



## ARGÜMANTASYON KALİTESİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNE YANSIMASI<sup>1</sup>

Funda AYDIN GÜÇ<sup>2</sup>, Handan KULEYİN<sup>3</sup>

### Makale Bilgisi

Araştırma Makalesi

DOI: 10.19171/uefad.850230

### Makale Geçmişi:

Başvuru 30.12.2020

Kabul 19.02.2021

### Anahtar Kelimeler:

Argümantasyon,  
Argümantasyon kalitesi,  
Matematiksel modelleme,  
Matematiksel modelleme  
yeterlikleri.

### Özet

Bu çalışmanın amacı, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığını incelemektir. Bu çalışma bir durum çalışması olup bir devlet okulunun 6.sınıfında öğrenim gören 19 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrenciler, bir model oluşturma etkinliği üzerinde grup olarak çalışmıştır. Çalışmanın verileri, bu grup çalışmalarından elde edilen video kayıtları, öğrencilerin grup olarak çözdükleri model oluşturma etkinliğine ilişkin yazılı yanıt kâğıtları ve sunumlar sırasında yürütülen tartışmalara ait video kayıtlarından oluşmaktadır. Verilerin analizinde grupların modelleme yeterliklerinin seviyelerini belirlemek amacıyla 'Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği' (Tekin-Dede ve Bukova-Güzel, 2018) ve öğrencilerin oluşturdukları argümantasyonların kalitesini belirlemek amacıyla Türkçeye uyarlanan 'Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği' (Cho ve Jonassen, 2002) kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme yeterliklerini olumlu şekilde etkilediği görülmüştür.

## THE REFLECTION OF ARGUMENTATION QUALITY ON THE MATHEMATICAL MODELLING PROCESS

### Article Information

Research Article

DOI: 10.19171/uefad.850230

### Article History:

Received 30.12.2020

Accepted 19.02.2021

### Keywords:

Argumentation,  
Quality of argumentation,  
Mathematical modeling,  
Mathematical modeling  
competencies.

### Abstract

The purpose of this study is to examine how the argumentation quality reflects on the mathematical modeling process. It was conducted as a case study with 19 (6th grade) students of a public school. The students worked as a group on a model eliciting activity. Study data consisted of video recordings obtained from these group studies, written answer sheets regarding the model eliciting activity that the students solved as a group, and video recordings of discussions conducted during the presentations. Data analysis was conducted with the 'Modeling Competencies Evaluation Rubric' (Tekin-Dede & Bukova-Güzel, 2018) to determine the levels of the modeling competencies of the groups. The Turkish version of 'Argumentation Quality Assessment Rubric' (Cho & Jonassen, 2002) was used to determine the quality of the argumentation created by the students. Findings show that the quality of argumentation positively affected the participants' mathematical modeling competencies.

<sup>1</sup> Bu çalışma 26-28 Eylül 2019 tarihinde İzmir'de gerçekleştirilmiş olan 4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-4) Sempozyumunda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

<sup>2</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Giresun Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, fundaydin05@gmail.com, funda.guc@giresun.edu.tr, OrcID: 0000-0002-3922-017X

<sup>3</sup> Yüksek Lisans Öğrencisi, Öğretmen, Milli Eğitim Bakanlığı, handan.kuleyin@giresun.edu.tr, OrcID: 0000-0002-3696-0244

**Kaynakça Gösterimi:** Aydın Güç, F., & Kuleyin, H. (2021). Argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine yansması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(1), 222-262. <https://doi.org/10.19171/uefad.850230>

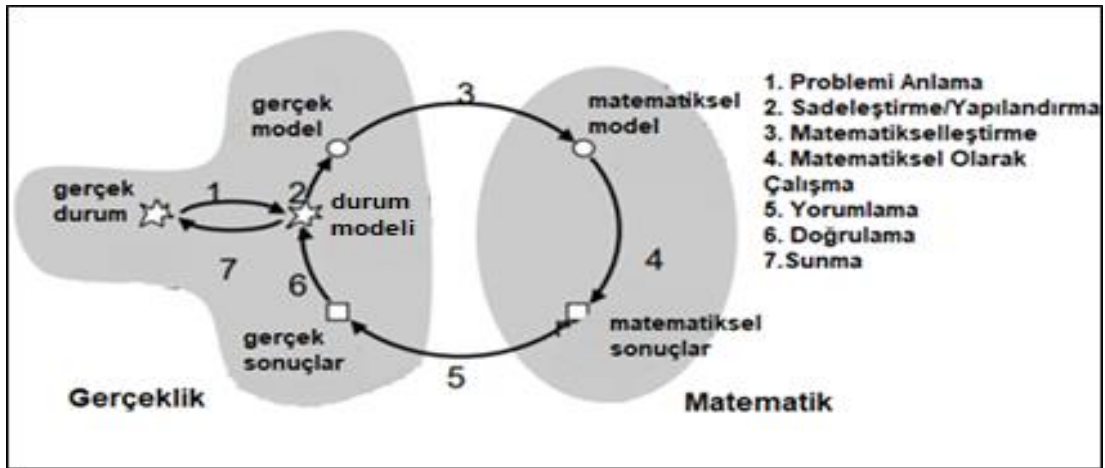
**Citation Information:** Aydın Güç, F., & Kuleyin, H. (2021). The reflection of argumentation quality on the mathematical modelling process. *Journal of Uludag University Faculty of Education*, 34(1), 222-262. <https://doi.org/10.19171/uefad.850230>

## 1. GİRİŞ

Modeller, karmaşık sistemlerin, çok değişkenli problemlerin çözümünün tanımlanmasını sağlayan ilişki, işlem, sembol gibi zihinsel kavramlardır (Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme ise var olan modellerin ya da oluşturulan yeni modellerin kullanıldığı süreç olarak açıklanmıştır (Lesh ve Doerr, 2003). Berry ve Houston (1995) bu süreci, problemi anlama, değişkenleri seçme ve varsayımları kullanma, matematikselleştirme, matematiksel modelleri kurma ve birleştirme, matematiksel çözümü gerçekleştirme, çözümleri yorumlama ve modeli doğrulama olmak üzere yedi basamakta ele almıştır. Şekil 1’de Blum ve Leiß (2005) tarafından oluşturulan matematiksel modelleme döngüsüne yer verilmiştir.

### Şekil 1

*Matematiksel Modelleme Döngüsü (Blum ve Leiß, 2005, s. 1625)*



Blum ve Leiß (2005), modelleme döngüsünde bireyin öncelikle bir gerçek yaşam problemiyle karşılaştığında problemi anlamlandırıldığını ve problemin zihinsel bir modelini yaptığını ifade eder. Birey, problem durumu için oluşturduğu bu zihinsel modeli gerekli

gereksiz değişkenleri ayırt edip sadeleştirerek gerçek bir modele dönüştürür. Bu modeli, matematikselleştirme yoluyla matematiksel bir modele dönüştürür ve matematiksel çözümünü gerçekleştirerek matematiksel bir sonuca ulaşır. Bu sonuçlar üzerinden yorumlama yaparak gerçek sonuca geçiş yapar. Gerçek sonuç, gerçek yaşam deneyimleriyle doğrulanarak kontrol edilir ve süreç tamamlanmış olur. Modelleme süreçleri farklı bakış açılarıyla ele alınmasına rağmen hepsinde bir döngüsellik söz konusudur, dolayısıyla çözüm ikna edici değilse gözden geçirilerek ideal çözüme ulaşılan kadar süreç devam eder (Bukova-Güzel, Tekin-Dede, Hıdıroğlu, Kula-Ünver ve Çelik-Özaltun, 2016). Burada bireyin bu süreci yönetebilmesi, tatmin edici bir çözüme ulaşamayınca tekrar döngüyü başlatabilmesi, bireyin modelleme yeterliliğine bağlıdır.

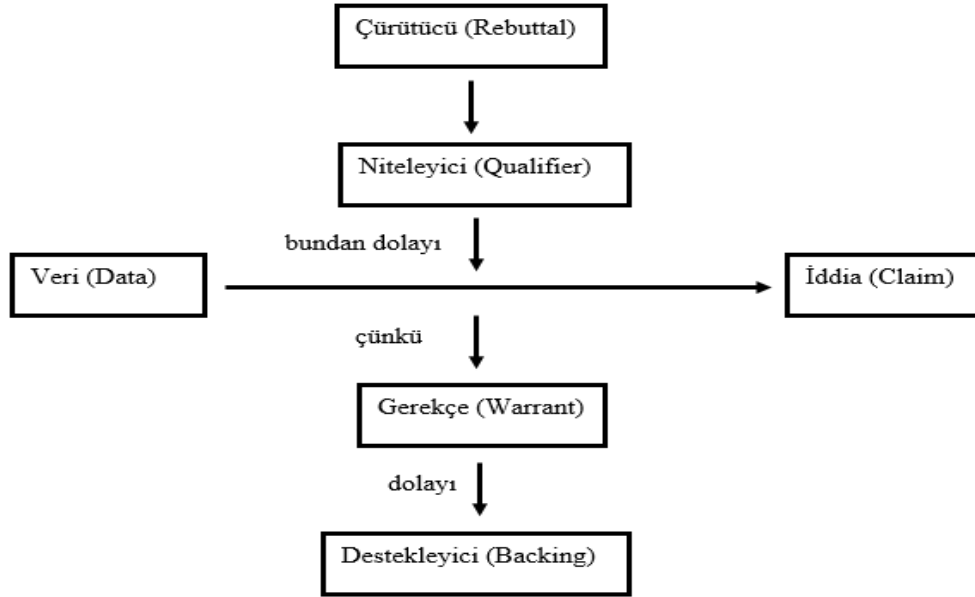
Modelleme yeterlikleri bireye bağlı olup, modelleme sürecini amaca uygun yönetebilme, tamamlayabilme beceri ve yeteneği olarak ifade edilmektedir (Kaiser ve Maaß, 2007). Bireyin modelleme sürecini yönetebilmesi için grup içerisindeki iletişimi ve tartışmayı sağlayan sosyal yeterliğe (Kaiser, 2007; Kaiser, Schwarz ve Tiedemann, 2010), modelleme yapabilmesi için gerekli inanç ve motivasyona yani duyuşsal yeterliğe (Biccard ve Wessels, 2011; Maaß, 2006), süreci iyi yöneterek kontrol etme, plan yapabilme, yargılama gibi üst bilişsel yeterliğe (Blum, 2011; Kaiser, 2007; Maaß, 2006) ve problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere altı adımda ifade edilen bilişsel yeterliğe (Ferri, 2006) sahip olması gerekir. Modellemenin doğası gereği tartışmacı bir süreç olması, anlamlandırma, ifade edebilme ve ikna etme gibi amaçlarla yakından ilişkili olması (Medonça ve Justi, 2013) argümantasyon becerilerinin de matematiksel modelleme sürecinde önemli rol oynadığına işaret etmektedir.

Binkley'e (1995) göre argüman, tahminler oluşturabilme ve ortaya koyabilme sürecidir. Argümantasyon ise, bir durumu çelişkili iddialar ve mantık çerçevesinde tartışma süreci olarak ifade edilmiştir (Kuhn, 1993). Argümantasyonu bilim ve gerçek yaşamda ortaya atılan iddiaları

gerekçeler belirterek kanıtlama ve desteklemek olarak açıklayan Toulmin (2003) tarafından açıklanan argümantasyon modelinde altı bileşeni vardır. Şekil 2’de Toulmin’in argümantasyon şemasının bileşenleri ve aralarındaki ilişki verilmiştir.

## Şekil 2

*Toulmin’in Argümantasyon Modelinin Gösterimi (Toulmin, 2003, s. 170)*



Bu bileşenlerden ilki iddia, bireyin iddiasını ortaya koyduğu adımdır. İkinci bileşeni veri iddiasını desteklediği verileri ortaya koyduğu aşama ve temel bileşenlerden sonuncusu gerekçe ise veriler ile ortaya koyduğu iddia arasında ilişki kurduğu aşamadır. Bu üç temel bileşen dışında destekleyiciler, niteleyiciler ve çürütücüler ise modelin yardımcı bileşenleridir. Destekleyiciler, gerekçeyi sağlamlaştırmak için ortaya konulan ifadeler, niteleyiciler gerekçenin iddia üzerindeki etkisini gösteren ifadeler, çürütücüler ise gerekçenin iddia üzerindeki etkisini zayıflatan ifadelerdir.

Matematiksel modelleme, öğrencilerin grup içerisinde etkileşimde bulunarak farklı boyutlardan bakmalarına (Thomas ve Hart, 2010), öğrencilerin üst düzey düşüncelerini sağlamalarına (Eraslan, 2011), farklı çözüm yolları üretme ve yeni bir ürün tasarlamalarına (Lesh ve Doerr, 2003), öğrencilerin grup çalışmalarından gelen enerji ile kendi potansiyelinden

daha fazla performans sergilemelerine (Watson ve Chick, 2001) imkân sağlamaktadır. Argümantasyon tabanlı öğrenme ise matematiksel fikirlerin gelişim göstermesinde (Whitenack ve Knipping, 2002), matematiksel kavramlar ve araçların verimli şekilde kullanılabilmesinde (Yackel, 2002), öğrenciler arasında sosyal ve sosyo-matematiksel normların etkili olmasında (Le Roux, Olivier ve Murray, 2004), öğretmen ve öğrencinin sürece birlikte katkı bulunmasında (Conner, 2012) rol oynamaktadır. Modellemenin neredeyse tüm yönlerinde, bir soru geliştirmekten, bu soruyu cevaplayabilecek rakip modeller arasında yargılamaya kadar bir bireyin ikna edici davranışlarda bulunması, fikirleri yargılayarak onları anlamlandırmakla ilgili olması (Passmore ve Svoboda, 2012) bireyin oluşturduğu argümanlar ile matematiksel modelleme süreci arasındaki ilişkinin ortaya konulması gerektiğini düşündürmektedir.

Öğrenciler günlük yaşam bağlamındaki modelleme görevleri üzerine çalışırken, bilişsel akıl yürütmelerini model geliştirme sırasında okul matematiği ile günlük yaşam arasındaki geçişlerle geliştirebilir (English ve Sriraman, 2010). Bunu yaparken, grup üyeleri iddialarını tartışarak gerekçeleriyle birlikte ortak kararlar almaya çalışırlar ve bu süreçte aktif olarak argümanları formüle eder ve bu argümanları desteklemeye çalışırlar (Tekin-Dede, 2019). Bu nedenle, modelleme döngüsünde oluşturulan argümanların modelleme işlemlerine dayandığına inanıldığından, oluşturulan modellemelerin incelenmesinin öğrencilerin argümanlarına ilişkin bir fikir vermesi mümkündür (Tekin-Dede, 2019). Literatürde argümantasyon üzerine yapılan çalışmalarda, öğrencilerin veri ve gerekçelerle iddiaları desteklemektense sadece iddia da buldukları (Jimenez-Aleixandre, Rodriguez ve Duschl, 2000), iddiaları için yeterli kanıt oluşturamadıkları (Sandoval ve Millwood, 2005), gerekçelerini ise nadiren dile getirdikleri (McNeill, Lizotte, Krajcik ve Marx, 2006) ifade edilmektedir. Bu sebeple öğrencilerin argümantasyon süreci içerisinde argüman oluşturmaları kadar oluşturdukları argümanların kalitesi de bir o kadar önemlidir.

Argümantasyon kalitesi üzerine fen bilimleri alanında yapılan çalışmalarda, işbirlikli öğrenmenin argümantasyon kalitesini olumlu yönde etkilediği (Arslan ve Atabey, 2018; Ryu ve Sandoval, 2015), belirli senaryolar ile argümantasyon süreci içerisinde bulunan öğrencilerin süreç sonunda argümantasyon kalitelerinin arttığı (Çetin, Kutluca ve Kaya, 2013), çalışılan senaryoya göre argümantasyon kalitesinin değiştiği (Kutluca ve Aydın, 2017; Sadler ve Donnelly, 2007), sosyobilimsel konu bağlamında web tabanlı bir uygulamanın argümantasyon kalitesini arttırdığı (Lin, Fan ve Xie, 2020) bilinmektedir. Matematik alanında argümantasyon tabanlı öğrenmenin olasılıksal muhakemenin öğretiminde etkili olduğu (Duran, Doruk ve Kaplan, 2017; Mercan, 2015), tahmin edebilme gibi becerileri artırdığı (Fırat, Gürbüz ve Doğan, 2016; Güneş, 2013; Tristanti, Sutawidjaja, As'ari, ve Muksar, 2015), ispat gibi farklı bağlamlarda farklı Argümantasyon süreçlerinin olabileceği (Güneş, 2013; Inglis, Mejia-Ramos ve Simpson, 2007; Tekin-Dede, 2019) ayrıca problem çözmenin argümantasyon becerilerini artırdığı (Soekisno, Kusumah, Sabandar ve Darhim, 2015) bilinirken; matematik öğretimi ortamlarında argümantasyon kalitesinin araştırıldığı çalışmalar kısıtlıdır. Problem çözme sürecindeki argümantasyon süreçleri üzerinde çalışan Cho ve Jonassen (2002), öğrencilere çerçevesi çizilmiş ve serbest argümantasyon süreçleri ile iyi yapılandırılmış ve iyi yapılandırılmamış problem çözme süreçlerine yönelik deneyimler sağlamıştır. Süreç sonunda yapılan bireysel değerlendirmelerde her iki ortama dahil olan öğrencilerin de iyi yapılandırılmış problem durumlarındaki argümantasyon kalitesinin, iyi yapılandırılmamış problem durumlarındaki argümantasyon kalitesinden düşük olduğunu ortaya koymuştur. Çalışma sonucunda, problemlerin kötü yapısının farklı çözümlere fırsat verdiği ve daha çok fikir üretmeye imkân sağladığı ifade edilmiştir. Ayrıca daha iyi argümanlar üretmenin öğrencilerin problem çözme çalışmalarını doğrudan etkilediğine dair kanıtlar ortaya koyulmuştur. Kötü yapılandırılmış problemlerin tek ve kesin bir çözümü olmadığı için, öğrenciler problemin çözümü için argümanlar ortaya koymak ve bu argümanlara yönelik çürütücüler üretmek

zorundadırlar (Kuhn, 1991; Voss, 1988). Bu tür problemlerde öğrenciler, problem hakkındaki inançlarını ve düşüncelerini savunmalı ve kararlarını destekleyecek verileri, gerekçeleri ve kanıtları ortaya koyarak problem çözümü için oluşturdukları çözümü savunmalıdır (Meacham ve Emont, 1989). Bu bağlamda Model Oluşturma Etkinliklerinin [MOE] de benzer imkanlar sağlayabileceği düşünülebilir.

MOE'lerin tek bir çözümünün olmaması, problem çözümü için benimsenen yaklaşımının savunularak gerçek bağlamlarda doğrulama çalışmaları gerektirmesi bu süreçte de argümantasyon süreçlerinin etkili bir şekilde işe koşulması gerektiğine işaret etmektedir. Matematiksel modelleme süreci ve argümantasyon sürecinin güçlü benzerliği düşünüldüğünde, sadece bir çalışmada (Tekin-Dede, 2019), matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan argümanlara odaklanılması bu ilişkinin açıklanmasına yönelik çalışmaları önemli kılmaktadır. Dolayısıyla matematiksel kavramlar ve araçların işe koşulduğu, matematiksel fikirlerin ortaya koyulduğu matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan argümanların matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığı önemli bir araştırma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bağlamda matematik eğitimi alanında argümantasyon kalitesi üzerine bir çalışmanın yapılma gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığına ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırmada cevap aranan problem şu şekildedir: “*Argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme yeterliklerine etkisi nasıldır?*”

## **2. YÖNTEM**

Argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine etkisini araştıran bu çalışma bir durum çalışmasıdır. Bu desen, bir konuyu veya problemi anlamak için bir veya birden fazla olay veya kişilerle yapılan bir çalışma olarak tanımlanan (Güler, Halıcıoğlu ve Taşgın, 2015) ‘nasıl’ ve ‘niçin’ sorularını temel alan bir durumu derinlemesine incelemeye olanak veren bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu çalışmada

argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine “nasıl” yön verdiği araştırıldığından, araştırma problemlerine cevap vermek için durum çalışması yöntemini benimsemek uygun görülmüştür.

## **2.1. Katılımcılar**

Bu çalışma, 2018-2019 eğitim öğretim yılında Doğu Karadeniz Bölgesinde yer alan bir devlet okulunun altıncı sınıfında öğrenim görmekte olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan toplam 19 öğrenci ile (9 erkek, 10 kız) yürütülmüştür. Çalışmada katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yönteminden kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemi, araştırmaya hız ve pratiklik kazandırdığı (Yıldırım ve Şimşek, 2008) için tercih edilmiştir. Öğrenciler daha önce matematiksel modelleme ve argümantasyon süreci hakkında bilgi sahibi olmadığından, öncelikle bu sürecin işleyişi hakkında bilgilendirilmişlerdir. Asıl çalışma yapılmadan önce, modelleme süreci üzerine üç hafta boyunca öğrencilerle beş model oluşturma etkinliği [MOE] üzerinde çalışılmış ve öğrencilere matematiksel modelleme deneyimi sağlanmıştır. Böylece araştırma sonuçlarının matematiksel modellemeye yönelik deneyim eksikliğinden etkilenmesi önlenmeye çalışılmıştır.

## **2.2. Veri Toplama Araçları**

Araştırmanın verileri literatürde var olan ve katılımcıların yaş grubunda uygulanabilirliği denenmiş bir MOE’ye ait öğrenci çözümlerinden elde edilmiştir. Araştırma için seçilen MOE’nin hem öğrencilerin ön bilgilerini harekete geçirmesine hem de argümantasyon sürecine uygun olmasına dikkat edilmiştir. Bu bağlamda, Akaryakıt İstasyonu Problemi (Blum ve Ferri’den (2009) uyarlayan Tekin-Dede, 2015) uygun görülmüştür. Bu çalışmada kullanılacak problem aşağıda verilmiştir:

### ***Akaryakıt İstasyonu Problemi***





Arabanızın yakıtı bitmek üzere ve deponuzu tamamen doldurmak için nereden yakıt alacağınıza bir türlü karar veremiyorsunuz. Eviniz Buca’da ve yakıt almak için iki



seçeneğiniz var. Birinci seçenek hemen evinizin yanındaki akaryakıt istasyonu iken, ikinci seçenek evinizden 10 km uzaklıktaki Gaziemir’de bulunan bir akaryakıt istasyonudur. Bu iki akaryakıt istasyonlarındaki yakıtların 1 litre fiyatları şöyledir:

	<u>1 litre benzin fiyatı</u>	<u>1 litre dizel fiyatı</u>
Buca	4,96 TL	4,53 TL
Gaziemir	4,80 TL	4,50 TL

Aşağıdaki tablodan seçtiğiniz bir araba markasını göz önünde bulundurarak, Buca’dan mı yoksa Gaziemir’den mi yakıt almanızın daha kârlı olacağına karar veriniz.

	<b>Marka/Model</b>	<b>100 km.de Harcanan Ortalama Yakıt Miktarı</b>	<b>Yakıt Deposu Hacmi</b>
	<b>Toyota Yaris</b>	5,5 Litre (Benzin)	42 Litre
	<b>Hyundai i20</b>	4,9 Litre (Benzin)	45 Litre
	<b>Mini Cooper</b>	6,3 Litre (Benzin)	40 Litre
	<b>Citroen C-Elyse</b>	4,3 Litre (Dizel)	50 Litre

Problemde yer alan durum, bireyin gerçek yaşamda karşısına çıkabilecek bir durum olması sebebiyle (Lesh ve Caylor, 2007) gerçeklik prensibine uygun olması, bir model oluşturmalarına imkân sağlaması ve öğrencilerin ön öğrenmelerine uygun olması yönünden tercih edilmiştir. Veri toplama aracı olarak kullanılan model oluşturma etkinliği, 5.sınıf Matematik Öğretim Programı’nda yer alan ‘Ondalık gösterimleri verilen sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri yapar.’ kazanımı ve 6.sınıf Matematik Öğretim Programı’nda yer alan ‘Ondalık gösterimleri verilen sayılarla çarpma işlemi yapar.’, ‘Ondalık gösterimleri verilen

sayılarla bölme işlemi yapar.’, ‘Ondalık gösterimleri verilen sayılarla; 10, 100 ve 1000 ile kısa yoldan çarpma ve bölme işlemlerini yapar.’ kazanımları ile öğretimsel açıdan örtüşmektedir. Kazanımların 2018-2019 eğitim-öğretim döneminin ilk döneminde yer alması, uygulamanın ise aynı dönemin ikinci döneminde yapılmasından dolayı öğrencilerin ön bilgi yönünden eksik olmadığı düşünülmektedir.

### **2.3. Uygulama Süreci**

Model oluşturma etkinliklerinin sosyal etkileşime uygun olması (Şahin ve Eraslan, 2018), öğrencilerin problemin çözüm süreci içerisinde diğer öğrencilerin fikirlerine ve deneyimlerine ihtiyaç duyması (Antonius, Haines, Jensen, Niss ve Burkhardt, 2006) yönüyle grup çalışmasına uygun etkinliklerdir. Bu bağlamda öğrenciler üçer kişilik altı gruba ayrılmıştır. Argümantasyon sürecinin zenginleştirilmesi ve model oluşturma sürecinde farklı fikirlerin ortaya çıkması açısından grupların heterojen olmasına dikkat edilmiştir. Uygulayıcı olan araştırmacı, öğrencilerin üç eğitim öğretim dönemi matematik dersine girmiş, öğrencileri yakından tanımaktadır. Bu bağlamda grupları oluştururken her grupta farklı başarı seviyelerinde öğrencilerin olmasına dikkat etmiştir.

Öğrenciler, verilen MOE üzerinde çalışmadan önce süreç hakkında bilgilendirilmiştir. Verilen probleme çözüm getirecek modeli oluşturmaları için öğrencilere iki ders saati süre verilmiştir. Bu süreçte, araştırmacı olan öğretmen rehber rolü üstlenmiştir. Öğrencileri yönlendirmek yerine sesli düşüncelerini sağlamak ve tartışma ortamı oluşturmak adına sorular sormuş ve düşünmeye teşvik etmiştir. İki ders saati her grup için yeterli olmuştur. Öğrenciler ek süre istememiştir. Model oluşturma süreci bittikten hemen sonra her grup kendi modelini sınıfa tanıtmış ve çözümleri üzerine sınıf tartışması yürütülmüştür. Böylece öğrencilerin yazılı cevaplarından anlaşılamayan matematiksel modelleme yeterlikleri ve argümantasyon bileşenleri ayrıntılı şekilde ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bu süreçte araştırmacı, hem sınıf tartışmasında diğer öğrencilerin sormuş oldukları sorularla hem de sunumu yapan grubun cevapları ile öğrencilerin düşüncelerini daha açıkça gözlemleme fırsatı elde etmiştir.

## **2.4. Verilerin Toplanması**

Her grubun model oluşturma süreçlerinin ve bu süreçte ortaya çıkan argümantasyon süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenebilmesi gerekmektedir. Bu bağlamda her grup çalışması ayrı ayrı video kayda alınmıştır. Gruplar eş zamanlı ve aynı sınıf ortamında çalıştığından, veri kaybının önlenmesinin en etkili yolu, her grubun çalışmalarını ayrıntılı olarak kayda almaktır. Bu bağlamda, her grubun çalıştığı masaya çalışma kâğıdını da görecektir şekilde kamera yerleştirilmiştir. Gruplar çalışmaya başladığı anda video kaydı başlatılmış, çalışmaları son bulduğunda ise video kaydı durdurulmuştur. Ayrıca sınıf tartışmaları da video kayda alınmıştır. Tüm süreç bittiğinde her gruptan yazılı cevaplarının olduğu çalışma kâğıtları da toplanmıştır. Grup çalışmasına ait video kayıtlar, yazılı cevaplar, sunumlara ait videolar grupların matematiksel modelleme yeterlik düzeylerinin ve argümantasyon kalitelerinin belirlenmesi açısından ayrıntılı veriler sunmuştur.

## **2.5. Veri Analizi**

### **2.5.1. Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Analizi**

Araştırmada, grupların modelleme yeterliklerinin düzeylerini belirlemek amacıyla Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) tarafından geliştirilen ‘Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği [MYDR]’ kullanılmıştır. Bu rubrik, modelleme döngüsünde yer alan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarına uygun olacak şekilde altı basamaktan oluşmaktadır. Rubrikte her basamağa yönelik düzeyler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Rubriğin kapsamı ile ilgili örnek olması açısından problemi anlama basamağına ait düzeyler ve puanlama sistemi Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1**

*Problemi Anlama Basamağına Yönelik Düzeylerin Belirlenmesi (Tekin-Dede ve Bukova Güzel, 2018)*

	<b>Düzeyler</b>	<b>Tanımlama</b>
<b>Problemi Anlama</b>	<b>Düzyey 1</b> 0 puan	Problemi anlamadığını gösteren yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleyememe ve aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	<b>Düzyey 2</b> 1 puan	Problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadelere yer verme, verilenleri ve bir ölçüde belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	<b>Düzyey 3</b> 2 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelere yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
	<b>Düzyey 4</b> 3 puan	Problemin tam anlamlandırıldığını gösteren ifadelere yer verme, ancak verilenleri ve istenenleri önemsiz hatalar buna rağmen aralarında ilişki kurma.
	<b>Düzyey 5</b> 4 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelere yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında ilişki kurma.

Tablo 1’de görüldüğü gibi, MYDR’de problemi anlama basamağına yönelik yapılabilecek öğrenci çalışmaları ayrıntılı şekilde açıklanmakta ve hangi çalışmaya kaç puan verileceği belirtilmektedir. Problemi anlama basamağı 5 düzeyde ele alınmaktadır. Bu basamakta alınabilecek en düşük puan 0 iken, en yüksek puan 4’tür. Benzer şekilde MYDR’de sadeleştirme basamağı 4, matematikselleştirme basamağı 5, matematiksel olarak çalışma basamağı 5, yorumlama basamağı 5 ve doğrulama basamağı 7 düzeyde ele alınmaktadır. Her basamak için düzeylerin puanlanması 0’dan başlayıp bir artarak devam etmektedir. Bu puanlama yaklaşımı ile MYDR’den en düşük puan 0, en yüksek puan ise 25 puan alınabilmektedir.

Öğrenci çalışmaları MYDR ile analiz edilirken grupların MOE süreçleri, sunumlarına ait süreçler ve çözüm kağıtları birlikte değerlendirilmiştir. MYDR’de yer alan düzeylere ait öğrenci çalışmalarına rastlandığında grubun çalışması ilgili basamağına kodlanmıştır. Örneğin grubun doğrulama yaptığı her çalışma “doğrulama” kodu altında kodlanmıştır. Matematiksel

modelleme süreci dinamiktir. Bu bağlamda matematiksel modelleme süreci tamamlandığında, her basamak için gelinen en son düzey grubun nihai düzeyi olarak değerlendirilmiştir. Örneğin tüm grup çalışması boyunca yürütülen ve doğrulama kodu altında yer alan çalışmalar incelenmiştir. Grubun doğrulama basamağındaki nihai düzeyi süreç boyunca ortaya çıkan en üst doğrulama düzeyi dikkate alınarak belirlenmiştir.

Rubrikten alınan puanlar doğrultusunda öğrenci yeterlikleri Tablo 2’deki gibi kategorize edilmiştir.

**Tablo 2**

*Matematiksel Modelleme İçin Öğrenci Yeterlik Düzeyleri Kategorileri (Tekin-Dede, 2015)*

<b>Puan</b>	<b>Kategoriler</b>
0-6 puan arası	Modelleme yeterliğine sahip değil.
7-12 puan arası	Bir ölçüde modelleme yeterliğine sahip.
13-21 puan arası	Kabul edilebilir ölçüde modelleme yeterliğine sahip.
22-25 puan arası	Üst düzey modelleme yeterliğine sahip.

Öğrenci çalışmalarının bu kategorilere göre değerlendirilmesi, argümantasyon kalitesi ile matematiksel modelleme yeterliklerinin karşılaştırılmasına imkân sunacaktır.

### **2.5.2. Argümantasyon Kalitesinin Analizi**

Öğrencilerin oluşturdukları argümantasyonların kalitesini belirlemek amacıyla Toulmin’in modeline göre Cho ve Jonassen (2002) tarafından geliştirilen ‘Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği [AKDR]’ araştırmacılar tarafından Türkçeye uyarlanmıştır. İlk aşamada Rubrik iki ayrı İngilizce dil uzmanı tarafından Türkçeye çevrilmiştir. Tercümele karşılaştırılarak farklılıklar belirlenmiştir. İki dil uzmanı farklılıklar üzerinde tartışmış ve ortak bir karar varmıştır. Sonrasında matematik eğitimi alanında uzman bir araştırmacı tarafından akademik dil bakımından incelenmiş ve gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Matematiksel modelleme deneyimi olan üç kişilik bir öğrenci grubunun bir MOE üzerindeki çalışmalarını AKDR ile analiz edilmiştir. Bu örnek analiz süreci, anlaşılmayan maddelerin düzenlenmesine imkân sağlamıştır. Rubrik, argümantasyonun üç temel bileşeni olan iddia, veri, gerekçe

basamaklarına yer verirken niteleyici, destekleyici ve çürütücü bileşenlerini de kapsamı yönüyle tercih edilmiştir. AKDR'nin son hali Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3**

*Argümantasyon Kalitesi Değerlendirme Rubriği (AKDR) [Cho ve Jonassen'den (2002) uyarlanmıştır]*

	<b>Kalite</b>	<b>Ölçüt</b>
<b>İddialar</b>	6	Önermelerle ilgili açık ve tam genellemelerde bulunur.
	4	Önermelerle ilgili genellemeleri belirtir, ancak iddialar tam değildir. Katılımcının amacını anlamak için yeterli bilgi mevcut olmasına rağmen birçok şey hakkında karar verme kısmı araştırmacıya bırakılmıştır.
	2	Önermelerle ilgili genellemeler yapar, ancak iddiaların özgünlüğü yoktur veya net olmayan kaynaklar sunar. İddianın etkisini değerlendirmek amacıyla karar verme kısmı araştırmacıya bırakılmıştır.
	0	Önermelerle ilgili iddiada bulunmamış ya da belirsiz ifadeler kullanmıştır.
<b>Veriler</b>	6	Destekleyici veriler eksiksiz, doğru ve iddiayla ilgilidir.
	4	Sunulan veriler iddiayla ilgili fakat tam değil. Katılımcı verilerden çıkarımda bulunması için araştırmacıya çok şey bırakır. Araştırmacının verilerin güvenilirliğini kanıt olarak belirleyebilmesine olanak sağlayacak şekilde, destekleyici kullanmadan verileri sunmuş olabilir. Katılımcı, araştırmacının iddiaların önemini belirlemesine izin verecek kadar eksik olmayan veriler sunabilir.
	2	Veriler veya kanıt zayıf, hatalı veya eksik. Örneğin, a) bir ilkeyi o ilkenin doğruluğunu tespit etmeden kullanma girişimi b) Genellenebilir olmayan kişisel deneyim örneklerinin kullanımı c) Hiçbir destekleyici kullanmadan verilerin sunulması ve d) açıkça taraflı veya eski materyal kullanımı
	0	Hiçbir destekleyici veri sunulmamış veya iddia ile ilgili olmayan veriler kullanmıştır.
<b>Gerekçe</b>	6	İddiyayı nasıl desteklediğini gösterecek şekilde verileri açıklar.
	4	Verileri bir şekilde açıklar fakat açıklama spesifik olarak iddia ile bağlantılı değildir.

	<b>Kalite</b>	<b>Ölçüt</b>
<b>Destekleyiciler</b>	2	Veriler ile iddia arasında bağlantı kurmanın gerekliliğini kabul eder ve verileri detaylandırır fakat bağlantı kurmayı başaramaz. Veya çoğu kural ve ilke geçerli veya ilgili değildir.
	0	Hiçbir kural veya ilke sunulmamıştır.
	3	Doğru, ilişkili ve spesifik gerekçe kaynakları sunar
	2	Doğru ve ilişkili gerekçe kaynakları sunar fakat kaynaklar çok geneldir, spesifik değildir.
	1	Doğrudan konuya yönelik olmayan, ilişkisiz gerekçe kaynakları sunar.
	0	Gerekçe kaynakları sunulmamıştır.
<b>Niteleyiciler</b>	3	Niteleyicilerin ve niteleyici iddiaların sistematik bir tanımını yapar.
	2	Niteleyici iddiaların bir tanımını vardır, ancak belli değildir.
	1	Bazı niteleyici iddialar var ancak kesin değil.
	0	Hiçbir niteleyici kullanılmamıştır.
<b>Çürütücüler</b>	3	Çözüm sınırlılıklarının eksiksiz ve sistematik tanımlarını belirtir.
	2	Çözüm sınırlılıklarını tanımlar fakat sınırlamalar yeterli değildir.
	1	Çözüm ile ilgili çok az sınırlama sunar fakat sınırlamalar detaylandırılmamıştır.
	0	Çözüm ile ilgili hiçbir sınırlama tanımlanmamıştır.

AKDR’de her bileşen dört ayrı düzeyde incelenmiş ve her düzey argümantasyonun kalitesi yönünden ayrı şekilde tanımlanmıştır. Rubrikte bulunan argümantasyonun temel bileşenlerinin her düzeyi 0, 2, 4 ve 6 olarak, yardımcı bileşenlerinin her düzeyi ise 0, 1, 2, 3 olarak puanlanmıştır. Bu sebeple AKDR’den alınabilecek en az puan 0, en çok puan 27 puandır. Öğrenci çalışmaları AKDR ile analiz edilirken grupların MOE süreçleri, sunumlarına ait süreçler ve çözüm kağıtları birlikte değerlendirilmiştir. AKDR’de yer alan düzeylere ait öğrenci çalışmalarına rastlandığında grubun çalışması o basamağa kodlanmıştır. Örneğin grubun iddiada bulunduğu her çalışma “iddia” kodu altında kodlanmıştır. Argümantasyon süreci dinamiktir. Bu bağlamda matematiksel modelleme süreci tamamlandığında, her basamak için

gelen en son düzey grubun nihai düzeyi olarak değerlendirilmiştir. Örneğin tüm grup çalışması boyunca yürütülen ve iddia kodu altında yer alan çalışmalar incelenmiştir. Grubun iddia kalitesinin nihai düzeyi süreç boyunca ortaya çıkan en üst iddia düzeyi dikkate alınarak belirlenmiştir.

Rubriktan alınan puanlar doğrultusunda öğrenci yeterlikleri Tablo 4'teki gibi kategorize edilmiştir.

**Tablo 4**

*Argümantasyon Kalitesi İçin Öğrenci Yeterlik Düzeyleri Kategorileri*

<b>Puan</b>	<b>Kategoriler</b>
0-6 puan arası	Argümantasyon kalitesine sahip değil.
7-13 puan arası	Bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip.
14-23 puan arası	Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip.
24-27 puan arası	İyi derecede argümantasyon kalitesine sahip.

Öğrenci çalışmalarının bu kategorilere göre değerlendirilmesi, argümantasyon kalitesi ile matematiksel modelleme yeterliklerinin karşılaştırılmasına imkân sunacaktır. Bu bağlamda matematiksel modelleme yeterliklerindeki kategoriler dikkate alınarak AKDR'den alınacak puanlar araştırmacılar tarafından kategorileştirilmiştir.

## **2.6. Güvenirlik, Geçerlik ve Etik**

Bu araştırma için inandırıcılığın sağlanabilmesi adına grupların verilen problem için gerçekleştirdikleri çözümleri kendi düşüncelerini ve bakış açılarını anlayabilmek adına uygulamadan sonra sunum yaptırılmıştır. Böylelikle öğrencilerin çözümleri ve düşünceleri üzerine karşılaştırma yapılarak veriler desteklenmiştir. Veri analizinin güvenilirliğini sağlamanın bir yolu, verilerin ilk analizinden belli bir süre sonra aynı kişi tarafından ikinci bir analiz gerçekleştirilmesi ve kararlılığın incelenmesidir (Krippendorff, 1980; Weber, 1985). Bu çalışmada da analiz güvenilirliğini sağlamak amacıyla analizi tek bir araştırmacı yapmış, ilk değerlendirmeden bir yıl sonra tekrar değerlendirme yapılarak grupların modelleme yeterlikleri ve argümantasyon kalitesi düzeyleri tekrar belirlenmiştir. Modelleme yeterlikleri



değerlendirmesinde ilk ve son değerlendirmenin uyum yüzdesi %83, argümantasyon kalitesi düzeylerinin değerlendirilmesinde ise uyum yüzdesi %86 olarak bulunulmuştur. Güvenirlik hesaplarının %80'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994). İki farklı zamandaki analiz sonrasında farklı değerlendirilen öğrenci çalışmaları belirlenmiş, matematik eğitimi alanında uzman bir araştırmacı ile tartışılmıştır. Bu tartışma sürecinde farklı kodlamalar için ortak karar varılmıştır. Bu bağlamda analiz güvenirlüğünün sağlandığı söylenebilir.

Çalışma ders dışı saatlerde ve çalışmaya gönüllü olarak katılan öğrencilerle yürütülmüştür. Öğrenciler 18 yaşından küçük olduğundan tüm öğrencilerin velilerine araştırmanın amacı anlatılmış ve velilerden gerekli izinler alınmıştır. Velileri tarafından izin verilmeyen öğrenciler çalışmaya dâhil edilmemiştir. Katılımcıların kimliklerinin korunması amacıyla öğrencilere takma isimler verilmiştir. Ham verilere ait video kayıtlarının gizliliği araştırmacılar tarafından bilgisayarda şifreli koruma ile güvence altına alınmıştır. Kesinlikle üçüncü şahıslarla paylaşılmayacaktır. Çalışma kâğıtlarında öğrencilerin özel bilgilerine yer verilmemiştir. Ancak yine de bu veriler kilitli bir dolapta saklanacak, üçüncü şahıslarla paylaşılmayacaktır. Bu bağlamda araştırmanın, bilimsel araştırma etiğine uygun olduğu söylenebilir.

### **3. BULGULAR**

Öğrencilerin verilen probleme ilişkin çalışmalarının hem matematiksel modelleme hem de argümantasyon kalitesi bağlamında yeterlilikleri Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5**

*Öğrencilerin Matematiksel Modelleme Yeterlikleri ve Argümantasyon Kalitesi Düzeyleri*

<b>Gruplar</b>	<b>Argümantasyon Kalitesi</b>	<b>Matematiksel Modelleme Yeterlikleri</b>
<b>1.Grup</b>	18 puan Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	18 puan Kabul edilebilir ölçüde modelleme yeterliğine sahip
<b>2.Grup</b>	16 puan Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	16 puan Kabul edilebilir ölçüde modelleme yeterliğine sahip
<b>3.Grup</b>	9 puan Bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	10 puan Bir ölçüde modelleme yeterliğine sahip
<b>4.Grup</b>	7 puan Bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	5 puan Modelleme yeterliğine sahip değil
<b>5.Grup</b>	15 puan Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	15 puan Kabul edilebilir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip
<b>6.Grup</b>	8 puan Bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip	9 puan Bir ölçüde modelleme yeterliğine sahip

Tabloda görüldüğü üzere, 1., 2. ve 5. grupların argümantasyon kaliteleri kabul edilebilir ölçüde paralel olarak da matematiksel modelleme yeterlikleri de kabul edilebilir ölçüdedir. Diğer bir ifade ile bu grupların Argümantasyon kalitesi ve matematiksel modelleme yeterlikleri benzer düzeylerdedir. 3., 4. ve 6. grupların argümantasyonları bir ölçüde argümantasyon kalitesine sahip iken 3. ve 6. grubun matematiksel modelleme yeterliğine bir ölçüde sahip olduğu fakat 4. grubun modelleme yeterliğine sahip olmadığı görülmüştür. Buradan da grupların Argümantasyon kalitesi ve matematiksel modelleme yeterliklerinin hemen hemen benzer düzeyde olduğu görülmektedir.

Argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığına ilişkin anlaşılması açısından ilerleyen bölümde en yüksek argümantasyon kalitesi ve matematiksel modelleme yeterliğine sahip 1.grubun çalışmalarına ait bulgulara yer verilmiştir.

### 3.1. 1. Grubun problemi çözüm sürecine yönelik bulgular ve yorumlar

#### 3.1.1. Argümantasyon Sürecinin Yorumlanması

Gruptan bir kişi gönüllü olarak problemi sesli şekilde okumuştur. Ardından grupça önemli yerlerin altını çizerek verilen ve istenenleri belirlemeye çalışmışlardır [**Matematiksel Modelleme [MM]: Problemi Anlama**]. Grup, istenen durumun kârlı bir seçim yapmak olduğunu, bunun için de ilçeler arasındaki uzaklığın ve dizel ve benzin fiyatlarının önemli olduğunu belirtmek için problemde ilgili yerleri daire içine alarak verilenleri belirtmiştir [**Argümantasyon [A]: Veri, MM: Problemi Anlama**]. Bu verileri göz önünde bulundurarak hangi arabayı seçmeleri gerektiği üzerine tartışmaya başlamışlardır (**MM: Problemi Anlama**). Bu süreçte öğrenciler arasında geçen tartışma şu şekildedir:

Ali: Hangi markayı seçmek daha mantıklı?

Bilge: Mini Cooper seçmeliyiz. [**A: İddia**]

Ali: Neden Mini Cooper?

Bilge: Çünkü Mini Cooper benzinle çalışıyor, ayrıca yakıt kapasitesi 40 litre.

[**A: Veri, Gerekçe**]

Ali: Hem benzinli hem de 40 litre. Peki, benzinli olmasının veya yakıt kapasitesinin 40 litre olmasının nasıl bir kârı olacak bize?

Melis: Benzinli olmasının nasıl bir kârı olacak?

Bilge: Benzinli dizelden daha pahalı. [**A: İddia, Gerekçe**] Bu biraz zarar oluyor ama. [**A: Çürütücü**] Daha çok düşünmeliyiz.

Bu tartışma sonrasında grup, dizel olan Citroen marka araca yöneldiler. Dizelin litre fiyatının daha az olması kararlarını değiştirmelerinde etkili oldu [**MM: Sadeleştirme, Yorumlama**]. Fakat Citroen'in yakıt kapasitesinin fazla olmasının bir dezavantaj olduğuna karar verip, tekrar depo hacmi daha az olan Mini Cooper'a odaklandılar [**MM: Sadeleştirme, Yorumlama**]. Burada grup, hem en baştaki iddialarını çürütecek veriler bulmaya çalışmış, hem de bu iddialarını destekleyecek veriler göstermeye de çalışmıştır. Fakat bu iddialarını depo

hacmi az ise maddi yönden daha kârlı olunacağını düşünerek değiştirmişlerdir. Bu süreçte geçen diyalog şu şekildedir:

Bilge: Niçin Mini Cooper'ı seçmeliyiz biliyor musunuz?

Ali: Neden?

Bilge: Yakıt deposunun hacimlerine baktığımda en az Mini Cooper'ın hacmi.

Bundan dolayı mantıken en az parayı da onda harcayacağım. Yani dizel seçersem yakıtta daha az para veririm ama benzinli seçip depoya daha az benzin koyacağım için yine daha az para verebilirim. Çünkü hacmi daha az diğerlerinden. Daha az benzin yakar [**A: Veri, İddia, Gerekçe**]

Melis: Daha az benzin mi yakar gerçekten?

Bilge: Yani... Baktığımızda 100 km'de daha fazla benzin yakıyor ama benzin deposu hacmi az olduğu için bunu seçmeliyiz. [**A: Veri, Gerekçe**]

Problemde Citroen marka arabanın 100 km'de 4,3 litre benzin yaktığını ve depo hacminin 50 litre olduğunu ifade eden grup, bunu Mini Cooper'ın 100 km'de 6,3 litre benzin yakması ve depo hacminin 40 litre olması durumuyla karşılaştırmıştır. Bu sebeple aynı yol için Citroen marka arabanın Mini Cooper marka arabadan daha az miktarda benzin yakmasını ve depo hacminin fazla olmasını göz önünde tutmuşlardır. Bu durumu dikkate alarak Mini Cooper seçsek de Citroen seçsek de alınacak benzin miktarına verilecek ücretin birbirine paralel olabileceğini düşünmüşlerdir. Ayrıca araçların 100 km'de ne kadar yaktıklarına da odaklanmışlardır. Bu karara vardıldıktan sonra grup Mini Cooper marka arabanın Gaziemir ve Buca'dan alacağı yakıtta ne kadar ücret ödeyeceğine dair doğru verilerle işlem yapmaya başladılar [**MM: Matematikselleştirme**]. Bu süreçte Gaziemir'e ulaşmak için 10 km gidilmesi gerektiğini dikkate aldılar. Fakat burada 10 km için harcanacak yakıtı hesaplarken 6,3 litre ile 10km'yi çarptılar. Dolayısıyla 10 km için 63 litre yakıt harcamak gerektiğini sonucuna ulaştılar. Bu sırada gruplar arası dolaşan öğretmen ne aşamada olduklarını sordu. Öğrenciler 63

litre benzin harcadığı sonucuna ulaştıklarını söylediler. Bu sonuçla ilgili öğretmen ve grup üyeleri arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Öğretmen: Bu araç 100 km’de mi daha fazla yakıt harcar 10 km’de mi?

Melis: Eee... 100 km’de.

Öğretmen: Bu araç 100 km’de kaç litra yakıt harcıyor?

Ali: 6,3

Öğretmen: 10 km’de kaç litre yakıt harcadığınızı buldunuz?

Ali: 63

Öğretmen: Hangisi daha fazla?

Melis: 63 daha fazla.

Öğretmen: O halde...

Bilge: 10 km’de daha fazla harcıyor bulduk. Biraz mantıksız gibi görünüyor.

Öğretmen: O zaman ne yapmanız lazım?

Bilge: Hocam önce 100 km’de harcanan 6,3 litreyi 100’e bölüp 1 km’de harcanacak yakıt miktarını bulmamız lazım. Sonra 10 km’de 10 ile çarpmamız lazım. **[A: Destekleyici]**

Grup buna rağmen işlemlerinde hata yapmış, aynı işlemde 6,3’ü 100’e bölüp 10 ile çarparken 1000’e böler hale getirmişlerdir **[MM: Matematiksel olarak çalışma]**. Dolayısıyla tekrar bir hata olduğunu belirtmiş ve daha sonra yaptıkları hatalı işlemi düzelterek uygun bir model kurmuşlardır **[MM: Doğrulama]**. Sonrasında 40 litre olan depo hacmi ile buldukları 10km için harcanan 0,63 litreyi toplamış, sonucu yakıtın litre fiyatı olan 4,80 ile çarparak Gaziemir’e gidiş için alınacak yakıtın ücreti bulunmuştur. Şekil 3’te grubun çözümü verilmiştir.

### Şekil 3

#### 1. Grubun Probleme İlişkin Çözümü

Mini Cooper (Benzin)

Buca = 4,86  
 $\times 40$   
 $\hline 1984$   
 $+ 1984$   
 $\hline 19840$   
 $\hline 1984 TL$

Gaziantep = 0,063  $\div 100 = 0,063$  lt km  
 $0,063 \times 10 = 0,63$  lt = 10 km  
 $40,14 + 0,63$  lt =  
 $\begin{array}{r} 40,00 \\ + 0,63 \\ \hline 40,63 \end{array}$   
 $\begin{array}{r} 40,63 \\ \times 4,86 \\ \hline 32504 \\ + 16252 \\ \hline 195024 \end{array}$   
 $\hline 195024 TL$

Sonuç olarak Gaziantep'e gidince daha kârlı olacağını düşünmüşlerdir.

Öğrencilerin 40 litre olan depo hacmi ile buldukları 10 km için harcanan 0,63 litreyi sonuca ulaşıma çalışmalarını işlemleri anlamlandırdıklarını göstermektedir [MM: Matematikselleştirme, Matematiksel olarak çalışma]. Gaziantep'te daha kârlı olduğunu düşünmelerine rağmen yine de gidiş gelişte harcayacakları benzinin zarar olduğunu ifade ederek Buca'dan da alabileceklerini Gaziantep'e gitmenin buna değmeyeceğini ifade etmişlerdir [A: Niteleyici; MM: Yorumlama].

Genel süreç incelendiğinde, öğrencilerin seçtikleri markanın benzinli olmasının daha kârlı olacağını iddia ettiği, benzinli seçilip depo hacmi az olan markanın dizel olup da depo hacmi fazla olana göre yine daha kârlı olduğunu düşündükleri, Gaziantep'e gidişin Buca'dan yakıt almaya göre daha kârlı olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu iddialarını ortaya atarken yakıt fiyatı ve depo hacmi ile ilgili genellemelerini net bir şekilde belirtmektedirler. Ancak aracın deposunda hâlihazırda bulunan yakıtla yönelik bir iddiada bulunmamışlardır. İddiaların bir kısmının açık bir kısmının ise tam olmaması yönüyle gruba 4 puan verilmiştir.

Öğrenciler, problemde verilen bilgilere dayanarak iddialarını ortaya koymuş ve iddialarına ait verileri de kısmen desteklemişlerdir. Öğrencilerin ele aldıkları veriler aracın yakıt

türü, depo kapasitesi, ilçelerin uzaklığı ve işe koşulacak ondalık sayılarla işlemlerle ilgili matematiksel bilgilerdir. Bu veriler, öğrencilerin iddialarına ait verilerdir. Ancak grup, hâlihazırda aracın deposunda bulunan benzin miktarı için herhangi bir iddia üretmediği için bu veriyi de dikkate almamışlardır. Bu da bu değişkene yönelik iddiaların önemini ortaya koyacak eksik verilere işaret etmektedir. Bu sebeple sunulan veriler grubun iddiaları ile örtüşse de eksik olduğu için veri kalitesi yönünden gruba 4 puan verilmiştir.

Öğrenciler, ele aldıkları aracın yakıt türü verisi için birim fiyatlara bakarak az birim fiyata sahip yakıt türünün daha az para ödemek anlamına geldiğine dair gerekçelendirmede bulunmuştur. Depo kapasitesine ait verileri göz önünde bulundurarak depo hacmi az ise daha az ücret ödeyeceklerini ifade ederek bu verinin iddiaları ile olan ilişkisini gerekçelendirmiştir. İlçelerin uzaklığını dikkate alarak ulaşım için gerekli olan yakıt tüketim miktarının hangi durumda daha kârlı olacağına yönelik ortaya attıkları iddiayı destekleyebilmek için 10 km’de ne kadar benzin tüketileceğine dair işlem yaparak bu durumu gerekçelendirmeye çalışmışlardır. Ancak bu aşamada 10 km uzaklıkta olan ilçeye ulaşmak için yeteri kadar yakıtlarının olup olmadığını sorgulamamakta ve dolayısıyla buna ait gerekçeler sunmamaktadırlar. Bu bağlamda grubun gerekçelendirme kalitesi 4 puan düzeyindedir.

Öğrenciler gerekçelerini sağlamlaştırmak adına modeller kurmuş ve bu modeller yardımıyla gerekçelerini kanıtlamaya çalışmışlardır. Yukarıda belirtilen gerekçeler göz önüne alındığında bu gerekçelerin doğru, iddia ile ilişkili ve verilere uygun olduğu görülmektedir. Öğrencilerin kurdukları modeller ve yaptıkları işlemlerin doğruluğu göz önüne alındığında gruba destekleyici kalitesi yönünden 3 puan verilmiştir.

Öğrenciler, iddialarının yani seçtikleri markanın ve seçtikleri ilçenin daha kârlı olduğunu belirleyen modelleri yorumlarken etkili niteleyiciler tanımlayamamıştır. Öğrenciler, Gazimir’e giderken var olan yakıtın yetip yetmeyeceğine, ayrıca geri dönüşte de yakıt harcanması gerektiğine yönelik niteleyicileri işe koşmamıştır. Yani öğrenciler, gerekçelerinin

ve destekleyicilerinin sınırlarını tam olarak ifade etmemişlerdir. Bu sebeple gruba niteleyici kalitesi yönünden 2 puan verilmiştir.

Öğrencilerin seçtikleri markanın dışında tek dizel araba olan markayı kendilerine sınırlayıcı olarak almaları, modellerinin çözümü sonucunda yaptıkları karşılaştırmada yine de uzak olan ilçeye gitmeye değmeyeceğini yorumlamaları işe koştukları çürütücülerdir. Öğrenciler diğer araba türleriyle karşılaştırma yapmayarak sınırlamalarını detaylandırmamıştır. Neden uzak olan ilçeye gitmeye değmeyeceğine dair de çürütücülerini detaylandırmamışlardır. Bu nedenle işe koşulan çürütücü kalitesine 1 puan verilmiştir. Tablo 6'da grubun argümantasyon kalitesi yönünden aldıkları puanları verilmiştir.

### **Tablo 6**

#### *1. Grubun Argümantasyon Kalitesi Düzeyleri*

<b>1.Grup</b>	<b>Puan</b>
İddia	4
Veri	4
Gerekçe	4
Destekleyiciler	3
Niteleyiciler	2
Çürütücüler	1
<b>TOPLAM</b>	<b>18</b>

Tablo 6'dan görüldüğü gibi, öğrenciler sadece destekleyicilerden en yüksek puanı alabilmiştir. Diğer bileşenlere ait çalışmaları eksik olduğundan genel argümantasyon kaliteleri kabul edilebilir düzeydedir.

#### **3.1.2. Matematiksel Modelleme Sürecinin Yorumlanması**

Grup, problemi okuduğunda bir marka belirlemesi gerektiğini ifade edip gidecekleri ilçenin hangisinin kârlı olabileceği üzerine tartışmışlardır. MOE'de verilen 100 km'de harcanan yakıt miktarı ve her yakıt türünün birim fiyatlarının bilgisini göz önünde bulundurmuşlardır. Bu durum, grubun problem durumunda verilenlere ve istenilenlere dikkat ettiğini göstermektedir. Grup MOE'de verilen bu bilgiler için seçtikleri markaya göre hangi yakıt türünü kullanması gerektiğini ve bu yakıt türü için alınması gereken birim fiyatın ne olduğunu



düşünerek bu veriler arasında ilişki kurmaya çalışmıştır. Bu ifadeler göz önüne alındığında, grubun problemi anladığını gösteren ifadeler kullanması, verilenleri ve istenenleri belirleyerek aralarında ilişki kurması sebebiyle gruba problemi anlama yeterliği yönünden 4 puan verilmiştir.

Grup, problemde verilen bilgilerden kârlı olunan durumu ortaya koyacak bilgilere odaklanarak problem üzerindeki diğer verileri kullanmamış, böylece problemi çözebilmek için gerekli olan değişkenleri belirlemiştir. Grubun hâlihazırda aracın deposunda bulunan yakıt miktarını düşünmemesinden dolayı bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunduğunu düşünerek sadeleştirme yeterliği yönünden 2 puan verilmiştir.

Grup, seçtikleri markanın depo hacmini düşünerek alacakları yakıtı verecekleri ücretin ne olacağına ilişkin bir model oluşturmuştur. Sonrasında grup, seçtikleri markanın 100 km’de ne kadar yakıt harcayacağı bilgisinden yola çıkarak 10 km uzaklıkta bulunan ilçe için ne kadar yakıt harcanacağına ilişkin bir model tasarlamışlardır. Böylece grup, gidecekleri ilçe için ne kadar benzin harcanacağını bulmuş, buna göre hem gidişte harcayacağı yakıt miktarını hem de araca alacakları yakıt miktarının tamamını düşünerek toplamda ne kadar ücret vereceklerine dair model oluşturmuştur. Burada öğrenciler, harcayacakları yakıtın gidişte mi yoksa dönüşte mi olduğunu ifade etmemiş, sadece bu kısmı bulmaları gerektiğini düşünerek model kurmuşlardır. Bu grubun kurdukları modeli tam açıklayamaması, yani varsayımları ile modeli ilişkilendirememesi olarak ifade edilebilir. Bu sebeple grubun model ile varsayımları arasında ilişki kuramaması göz önüne alındığında, matematikselleştirme yeterliği 3 puan düzeyinde değerlendirilmiştir.

Grubun problem için belirledikleri varsayımlarını dikkate alarak kurdukları modeller matematiksel olarak doğrudur. Bu model ile matematiksel çözüme ulaşılabildiği görülmektedir. Grubun modeli oluştururken doğru matematiksel ifadeler kullanması ve matematiksel çözüme

ulaşması dikkate alınarak matematiksel olarak çalışma yeterliği 4 puan düzeyinde değerlendirilmiştir.

Grup, elde ettikleri matematiksel çözümü yorumlarken hangi ilçeye gitmenin daha kârlı olduğunu matematiksel sonuca bakarak ifade etmiş; fakat burada diğer ilçeye yönelik herhangi bir yorumlamada bulunmamıştır. Yine de grubun seçtiği ilçenin 10 km olan uzaklığını dikkate alması ve uzaklığı göz önünde bulundurarak bu ilçeye gitmenin çok da kârlı olmadığını, sonuçta gidiş-gelişte yine yakıt harcanacağını ifade etmesi eksik de olsa yorumlamada bulunulduğunu göstermektedir. Grubun yorumları dikkate alındığında, elde edilen doğru çözüme rağmen gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlarda bulunması sebebiyle yorumlama yeterliği yönünden 3 puan verilmiştir.

Matematiksel sonuçlara ulaşma sürecinde grup işlem hatası yapmış, araştırmacının bu durumu hissettirecek soruları ile yaptıkları işlem hatasını fark ederek gerekli düzeltmeleri yapmıştır. Bu süreçte grup tekrar başa dönüp modelin doğruluğunu kontrol etmemiş, sonuca ulaştığı anda problemin çözümünü bitirdiklerine karar vermişlerdir. İşlemler doğru olsa dahi grubun diğer ilçe için kâr durumunun ne olabileceğine dikkat etmemesi göz önüne alındığında, bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunması sebebiyle doğrulama yeterliği yönünden gruba 2 puan verilmiştir. Tablo 7’de grubun her bir ölçüt için modelleme yeterlikleri puanına ve toplam puanlarına yer verilmiştir.

**Tablo 7**

*1. Grubun Modelleme Yeterlikleri Düzeyi*

<b>1.Grup</b>	<b>Puan</b>
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	3
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	3
Doğrulama	2
<b>TOPLAM</b>	<b>18</b>

Tablo 7’de görüldüğü üzere, grup problemi anlama ve matematiksel olarak çalışma yeterliğinden en yüksek puanı almıştır. Grubun modelleme yeterliği yönünden toplam puanı göz önüne alındığında modelleme yeterlikleri kabul edilebilir ölçüdedir.

#### **4. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER**

Çalışma sonucunda, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme düzeyini etkilediği görülmüştür. Öğrencilerin ortaklaşa argümantasyon kaliteleri ile matematiksel modelleme düzeylerinin paralel olduğu söylenebilir. Literatürde, daha iyi argümanlar üretmenin öğrencilerin problem çözme çalışmalarını doğrudan etkilediğine dair benzer şekilde sonuçlar (Cho ve Jonassen, 2002) mevcuttur. Kötü yapılandırılmış, tek ve kesin bir çözümü olmayan problemlerin argümantasyonlara fırsat oluşturduğu (Kuhn, 1991; Voss, 1988), bu tür problemlerin çözümler dair kararları desteklemek amacıyla verilerin, gerekçelerin ve kanıtların ortaya koyulmasını gerektirdiği (Meacham ve Emont, 1989) için iyi birer argümantasyon aracı olduğu bilinmektedir. MOE’lerin farklı çözümlere fırsat sunan yapısının argümantasyon sürecine girilmesini gerektirdiği söylenebilir. Çözüm için yürütülen argümantasyon sürecinin kalitesinin de çözüme ve seçilen yaklaşıma dair kararları destekleyecek verilerin, gerekçelerin ve kanıtların kaliteli bir şekilde ortaya koyulmasını sağlamaktadır. Bu çalışmada öğrenciler, ortaya attıkları iddialar ile problemin verilenleri ve istenilenleri arasında ilişki kurmaya çalışmıştır. Seçtikleri markanın kârlı olup olmayacağına dair oluşturdukları iddialarını verilerle

ilişkilendirmeye çalıştıkları görülmüştür. Örneğin; seçtikleri markanın yakıt türüne dikkat etmeleri gerektiğini ve seçtikleri yakıt türünün birim fiyatının ne olduğunu incelemeleri, verilenler üzerinde çalıştıklarını göstermektedir. Öğrenciler bu verileri göz önüne alarak tartışmalar yürütmüş ve iddialar oluşturmuşlardır. Bu da modelleme süreci içerisinde hangi verilerle ilişki kurmanın daha doğru olabileceğine dair fikir sağlamıştır. Aynı zamanda iddiaların kalitesi ile veriler arasında kurdukları ilişki oluşturdukları modele de yansımıştır. Tekin-Dede (2019), model oluşturma etkinliğinde problem ifadesini sadeleştirmek ve gerçek hayata ve problemin içeriğine uygun varsayımlara sahip modeller oluşturmak gerektiği için öğrencilerin iddialarına dayalı varsayımlar oluşturmasının kaçınılmaz olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla problemin çözümüne götürecek değişkenlerin belirlenmesi kaliteli bir argümantasyon sürecinin gerekliliğine işaret etmektedir. Bu da matematiksel modelleme sürecinde gerçek dünyadan matematik dünyasına geçiş aşamasındaki sürece yansımaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel modellemenin doğası gereği problemi anlama ve sadeleştirme sürecinde argümantasyon sürecine girdiği, bu süreçte yürütülen argümantasyon kalitesinin de modelleme sürecini etkilediği söylenebilir.

MOE'lere dayalı oluşturulan iddiaları destekleyecek gerekçeler için öğrencilerin kanıtlanabilir ifadeler sunabilmek adına modeller oluşturduğu ifade edilebilir. Öğrenciler ortaya bir iddia attığında, bu iddialarını güçlendirmek için matematiksel işlemlere başvurmaktadır. Örneğin, bulgular kısmında modelleme süreci ayrıntılı olarak ele alınan grup, deponun tamamının ne kadar dolacağını, ilçenin uzaklığının da hesaba katılması gerektiğini, ayrıca seçtikleri markanın 100 km'de ne kadar yakıt tüketeceğini değil de ilçenin uzaklığı olan 10 km'de ne kadar yakıt tüketeceğini bulması gerektiğini ifade etmiştir. Böylece argümanlarını modellerle birleştirmeye çalışmıştır. Bu sebeple öğrencilerin iddiaları ile veriler arasında ilişki kurabilmek için ortaya koyacakları gerekçelerinin kalitesi aynı zamanda öğrencilerin matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma yeterliğine yansımıştır. Lesh ve

Zawojewski (2007) de öğrencilerin model oluşturma etkinliklerinde matematiksel kavramlar ve işlemler arasında bağlantı kurmaya ihtiyaç duyduğu ve bu bağlantıları kullanmak zorunda olduklarını ifade etmektedir. Bu bağlamda, bir önceki sürece paralel olarak, matematiksel problemin çözümünde işe koşulması gereken matematiksel bilgilerin ne olduğuna dair argümantasyonların kalitesinin de matematiksel modelleme sürecindeki matematiksel sonuçlara ulaşma aşamasının başarısını etkilediği söylenebilir. Öğrencilerin matematiksel modellemenin doğası gereği matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma sürecinde de argümantasyon sürecine girdiği, bu süreçte yürütülen argümantasyon kalitesinin de modelleme sürecini etkilediği sonucu çıkarılabilir.

Öğrencilerin oluşturdukları model ile problemi çözüp bir sonuca ulaştıklarında sürecin bittiğini düşündükleri görülmüştür. Problemin çözümünden sonra gerekçelerini niteleyecek durumlar üzerinde yorumda bulunmadıkları söylenebilir. Ayrıca buldukları sonuç için başka bir durum daha olup olamayacağı üzerinde eksik argümanlar kullandıkları da görülmektedir. Başka bir deyişle, öğrenciler gerekçelerini niteleyecek ya da iddialarını çürütecek durumlara odaklanmak konusunda eksik kalmaktadır. Yani öğrencilerin niteleyici ve çürütücülerinin kalitesi bakımından yeterli seviyede olmadığı söylenebilir. Bu sonucun sebebinin, öğrencilerin problemlerde çoğunlukla sayısal sonucun bulunmasına alışkın olmalarından dolayı elde ettikleri sonucu tartışmamalarından kaynaklandığı (Aydın-Güç, 2015; Tekin-Dede, 2015) düşünülmektedir. Oysaki yorumlama ve doğrulama yeterliğine yansiyacak olan kaliteli argümanların oluşturulması, öğrencilerin oluşturdukları modeli gerçek yaşam bağlamıyla daha iyi ilişkilendirmesini sağlayacaktır. Dolayısıyla bu sürece dair yürütülecek argümanların yorumlama ve doğrulama yeterliklerine yansiyabileceği söylenebilir.

Bu çalışmada, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme düzeyine yansımaları ortaya koyulmuştur. Sonuç olarak argümantasyon kalitesinin modelleme sürecini etkilediği görülmüştür. Bu bağlamda argümantasyon kalitesinin desteklenmesinin

matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimine katkı sağlayabileceği söylenebilir. Literatürde belirli senaryolar ile argümantasyon süreci içerisinde bulunan öğrencilerin süreç sonunda argümantasyon kalitelerinin arttığına (Çetin, Kutluca ve Kaya, 2013), problem çözmenin argümantasyon becerilerini artırdığına (Soekisno, Kusumah, Sabandar ve Darhim, 2015), sosyobilimsel konu bağlamında web tabanlı uygulamaların argümantasyon kalitesini arttırdığına (Lin, Fan ve Xie, 2020) dair sonuçlar mevcuttur. Bu çalışmalar belirli etkinliklere dair deneyimlerin argümantasyon kalitesini arttırdığını ortaya koymaktadır. Bu çalışma ile ise belirli bir senaryoya dair model oluşturma sürecinde argümantasyon kalitesinin etkisi ortaya koyulmuştur. Bu bağlamda çalışmanın argümantasyon sürecine bakış açısını çeşitlendirmeye katkı sağlayacağı söylenebilir. Argümantasyon tabanlı öğrenmenin olasılıksal muhakemenin öğretiminde etkili olduğu (Duran, Doruk ve Kaplan, 2017; Mercan, 2015), tahmin edebilme gibi becerileri artırdığı (Fırat, Gürbüz ve Doğan, 2016; Güneş, 2013; Tristanti, Sutawidjaja, As'ari ve Muksar, 2015) bilinmektedir. Bu sonuçlar ve çalışmadan elde edilen sonuçlar dikkate alındığında, matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesinde argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımının etkililiğinin araştırılmayı bekleyen bir konu olduğu söylenebilir.

Bu çalışmanın bazı sınırlılıkları mevcuttur. Çalışmada ele alınan MOE herhangi bir değişiklik yapılmadan kullanılmıştır. Öğrencilerin ilgi duydukları konular üzerinde daha kaliteli argümanlar ürettiği (Torun ve Şahin, 2016) göz önüne alındığında, problem bağlamı katılımcıların yaşadıkları şehre göre revize edilebilirdi. Diğer bir sınırlılık ise çalışmanın bir MOE ile yürütülmüş olmasıdır. Uzun süreli model oluşturma etkinlikleri ile öğrencilere deneyim kazandırılarak modelleme yeterliklerinde gelişim sağlanacağı (Biccard ve Wessels, 2011), öğrencilerin argümantasyon sürecine uyum sağlamalarının ve bunu öğrenmeye yansıtmalarının bu tür uygulamalara devam edildikçe olumlu yönde değişebileceği (Yeşildağ-Hasançebi ve Günel, 2013) düşünüldüğünde, uzun süreli çalışmalarla sonuçların farklılaşp farklılaşmadığı incelenebilir. Ayrıca çalışılan senaryoya göre argümantasyon kalitesinin

değiştirdiği (Kutluca ve Aydın, 2017; Sadler ve Donnely, 2007) göz önünde bulundurularak farklı bağlamlar içeren MOE etkinliklerindeki argümantasyon kaliteleri incelenebilir.

### KAYNAKLAR

- Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., & Burkhardt, H. (2007). Classroom activities and the teacher. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 295-308). Springer.
- Arslan, A., & Atabey, N. (2018). Biyoteknoloji ve klonlama konusunun işbirlikli öğrenme modeli ile öğretiminin sınıf öğretmeni adaylarının argümantasyon nitelikleri üzerine etkisi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(STEMES'18), 35-45.
- Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* (Yayın No. 381105) [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK. <https://tez.yok.gov.tr>
- Berry, J., & K. Houston (1995). *Mathematical modelling*. J. W. Arrowsmith Ltd.
- Biccard, P., & Wessels, D. (2011). Development of affective modelling competencies in primary school learners. *pythagoras*, 32(1), 1-9.
- Binkley, R. (1995). Argumentation, education and reasoning. *Informal Logic*, 17(2), 127-143.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15-30). Springer.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiss, D. (2005). "Filling up" - The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In *CERME 4—Proceedings of*

*the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1623-1633).

- Bukova-Güzel, E., Tekin-Dede, A., Hıdıroğlu, Ç. N., Kula-Ünver, S., & Çelik-Özaltun, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. PegemA Yayıncılık.
- Chick, H., & Watson, J. (2001). Data representation and interpretation by primary school students working in groups. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 91-111.
- Cho, K. L., & Jonassen, D. H. (2002). The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 50(3), 5-22.
- Conner, A. (2012). Warrants as indications of reasoning patterns in secondary mathematics classes. In *Proceedings of the 12 th International Congress on Mathematical Education (ICME-12), Topic Study Group* (Vol. 14).
- Çetin, P. S., Kutluca, A. Y., & Kaya, E. (2013). Öğrencilerin argümantasyon kalitelerinin incelenmesi. *Fen Eğitimi ve Araştırmaları Derneği Fen Bilimleri Öğretimi Dergisi*, 2(1), 56-66.
- Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2017). Argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin başarılarına ve kaygılarına etkililiğinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1). 55-87.
- English, L., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21 st century. In *Theories of mathematics education* (pp. 263-290). Springer.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 364-377.
- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.



- Fırat, S., Gürbüz, R., & Doğan, M. F. (2016). Öğrencilerin bilgisayar destekli argümantasyon ortamında olasılıksal tahminlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 906-944.
- Güler, A., Halıcioğlu, M.B., & Taşgın, S., (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Güneş, S. (2013). *Matematik eğitiminde argümantasyon ve kanıt süreçlerinin analizi ve karşılaştırılması* (Yayın No. 363214) [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK. <https://tez.yok.gov.tr>
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21.
- Jimenez-Aleixandre, M., Rodriguez, M., & Duschl, R. A. (2000). 'Doing the lesson' or 'doing science': Argument in high school genetics. *Science Education*. 84(6), 757- 792.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 110-119.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom— problems and opportunities. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 99-108). Springer.
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. In *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 433-444). Springer.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Krippendorff, K., & Wajidi, F. (1980). *Analisis isi: Pengantar teori dan metodologi*. Rajawali Pers.
- Kuhn, D. (1991). *The skills of argument*. Cambridge University Press.

- Kuhn, D. (1993). Science as argument: Implications for teaching and learning scientific thinking. *Science Education, 77*(3), 319–337.
- Kutluca, A. Y., & Aydın, A. (2017). Fen Bilimleri öğretmen adaylarının sosyobilimsel argümantasyon kalitelerinin incelenmesi: Konu bağlamının etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 11*(1), 458-480.
- Le Roux, A., Olivier, A., & Murray, H. (2004). Children struggling to make sense of fractions: An analysis of their argumentation. *South African Journal of Education, 24*(1), 88-94.
- Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to the special issue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12*(3), 173-194.
- Lesh, R. E., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Information Age Publishing.
- Lin, Y. R., Fan, B., & Xie, K. (2020). The influence of a web-based learning environment on low achievers' science argumentation. *Computers & Education, 151*, 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103860>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM, 38*(2), 113-142.
- Meacham, J. A., & Emont, N. C. (1989). *The interpersonal basis of everyday problem solving*. In J. D. Sinnott (Ed.), *Everyday problem solving: Theory and applications* (p. 7–23). Praeger Publishers.

- Mendonça, P. C. C., & Justi, R. (2013). The relationships between modelling and argumentation from the perspective of the model of modelling diagram. *International Journal of Science Education, 35*(14), 2407-2434.
- McNeill, K. L., Lizotte, D. J., Krajcik, J., & Marx, R. W. (2006). Supporting students' construction of scientific explanations by fading scaffolds in instructional materials. *Journal of the Learning Sciences, 15*(2), 153-191.
- Mercan, E. (2015). *Fonksiyonlar konusunun öğretiminde argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımının etkisinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* (Yayın No. 418246) [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK. <https://tez.yok.gov.tr>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook* (2nd ed.). SAGE Publications.
- Passmore, C. M., & Svoboda, J. (2012). Exploring opportunities for argumentation in modelling classrooms. *International Journal of Science Education, 34*(10), 1535-1554.
- Sadler, T. D., & Donnelly, L. A. (2006). Socioscientific argumentation: The effects of content knowledge and morality. *International Journal of Science Education, 28*(12), 1463-1488.
- Sandoval, W. A., & Millwood, K. A. (2005). The quality of students' use of evidence in written scientific explanations. *Cognition and Instruction, 23*(1), 23-55.
- Soekisno, B., Kusumah, Y., Sabandar, J., & Darhim, D. (2015). Using problem-based learning to improve college students' mathematical argumentation skills. *International Journal of Contemporary Educational Research, 2*(2), 118-129.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2018). İlkokulda model oluşturma etkinlikleri nasıl uygulanmalı? *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, 4*(1), 99-117.

- Tekin-Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: bir eylem araştırması* (Yayın No. 395238) [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK. <https://tez.yok.gov.tr>
- Tekin-Dede, A. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 292-314.
- Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72.
- Thomas, K., & Hart, J. (2010). Pre-service teachers' perceptions of model eliciting activities. In *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 531-538). Springer.
- Torun, F., & Şahin, S. (2016). Argümantasyon temelli sosyal bilgiler dersinde öğrencilerin argüman düzeylerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 41(186), 233-251.
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.
- Tristani, L. B., Sutawidjaja, A., As'ari, A. R., & Muksar, M. (2015). Modelling student mathematical argumentation with structural-intuitive and deductive warrant to solve mathematics problem. *Proceeding of ICERD*, 130-139.
- Whitenack, J. W., & Knipping, N. (2002). Argumentation, instructional design theory and students' mathematical learning: a case for coordinating interpretive lenses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 441-457.
- Voss, J.F. (1988). Problem solving and reasoning in illstructured domains. In C. Antaki (Ed.), *Analyzing everyday explanation: A casebook of methods* (pp. 74-93). Sage Publications.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 423-440.

Yeşildağ Hasançebi, F., Günel, M. (2013). College students' perceptions toward the multi modal representations and instruction of representations in learning modern physics.

*Eurasian Journal of Educational Research, 53, 197-214.*

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

## **EXTENDED ABSTRACT**

Mathematical modeling is a process in which existing models or new models are created (Lesh & Doerr, 2003). Blum and Leiß (2005) state that, in the modeling cycle, when an individual first encounters a real-life problem, s/he makes sense of the problem and makes a mental model of it. S/he transforms this mental model for the problem situation into a real model by distinguishing and simplifying the necessary and unnecessary variables. S/he transforms this model into a mathematical model through mathematization and reaches a mathematical result by performing its mathematical solution. Finally, the individual interprets these results and switches back to the real result. Real life experiences verify the real result, and the process is complete.

Modeling competencies depend on the individual and are expressed as the ability and ability to manage and complete the modeling process in accordance with the purpose (Kaiser & Maaß, 2007). For an individual to manage the modeling process, s/he must have the social competence that enables communication and discussion within the group (Kaiser, 2007; Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010), the belief and motivation required for modeling, that is, the behavioral competence (Biccard & Wessels, 2011; Maaß, 2006), to control the process by managing it well, have metacognitive competence such as planning and judgment (Blum, 2011; Kaiser, 2007; Maaß, 2006) and cognitive competence expressed in six steps: understanding the problem, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting and verifying (Ferri, 2006). Modeling is an argumentative process by nature, and it is closely related to purposes such as meaning, expression and persuasion (Medonça & Justi, 2013), which indicates that argumentation skills also play an important role in the mathematical modeling process. In this context, the purpose of this study is to examine how the argumentation quality reflects on the mathematical modeling process.

This study is a case study and was conducted with 19 (6<sup>th</sup> grade) students of a public school. The students worked as a group on a model eliciting activity. Study data consisted of video recordings obtained from these group studies, written answer sheets regarding the model eliciting activity that the students solved as a group, and video recordings of discussions conducted during the presentations. In the analysis of the data, the 'Modeling Competencies Evaluation Rubric' (Tekin-Dede & Bukova-Güzel, 2018) was used to determine the levels of the modeling competencies of the groups. The 'Argumentation Quality Assessment Rubric' (Cho & Jonassen, 2002), which was adapted to Turkish, was used to determine the quality of the argumentation created by the students.

Results of the study showed that the quality of argumentation affects the level of mathematical modeling. Thus, it can be said that students' argumentation qualities and mathematical modeling levels are parallel. Similarly, there are results in literature showing that producing better arguments directly affects students' problem solving studies (Cho & Jonassen, 2002). It is known that ill-structured problems are good argumentation tools for they do not have a single and definite solution (Kuhn, 1991; Voss, 1988) and that such problems require data, justification and evidence to support decisions about solutions (Meacham & Emont, 1989). It can be said that the structure of model eliciting activities that offer opportunities for different solutions requires entering the argumentation process. The quality of the argumentation process carried out to reach a solution also ensures that the data, justifications and evidence that will support the decisions regarding the solution and the chosen approach are presented in a quality manner.

It can be said that supporting the argumentation quality can contribute to the development of mathematical modeling competencies. In the literature, students who are in the argumentation process with specific scenarios increase the quality of argumentation at the end of the process (Çetin, Kutluca & Kaya, 2013), problem-solving increases their argumentation

skills (Soekisno et al., 2015). Moreover, web-based applications in the context of socioscientific issues increase the quality of argumentation (Lin et al., 2020). These studies reveal that experiences with specific activities increase the quality of argumentation. In this study, the effect of argumentation quality while eliciting a model for a particular scenario was revealed. In this context, it can be said that the study will contribute to diversifying the perspective of the argumentation process. It is known that argumentation-based learning is effective in teaching probabilistic reasoning (Duran, Doruk & Kaplan, 2017; Mercan, 2015) and increases skills such as predicting (Fırat, Gürbüz & Doğan, 2016; Güneş, 2013; Tristanti et al.2015). Considering these results and the results obtained from the current study, it can be said that the effectiveness of the argumentation-based learning approach in developing mathematical modeling competencies is an issue warranting further investigation.



## **ARAŞTIRMACILARIN KATKI ORANI BEYANI**

Araştırmacıların mevcut araştırmaya katkısı eşittir.

## **DESTEK VE TEŞEKKÜR**

Araştırmanın ortaya çıkarılması aşamasında herhangi kişi veya kurumun desteği yoktur.

## **ÇATIŞMA BEYANI**

Her bir yazar için raporlanan araştırmada, sonuçlarda, yansımalarda ya da belirtilen görüşlerde dolaylı/dolaysız herhangi bir mali çıkar veya bağlantı yoktur. Yazarlara, ilişkili bölümlere, ilişkili kuruluşlara, kişisel ilişkilere veya doğrudan akademik rekabete yönelik ilgili ticari kaynaklar ile diğer finansman kaynakları dâhil olmak üzere herhangi bir yanlılık sorusu doğurabilecek durum yoktur. İlgili araştırma yayımlandıktan sonra yazarların herhangi birinin utanmasına neden olacak, bildirilmeyen herhangi bir düzenleme yoktur.

## **ETİK BEYANNAMESİ**

Bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu, toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, ortaya çıkacak tüm etik ihlallerle ilgili sorumluluğun makale yazarlarına ait olduğunu beyan ederiz.