Kozal Altın Hisse Senedi	B_KOZAL	R_KOZAL
15	KOZAA - Kozal Anadolu Metal Hisse Senedi	B_KOZAA	R_KOZAA
16	MGROS - Migros Hisse Senedi	B_MGROS	R_MGROS
17	PGSUS - Pegasus Hava Taşımacılığı Hisse Senedi	B_PGSUS	R_PGSUS
18	PETKM - Petkim Hisse Senedi	B_PETKM	R_PETKM
19	SISE - Sişecam Hisse Senedi	B_SISE	R_SISE
20	SODA - Soda Sanayii Hisse Senedi	B_SODA	R_SODA
21	TAVHL - TAV Holding Hisse Senedi	B_TAVHL	R_TAVHL
22	TKFEN - Tefen Holding Hisse Senedi	B_TKFEN	R_TKFEN
23	THYAO - Türk Hava Yolları Hisse Senedi	B_THYAO	R_THYAO
24	TUPRS - Tüpraş Hisse Senedi	B_TUPRS	R_TUPRS
25	TTKOM - Türk Telekom Hisse Senedi	B_TTKOM	R_TTKOM
26	TCELL - Trkecell Hisse Senedi	B_TCELL	R_TCELL
27	HALKB - Halkbank Hisse Senedi	B_HALKB	R_HALKB
28	ISCTR - İş Bankası (C) Hisse Senedi	B_ISCTR	R_ISCTR
29	VAKBN - Vakıfbank Hisse Senedi	B_VAKBN	R_VAKBN
30	YKBNK - Yapı Kredi Bankası Hisse Senedi	B_YKBNK	R_YKBNK

4. Araştırma Modelinin Oluşturulması

Brownian hareketinde yer alan $Let\{Y_j\}_{j=1}^n$ bağımsız, standart normal rassal değişkenlerin (Ω, \mathcal{F}, P) toplanmasında P bir piyasa ölçütü olarak tanımlanmıştır. Burada sütun vektörü $(Y_1, \dots, Y_n)^T$ olarak Y tanımlanmıştır (Shreve, Chalasani & Jha 1997, s.131). Bu nedenle $u = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ buradaki gerçek sütun vektörü ve

$$\mathbb{E} e^{u^T Y} = \mathbb{E} \exp \left\{ \sum_{j=1}^n u_j Y_j \right\} = \exp \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} u_j^2 \right\}. \quad (1)$$

Buradan ayırık zamanlı Brownian Hareketi;

$$\begin{aligned} B_0 &= 0, \\ B_k &= \sum_{j=1}^k Y_j, \quad k = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2)$$

Eğer Y_1, Y_2, \dots, Y_k biliniyorsa B_1, B_2, \dots, B_k olarak bulunur. Buna karşılık, eğer B_1, B_2, \dots, B_k biliniyorsa $Y_1 = B_1, Y_2 = B_2 - B_1, \dots, Y_k = B_k - B_{k-1}$. Buradan filtreleme şöyle tanımlanır;

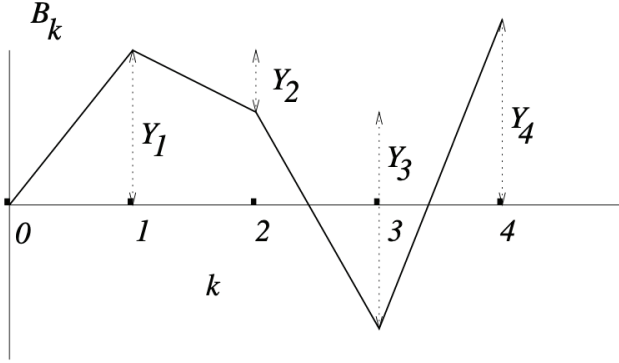
$$\begin{aligned} \mathcal{F}_0 &= \{\phi, \Omega\}, \\ \mathcal{F}_k &= \sigma(Y_1, Y_2, \dots, Y_k) = \sigma(B_1, B_2, \dots, B_k), \quad k = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Teorem 1: $\{B_k\}_{k=0}^n$ bir martingale (P altında)

Kanıt:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[B_{k+1} | \mathcal{F}_k] &= \mathbb{E}[Y_{k+1} + B_k | \mathcal{F}_k] \\ &= \mathbb{E}Y_{k+1} + B_k \\ &= B_k. \end{aligned}$$

Şekil 1. Ayrık Zamanlı Brownian Hareketi



Kaynak: Karatzas, I., & Shreve, S. E. (1998). Brownian motion. In Brownian Motion and Stochastic Calculus (pp. 47-127). Springer, New York, NY, s.132.

Teorem 2: $\{B_k\}_{k=0}^n$ bir Markov prosesi ise

Kanıt: Bu durumda,

$$\mathbb{E}[h(B_{k+1})|\mathcal{F}_k] = \mathbb{E}[h(Y_{k+1} + B_k)|\mathcal{F}_k]. \quad (5)$$

Bu durumda şu yardımcı teorem kullanılmakta;

$$g(b) = \mathbb{E}h(Y_{k+1} + b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} h(y + b) e^{-\frac{1}{2}y^2} dy. \quad (6)$$

Böylece, yalnızca B_k fonksiyonu;

$$\mathbb{E}[h(Y_{k+1} + B_k)|\mathcal{F}_k] = g(B_k), \quad (7)$$

Hisse senedinin değerinin hesaplanmasında kullanılan prosesin parametreleri;

$\mu \in \mathbb{R}$, Ortalama Getiri

$\sigma > 0$, Volatilite

$S_0 > 0$, Başlangıç Hisse Fiyatı

Hisse senedinin fiyat sürecinin hesaplanması;

$$S_k = S_0 \exp \left\{ \sigma B_k + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) k \right\}, \quad k = 0, \dots, n. \quad (8)$$

Buradan,

$$S_{k+1} = S_k \exp \left\{ \sigma Y_{k+1} + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \right\}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[S_{k+1}|\mathcal{F}_k] &= S_k \mathbb{E}[e^{\sigma Y_{k+1}}|\mathcal{F}_k] \cdot e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2} \\
&= S_k e^{\frac{1}{2}\sigma^2} e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2} \\
&= e^\mu S_k.
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\mu = \log \frac{\mathbb{E}[S_{k+1}|\mathcal{F}_k]}{S_k} = \log \mathbb{E} \left[\frac{S_{k+1}}{S_k} \middle| \mathcal{F}_k \right] \tag{11}$$

ve böylece,

$$\text{var} \left(\log \frac{S_{k+1}}{S_k} \right) = \text{var} \left(\sigma Y_{k+1} + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \right) = \sigma^2. \tag{12}$$

Analiz Sonuçları

Hisse senetlerinin değerlerinin logaritmik olarak normal dağılım göstereceği, negatif olmayacağı ve sonsuz ayırık zamanda rassal olarak dalgalanacağı gerçeğinden hareket ile stokastik hareket ile tahmin edilmesi mümkün olmaktadır. Bu nedenle, 2019 yılı verilerinden öncelikle Getiri (Aritmetik) (Sürüklenme (Drift) (Yıllık))(μ) değeri elde edilmiş, ardından hisse senedinin Standart Sapma (Hisse)(Std.Dev.) (Volatilite(Yıllık))(σ) değeri hesaplanmıştır. Yıllık olarak hesaplanan getiri değeri ($\mu/161$) günlük değere, yıllık sapma değeri ($\sigma/\text{karekök}(161)$) günlük değere dönüştürülmüştür. Sürüklenme (Drift) (Ortalama) değeri; ($\mu/161$)- $0,5 * (\sigma/161)^2$ formülüyle elde edilmiştir. Geometrik Brownian hareketinin oluşturulabilmesi için öncelikle rassal bir parametre üretilerek (N(0,1)) bu değer Log Getiri'ye dönüştürülmüş ve bu değer hissenin 2019 yılı kapanış fiyatından başlayarak kayan pencereler şeklinde zamanda ileriye sürüklenerek Geometrik Brownian Hareketi üretilmiştir (Tablo 2).

Tablo 2. Brownian Hareketi (PETKM - Petkim Hisse Senedi)

PETKM - Petkim Hisse Senedi			
Getiri (Aritmetik) (Sürüklenme (Drift) (Yıllık))			6,13%
Standart Sapma (Hisse)(Std.Dev.)(Volatilite(Yıllık))			8,16%
Getiri (Aritmetik) (Sürüklenme (Drift) (Günlük))			0,04%
Standart Sapma (Hisse)(Std.Dev.)(Volatilite(Günlük))			0,64%
Sürüklenme (Drift) (Ortalama)			0,04%
Başlangıç Değeri (2019 Yıl Sonu Hisse Kapanış Değeri)			3,81

Günler	N(0,1)	L og Getiri	Tahmini Fiyat (t)
1	-0,514458561	-0,29%	3,798788102
2	0,594441628	0,42%	3,814704773
3	-1,197335103	-0,73%	3,786819518
4	2,134105337	1,41%	3,840509324
5	-0,134079346	-0,05%	3,838582158
6	-0,777977844	-0,46%	3,820808351
7	0,244302447	0,19%	3,828191173
8	-0,942077939	-0,57%	3,806448036
9	1,695966828	1,13%	3,849558732
10	0,291078092	0,22%	3,858157023

Not: Brownian Hareketinin hesaplanmasında 1000'lik iterasyon kullanılmış, tabloda bu değerlerin sadece 10 tanesine yer verilmiştir.

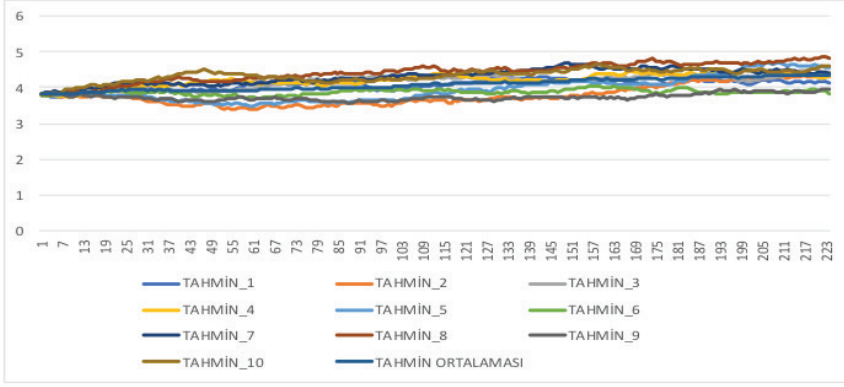
Brownian Hareketi ile oluşturulan tahmin değeri gibi (1000'lik iterasyon) on farklı senaryo tahmin edilerek (10.000 değer) her bir hisse senedi için toplam tahmin değerlerinin ortalaması alınmış ve BIST 30 hisse senetlerinin 01 Ocak 2020 ile 25 Ağustos 2020 tarihleri arasındaki günlük piyasa kapanış değerleri (R) ile karşılaştırılmıştır. Geometrik Brownian Hareketinin tahmin sonuçları ile piyasa gerçekleştirmeleri karşılaştırıldığında, tüm hisse senetleri ortalamaları açısından modelin özellikle ilk 30 günlük tahmin başarısının oldukça yüksek olduğu görülmektedir (Tablo 3).

Tablo 3. Brownian Hareketi Günlük Tahmin Sapmaları (BIST 30 – Ortalama)

161 Günlük Tahmin Sapması	120 Günlük Tahmin Sapması	90 Günlük Tahmin Sapması	60 Günlük Tahmin Sapması	30 Günlük Tahmin Sapması	20 Günlük Tahmin Sapması	10 Günlük Tahmin Sapması
22,10%	15,04%	27,95%	42,85%	-1,16%	-1,75%	-4,38%

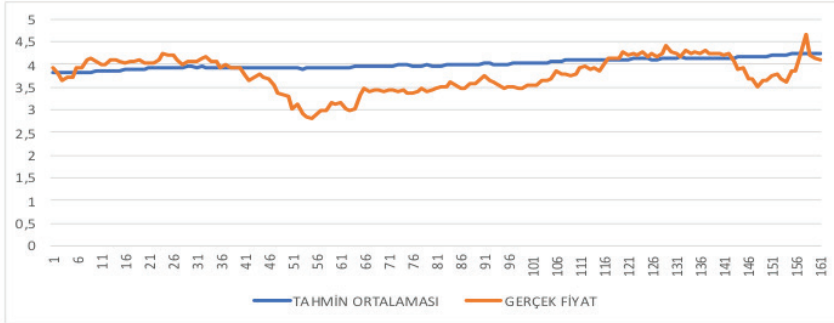
Geometrik Brownian hareketi ile her bir hisse senedi için on adet farklı fiyat serisi tahmini yapılarak ortalaması alınmış, dolayısıyla 1000'lik sayı seti ile her bir hisse senedi için günlük toplam 10.000 adet model fiyat belirlenmiştir. Tahmin sayısının yüksek tutulmasının nedeni

seriyi mümkün olduğu kadar normal dağılıma yaklaştırmak, böylece en doğru fiyat aralığını tahmin edebilmektir (Şekil 1).



Şekil 1. Geometrik Brownian Hareketi ile PETKM – Petkim Hisse Senedi'nin Gelecek Değerlerinin Tahmini

BIST 30'da yer alan her bir hisse senedinin Geometrik Brownian Hareketi ile tahmin edilen on senaryo fiyat verisinin ortalaması ile gerçek piyasa fiyatı (günlük kapanış değerleri) karşılaştırılarak modelin doğruluk yüzdesi farklı zaman aralıkları için test edilmiştir.



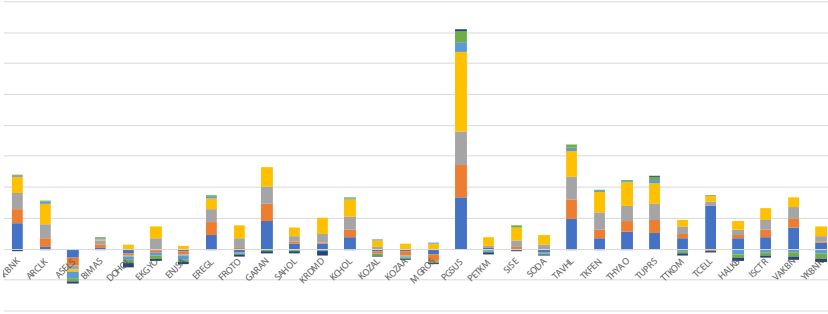
Şekil 2. PETKM – Petkim Hisse Senedi'nin Gerçek Fiyatları (Günlük Kapanış) ile Geometrik Brownian Hareketi Tahmininin Karşılaştırılması

Tablo 4. PETKM - Petkim Hisse Senedi'nin Gerçek Fiyatları (Günlük Kapanış) ile Geometrik Brownian Hareketi Tahmininin Farklarının (%) Karşılaştırması

Zaman (Gün)	PETKM - Petkim Hisse Senedi	Yılıbaşı (Beginning of the Year)	Yısonu (End of The Year)	Getiri (Aritmetik) (Income Level)	Getiri CAPM (R-Rf-B/RM- RD)	Standart Sapma (Hisse) (Std.Dev.)	Coefficient Katsayısı (Coefficient of Variation (CV))	Sharpe Oranı (Ödül Risk Oranı) (Sharpe Ratio)	Alfa Katsayısı (Alfa Ratio)	Beta Katsayısı (Hisse - BIST 100) (Beta Ratio)
161 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	4,11	5,12%	5,07%	0,09	1,80	-0,40	0,00	1,01
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	4,24	10,04%	8,84%	0,11	1,13	0,11	0,01	0,01
	Fark (%)	-2,51%	3,09%	4,92%	3,77%	22,76%	-37,44%	-126,46%	1,15%	-99,12%
120 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	4,26	8,22%	8,28%	0,36	4,36	-0,02	0,00	0,90
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	4,11	7,24%	8,81%	0,08	1,05	-0,21	-0,02	0,01
	Fark (%)	-2,51%	-3,53%	-0,98%	0,54%	-78,81%	-75,95%	1121,45%	-1,51%	-98,73%
90 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	3,66	-6,83%	-5,76%	0,39	-5,69	-0,40	-0,01	0,93
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	4,01	4,94%	8,79%	0,05	1,02	-0,77	-0,04	0,01
	Fark (%)	-2,51%	9,57%	11,77%	14,55%	-87,00%	-117,96%	90,95%	-2,77%	-98,76%
60 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	3,12	-25,32%	-25,30%	0,41	-1,63	-0,83	0,00	1,00
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	3,93	3,06%	8,71%	0,04	1,40	-1,35	-0,06	0,02
	Fark (%)	-2,51%	26,03%	28,38%	34,01%	-89,61%	-186,08%	62,80%	-5,63%	-97,91%
30 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	4,06	3,69%	1,91%	0,14	3,90	-0,36	0,02	1,35
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	3,94	3,37%	8,85%	0,05	1,45	-1,12	-0,05	0,00
	Fark (%)	-2,51%	-2,84%	-0,32%	6,94%	-66,04%	-62,77%	213,11%	-7,26%	-100,24%
20 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	4,04	3,22%	1,30%	0,15	4,62	-0,38	0,02	1,34
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	3,90	2,21%	8,87%	0,03	1,34	-2,24	-0,07	-0,01
	Fark (%)	-2,51%	-3,51%	-1,00%	7,57%	-80,13%	-71,12%	493,20%	-8,58%	-100,48%
10 Gün	Gerçek Değer(Günlük Kapanış)	3,91	4,05	3,46%	0,68%	0,17	4,91	-0,32	0,03	1,52
	Geometrik Brownian Hareketi Tahmini (B)	3,81	3,84	0,70%	8,94%	0,01	1,38	-8,42	-0,08	-0,01
	Fark (%)	-2,51%	-5,21%	-2,76%	8,26%	-94,31%	-71,94%	2558,87%	-11,02%	-100,93%

Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile üretilen fiyat verisi (01 Ocak – 25 Ağustos 2020) ile PETKM - Petkim Hisse Senedi'nin Gerçek Fiyatları (Günlük Kapanış) karşılaştırıldığında, özellikle ilk 30 günlük tahmin aralığı sapmasının oldukça düşük olduğu -3,85%, pandemi dönemi olarak adlandırılan ve Covid 19 salgını sebebiyle hisse senedi fiyatlarında ciddi dalgalanmalar (dışsal şoklar) görülmesine rağmen, tarihsel ortalamalar ile GBM tahmini arasındaki farkın ortalama 3,37% düzeyinde gerçekleştiği, Aritmetik Getiri ve CAPM oranı açısından da tahmin aralığının oldukça düşük olduğu görülmektedir (Tablo 4). BIST 30 hisse senetlerinin tamamı için GBM tahmini sapmasının ilk 30 gün için -2,43% olduğu, özellikle pandemi dönemindeki ciddi sapma da dikkate alındığında tarihsel sapmanın (161 gün) ortalama 14,37% ile oldukça düşük seviyede gerçekleştiği gözlemlenmiştir (Tablo 3).

Geometrik Brownian Hareketi tahmin sonuçları ile gerçek değerlerin karşılaştırılması sonucunda elde edilen sapma değerleri analiz edilerek, modelin tahmin gücü analiz edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulgulardan, GBM modelinin tahmin gücünün özellikle ilk bir aylık dönemde yüksek olduğu, seçilen dönemde özellikle Türkiye'de ilk Covid 19 vakasının görüldüğü tarih olan 11 Mart 2020 tarihi ile Mayıs 2020 arasındaki dönemde (modelde 60 gün ile 120 gün arası dönem) görülen ciddi dışsal şokların yarattığı volatilitate etkisi ile tahmin sonuçlarında sapma yaşandığı, sonrasındaki dönemde söz konusu sapmanın azaldığı gözlemlenmektedir (Şekil 3). Bu nedenle, GBM modelinin özellikle düşük volatilitate gözlemlenen dönemlerde daha başarılı tahmin yaptığı söylenebilir.



Şekil 3. Geometrik Brownian Hareketi (GBM) tahminleri ile gerçek değerler arası sapma düzeyleri (%)

GBM model tahmin sonuçlarının sektörel analizi yapıldığında özellikle Covid 19 pandemi döneminde yüksek volatilité gözlemlenen Bankacılık ve Havayolu sektöründeki tahmin sapmasının diğer sektörlerden daha yüksek olduğu, dolayısıyla yüksek volatilité veya dışsal şokların yaşandığı dönemlerde modelin yanlış tahmin olasılığının da arttığı söylenebilir (Şekil 3).

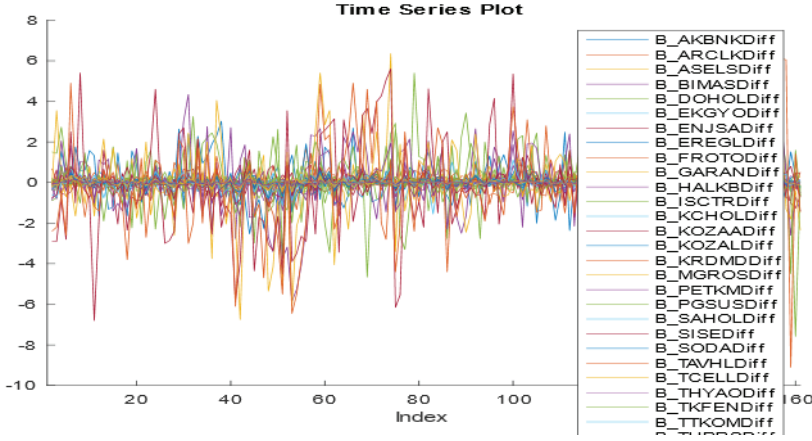
BIST 30 şirketlerinin GBM Model tahmin sonuçlarının ve gerçek değerlerin hangi volatilité modeli ile daha iyi ölçümlenebileceğini test etmek üzere ARIMA, SARIMA, GARCH, EGARCH ve GJR model denenmiştir. Öncelikle değişkenlerin birinci farkı alınarak durağan hale getirilmiştir. Durağanlık sınavında;

H_0 : Değişkende Birim Kök Sorunu Vardır

$$y_t = c + \delta t + \phi y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$H_0 : \phi = 1 \quad (14)$$

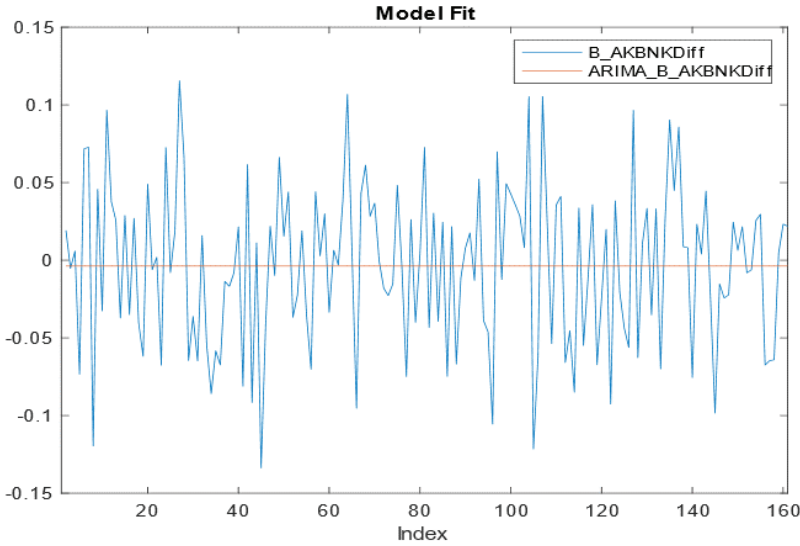
$$H_a : \phi < 1 \quad (15)$$



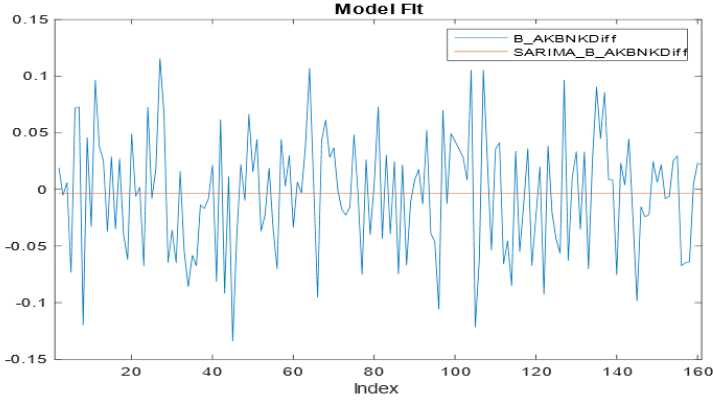
Şekil 4. Geometrik Brownian Hareketi (GBM) Değişkenleri Durağanlık Grafiği

Geometrik Brownian Model (GBM) ile tahmin edilen zaman serisi (B) ve gerçek değerlerin (R) otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) (Gaussian Dağılım) ve mevsimsel ARIMA (SARIMA) (Gaussian Dağılım) modeli aşağıdaki denklem ile hesaplanmıştır:

$$y_t = c + \varepsilon_t \quad (16)$$



Şekil 5. B_AKBNKDiff Serisi ARIMA Model Grafiği



Şekil 6. B_AKBNKDiff Serisi SARIMA Model Grafiği

SARIMA modelinin, özellikle kısa vadeli dönemler için mevsimsel zaman serileri için iyi tahminler yaptığı gösterilmiştir, ancak gerekli olan büyük miktarda tarihsel veri (en az 50 ve tercihen 100 veya daha fazla) ile sınırlandırılmıştır. Bununla birlikte, modern toplumda, bütüncü ortamdan kaynaklanan belirsizlik faktörleri ve yeni teknolojinin hızlı gelişimi nedeniyle, genellikle sınırlı miktarda veri kullanarak kısa bir süre içinde gelecekteki durumları tahmin etmek zorunluluğu vardır. Veri yetersizliği, ARIMA modeliyle birlikte kullanıldığında bazen uygulamasını sınırlayabilmektedir (Tseng, Yu, & Tzeng, 2002, s.75).

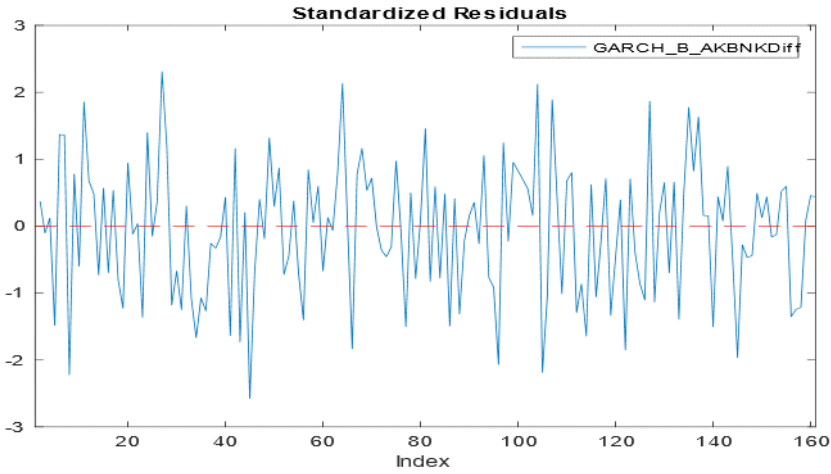
Opsiyon fiyatlandırması için geliştirilmiş otoregresif koşullu heteroskedastik (GARCH) modellerinin varlık getirilerini açıklamadaki üstün performansı ortaya konmuştur. EGARCH modeli ile ilgili formülün uygulanmasında, hesaplama süresini daha da azaltmak için iki ek yaklaşım olarak ise GJR ve GARCH model kullanılmıştır (Duan vd., 2006, s.1-17). Gauss süreçleri olarak adlandırılan olasılıksal yöntemler, çekirdek tabanlı öğrenme ile Bayesci bir yaklaşım oldukları için zaman serisi verilerini ve tahmin problemini modellemek için güçlü bir araç olarak başarıyla gösterilmiştir. Bu makalede, Gauss süreçleri, GARCH, EGARCH ve GJR'ye dayalı finansal oynaklığı modellemek ve tahmin etmek için uygulanmaktadır. Deneysel sonuçlar, doğrusal olmayan hibrit modellerin, haberlerin volatilité üzerindeki simetrik ve asimetric etkilerini iyi bir şekilde yakalayabildiğini, klasik GARCH, EGARCH ve GJR yaklaşımlarından daha iyi tahmin performans sağladığını göstermektedir (Ou & Wang, 2011, s.1).

Zaman serilerinin Koşullu Varyans (Gaussian Dağılım) GARCH (1,1) modeli aşağıdaki denklem ile hesaplanmıştır:

$$y_t = \varepsilon_t \quad (16)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (17)$$

$$(1 - \gamma_1 L)\sigma_t^2 = \kappa + (\alpha_1 L)\varepsilon_t^2 \quad (18)$$



Şekil 7. B_AKBNKDiff Serisi GARCH (1,1) Model Grafiği

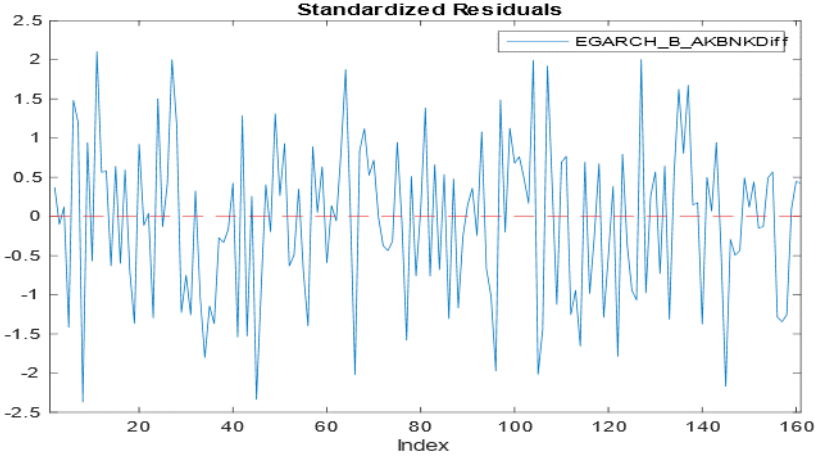
Negatif olmayan katsayılar gerektiren geleneksel GARCH spesifikasyonunun aksine, EGARCH modeli, koşullu varyansın logaritmasını modellediği için parametre uzayına negatif olmayan kısıtlamalar getirmez. EGARCH modelini sonuçları, GARCH modeli veya APARCH modeli ile karşılaştırılarak modeller arasındaki moment yapısı farklılıkları ortaya çıkartılmaktadır (Karanasos & Kim, 2003, s.161).

Zaman serilerinin (Üssel) Koşullu Varyans (Gaussian Dağılım) EGARCH (1,1) modeli aşağıdaki denklem ile hesaplanmıştır:

$$y_t = \varepsilon_t \quad (19)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (20)$$

$$(1 - \gamma_1 L)\log \sigma_t^2 = \kappa + (\alpha_1 L)\left(\frac{|\varepsilon_t|}{\sigma_t} - E\left\{\frac{|\varepsilon_t|}{\sigma_t}\right\}\right) + (\xi_1 L)\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right) \quad (21)$$



Şekil 8. B_AKBNKDiff Serisi EGARCH (1,1) Model Grafiği

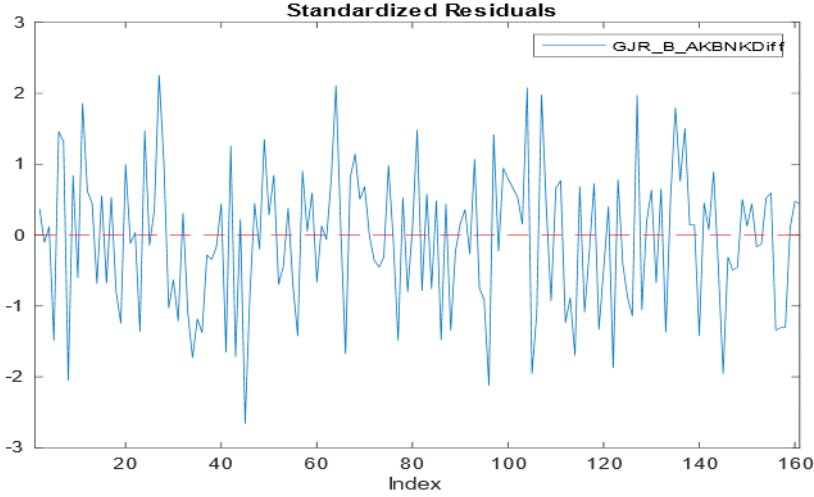
Glosten Jagannathan ve Runkle (GJR) modelinin, bir eşik otoregresif koşullu heteroskedastisite (TARCH) modeli olarak, asimetrik modeller arasında en iyi tahminci olduğu ortaya konmakta ve bir adım veya çok adımlı ileri tahmin için bir GARCH model olarak kullanılabilceği belirtilmektedir (Monfared & Enke, 2014, s.246-247). Iglesias ve Linton (2009, s.1) tarafından yapılan çalışmada, Monte Carlo simülasyonları ve bir GJR-GARCH volatilité modelinin sonuçlarından yararlanarak, finansal zaman serisinin koşulsuz dağılımının Pareto kuyruk kalınlığı parametresini tahmin etmek için bir yöntem önerilmiştir. Yöntem, koşullu varyans için modelin GJR-GARCH olarak doğru bir şekilde belirtilmesi koşuluyla, kuyruk kalınlığının tahmin edicisinin tutarlı olduğunu ve T oranında normal bir dağılıma yakınsadığını (burada T, örnek boyutudur) göstermektedir.

Zaman serilerinin Glosten, Jagannathan ve Runkle, Koşullu Varyans (Gaussian Dağılım) GJR (1,1) modeli aşağıdaki denklem ile hesaplanmıştır:

$$y_t = \varepsilon_t \quad (22)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (23)$$

$$(1 - \gamma_1 L)\sigma_t^2 = \kappa + (\alpha_1 L)\varepsilon_t^2 + (\xi_1 L)I[\varepsilon_t < 0]\varepsilon_t^2 \quad (24)$$



Şekil 9. B_AKBNKDiff Serisi GJR (1,1) Model Grafiği

Birkaç GARCH tipi modelin tahmin performansını karşılaştırıldığında, simetrik ve asimetrik GARCH arasındaki fark (yani GARCH-N ile EGARCH, GJR ve APARCH (normal kuyruklu simetrik, kalın kuyruklu simetrik ve kalın kuyruklu asimetrik dağılımlar arasındaki fark) (örneğin Normal ve Student-t ve Skewed Student-t)) incelendiğinde; koşullu varyansta (ve test edilen modeller arasında APARCH ve GJR'nin EGARCH'tan daha iyi performans gösterdiği) asimetrik bir GARCH kullanıldığında gözle görülür iyileştirmeler yapılabileceğini göstermektedir. Dahası, normal olmayan dağılımlar Gauss dağılımından daha iyi örneklem içi sonuçlar sağlamaktadır. Bununla birlikte, örneklem dışı sonuçlar, üstün tahmin yeteneği için daha az kanıt göstermektedir (Peters, 2001, s.16).

Bracker & Smith (1999:92) tarafından yapılan çalışmada, GARCH, EGARCH ve GJR modeli karşılaştırılmış, GARCH en düşük (16) puanı sergileyen model bulunmuş, bunu EGARCH (20) modeli izlemiş, GJR modeli üçüncü en düşük puanı gösteren model olmuştur (21). Bu üç model, açık-kapalı bakır vadeli işlem getirilerinin modellenmesinde en etkili model olarak tespit edilmiştir.

Liu ve Hung (2010, s.4928) tarafından yapılan çalışmada, Standard & Poor's 100 hisse senedi endeksi serisi için 1997'den 2003'e kadar günlük volatilité tahmini araştırılmış ve dağılım tipi (GARCH-N, GARCH-t, GARCH-HT ve GARCH-SGT) ve asimetri tipi (GJR-GARCH ve

EGARCH) volatilité modelleri üstün tahmin yeteneği (SPA) testi ile incelelenmiştir. Ampirik sonuçlar, GJR-GARCH modelinin en doğru volatilité tahminlerine ulaştığını ve hemen ardından EGARCH modelinin izlediğini göstermektedir. Bu tür kanıtlar, asimetrik bileşenleri modellemenin, kalın kuyruklar, leptokurtoz, çarpıklık ve kaldıraç etkilerinin varlığında finansal getirilerin oynaklık tahminlerini iyileştirmek için hata dağılımını belirlemekten daha önemli olduğunu güçlü bir şekilde göstermektedir. Ayrıca, asimetri ihmal edilirse, normal dağılıma sahip GARCH modeli, daha karmaşık hata dağılımları olan modellere tercih edilmektedir.

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, BIST 30 hisse senetleri için Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ve Hisse Senetlerinin kapanış değerlerinden elde edilen zaman serileri otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) (Gaussian Dağılım) ve mevsimsel ARIMA (SARIMA) (Gaussian Dağılım) modeli ile asimetri tipi (GJR-GARCH ve EGARCH) volatilité modelleri ile analiz edilerek hangi volatilité modelinin tercih edilmesi gerektiği ortaya konmuştur.

Geometrik Brownian Hareketinin (GBM) BIST 30 hisse senetlerinin gelecek değerlerini tespit etmede, özellikle ilk otuz gündeki isabet oranının oldukça yüksek olduğu, süre uzadıkça dışsal şoklara bağlı olarak tahmin hatasının yükseldiği ve özellikle de düşük varyansa sahip hisse senetlerinin tahmin hatasının diğerlerinden daha düşük olduğu gözlemlenmiştir.

Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile üretilen zaman serilerinin otoregresif entegre hareketli ortalama mevsimsel ARIMA (SARIMA) (Gaussian Dağılım) modeli ile daha isabetli ölçümlendiği (12 şirket), ardından en iyi asimetri tipi volatilité modelinin sırasıyla EGARCH (11 şirket), GARCH (6 şirket), GJR (1 şirket) olduğu tespit edilmiştir.

BIST 30 hisse senetlerinin Gerçek Değerleri (Hisse Kapanış Değerleri)(R) ile oluşturulan zaman serilerini ölçümlemede en iyi asimetri tipi volatilité modelinin sırasıyla GJR (12 şirket), EGARCH (8 şirket), GARCH (6 şirket) ve ardından otoregresif entegre hareketli ortalama mevsimsel ARIMA (SARIMA)(Gaussian Dağılım) modeli (4 şirket) olduğu tespit edilmiştir.

Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile üretilen zaman serileri ve Hisse Senedinin Gerçek Değerleri (Hisse Kapanış Değerleri)(R) ile oluşturulan volatilité modellerinin her ikisinde de aynı modelin en uygun

volatilite modeli seçildiği hisse senedi sayısı toplam sekiz olarak tespit edilmiştir. Söz konusu hisse senetlerinin standart hata (standard error) terimlerinin, hem tahmin değişkeni hem de gerçek değişkenler için benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir.

Geometrik Brownian Hareketi gibi Stokastik Diferansiyel Denklemlerin (SDE) finansal tahminlerde daha sık kullanımının özellikle kısa dönemli beklentilerde yol gösterici olacağı ve finansal literatürün zenginleşmesine katkı sağlayacağı değerlendirilmektedir.

6. Araştırma Kısıtları

BIST 30 Hisse senetlerinin Geometrik Brownian Hareketi (GBM) ile gelecek değerlerinin tahmin edildiği dönem içerisinde, özellikle 11 Mart ile 25 Ağustos 2020 tarihleri arasının (Covid 19 pandemi dönemi) piyasa volatilitesi üzerindeki etkisi dışsal şok olarak kabul edilmiştir.

Kaynakça

- Alberg, D., Shalit, H., & Yosef, R. (2008). Estimating stock market volatility using asymmetric GARCH models. *Applied Financial Economics*, 18(15), pp.1201-1208.
- Bachelier, L. (2011). *Louis Bachelier's theory of speculation: the origins of modern finance*. Princeton University Press.
- Bender, C., Sottinen, T., & Valkeila, E. (2007). Arbitrage with fractional Brownian motion?. *Theory of Stochastic Processes Vol.13 (29)*, no.1-2, 2007, pp.23-34
- Black F, Scholes M (1973) The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy* 81, pp.637-659
- Bracker, K., & Smith, K. L. (1999). Detecting and modeling changing volatility in the copper futures market. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, 19(1), pp.79-100.
- Chalasani, P., & Jha, S. (1997). *Steven Shreve: Stochastic Calculus and Finance*. Lecture Notes, October. pp.1-343
- De Meyer, B., & Saley, H. M. (2003). On the strategic origin of Brownian motion in finance. *International Journal of Game Theory*, 31(2), pp.285-319
- Demireli, E., & Hepkorucu, A. (2010). Çevre Finansmanı: Kavramsal Bir Yaklaşımla Karbon Finans Borsası. *Ekonomi Bilimleri Dergisi*, 2(2), pp.37-48
- Duan, J., Gauthier, G., Simonato, J., & Sasseville, C. (2006). Approximating the GJR-GARCH and EGARCH option pricing models analytically. *Journal of Computational Finance*, 9(3), pp.1-41
- Elliott, R. J., & Van Der Hoek, J. (2001). Fractional Brownian motion and financial modelling. In *Mathematical Finance*. Birkhäuser, Basel. pp.140-151
- Hu, Y., & Øksendal, B. (2003). Fractional white noise calculus and applications to finance. *Infinite dimensional analysis, quantum probability and related topics*, 6(01), pp.1-32
- Iglesias, E. M., & Linton, O. (2009). Estimation of tail thickness parameters from GJR-GARCH models. *Departamento de Economía Universidad Carlos III de Madrid*. Working Paper 09-47 Economic Series (26), pp.1-30
- İnam, U. (2011). Geometrik Brownian Hareketle Hisse Senedi Fiyatının Gelecek Değerinin Belirlenmesi. *Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Sayısal Yöntemler Bilim Dalı, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*.
- İş Yatırım, 2020, <https://www.isyatirim.com.tr/tr-tr/analiz/hisse/Sayfalar/Tarihsel-Fiyat-Bilgileri.aspx>, (Erişim Tarihi: 26.08.2020)
- Karanasos, M., & Kim, J. (2003). Moments of the ARMA-EGARCH model. *The Econometrics Journal*, 6(1), pp.146-166
- Karatzas, I., & Shreve, S. E. (1998). Brownian motion. In *Brownian Motion and Stochastic Calculus* (pp. 47-127). Springer, New York, NY

- Liu, H. C., & Hung, J. C. (2010). Forecasting S&P-100 stock index volatility: The role of volatility asymmetry and distributional assumption in GARCH models. *Expert Systems with Applications*, 37(7), pp.4928-4934
- Monfared, S. A., & Enke, D. (2014). Volatility forecasting using a hybrid GJR-GARCH neural network model. *Procedia Computer Science*, 36, pp.246-253
- Øksendal, B. (2003). Fractional Brownian motion in finance. Preprint series. Pure mathematics <http://urn.nb.no/URN:NBN:no-8076>
- Ou, P., & Wang, H. (2011, July). Modeling and forecasting stock market volatility by Gaussian processes based on GARCH, EGARCH and GJR models. In *Proceedings of the World Congress on Engineering*. Vol. 1, pp. 6-8
- Özkan, T., & Güngör, B. (2017). Geometrik Brownian Hareketi Modeli İle Endeks Dalgalanmalarını Değerlendirme: BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 Endeksleri Üzerine Bir Uygulama. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, Cilt: 31 2017 Sayı: 2, ss.377-395
- Peters, J. P. (2001). Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (Skewed) Student-t densities. Preprint, University of Liege, Belgium, 3, pp.19-34
- Rostek, S., & Schöbel, R. (2013). A note on the use of fractional Brownian motion for financial modeling. *Economic Modelling*, 30, pp.30-35
- Tseng, F. M., Yu, H. C., & Tzeng, G. H. (2002). Combining neural network model with seasonal time series ARIMA model. *Technological forecasting and social change*, 69(1), pp.71-87
- Working, H. (1949). The theory of price of storage. *The American Economic Review*, 39(6), pp.1254-1262

EK-2 Geometrik Brownian Model Verileri ADF Birim Kök Testi Sonuçları

	Lags	Model	Test Statistic	Significance Level	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	
1	0	AR	t1	0.05	1	true	0.001	-13.7336	-1.9425
2	0	AR	t1	0.05	2	true	0.001	-13.7336	-1.9425
3	0	AR	t1	0.05	3	true	0.001	-13.7336	-1.9425
4	0	AR	t1	0.05	4	true	0.001	-13.7336	-1.9425
5	0	AR	t1	0.05	5	true	0.001	-13.7336	-1.9425
6	0	AR	t1	0.05	6	true	0.001	-13.7336	-1.9425
7	0	AR	t1	0.05	7	true	0.001	-13.7336	-1.9425
8	0	AR	t1	0.05	8	true	0.001	-13.7336	-1.9425
9	0	AR	t1	0.05	9	true	0.001	-13.7336	-1.9425
10	0	AR	t1	0.05	10	true	0.001	-13.7336	-1.9425
11	0	AR	t1	0.05	11	true	0.001	-13.7336	-1.9425
12	0	AR	t1	0.05	12	true	0.001	-13.7336	-1.9425
13	0	AR	t1	0.05	13	true	0.001	-13.7336	-1.9425
14	0	AR	t1	0.05	14	true	0.001	-13.7336	-1.9425
15	0	AR	t1	0.05	15	true	0.001	-13.7336	-1.9425
16	0	AR	t1	0.05	16	true	0.001	-13.7336	-1.9425
17	0	AR	t1	0.05	17	true	0.001	-13.7336	-1.9425
18	0	AR	t1	0.05	18	true	0.001	-13.7336	-1.9425
19	0	AR	t1	0.05	19	true	0.001	-13.7336	-1.9425
20	0	AR	t1	0.05	20	true	0.001	-13.7336	-1.9425
21	0	AR	t1	0.05	21	true	0.001	-13.7336	-1.9425
22	0	AR	t1	0.05	22	true	0.001	-13.7336	-1.9425
23	0	AR	t1	0.05	23	true	0.001	-13.7336	-1.9425
24	0	AR	t1	0.05	24	true	0.001	-13.7336	-1.9425
25	0	AR	t1	0.05	25	true	0.001	-13.7336	-1.9425
26	0	AR	t1	0.05	26	true	0.001	-13.7336	-1.9425
27	0	AR	t1	0.05	27	true	0.001	-13.7336	-1.9425
28	0	AR	t1	0.05	28	true	0.001	-13.7336	-1.9425
29	0	AR	t1	0.05	29	true	0.001	-13.7336	-1.9425
30	0	AR	t1	0.05	30	true	0.001	-13.7336	-1.9425

EK-3 Gerçek Değerler (Hisse Kapanış Değeri) ADF Birim Kök Testi Sonuçları

	Lags	Model	Test Statistic	Significance Level	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	
1	0	AR	t1	0.05	1	true	0.001	-11.7913	-1.9425
2	0	AR	t1	0.05	2	true	0.001	-11.7913	-1.9425
3	0	AR	t1	0.05	3	true	0.001	-11.7913	-1.9425
4	0	AR	t1	0.05	4	true	0.001	-11.7913	-1.9425
5	0	AR	t1	0.05	5	true	0.001	-11.7913	-1.9425
6	0	AR	t1	0.05	6	true	0.001	-11.7913	-1.9425
7	0	AR	t1	0.05	7	true	0.001	-11.7913	-1.9425
8	0	AR	t1	0.05	8	true	0.001	-11.7913	-1.9425
9	0	AR	t1	0.05	9	true	0.001	-11.7913	-1.9425
10	0	AR	t1	0.05	10	true	0.001	-11.7913	-1.9425
11	0	AR	t1	0.05	11	true	0.001	-11.7913	-1.9425
12	0	AR	t1	0.05	12	true	0.001	-11.7913	-1.9425
13	0	AR	t1	0.05	13	true	0.001	-11.7913	-1.9425
14	0	AR	t1	0.05	14	true	0.001	-11.7913	-1.9425
15	0	AR	t1	0.05	15	true	0.001	-11.7913	-1.9425
16	0	AR	t1	0.05	16	true	0.001	-11.7913	-1.9425
17	0	AR	t1	0.05	17	true	0.001	-11.7913	-1.9425
18	0	AR	t1	0.05	18	true	0.001	-11.7913	-1.9425
19	0	AR	t1	0.05	19	true	0.001	-11.7913	-1.9425
20	0	AR	t1	0.05	20	true	0.001	-11.7913	-1.9425
21	0	AR	t1	0.05	21	true	0.001	-11.7913	-1.9425
22	0	AR	t1	0.05	22	true	0.001	-11.7913	-1.9425
23	0	AR	t1	0.05	23	true	0.001	-11.7913	-1.9425
24	0	AR	t1	0.05	24	true	0.001	-11.7913	-1.9425
25	0	AR	t1	0.05	25	true	0.001	-11.7913	-1.9425
26	0	AR	t1	0.05	26	true	0.001	-11.7913	-1.9425
27	0	AR	t1	0.05	27	true	0.001	-11.7913	-1.9425
28	0	AR	t1	0.05	28	true	0.001	-11.7913	-1.9425
29	0	AR	t1	0.05	29	true	0.001	-11.7913	-1.9425
30	0	AR	t1	0.05	30	true	0.001	-11.7913	-1.9425

EK-4 Geometrik Brownian Hareketi (GBM)(B) En Uygun Volatilite Modeli

Company Name	MODEL ADI		ARIMA	SARIMA	GARCH	EGARCH	GJR	TOPLAM	AIC	BIC
	EN İYİ MODEL SAYISI (EN DÜŞÜK AIC, BIC DEĞERİ)		0	12	6	11	1			
B_ASLKDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value				
B_ASLKDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.023866	0.008189	28.277	0.004688		2.601.919	2.540.416	
B_ASLKDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.011231	0.001361	82.513	1.57E-17				
B_BIMASDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.0019206	0.0042078	0.45643	0.64808		4.814.556	4.753.053	
B_BIMASDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0028173	0.00032663	86.254	6.39E-14				
B_GARANDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.0071397	0.0057191	12.484	0.21188		3.847.483	3.785.979	
B_GARANDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0051562	0.00056336	91.525	5.56E-17				
B_HALKRDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	-0.0051937	0.0043848	-11.845	0.23622		4.718.225	4.656.722	
B_HALKRDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0029021	0.00039937	74.921	6.78E-10				
B_ISCTREDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.0009715	0.001422	0.39913	0.75719		5.742.021	5.680.519	
B_ISCTREDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0015779	0.00017619	89.557	3.38E-15				
B_KCHOLFDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.014572	0.010857	13.422	0.17953		1.772.265	1.711.762	
B_KCHOLFDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.018851	0.0022786	82.731	1.31E-12				
B_KRDMDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.0038885	0.0011102	35.025	0.00046084		9.156.458	8.094.955	
B_KRDMDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.00118676	2.18E-01	85.372	1.16E-13				
B_TAVILDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.047262	0.011022	42.933	1.76E-01		1.733.379	1.671.876	
B_TAVILDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.019327	0.0023382	82.658	1.39E-12				
B_TIYAOEDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.022375	0.0078686	28.436	0.00446		2.803.142	2.741.638	
B_TIYAOEDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0099038	0.0010829	91.457	5.93E-16				
B_TUPRSDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.016458	0.004709	0.36812	0.71278		2.746.426	280.793	
B_TUPRSDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.31779	0.02216	75.277	5.16E-11				
B_YAKINDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.009235	0.003256	28.204	0.087818		3.939.889	5.336.386	
B_YAKINDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.0019566	0.00029036	97.653	1.59E-13				
B_YKINKDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	-0.0008289	0.00161	-0.54842	0.5834		8.779.958	7.818.454	
B_YKINKDF	ARIMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.00041475	4.75E-01	87.368	2.40E-14				
B_ERELGDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.001583	0.001263	10.371	0.29688		4.333.366	4.241.299	
B_ERELGDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.41874	0.4641	0.90227	0.36692				
B_ERELGDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.17247	0.14399	12.061	0.27277				
B_FROTFDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.13163	2.36E-96	0.0004913	0.99961				
B_FROTFDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.55278	974.045	0.00056751	0.99955		264.572	2.737.787	
B_FROTFDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	2.00E-12	0.067362	2.97E-08	1				
B_PETKMDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00030812	0.00032899	0.92745	0.35369		7.343.778	7.251.711	
B_PETKMDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.36735	0.59033	0.62228	0.53375				
B_PETKMDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.1071	0.14035	0.76305	0.44543				
B_PGUSDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	28.742	1.233.656.989	2.20E-01	0.99998		6.371.988	6.464.055	
B_PGUSDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.11631	400.977.513	2.98E-02	1				
B_PGUSDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	2.00E-12	0.11104	1.80E-07	1				
B_SODADDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0025996	0.012606	0.19908	0.8422		4.931.314	4.841.247	
B_SODADDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	2.00E-12	49.052	4.08E-09	1				
B_SODADDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.02902	0.1473	0.19702	0.84382				
B_TKFENDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.014016	143.546	0.00097643	0.99922		525.553	443.486	
B_TKFENDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.85527	3.52E-529	0.0018578	0.99982				
B_TKFENDF	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	2.00E-12	0.093517	2.14E-07	1				
B_ARCLKDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.94162	0.70701	-13.318	0.18291				
B_ARCLKDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.77296	0.16824	45.944	4.34E-02		2.137.466	2.014.709	
B_ARCLKDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.43199	0.19773	21.847	0.028913				
B_ARCLKDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.090713	0.091979	-0.9865	0.32389				
B_DOHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.70226	0.0092534	-758.927	0				
B_DOHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.9655	0.00064601	15.016	845		6.730.239	7.507.483	
B_DOHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.28033	0.054069	-51.847	2.16E-03				
B_DOHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.075999	0.045376	16.749	0.09359				
B_EKGYODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.037	19.961	-30.078	0.0026317		9.719.207	8.596.451	
B_EKGYODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.3343	0.21929	15.245	0.12739				
B_EKGYODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.58656	0.24927	-23.531	0.018616				
B_EKGYODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.30777	0.13197	23.321	0.018697				
B_ENSADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-30.938	18.072	-17.119	0.089915				
B_ENSADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.42449	0.33238	12.771	0.20156		4.071.434	3.948.677	
B_ENSADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.18719	0.20451	-0.91532	0.36002				
B_ENSADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.18578	0.14435	-1.287	0.19809				
B_KOZAADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-17.176	13.026	-13.186	0.18731				
B_KOZAADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.59905	0.30627	19.527	0.050853		2.273.443	2.150.677	
B_KOZAADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.08962	0.22834	-0.39249	0.69447				
B_KOZAADF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.20156	0.14348	-14.048	0.16008				
B_KOZALDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.010017	0.040165	0.2494	0.80305				
B_KOZALDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.9146	0.13313	68.698	6.43E-08		507.53	5.198.056	
B_KOZALDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.065013	0.12187	0.53345	0.59372				
B_KOZALDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.070939	0.071214	0.99614	0.31918				
B_MGRSODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-4085	0.44053	-92276	2.7688E-16				
B_MGRSODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	-0.7223	0.15419	-47039	0.025258				
B_MGRSODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.16238	0.17169	0.95105	0.34158		83.123	953.986	
B_MGRSODF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.19292	0.12104	-15938	0.11097				
B_SAHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.78225	0.0043149	-181.287	0				
B_SAHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.8691	0.51648	168274957	0		4.873.844	4.751.088	
B_SAHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.43787	0.09741	-44952	0.000952				
B_SAHOLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.19545	0.059717	32327	0.00097201				
B_SISEDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	22903	10771	-21264	0.0347				
B_SISEDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.61347	0.18294	33335	0.00709		4.749.168	4.626.412	
B_SISEDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.22046	0.10174	-21668	0.030248				
B_SISEDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.32517	0.10493	3099	0.0019416				
B_TCELLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-78486	15918	-49306	0.0081961				
B_TCELLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	-0.45339	0.28654	-15823	0.111359				
B_TCELLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.2699	0.18092	-14918	0.0347		4.006.723	3.883.967	
B_TCELLDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.1868	0.12263	-15332	0.27771				
B_TTKOMDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-96265	0.9653	-99726	2.01e+23				
B_TTKOMDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	-0.79696	0.17971	-44346	0.092231		3.947.714	3.824.958	
B_TTKOMDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.23278	0.17394	-13383	0.1808				
B_TTKOMDF	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.15323	0.077955	19656	0.049344				
B_AKINKDF	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0010292	0.0021214	0.48533	0.62758				
B_AKINKDF	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.5644	0.84116	0.67096	0.50321				
B_AKINKDF	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.12528	0.17639	0.70264	0.47754		4.870.919	4.748.163	
B_AKINKDF	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.12528	0.18542	-0.67568	0.49924				

EK-5 Gerçek Değerler (Hisse Kapanış Değeri)(R) En Uygun Volatilite Modeli

Sektör Adı (Company Name)	Model	ARIMA		SARIMA		GARCH		EGARCH		GJR		TOPLAM
		0	4	6	8	12	20					
R_BMASAD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	-0.0036875	0.021328	0.41792	0.66271	18.53	246.803				
R_BMASAD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.064116	0.0019602	209.515	1.82E-03						
R_KOZALD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	0.022180	0.12287	0.099295	0.93666	6.441.456	670.296				
R_KOZALD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	36.256	0.29637	122.335	2.06E-30						
R_PGUSUSD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	-0.24413	0.18164	-1.344	0.17894	722.403	7.285.534				
R_PGUSUSD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	521.181	0.524	99.953	2.23E-19						
R_TAYIRD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Constant	-0.090913	0.080617	1.467	0.15982	2.371.671	2.933.173				
R_TAYIRD	ARMA(0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARIMA)	Variance	0.34387	0.031051	110.679	1.00E-24						
R_DORHLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00015678	0.00012082	12.977	0.19429						
R_DORHLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.77118	0.087224	18.471	0.43E-15	-5.253.723	-5.161.656				
R_DORHLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.16894	0.085524	24.994	0.010161						
R_KRDMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0021119	0.0012089	16.259	0.10396						
R_KRDMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.5529	0.2454	22.517	0.024319	-3.268.343	-3.176.276				
R_KRDMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.17703	0.12088	14.692	0.14277						
R_MGROSUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.26325	0.079466	33.472	0.0081626						
R_MGROSUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.31711	0.15516	2.045	0.040857	4.151.523	4.243.591				
R_MGROSUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.45732	0.15226	39.023	0.0029778						
R_PETKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00068781	0.00053833	12.427	0.2092						
R_PETKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.79021	0.081609	96.829	3.57E-18	-2.900.111	-2.800.044				
R_PETKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.16722	0.06143	27.213	0.005016						
R_TKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.002114	0.0023685	15.588	0.17429						
R_TKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.79091	0.10424	73.446	2.00E-10	-581.856	-489.789				
R_TKMD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.1635	0.076026	22.087	0.027199						
R_TUPUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.32277	0.30755	1.082	0.27925						
R_TUPUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.8137	0.04654	66.957	0.23E-14	7.608.543	716.061				
R_TUPUSD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.13132	0.047995	2.746	0.0060216						
R_ARCLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.61383	0.26569	-23.103	0.02071						
R_ARCLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.62933	0.14416	-14.676	1.27E-01	1.875.213	1.997.989				
R_ARCLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.45288	0.42298	13.2798	0.0040873						
R_ARCLD	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.17675	0.079822	-22.143	0.02601						
R_ASEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.34214	0.16136	-21.218	0.045229						
R_ASEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.77975	0.093073	18.414	0.38E-13	168.411	1.806.866				
R_ASEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.36522	0.15495	23.706	0.017744						
R_ASEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.1647	0.10565	-15.589	0.11901						
R_ENSUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.915	0.40365	-89.953	0.22E-19						
R_ENSUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.87473	0.16381	-61.188	3.31E-11	-1.081.023	-956.266				
R_ENSUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.26008	0.15179	17.135	0.0066119						
R_ENSUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.23392	0.12079	19.365	0.025801						
R_EREGLD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.26023	0.009124	-283.092	2.67E-172						
R_EREGLD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.93185	0.0002929	14.808.832	0.0000000	-1.192.126	-1.269.369				
R_EREGLD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.27022	0.045445	-99.482	2.75E-05						
R_EREGLD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.2623	0.060096	-33.714	0.00079787						
R_HALKUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-4.834	0.765	-22.246	0.02092						
R_HALKUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	-0.28616	0.53477	0.9355	0.952	-1.428.418	-1.305.662				
R_HALKUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.25118	0.1872	31.418	0.17967						
R_HALKUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.10337	0.09841	10.256	0.30567						
R_SABUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.33218	0.06681	49.508	0.0000000						
R_SABUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.9321	0.00044587	2059203.0	0	-1.284.251	-1.161.495				
R_SABUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.35994	0.07766	-4594	0.047558						
R_SABUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.31698	0.042255	-5984	6.6049E-10						
R_SISEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.45127	0.22468	20805	0.04852						
R_SISEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.8754	0.055885	15884	1.923E-51	-1.829.414	-1.706.628				
R_SISEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.41543	0.10523	3948	0.78114						
R_SISEUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.26098	0.07799	-33796	0.00027294						
R_THYUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.53882	0.21623	-22809	0.025811						
R_THYUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.75648	0.10151	45271	0.184E-10	856.473	97.923				
R_THYUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.61416	0.21643	28377	0.0045439						
R_THYUSD	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.09908	0.11478	0.86713	0.38297						
R_AKBNKUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00081119	0.00034418	22275	0.025916						
R_AKBNKUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.83966	0.038111	21251	0.1315E-105	-1.404.434	-1.481.477				
R_AKBNKUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	26.12	0.04999	4.0051E-07	1						
R_AKBNKUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.13779	0.062378	28457	0.0070717						
R_EKOVUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.74953	0.05182	1464	0.14806						
R_EKOVUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.85314	0.06005	14033	4.1103E-41	-5.114.062	-4.991.306				
R_EKOVUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.13317	0.09911	2254	0.024711						
R_EKOVUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.018424	0.055466	-6.33168	0.74013						
R_FTROUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.75521	0.62843	11699	0.24204						
R_FTROUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.87193	0.27063	21133	0.034773	6.410.495	6.533.252				
R_FTROUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.11213	0.09123	7266	0.2185						
R_FTROUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.22187	0.21862	10149	0.31018						
R_GARAND	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0017769	0.0008415	21066	0.03154						
R_GARAND	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.83499	0.047074	19529	3.9046E-81	-402.141	-279.385				
R_GARAND	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	26.12	0.04239	4.3499E-07	1						
R_GARAND	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.22819	0.07923	2851	0.004328						
R_BCTUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0009718	0.00052786	25762	0.010163						
R_BCTUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.82203	0.05566	14798	1.6076E-45	-2.213.569	-2.090.813				
R_BCTUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	26.12	0.044108	4.2542E-07	1						
R_BCTUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.22749	0.085085	2677	0.007919						
R_BCTUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.10313	0.034961	29194	0.0303699						
R_KYUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.055884	0.26619	0.138	0.89326	1.995.484	171.824				
R_KYUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.45013	0.25448	19345	0.066587						
R_KYUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.1751	0.26859	-60.6194	0.51444						
R_KOZAD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.030455	0.007136	18292	0.0073858						
R_KOZAD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.83115	0.1082	9943	5.867E-19	141.324	1.558.996				
R_KOZAD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.040003	0.079823	0.51116	0.69924						
R_KOZAD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.14262	0.10771	13241	0.18546						
R_SODUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00961	0.0018079	52276	0.0017141						
R_SODUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	26.12	0.075246	2.8498E-07	1	-4.918.724	-4.795.548				
R_SODUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.39298	0.14089	27982	0.0052484						
R_SODUSD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.47286	0.29828	1596	0.11089						
R_TCELLD	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00529									

EK-6 GBM (B) ve Gerçek Değer (R) En Uygun Volatilite Modeli Değişmeyen Şirketler

Şirket Adı (Company Name)	Model	Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value	AIC	BIC
B BIMASD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Constant	0.0019206	0.0042078	0.45643	0.64808	-4.814.556	-4.753.053
B BIMASD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Variance	0.0028173	0.00032663	86.254	6.39E-14		
R BIMASD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Constant	-0.0036875	0.021325	-0.17292	0.86271	18.53	246.803
R BIMASD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Variance	0.064116	0.0030602	209.515	1.82E-93		
B TAVHLD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Constant	0.047362	0.011032	42.933	1.76E-01	-1.733.379	-1.671.876
B TAVHLD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Variance	0.019327	0.0023382	82.658	1.39E-12		
R TAVHLD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Constant	-0.069913	0.049617	-1.407	0.15942	2.871.671	2.933.175
R TAVHLD#	ARMA(0,0,0) Model (Gaussian Distribution) (SARMA)	Variance	0.24567	0.031951	104.578	3.80E-24		
B PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00030512	0.00032899	0.92745	0.35369		
B PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.36735	0.59033	0.62228	0.53375	-7.343.778	-7.251.711
B PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.1071	0.14035	0.76305	0.44543		
R PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00065671	0.00052383	12.537	0.20996		
R PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.79021	0.081609	96.828	3.57E-18	-2.900.111	-2.808.044
R PETKMD#	GARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.16772	0.06163	27.213	0.0065016		
B ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.94162	0.70701	-13.318	0.18291		
B ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.77296	0.16824	45.944	4.34E-02	-2.137.466	-2.014.709
B ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.43199	0.19773	21.847	0.028913		
B ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.090737	0.091979	-0.9065	0.32389		
R ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.61383	0.26569	-23.103	0.020871		
R ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.62933	0.14416	43.656	1.27E-01		
R ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.45268	0.12796	35.376	0.00040373	1.875.233	1.997.989
R ARCLKD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.17675	0.079822	-22.143	0.02681		
B ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-30.938	18.072	-17.119	0.086915		
B ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.42449	0.33238	12.771	0.20156	-4.071.434	-3.948.677
B ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.18719	0.20451	-0.91532	0.36002		
B ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.18578	0.14435	-1.287	0.19809		
R ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-59.515	0.60365	-98.593	6.25E-19		
R ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	-0.67471	0.16381	-41.188	3.81E-01	-1.081.023	-958.266
R ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.26008	0.15178	17.135	0.086619		
R ENJSAD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.23392	0.12079	19.365	0.052801		
B SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.78225	0.0043149	-181.2887	0		
B SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.8691	0.51648	168274957	0	-4.873.844	-4.751.088
B SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.43787	0.09741	-44952	0.0006952		
B SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.19545	0.058717	33287	0.00087261		
R SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.33219	0.006891	-482068	0		
R SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.91321	0.0004857	20355203	0	-1.284.251	-1.161.495
R SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.35594	0.07766	-45834	6.605758		
R SAHOLD#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.31698	0.042295	-74944	6.6619E-10		
B SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-22903	10771	-21264	0.03347		
B SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.61347	0.18294	33355	0.000798	-4.749.168	-4.626.412
B SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	-0.22046	0.10174	-21668	0.030248		
B SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.23517	0.10093	3099	0.019416		
R SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	-0.45127	0.22468	-20085	0.044592		
R SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.8734	0.055885	15648	1.9223E-51	-1.829.414	-1.706.658
R SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.41543	0.10523	3948	0.78814		
R SISEDF#	EGARCH(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.25006	0.07399	-33796	0.00072594		
B AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.0010292	0.0021214	0.48513	0.62758		
B AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.5644	0.84116	0.67098	0.50223	-4.870.919	-4.748.163
B AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	0.12558	0.17639	0.71026	0.47754		
B AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	-0.12528	0.18542	-0.67568	0.49924		
R AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Constant	0.00081119	0.00036418	22275	0.025916		
R AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	GARCH(1)	0.85986	0.038811	221551	9.3158E-105	-1.604.434	-1.481.677
R AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	ARCH(1)	2E-12	0.049199	4.0651E-07	1		
R AKBNKD#	GJR(1,1) Conditional Variance Model (Gaussian Distribution)	Leverage(1)	0.17779	0.066201	26855	0.0072417		