

Makalenin Türü / Article Type : Araştırma Makalesi / Research Article  
Geliş Tarihi / Date Received : 17.02.2021  
Kabul Tarihi / Date Accepted : 21.04.2021  
Yayın Tarihi / Date Published : 15.06.2021



<https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2021.21.62826-879889>

## REUBEN HERSH'İN MATEMATİKSEL DENEYİMİNİN FELSEFESİNE ELEŞTİREL BİR BAKIŞ\*

Yasemin CİHAN<sup>1</sup>, Soner DURMUŞ<sup>2</sup>

### ÖZ

Matematik öğretimi, ardında matematiğin doğasına ilişkin inançları ve bu doğrultuda matematik öğrenimi ve öğretimi hakkındaki yönelimleri içermektedir. Matematiğin doğasının anlaşılmasında gerekli olan matematik felsefesine bakış neticesinde birçok düşünceye ulaşılmaktadır. Bugünkü düşünceler matematiği mutlak doğru bilgidен ziyade yanılabilir bir konuma getirmektedir. Matematiğin doğasına yönelik inançlar matematik sınıflarındaki öğrenme ve öğretim faaliyetlerini de yönlendirmektedir. Bir matematikçi olan Reuben Hersh matematik felsefesi çalışmalarında kendi matematiksel deneyiminin felsefesini ortaya koyarken, matematiği zihinsel ve fiziksel yönleri olan sosyal-kültürel-tarihsel bir gerçeklik ve bilime benzer bir uzlaşmayı elde etme ve yeniden üretilebilir sonuçlar kurma yeteneğine sahip beşerî bilimlerin bir parçası olarak açıklamaktadır. Reuben Hersh'in matematikçi ve akademisyen rolleri, onun *deneyime* vurgu yaptığı matematik felsefesi çalışmalarına da yansımıştır. Bu noktada matematik yapan ve matematiğin içinden gelen bir insan olarak Reuben Hersh'in deneyimleri matematik öğretmenlerine örnek teşkil etmektedir. Bu araştırma Reuben Hersh oduğunda matematiğin doğası hakkında bir yaklaşım sunmayı ve matematik öğretmenlerine yönelik öneriler belirlemeyi amaçlamaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Matematiksel deneyim, matematik felsefesi, matematik eğitimi, öğretmen eğitimi

## A CRITICAL OVERVIEW OF THE PHILOSOPHY OF REUBEN HERSH'S MATHEMATICAL EXPERIENCE

### ABSTRACT

Mathematics education includes beliefs about the nature of mathematics and the ways about mathematics teaching and learning. Many thoughts brings as a result of looking at the philosophy of mathematics, which is necessary for understanding the nature of mathematics. These thoughts today might make mathematics fallible rather than absolute correct information. Beliefs about the nature of mathematics also are leading learning and teaching activities in mathematics classrooms. Reuben Hersh, a mathematician, while explaining mathematics as a social-cultural-historical reality with mental, physical aspects and as a part of the humanities that achieving a compromise similar to science and constructing reproducible results; reveals the philosophy of his own mathematical experience in his studies of philosophy of mathematics. Reuben Hersh's mathematician with his academic roles reflected in his studies of philosophy of mathematics that he emphasized *experience*. At this point, the experiences of Reuben Hersh as a person who does mathematics and come from within mathematics set an example for mathematics teachers. This study aims to provide an approach about the nature of mathematics based on Reuben Hersh and to give suggestions for mathematics teachers.

**Keywords:** Mathematical experience, philosophy of mathematics, mathematics education, teacher education

\* Bu makale birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde gerçekleştirdiği yüksek lisans tez çalışmasından üretilmiştir.

<sup>1</sup> Milli Eğitim Bakanlığı, yascihan1@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1145-6890>

<sup>2</sup> Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, sdurmus@ibu.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-3978-1580>

## 1. GİRİŞ

“Matematik nedir? Ne yazık ki, bazıları ‘Matematik, matematikçinin yaptığı şeydir.’ tanımını önermiştir. Peki, matematikçi nedir? ‘Matematik yapan kişilerdir.’” (Stewart, 2013, s. 46). Bir şeyi yapmak ile o şey hakkında konuşabilmek arasında fark vardır. Bir şeyi, bir zaman bir biçimde öğrenir ve yapmaya başlar, yaptıkça gelen süreklilik yapabilme becerimizi geliştirirken istemsizce yapabildiğimiz davranışlar olarak da karşımıza çıkabilmektedir. O şey hakkında konuşabilmek ise yapabilmenin ötesinde, yaptığımız şeyin ardındaki geçmişin izlerini, farkındalık ve derin düşünmeyi gerektirmektedir. Matematiği yapabilenlerin anlamsız birçok sayı, şekil ve sembollerle çalıştıkları düşünülmektedir. Elbette bu noktada dışarıdan bakan bir göz ile matematik yapan bir kişinin düşüncesinin farklı olması beklenmektedir. Bir biyolog olarak tanınan Charles Darwin (akt. Frenkel, 2016, s. 17) otobiyografisinde şöyle yazmıştır: “*Matematiğin en azından büyük öncü ilkelerini anlayacak kadar üzerine düşmediğim için oldukça pişmanım çünkü bu donanuma sahip olanlar, fazladan bir duyuya sahip görünüyorlar.*” Bir matematikçi olan Reuben Hersh’in (2014, s. 2; Hersh vd., 2015, s. 3) ise Matematiğin Temelleri adlı dersi vermeye başladıktan sonra yaşadığı farkındalık üzerine şöyle bir ifadesi vardır: “*Nerdeyse on beş senedir, her düzeyde ve pek çok farklı konuda matematik öğreliyordum ama tüm bu derslerdeki mesguliyetim, matematik hakkında konuşmak değil, matematik yapmaktı. Burada ise artık amacım matematik yapmak yerine matematik hakkında konuşmak olmuştü.*”

Felsefede temel olarak bir şeyin varlığı (varlık felsefesi/ontoloji), bilgisinin kaynağı (bilgi felsefesi/epistemoloji) ve ne işe yaradığı (değer felsefesi/aksiyoloji) üzerine düşünülmektedir. Alman matematikçi ve filozof Leibniz’e göre matematik ve felsefe birbirinden ayrı düşünülemez. Felsefenin alt dalları olarak ortaya çıkan alanlardan biri olan matematik felsefesi birçok düşünürü göre matematiği anlama çabası olarak ifade edilmektedir (Gür, 2019). Matematiğin ne olduğu, matematiksel bilginin kaynağı, matematiksel nesnelerin ne olduğu, matematiğin gerçek dünyada ne işe yaradığı gibi meseleler matematik felsefesinin konularıdır. Matematikle ilgilenen insan sayısı çok olmasına rağmen matematik hakkında konuşma çabası içine girenlerin az sayıda olduğu söylenebilir. Matematik felsefesi tarihine bakıldığında bu meseleleri ortaya atan ve cevap arayan kişilerin birçok farklı meslek grubundan oldukları görülmektedir. Matematiğin ne olduğu üzerine yapılan söylemler matematik felsefesi tarihinde birçok düşünce okulunu barındırmaktadır. Bu düşünce okulları matematikte yaşanan bunalımlar neticesinde yirminci yüzyılın yarısından öncesi ve sonrası olarak iki ana zamana ayrılmaktadır. Ayrılmasına rağmen birbirinden beslenen bu düşünce okulları bu zaman ayrımının ilk kısmında Platoncu, Biçimci, Mantıkçı ve Oluşturmacı; son yarısında da Yeni-Mantıkçı, Gelenekselci, Nominalist, Kurgusalıcı, Yapısalcı ve Yanılabilirli ekollere yer vermektedir. Ernest (1998, s. 51), matematik felsefesi kapsamının sadece matematiksel bilgi ve ontolojisinin gerekçelendirilmesinden çok daha fazlası olması gerektiğini, matematiğin çok yönlü olduğunu ve bir önermesel bilginin yanı sıra, kavramları, özellikleri, teorileri, tarihi ve uygulamaları açısından da tanımlanabileceğini belirtmektedir. Matematik felsefesi tarihindeki meseleler ve ortaya çıkan düşünce okulları incelendiğinde, Gür’e göre (2019, s. 26) matematik felsefesindeki sorunlar iki ana başlık altında toplanarak özetlenebilir:

“Birincisi klasik olarak adlandırabileceğimiz matematiksel epistemoloji ve ontoloji ile ilgili matematiksel bilginin nasıl mümkün olduğu ve matematiksel nesnelerin varlığına ilişkin daha temel sorunlar. İkincisi birincisine nazaran oldukça daha ‘genç’ sayılan matematik veya felsefeyle ilgili değil, tarih, psikoloji, sosyoloji ve eğitim gibi beşerî bilimlere de ilgilendirir.”

Ernest’in (1998, s. 50) önerisine göre, bilim felsefesindeki “kural-koyucu” (prescriptive) ile “tanılayıcı, açıklayıcı, tarif edici” (descriptive) arasındaki ayrım iyi bir kavramsal araç olarak hizmet edebilir. Platonculuk, Biçimcilik gibi ekoller kural-koyucu tanımlar vermeye çalışırken (Gür, 2019, s. 24), matematiğin ne olduğundan daha çok nasıl olması gerektiği üzerinde durmaktadırlar (Ernest, 1998, s. 50). Bu ekoller genel anlamda mutlakçı olarak adlandırılırken, yirminci yüzyılın ikinci yarısından sonraki ekoller matematiği yanılabilir ve beşerî disiplinlerin bir parçası olarak ele almaktadır.

Matematikçiler dışında, matematiğin okul yaşamının büyük bir bölümünde yer aldığı göz önünde bulundurulduğunda, asıl işi matematik olmayan kişiler bile yaşamlarının içerisinde matematik ile uğraşmışlardır. Bu uğraş, okuldaki matematik derslerini ortalama bir puan ile geçmekten, matematik bölümünde okumaya veya matematiği öğreten ya da matematik üreten kişi olmaya kadar varmaktadır. Bir matematikçi olan Reuben Hersh kendine ait bir alanı olduğunu (kısmi diferansiyel denklemler) ancak Matematiğin Temelleri dersini vermeye başladıktan sonra matematiğe farklı bir açıdan yaklaştığını ifade etmektedir (Hersh, 2014; Hersh vd., 2015). Çalışma hayatının ikinci yarısında matematik felsefesi üzerine çalışmalar yapmıştır. Matematiğin Temelleri; matematiğin tarihi ve felsefesini barındıran, matematiksel kavramların oluşumunu içeren konuları kapsayan bir alandır. Dolayısıyla matematik yapmanın ötesinde bir derin düşünme ile matematik hakkında konuşmaları, tartışmaları gerektirmektedir. İçerisinde matematiği öğrenen ve öğreten kişilerin olduğu bir matematik sınıfında da bazen matematik hakkında konuşulduğu olur ve bu gayet doğaldır. Bu konuşmalar, literatürdeki bazı araştırma soruları ve sonuçları da göz önünde bulundurulduğunda (Alkan, 2011), kaygı ve endişeler ile ilgili olsa da arka planda genel olarak matematiğin ne ile ilgili olduğu ve ne işe yaradığı hakkındadır. Matematiğin doğası ile ilgili sorular sormak, cevap aramak matematik öğrenen ve öğretenler için oldukça doğal bir durumdur. Bu

noktada, bir matematikçi olarak bile (!) soran/cevap arayan, matematik yapan ve matematiğin içinden gelen Reuben Hersh'in deneyimleri matematik öğretmenlerine örnek teşkil etmektedir.

### 1.1. Araştırmanın amacı

Bu araştırmada amaç matematik yapmaktan ziyade matematik hakkında konuşabilmenin gerektirdiği merak ve ihtiyaç ile ilgili, bir matematikçi olan Reuben Hersh'in eğitsel ve matematiksel deneyimleri üzerinden, matematiğin doğasına ilişkin bir yaklaşım sunmak ve matematik öğretmenlerine yönelik öneriler belirlemektir. Araştırmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki problemlere cevap aranmaktadır:

- 1- Reuben Hersh'in matematiğin doğası hakkındaki yaklaşımı nasıldır?
- 2- Reuben Hersh'in öğretmenliğe olan bakışı ve deneyimlerinin matematik öğretmenleri açısından doğrularını nelerdir?

### 1.2. Araştırmanın önemi

Matematik eğitiminde matematiğin doğasına ilişkin ilgi, tutum ve inançların etkisinin önemli olduğu aşikârdır (Akman, 2019; Özkara, 2019). Matematiğin doğası matematiğin felsefesini, kavramlarının gelişimini ve tarihinin incelenmesini içermektedir. Bu noktada literatür incelendiğinde matematiğin öğretimine ilişkin inançlara (Baydar & Bulut, 2002; Kayan vd., 2013; Toluk-Uçar & Demirsoy, 2010) ve matematik felsefesine (Sanalan vd., 2013) yönelik araştırmalara rastlanmaktadır. Örneğin Akman (2019), matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi görüşlerinin incelenmesini amaçladığı tez çalışmasında, öğretmen adaylarının matematiksel bilginin doğasına ilişkin olarak matematiksel bilgilerin sonradan edinildiğini ve matematiksel bilgilerin değişebileceğini düşündükleri görülmüştür.

Matematiğin doğası matematik felsefesi konusu hakkında da olduğundan bu noktada yapılan çalışmalara felsefe alanında da rastlanmaktadır. Örneğin Yılmaz (2019), Platon'un genel felsefesini ve matematiğe olan bakışını ortaya koyarak onun matematik felsefesindeki yönlendirici ağırlığını göstermiş ve bilim dünyasından etkisine ve seçkin konumuna işaret etmeyi amaçlamıştır. Aldemir (2008), matematikçi, fizikçi ve bilim felsefecisi olan Poincaré'in bilim anlayışını; Akçagüner (2019) ise Poincaré'in matematik felsefesini odağına almıştır. Felsefe alanında yapılan çalışmalara benzer olarak ele alınan ve matematik eğitime katkı sağlayacağına inanılan bu araştırma Reuben Hersh odağında matematiğin doğası hakkında bir yaklaşım sunmayı ve matematik öğretmenlerine yönelik öneriler belirlemeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın amacı doğrultusunda temelde bir matematikçinin deneyimlerinin incelenmesinin matematik eğitimi alanına önemli katkı sağlayacağına inanılmaktadır. Matematik öğretmen adayları alan bilgisi derslerini çoğunlukla matematikçiler tarafından almaktadırlar. Öğretmen adaylarını etkileyen ana faktörlerden birinin kendilerine öğretilme şekli olduğunun kabul edildiğini belirten Hodgson (2001), öğretmenlerin eğitimcileri olarak hizmet veren matematikçilerin eğitiminin önemli bir sorun olduğunu ifade etmektedir. "Bir matematikçinin bildiği bir şeyi kendisine veya bir meslektaşına açıklaması ile bir öğrenciye açıklaması aynı değildir." (Bass, 1997). Hodgson (2001) buna çözüm olarak matematikçilerin verdikleri eğitimde, öğretmenlerin sınıflarında kullanmaları beklenen yöntemleri kullanmalarını belirtmektedir: Daha fazla öğrenci etkileşimi, daha az öğüt verme ve uyarma, açık uçlu problem çözme vb. gibi. Genel anlamda ise matematik topluluğunun eğitim konularına tam anlamıyla verimli bir şekilde katılmaları için, matematik bölümlerindeki matematikçiler, eğitim fakültelerindeki matematik eğitimcileri ve okullardaki deneyimli matematik öğretmenleri arasında daha iyi bir işbirliğine büyük bir ihtiyaç olduğunu vurgulamaktadır. Reuben Hersh bir matematikçi olarak, literatürde yer alan bu genellemelere uymayan bir üslupla matematik eğitiminde de önemli katkılar sağlamıştır. Katıldığı röportajlardaki ifadeleri ile matematik eğitimi ile ilgili önemli anekdotlar verirken psikolog Vera-John Steiner ile birlikte yazdığı *Loving and Hating Mathematics: Challenging the Myths of the Mathematical Life* isimli kitabında matematikçilerin deneyim, yaşantı ve birbirleriyle ilişkilerine, matematik eğitimindeki reformlara ve kendi deneyimlerine de yer vermektedir. Dolayısıyla Hersh matematikçi ve akademisyen olarak bütüncül bir bakış açısıyla hem matematik hem de matematik eğitimi camiasında aynı anda rol almaktadır. Bu bütünlük dâhilinde Reuben Hersh'in hem matematik hem de matematik eğitimi hakkındaki deneyimleri matematik öğretmenlerine matematik yapan ve matematiğin içinden gelen bir insan olarak önemli bir örnek oluşturacaktır.

## 2. YÖNTEM

### 2.1. Araştırmanın modeli

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman inceleme kullanılmıştır. "Doküman incelemesi hem basılı hem de dijital materyalleri incelemek ya da değerlendirmek için sistematik bir işlem olarak, diğer araştırma yöntemlerinde olduğu gibi, anlam çıkarmak, anlayış kazanmak ve deneysel bilgi geliştirmek için

verilerin inceleme ve yorumlanmasını gerektirmektedir” (Corbin & Strauss, 2008; Rapley, 2007, akt. Bowen, 2009, s. 27).

## 2.2. Veri toplama araçları ve süreci

Bir araştırmacı müdahalesi olmadan kaydedilen metin ve resimler içeren dokümanlar (Bowen, 2009, s. 27), işitsel ve görsel kayıtlar olabileceği gibi genellikle yazılı bir metne sahip olma özellikleriyle esas olan eserlerdir (Scott, 1990, akt. Özkan, 2020, s. 15). Bu araştırmannın amacına yönelik olarak Reuben Hersh’in matematiğin doğası hakkındaki yaklaşımı ve matematiksel ve eğitsel deneyimleri yazarı/konuşmacısı olduğu yazılı ve işitsel/görsel kaynaklar üzerinden incelenmiştir. Araştırmada kullanılan dokümanlara; araştırmacının kendi araştırmasının yanında, araştırma sürecinin ilk safhalarında iletişime geçilen Reuben Hersh’in bizzat kendi önerileri üzerine de ulaşılmıştır. Elde edilen dokümanların listesi Tablo 1’de son hâlini almıştır.

**Tablo 1.**

*Reuben Hersh’e ait Dokümanların Listesi*

*(Tablo 1’de verilen kaynakların tümü incelenmiş ve Reuben Hersh’in birçok kaynağında tekrarlarına rastlanmıştır. Dolayısıyla dokümanların tümünün incelenmesine rağmen, araştırmada kaynak gösterilen dokümanlar tümünü içermemektedir.)*

Sıra No	Kaynağın Adı	Kaynağın Türü	Kaynakça
1.	Tüm yönleriyle matematiksel deneyim	Kitap	Hersh, R., Davis, P. J. & Marchisotto, E. A. (2015). <i>Tüm yönleriyle matematiksel deneyim</i> (Çev. S. Durmuş & İ. O. Erçuar). Nobel Yaşam. (Orijinal çalışma 1995 yılında yayımlandı.)
2	What is mathematics, really?	Kitap	Hersh, R. (1997). <i>What is mathematics, really?</i> Oxford.
3	18 unconventional essays on the nature of mathematics	Kitap	Hersh, R. (Ed.). (2006). <i>18 unconventional essays on the nature of mathematics</i> . Springer.
4	Experiencing mathematics what do we do, when we do mathematics?	Kitap	Hersh, R. (2014). <i>Experiencing mathematics what do we do, when we do mathematics?</i> AMS.
5	Sevgi mi, nefret mi? Matematik aşkı - matematik efsaneleriyle savaşmak	Kitap	Hersh, R. & John-Steiner, V. (2018). <i>Sevgi mi, nefret mi? Matematik aşkı - matematik efsaneleriyle savaşmak</i> (Çev. Ö. Kesici). Doruk. (Orijinal çalışma 2011 yılında yayımlandı.)
6	Humanizing mathematics and its philosophy: Essays celebrating the 90th birthday of Reuben Hersh	Kitap	Sriraman, B. (Ed.). (2017). <i>Humanizing mathematics and its philosophy: Essays celebrating the 90th birthday of Reuben Hersh</i> . Birkhäuser.
7	A university mathematician’s view of what’s wrong with university mathematics education	Makale	Hersh, R. (1995). A university mathematician’s view of what’s wrong with university mathematics education. <i>Humanistic Mathematics Network Journal</i> , 12, 8. <a href="https://doi.org/10.5642/hmnj.199501.12.08">https://doi.org/10.5642/hmnj.199501.12.08</a>
8	Heron’s area formula: What about a tetrahedron?	Makale	Hersh, R. (2004). Heron’s area formula: What about a tetrahedron? <i>The College Mathematics Journal</i> , 35(2), 112-114. <a href="https://doi.org/10.1080/07468342.2004.11922061">https://doi.org/10.1080/07468342.2004.11922061</a>
9	Independent thinking	Makale	Hersh, R. (2003). Independent thinking. <i>The College Mathematics Journal</i> , 34(2), 112-115. <a href="https://doi.org/10.1080/07468342.2003.11921993">https://doi.org/10.1080/07468342.2003.11921993</a>
10	Death and Mathematics Poems	Makale	Hersh, R. (2013). Death and mathematics poems. <i>The Mathematical Intelligencer</i> , 35(1), 5. <a href="https://doi.org/10.1007/s00283-012-9347-3">https://doi.org/10.1007/s00283-012-9347-3</a>
11	Freud on Math	Makale	Hersh, R. (1995). Freud on math. <i>The Mathematical Intelligencer</i> , 17(4), 47. <a href="https://doi.org/10.1007/BF03024788">https://doi.org/10.1007/BF03024788</a>
12	How to do and write math research	Makale	Hersh, R. (1997). How to do and write math research. <i>The Mathematical Intelligencer</i> , 19, 58–60. <a href="https://doi.org/10.1007/BF03024435">https://doi.org/10.1007/BF03024435</a>
13	Under-represented then over-represented: A memoir of jews in American mathematics	Makale	Hersh, R. (2010). Under-represented then over-represented: A memoir of jews in American mathematics. <i>The College Mathematics Journal</i> , 41(1), 2-9. <a href="https://doi.org/10.4169/074683410x475065">https://doi.org/10.4169/074683410x475065</a>

**Tablo 1 (devamı).***Reuben Hersh'e ait Dokümanların Listesi**(Tablo 1'de verilen kaynakların tümü incelenmiş ve Reuben Hersh'in birçok kaynağında tekrarlarına rastlanmıştır. Dolayısıyla dokümanların tümünün incelenmesine rağmen, araştırmada kaynak gösterilen dokümanlar tümünü içermemektedir.)*

Sıra No	Kaynağın Adı	Kaynağın Türü	Kaynakça
14	The "origin" of geometry	Makale	Hersh, R. (2002). The "origin" of geometry. <i>The College Mathematics Journal</i> , 33(3), 2-9. <a href="https://doi.org/10.1080/07468342.2002.11921942">https://doi.org/10.1080/07468342.2002.11921942</a>
15	Some proposals for reviving the philosophy of math	Makale	Hersh, R. (1979). Some proposals for reviving the philosophy of math. <i>Advances in Mathematics</i> , 31, 31-50. <a href="https://doi.org/10.1016/0001-8708(79)90018-5">https://doi.org/10.1016/0001-8708(79)90018-5</a>
16	An interview with AMS author Reuben Hersh	Röportaj (5 video)	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=tYgiVnQubyw&amp;list=PLW-VhIPXy1DW6al9dr8rsXKvDIXc7vhhq">https://www.youtube.com/watch?v=tYgiVnQubyw&amp;list=PLW-VhIPXy1DW6al9dr8rsXKvDIXc7vhhq</a>
17	How humans learn to think mathematically, exploring the three world of mathematics by David Tall	Kitap incelemesi	Hersh, R. (2015). How humans learn to think mathematically, exploring the three world of mathematics by David Tall. <i>The American Mathematical Monthly</i> , 122(3), 292-296.
18	Elements of math from Euclid to Gödel by John Stillwell	Kitap incelemesi	Hersh, R. (2017). Elements of math from Euclid to Gödel by John Stillwell. <i>The American Mathematical Monthly</i> , 124(5), 475-478.
19	Novelty wins, "Straight toward objective" loses! or book review: Why greatness cannot be planned: The myth of the objective by Kenneth O. Stanley and Joel Lehman	Kitap incelemesi	Hersh, R. (2015). Novelty wins, "Straight toward objective" loses! or book review: Why greatness cannot be planned: The myth of the objective by Kenneth O. Stanley and Joel Lehman. <i>Journal of Humanistic Mathematics</i> , 5(2), 161-165.
20	"What kind of thing is a number?" A talk with Reuben Hersh	Röportaj	Edge. (1997, October 2). <i>What kind of thing is a number? A talk with Reuben Hersh</i> . <a href="https://www.edge.org/conversation/reuben_hersh-what-kind-of-thing-is-a-number">https://www.edge.org/conversation/reuben_hersh-what-kind-of-thing-is-a-number</a>

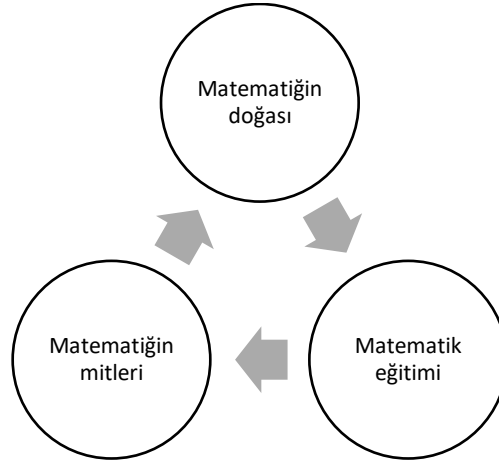
### 2.3. Geçerlik ve güvenilirlik

İncelenen doküman sayısı ve çeşidinin çokluğu bu araştırmanın güvenilirliğini artırmaktadır. Reuben Hersh'in neredeyse 40 yıllık bir süreçte devamlı ürettiği eserlerinde sağladığı bütünlük ile söylemlerinde tekrar eden ve tekrarı olsa da güncellenen birçok kavramın görülmesi araştırmanın geçerliğini artırmaktadır.

### 2.4. Verilerin analizi

Bowen'e göre (2009, akt. Özkan, 2020, s. 2) doküman incelemesindeki analitik işlem süreci, dokümanlardaki verilerin bulunması, seçilmesi, değerlendirme/anlamlandırma ve sentezlenmesini içermektedir. Özellikle içerik analizi yoluyla daha sonradan ana temalar, kategoriler olay örnekleri hâlinde düzenlenmiş olan veri açığa çıkarılmaktadır (Labuschagne, 2003, akt. Bowen, 2009, s. 28). Bu araştırmada da doküman incelemesine uygun olarak, veri analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Temel amacı toplanan verileri açıklayabilecek kavram ve bağlarla ulaşmak olan içerik analizi (Yıldırım & Şimşek, 2018, s. 242), araştırmanın amacına ulaşması için analitik kurgular ya da sonuç çıkarmaya yönelik kurallar kullanılmaktadır (White & Marsh, 2006, akt. Özkan, 2020, s. 37). Araştırmaya başlarken düşünülen kategoriler, araştırma sırasında elde edilen veriler ile esnek bir sürecin sonunda Reuben Hersh'in matematiksel ve eğitsel deneyimlerini en iyi ifade edecek şekilde yeniden belirlenmiştir (Şekil 1). Belirlenen kategoriler altında araştırmanın bulguları devam eden kısımda sunulmaktadır.





Şekil 1. Reuben Hersh'in röportaj ve yazılı kaynaklarından elde edilen bulgulara göre oluşturulan kategoriler

## 2.6. Araştırmanın etik izni

Bu çalışmanın araştırma ve yazım sürecinde araştırmacılar tarafından bilimsel ve etik kurallara uyulduğunu, farklı eserlerden yararlanılması durumunda atıfta bulunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, araştırmanın tamamının veya bir kısmının farklı bir akademik yayın platformuna yayımlanmak üzere gönderilmediğini, belirtilen konularda araştırmanın yazarlarının bilgi sahibi olduğunu ve gerekli kurallara uyulduğunu beyan ederiz. Bu çalışmada insanlardan veri toplanmadığından araştırma etik kurul izni gerektirmemektedir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman inceleme kullanılmıştır.

## 3. BULGULAR ve YORUM

### 3.1. Matematiğin doğası

Matematik kendi tarihi içerisinde tanımlarını, teoremlerini, ispatlarını matematikçilerin ve matematik ile ilgilenenlerin kararlarının etkisiyle geliştirmiştir. Kısmi diferansiyel denklemler ile ilgili çalışmalar yapan Reuben Hersh (2014, s. 1; Hersh vd., 2015, s. 1) çalışmalarında ilerlemesinin alanındaki araştırma ve yayınlarına bağlı olduğunu ifade ederken kendi eğitimine benzer bir eğitim almış olan diğer çalışanlarla paylaştığı bakış açıları ve düşünme biçimleri ile alakalı ustalık getirecek önemli ödüller olduğunu da belirtmektedir. Bu noktada ise kendi yaptıklarının değerini belirleyecek olanın onların yargıları olduğunu ve zaten bir başkasının da bu konularla ilgilenip ilgilenmeyeceğinin şüpheli olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla matematik ile ilgili anlaşılabilirlik için hemen hemen aynı düzeyde bilgi sahibi kişilerle etkileşim sağlayabilecek bir camiaya ihtiyaç vardır. Matematiğin üretildiği bu camiayı Hersh toplum ile benzer görmektedir: "Her çocuğun biraz matematik öğrenmesi ve günlük dilde az da olsa matematiğin bulunması konusunda matematik camiası ve genel itibarıyla toplum birbirine benzemektedir. Yeni matematiğin üretildiği ve iletildiği daha üst düzeydeki faaliyet alanlarında ise küçük bir camia sayılırız." (Hersh vd., 2020, s. 12). Ayrıca Hersh bir kimsenin kendisini matematikçi sayması için en yüksek matematik düzeyinde çalışması gerekmediğini; fizikçi, mühendis, psikolog, bilgisayar bilimcisi, coğrafyacı, ekonomist ya da istatistikçinin de matematikle ilgilenebileceğini ifade etmektedir (Hersh vd., 2020, s. 12).

Matematik sınıfları ise okul yaşamının dışındaki hayatta yapılan matematikten tamamen farklı olmayan şekilde matematiğin öğrenildiği ve öğretildiği yerlerdir/yerler olmalıdır. Van de Walle vd.ne göre (2014, s. 13) sınıflarda "matematik yapmak" gerçek dünyada matematik yapma işini mümkün olduğunca aslına uygun bir şekilde modelleyebilmelidir. Problem çözmek için yöntem geliştirme, bu yöntemleri uygulama, bunların bir sonuca götürüp götürmediğini görme ve verdiğiniz cevapların anlamlı olup olmadığını kontrol etme matematik yapma anlamına gelmektedir (Van de Walle vd., 2014, s. 13). Dolayısıyla matematik yapmanın karşılıklı tartışmalar, etkileşim ve sunulan yargılar üzerinden değerlendirmeleri gerektirmesi zaten matematiğin doğasını yansıtmaktadır ve matematik camiasındaki davranışların bir sembolüdür.

Reuben Hersh matematiğin üretildiği, iletildiği, değişim ve gelişiminin gerçekleştiği bu camianın toplum ile benzerliğini vurgulayarak matematik bilmenin veya yapmanın toplumun diğer disiplinlerle olan ilişkisi bir yana kendisinden bile üstün olmadığını da altını çizmektedir. Literatürde sıklıkla matematik dersindeki kaygı ve endişe üzerine çalışmalara (Bekdemir, 2018; Sırmacı, 2007; Taşdemir, 2015; Yenilmez & Özbek, 2006) rastlanırken Akkaş ve Toluk Uçar (2020) toplumun matematik hakkındaki düşüncelerinin araştırdıkları çalışmalarında matematik dersine ait duygu durumlarına, temelde bireylerin yetiştiği aile ve toplumun yarattığı klişelerin veya okuldaki eğitim durumlarının etki ettiği sonucuna varmışlardır. Hersh'in matematikçi olmayı

veya matematik bilmeyi neredeyse sadece matematikle ilgilenmek olarak ilişkilendirmesi toplumun matematik hakkındaki düşüncelerini ehlileşirecek derecede örnek olmaktadır.

Matematik doğası gereği bilgilerinin üretilmesi, iletilmesi ve geliştirilmesi için insan ve toplumun etkileşimine ihtiyaç duyarken matematiğin tanımı da bu doğrultuya paralel olarak tek değildir. Matematik kendi tarihi içerisinde, tıpkı Hersh'in matematikle ilgilenmeyi illa ki sadece matematikçi olmanın bir parçası olarak göstermemesi gibi, birçok farklı meslek grubundan kişiler tarafından tanımlanmaya çalışılmıştır. Hersh (Hersh vd., 2015, s. 8) ise matematiğin doğasına ve matematiksel bilginin oluşumundaki etkileşimin varlığı ve önemine vurgu yaparak; matematiğin tanımının değiştiğini ve her bir nesil ve her bir nesil içerisinde düşünce üreten matematikçilerin kendi kanaatlerine göre tanımlar formüle ettiklerini ifade etmektedir. Görüldüğü gibi matematiğin tanımı toplum ve matematikçilerin ürettikleri düşüncelerle şekillenmektedir. Bir şeyi tanımlamak o şeyin doğasının özünü yansıtır. Hersh'in tanımı ise matematiğin mutlak olmayan, yanılabilir bir doğası olduğunu ifade etmektedir.

Hersh (2014, s. 125), Matematiğin Temelleri ifadesinin bir metafor olduğundan söz etmektedir. Nedir matematiğin temeli? Hersh (2014, s. 125), en saf haliyle temel bir binayı ayakta tutan şeydir ve matematik bir bina veya gökdelene, hatta sağlam bir temel ile değil de kanatların hareketiyle desteklenen uçan bir kartala da benzetildiğinden bahsetmektedir. Elbette matematik bir bina veya kartal değildir ancak matematik ile bina veya kartal arasındaki benzerlik matematiğin temelleri ifadesini anlamlı kılacaktır. Öte yandan Hersh (2014, s. 125) matematiğin genellikle bir ağaçla karşılaştırıldığından söz etmektedir. Bir ağacın temeli değil kökleri vardır ve dallar büyüdükçe kökler büyür; kesinlikle değişmemesi gereken, sağlam, kalıcı bir temelden ziyade yeni kökler filizlenirken eski kökler kaybolur (kaybolabilir). Hersh ise matematiğin değişmez değil, yanılabilir bir doğası olduğunu düşünmektedir. Matematik tıpkı bir ağacın kökleri ve dallarının büyümesi gibi gelişmektedir; koşullar gerektirdiğinde ve zamanı geldiğinde bazı dallar ve kökler çürüyerek yerini yenilerine bırakmaktadırlar. Sözün özü, matematiğin doğasının süreci bu şekilde açıklanabilmektedir.

Matematiğin gerçekten de bir konusu vardır ve önermeleri anlamlıdır. Ancak, anlam, harici, beşerî olmayan bir gerçeklikte değil, insanoğlunun ortak anlayışında bulunacaktır. Bu bakımdan, matematik bir ideoloji, din ya da sanat formuna benzemektedir: beşerî anlamlarla muhatap olur ve sadece kültür bağlamında anlaşılır. Başka bir deyişle matematik, hümanistik bir incelemedir. Beşerî bilimlerin biridir (Hersh, 2014, s. 50; Hersh vd., 2015, s. 452).

İfadelerinde de görülmektedir ki, Hersh'e göre, matematik insanın içerisinde yer aldığı ve insan etrafında şekillenen sosyal, kültürel ve tarihsel olgulardan bağımsız bir yerde değildir. Kendi görüşlerini hümanistler ve başına buyruklar (*mavericks*) olarak sınıflandırdığı grupta gören Hersh, hümanist matematik felsefesinde kendi yönelimini "sosyal-kültürel-tarihsel" ya da yalnızca "sosyal-tarihsel" olarak ifade ettiğini belirtmektedir (Hersh, 1997, s. 182). Dolayısıyla matematik; sanat, edebiyat, tarih gibi diğer beşerî alanların uğraşları ile benzerlik taşımaktadır. Hersh (2014, s. 50; Hersh vd., 2015, s. 452) aynı doğa bilimlerinin sonuçları gibi dayatmacı olan matematiğin sonuçlarının sadece fikir ürünleri olmamakla birlikte aynı zamanda edebiyat eleştirisindeki gibi kalıcı uzlaşmazlıklara da maruz olmadığını ifade etmektedir.

### 3.2. Matematiğin mitleri

Hersh (2014, s. 36), mitlerin/efsanelerin belirli bir alegorik ya da mecazî güce sahip öyküler olduğunu, bunların kelimenin tam anlamıyla doğru olmadığını fakat nesiller geçtikçe hayatta kaldıklarını ifade etmektedir (Noel ya da paskalya mitleri, kralların ilahi hakkı gibi). Mitlerin, gerçeklikleri bilinebilir olmasa da, sosyal kurumları onaylamakta ve desteklemekte olduğunu ifade ederken matematik kurumunu destekleyen ve haklı çıkaran inançlar olarak matematiğin de mitleri olduğundan söz eder. Mantıkçılık, biçimcilik, oluşturmacılık veya Euclid miti örnek (Hersh, 1997, 2014; Hersh vd., 2015) olmakla beraber Hersh (1997, s. 37-38, 2014, s. 36-37) matematiğin daha genel mitleri olduğunu belirtmektedir:

- 1- Birlik (*Unity*): Şimdi ve sonsuza kadar bölünemez bir tek matematik vardır. Matematik tek ve ayrılmaz bir bütündür.
- 2- Nesnellik (*Objectivity*): Matematiksel gerçek veya matematiksel bilgi herkes için aynıdır. Özellikle kimin keşfettiğine bağlı değildir ve aslında bunu hiç kimsenin keşfedip keşfetmemiş olması doğru olmalıdır.
- 3- Evrensellik (*Universality*): Matematik bildiğimiz gibi olabilecek tek matematiktir. Quasar X9'dan (farklı bir gezegenden) küçük yeşil varlıklar bize matematik ders kitaplarını gönderirse, biz yine  $A=\pi.r^2$  bulurduk.
- 4- Kesinlik (*Certainty*): Matematik, önermelerin gerçeklikleri dikkate alındığında, sonuçların mutlak kesinliğine varan "kanıt" ya da bazen "titiz kanıt" olarak adlandırılan bir metota sahiptir (Hersh, 1997, s. 37-38, 2014, s. 37).

Hersh (1997, 2014, s. 39), bu mitlerin doğru olmak zorunda olmadığını, kullanışlı olmaları gerektiğini ve her ne olursa olsun matematikçilerin bu mitlere inanmak istediklerini ifade etmektedir. Çoğu zaman matematik sınıflarında karşılaşılan durumlardan biri de çözülen problemin tek bir doğru cevabının, hatta tek bir çözümünün olduğudur. Hâlbuki örneğin sadece öğretmenin çözümü yoktur ve insanların farklı olması gibi bir probleme getirilebilecek çözümler de farklı farklıdır. Öğrencilerin problemlere cevaplar verirken doğru mu yanlış mı şeklindeki sorularıyla her öğretmen karşılaşmaktadır. Dolayısıyla bir matematik sınıfı içerisinde bir problemin çözümü de cevabı da önem taşımaktadır. Keskin çizgilerle ayrılmış tek çözüm yolu veya tek bir doğru cevap bulma çabası içerisinde doğruluk veya yanlışlıktan çok kesinlik, evrensellik, birlik ve nesnellik hakkında konuşulabilir. Bu noktada örneğin çoktan seçmeli soruların tek doğru cevabının olması durumunun daha çok ölçme değerlendirme yöntemi ile ilgili olduğu da eklenmelidir. Hersh'in de dediği gibi mitler matematik kurumunu destekleyen ve haklı çıkaran inançlardır. Nesnelere sayılar, semboller, şekiller olduğu bir dünyaya sahip olan matematiği anlamak, öğrenmek, öğretmek, üretmek ve iletmek için daha çok soyut olarak algılanan bu dünyada, tıpkı matematikçiler gibi, matematik öğretmenleri de gerçekliği bu inançlarla sağlayabilirler. En temel anlamda bir matematik sınıfı için bakılacak olursa bu mitler matematik sınıflarında şöyle ifade edilebilir:

- 1- Birlik: O sınıfta öğrenilen matematik dönem sonunda da dönem başında olduğu gibi kural ve teoremler içermekte ve matematik bir bütün halinde öğrenilmektedir. Matematiğin tek olduğu anlaşılmaktadır.
- 2- Nesnellik: Sınıfta öğrenilen matematiksel gerçek veya bilgi her öğrenci ve öğretmen için aynıdır. Öğrencilerin her birinin düşünceleri ayrı ayrı katkı sağlasa da matematiksel bilgi bir bütün halinde tüm sınıf tarafından oluşturulur.
- 3- Evrensellik: Başka sınıf veya okullardan (ülke dışı da olabilir) gelen matematik ders kitabı o sınıfta da anlaşılabilir. Farklı dilde yazılmış bir matematik ders kitabında da yine dairenin alanı  $\pi.r^2$  olarak bulunur.
- 4- Kesinlik: Sınıfta işlenen matematik dersinde, önermelerin gerçeklikleri dikkate alındığı zaman, "kanıt" ya da bazen "titiz kanıt" olarak adlandırılan metotlarla kesin sonuçlara ulaşılır.

Matematiğin mitleri, mitlere duyulan inanç, matematiğin doğasının özünün hissettirilmesinde ve anlaşılmasında zemin oluşturabilir. Matematik öğretmenleri matematiksel bilginin mutlak doğru bilgi olduğu anlayışından ziyade matematiksel bilginin yanılabilir olduğu anlayışı ile matematik yapma sürecini sınıflara bu inançlarla taşıyabilirler.

### 3.3. Matematik eğitimi

Reuben Hersh'in, matematiğin doğasını anlama çabasındaki soru, cevap ve düşünceleri sınıf içerisinde matematik öğretmenlerinin yaşadığı/yaşayabileceği soru ve sorunlara cevap verme süreciyle benzerdir. Reuben Hersh matematikçi olması yönüyle bu duruma doğallık katarken, akademisyen olması yönüyle de matematik öğretmenleri için örnek oluşturmaktadır. Hersh (2018, s. 93), bir matematikçinin deneyiminin, matematiğin içinde bulunduğu uzun tarihten etkilendiğini ifade etmektedir. Dolayısıyla matematik öğretmenler de yaptıkları işin doğasını en iyi şekilde yansıtabilmek adına matematiğin tarihinden uzak bir anlayışta düşünemezler. Hersh ayrıca, matematikçilerin özel etkinliklerinin araştırma ve öğretme olduğunu da belirtmektedir. Bu noktada "*Birçok genç öğrencinin bu titiz disiplin ile yüz yüze geldiğinde hissettiği ötekileştirmeyi yenmek için yardımcı oluyor musunuz?*" veya "*Çözüm baştan savma olduğu zaman kendi kafa karışıklığımızı paylaşıyor musunuz?*" gibi sorularla bir öğretmen için temelde sorunun öğrencileri adına ne yaptığı olduğunu vurgulamaktadır (Hersh & John-Steiner, 2018, s. 352).

İster sınıfta ister kitapta olsun, matematiksel sunumlar çoğunlukla otoriter olarak algılanır ve bu durum öğrencilerde içerleme duygusu yaratabilir. İdeal olarak, matematik öğretimi, "Gelin, beraber mantık yürütelim." çağrısında bulunur. Maalesef, genellikle bunun yerine öğretmenin ağzından dökülen sözcükler, "Bakın, size bunun böyle olduğunu ifade ediyorum." olur (Hersh vd., 2015, s. 314).

Bu noktada, bir problem ispatının zorlama yolu ile yapıldığına işaret ettiğini ifade eder. Hersh'e (Hersh vd., 2015, s. 314) göre, bazı öğretmenlerin çok parlak görünme isteği, kısıtlı olan süre ya da öğretmenin hazırlıksız veya bilgisiz olması gibi sebepler bu durumun oluşmasında etkili olabilmektedir. Ayrıca Hersh'in (Hersh & John-Steiner, 2018, s. 319) ifadesine göre insanlar matematiği sevmiyor olarak doğmaz, matematiği sevmemeyi okulda öğrenirler. Ancak öğretmenlerin matematik yaşamının hem motivasyonel hem bilişsel kısımlarına örnek olduklarını ve modeller olarak devamlılığı öğrettiklerini belirtmektedir. Okul matematiğini hoş bulmayan öğrencilere yönelik öğretmenlere şöyle bir yaklaşımı örnek göstermektedir:

Okulda matematiği sinir bozucu bulan çocuklar için, algoritmalarındaki monoton tekrar bir tür yabancılaşmaya neden olur. Tersine, öğretmen problem çözme, tahmin etme ve sezgiyi içeren daha geniş bir yaklaşım sunduğunda öğrenciler fikirlerle daha serbest, oyun benzeri bir deney tecrübesinin içine girerler. Örnekler, görselleştirme ve mantıksal kurallar aracılığı ile düşünür ve iletişim kurarlar (Hersh & John-Steiner, 2018, s. 59).



Hersh'e göre her çocuktan buz patencisi veya piyanist olması beklenemeyeceği gibi matematik için de bu durum farkıdır. Bu noktada insanların örnek ve öğretilerle usta-çırak ilişkisine benzer bir şekilde taklit ederek öğrendiğini de ifade etmektedir. "Kavrayış ışığının zihinde yanması, dönüm noktası, 'Aha! Şimdi anladım!' âni, gerçekten yeni olan bir şeyin, birey için yeni bir anlayışın, toplum önüne sürülmüş yeni bir kavramın ortaya çıkmasını sembolize eder." (Hersh vd., 2015, s. 315-316). Hersh, buna karşı oluşturulan direnç, kırgınlık ve reddedişin nedenleri ile ilgili şunları söylemektedir:

İncelenen konuya karşı duyulan hatırı sayılır tahammülsüzlük duygusudur. Bu tahammülsüzlük, şaşırtıcı olmakla birlikte, genelde iyi öğrencilerde görülür. Bu öğrenciler genelde konuyu bir an evvel anlamayı talep ederler. Matematik bu öğrenciler için hep kolay olmuştur. Kavrayış ve sezgilerini kolayca kazanmışlardır ancak daha ileri seviyede matematiğe doğru ilerledikçe konuların zorluğu da artmaktadır. Deneyimleri eksiktir. Stratejiden yoksundurlar. Bir konu etrafında ayrıntılı şekilde düşünmenin nasıl olacağı konusunda tecrübeli değildir. Anlayış sancılı hâle gelir. Aktarılacak bilgilerin onlarca, yüzlerce parlak insanın yüzyıllar boyunca ortaya koyduğu düşüncelerin nihai sonucu olduğunu belirtmek öğrenciler üzerinde çok az etki yaratır. Bir şeyi anında kavrama arzusu çok güçlüdür ve sonuç itibarıyla güçten düşürücü hâle gelebilir. (Eğer bunu hemen anlamazsam o zaman asla anlayamam, dolayısıyla umurumda da olmaz.) (Hersh vd., 2015, s. 315).

Matematiğin sabır, tahammül ve titizlik gerektirdiği aşikârdır ve bu durum öğretime de yansımalıdır. Reuben Hersh (1997) bir röportajında sınıftaki deneyimlerinden bahsetmektedir. Öncelikle iyi bir matematik öğretmeni örneklerle başlamalı, önce soruyu sorup çözüm ya da cevabını hemen söylememeli ve sınıfın vücut dili ve göz hareketlerine uyanık olmalıdır. Dahası öğrenciler gözlerini yuvarlamaya ya da geriye yaslanmaya başlarsa, yaptığı çözümü durdurabilir, öğrencileri yanıt vermeye zorlayabilir ve yeri geldiğinde öğretmenin kendisinin bile "Anlamadım" demesi gerekebilir.

Öğrencilerin ödevleri vardı; bir şey üzerinde çalışmaları ve daha sonra sınıfta bunun hakkında konuşmaları gerekiyordu. Bir gün gönüllü çağırdım. Gönüllü yok. Bekledim. Bekledim. Sonra, çok cesur hissederek, odanın arkasına gittim, oturdum ve hiçbir şey söylemedim. Bir süre geçti ve sonra bir daha. Ardından bir öğrenci tahtaya kalktı, daha sonra da bir diğeri. Çok iyi bir sınıf olduğu ortaya çıktı. Anahtar, susmaya istekli olmamdı. Yüzlerce kez yaptığım, "Tamam, sana göstereyim" diyerek kolay olan şeyi yapmış olurdum. Bu belki de çoğu öğretmenler için en büyük zorluktur, çok fazla konuşmamak. Sessiz olun. İki veya üç dakika sessizlik olursa dünyanın sona erdiğini düşünmeyin (Hersh, 1997).

Hersh'e göre, matematik ve matematik eğitimi araştırmaları aynı alanda insan faaliyetleridir ve felsefi temellerinin uyumu doğal karşılanabilir. İnsan zihninin bir ürünü ve beşerî bilimlerin biri olan matematiğin öğretiminin ardındaki felsefe bugün Reuben Hersh ve benzer zihinlerin oluşturduğu düşüncelere göre yanılabilir bir disiplin olarak tarihi, felsefesi ile birlikte ele alınmalıdır. Çünkü matematiğin nesnelere insanın zihinsel faaliyetlerinin ürünlerinden oluşmaktadır ve genel olarak "soyut" görünen bu nesnelere matematiksel ve gerçek yaşam ile uyum içerisindedir, matematik gerçek yaşamda da işe yaramaktadır. Dolayısıyla "matematiği kültürel bağlam içerisinde vermek, tarihsel gelişim hikâyesini anlatmak ya da okul kitaplarında yer almayan çözülmemiş problemlerin zenginliğinden ve hatta başlıkların varlığından bahsetmek, sınava hazırlanmak için geriye daha az zaman kalmasına neden olur" (Stewart, 2013, s. 51).

#### 4. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Matematik öğretmenleri ülkemizde çoğunlukla zor olarak görülen bir dersi uzun saatler içerisinde vermeye yetkili kişilerdir. Matematik bilgisi, pedagoji ve pedagojik alan bilgisine sahip olması gereken/beklenen matematik öğretmenlerine yönelik yapılan çalışmalarda matematik öğretimi noktasında eksikler olduğu gibi sonuçlara (Gürbüz & Durmuş, 2009; Osmanoglu, 2019) ulaşılmakta ve aynı zamanda matematik öğretimine ilişkin inançları da araştırılmaktadır (Sinan & Akyüz, 2012). Literatürde yer alan çalışmalar temel alınarak matematik camiasının içinden bir özne olan Reuben Hersh'in deneyimleri matematik öğretmenleri için örnek teşkil etmektedir. Reuben Hersh'in matematikçi yönü öğretmenlerin alan bilgisine, akademisyen yönü ise pedagoji ve pedagojik alan bilgisine örnek olmaktadır. Hersh'in kendi yaşadığı süreçleri birinci ağızdan anlatmış olması ve bu süreçlerin matematik sınıflarında benzer durumlarıyla karşılaşılması Hersh'in deneyimlerinden matematik öğretmenlerine öneriler ortaya çıkmasını ve sunulmasını mümkün kılmaktadır. Bu makalenin amacına uygun olarak edinilen bulgular nazarında matematik öğretmenlerine yönelik birtakım öneriler ortaya konulmaktadır.

Matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken/beklenen alan bilgisi, pedagoji bilgisi ve pedagojik alan bilgisi temelde öğretilen şeyin doğasının ne olduğunun anlaşılmasını ve bunun eğitim-öğretim etkinliklerine yansıtılmasını içermektedir. Bu noktada matematik yapan ve matematiğin içinden gelen bir insan olarak Reuben Hersh araştırma ve düşünüş yönüyle örnek olmaktadır. Reuben Hersh'in uzun çalışma hayatının ikinci yarısında,

edinilmiş rahat meslek hayatından başka bir boyuta geçerek öğrenilmiş matematiksel bilgiler üzerine yeniden düşünüşü, matematiğin ne olduğu üzerine daha fazla araştırma yaparak bunları aktarma ve tartışma çabası vermesini sağlamıştır. Kendi deyimiyle “bunların hiçbirisi mesleğinin veya kariyerinin gereksinimlerinden değildi. Tersine, böyle olağan dışı ve belirsiz maceralar en iyimsiz ihtimalle kıymetli zamanın akılsızca boşa harcanması, en kötü ihtimalle ise psikoloji, sosyoloji ve felsefe gibi şaibeli ve şüpheli girişimlerle ilgilenmek olarak görülebilirdi.” (Hersh, 2014, s. 1; Hersh vd., 2015, s. 1). Hersh’e göre (2014, s. 1; Hersh vd., 2015, s. 2) kendisi de diğerleri gibi bir matematikçiydi ancak bu matematikçiyi hayretle izleyen ve böyle garip bir yaratığın, böyle garip bir etkinliğin dünyaya gelmesi ve binlerce yıldır varlığını sürdürebilmiş olması karşısında daha çok hayrete düşen ikinci bir benlik, bir Öteki geliştirmişti. Bu bağlam içerisinde lisans eğitimleri bitmiş olsun olmasın, hatta mesleğinde uzun yıllar geçmiş olsun matematik öğretmenlerinin öğrenme sürecinin dinamik bir şekilde devam edebileceğinin kaçınılmaz olduğu söylenebilmektedir. Öğretilen/öğretilecek matematiğin doğasının anlaşılması öğrenilmiş matematiksel bilgi ve aynı zamanda pedagojik bilgilerin daha sağlam bir şekilde anlaşılmasını ve bunların eğitim-öğretime yansımaları sağlayacaktır.

Hersh’in (2014, s. 2; Hersh vd., 2015, s. 3) ifadelerinde de görülmektedir ki matematik yapmak ve matematik hakkında konuşmak aynı şeyler değildir. Van de Walle vd.ne göre (2021, s.13) matematik yapmak; bir problemi çözmek için yöntemler üretmek, bu yöntemleri uygulamak ve bulunan bir cevabın mantıklı olup olmadığını kontrol etmek anlamına gelmektedir. Ancak matematik eğitimi; sadece matematik yapmanın ötesinde matematik hakkında konuşabilmeyi de içermelidir. Matematik de her bir nesil ve her bir nesil içinde düşünce üreten matematikçiler tarafından üretildiği ve iletildiğinden, bu durum matematiğin doğasının anlaşılmasına katkı sağlayacaktır. Matematik hakkında konuşabilmenin zeminini ise matematiğin kendi tarihi ve felsefesi oluşturmaktadır. Dolayısıyla matematik öğretmenlerinin matematik tarihi ve felsefesi bilgisine ve bunu derslerinde öğretebilme becerisine sahip olması gerekmektedir. Bunun için matematik öğretmenleri matematik hakkındaki tartışmaları, güncel problemleri, çeşitli ispatları ve ispat yöntemlerini, geçmiş matematik tarihini takip edebilmelidir. Matematik tarihi ve felsefesinin matematik sınıflarına uygulanabilmesi noktasında araştırmalar mevcut olup matematik öğretmenleri bu çalışmaları örnek alabilmektedirler. Çünkü matematiğin yanılabilir bir doğası vardır ve okul matematiği matematikçilerin yaptığı matematikten ayrı bir yerde durmamaktadır. Matematik yapmak ve matematik hakkında konuşabilmek eylemleri günceli takip eden, dinamik bir öğrenme süreci içerisinde kendini geliştiren matematik öğretmenleri tarafından eş zamanlı olarak matematik sınıflarında yer bulabilir. Bu kendini geliştirme süreci süreklilik içerisinde olduğunda ise matematik öğretmenleri sadece matematiği öğreten değil matematiği sürekli öğreniyor olan kişiler olarak öğrencilere canlı birer örnek olacaklardır.

Doğru olmak zorunda olmayan, kullanışlı olmaları gereken mitler hakkında ise Hersh (1997, 2014, s. 39) her ne olursa olsun matematikçilerin bu mitlere inanmak istediklerini ifade etmektedir. Genel anlamda matematiğin bir, evrensel, kesin ve nesnel olduğu inancını içermektedir. Matematiğin mitleri matematik sınıfında matematiğe yönelik inancın oluşturulması ve ehlileştirilmesinde imkân sağlayabilir. Matematik öğretmenlerinin matematik sınıflarındaki tavırları bu inançların önünü genişletecek ve bu inançları destekleyecek nitelikte olduğu takdirde öğrenme ve öğretim faaliyetleri bütünlük içerisinde gerçekleştirilebilir. Bu bütünlük problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme içermesi beklenen matematik yapmanın yanında, matematiğin ne olduğu üzerine düşünme, tartışma, konuşma, paylaşma ile sağlanabilir. Bir şeyi yapabilme becerisi, o şey üzerine felsefi anlamda düşünebilmenin önünü genişletecektir ve bu durum çift yönlüdür. Matematiği yapmanın ötesinde ve eş zamanlı olarak devam eden matematiğin varlığı, bilgisi ve ne işe yaradığı hakkında düşünmek sadece matematikçilerin veya matematik felsefesi ile ilgilenen filozof ve matematikçilerin yapacağı bir şey olmamaktadır. Deneyim kazandıkları takdirde matematik öğretmenlerinin matematik sınıflarına taşıyabileceği kadar doğal bir süreçtir.

Reuben Hersh’in akademisyen/eğitimci yönü matematik eğitimi hakkında onun daha somut deneyimlerine ulaşabilmeye ve bunları örnek olarak sunabilmeye imkân sağlamaktadır. Matematiksel bilgi bazen uzun bazen de kısa soluklu tartışmalarla üretilir ve iletilir. Matematik yapan ve matematiğin içinden gelen bir insan olarak Hersh, matematiksel bilgileri öğrenme, matematiksel bilgi üretme süreçlerini öğrencilerle yeniden deneyimleme çabası içerisinde. Bu bağlamda matematiği yanılabilir bir doğaya sahip sosyal-kültürel-tarihsel bir disiplin olarak ele alan Hersh sınıfta kendi kafa karışıklığını paylaşmaktan geri durmayan bir eğitimci olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bir matematikçi olarak Reuben Hersh’in sınıflarda olması gerektiği düşündüğü sabırlı tavır matematiğin doğasını yansıtmaktadır. Dolayısıyla matematik sınıflarında bir problemin cevabının hemen verilmesi için acele edilmemelidir. Genel anlamda sınıflarda matematik yapma, matematiği öğrenme ve öğretme süreçleri bu süreçleri sürekli olarak deneyimleyen matematikçilerin yaptıklarından farklı olmak durumunda/zorunda değildir. Öğrencilerin matematik yapmalarına fırsat verilmeli, düşüncelerini oluşturma ve paylaşmaları için imkân sağlanmalıdır. Bu noktada matematik sınıflarında beyin fırtınası, tartışma, kartopu gibi ve daha birçok öğretim yöntemi ve teknikleri kullanılabilir/kullanımı artırılabilir.

Doğası, tarihi, felsefesi ile birlikte matematiğe bütüncül olarak bakıldığında matematik sınıfları; matematiğin ve matematiksel bilginin ne olduğu, nasıl üretildiği, ne işe yaradığı gibi meselelerin konuşulduğu, tartışıldığı en doğal mekânlar olabilmektedir/olabilmelidir. Bu doğallığı oluşturacak ve sürdürecektir kaynak ise en başta matematik öğretmenleridir. Yapılmakta olan iş, daha önceki deneyimlerin ürünü, o an öğrenilenler ve sonrasında kazanılacak bilgi ve becerilerin oluşturduğu merak ve ilgiden meydana gelmektedir. Matematik öğretmenlerinin zaten edinmiş olduğu alan, pedagoji ve pedagojik alan bilgileri her yeni zamanda ve farklı öğrencilerle bulunduğu sınıflarındaki öğrenme ve öğretme süreçleri için elbette aynı kalmayacak kadar güncellik içermelidir. Bu bağlamda matematik öğretmenlerinin durağan değil dinamik bir şekilde matematiksel anlamdaki ve eğitim-öğretim konusundaki deneyimlerini artırmaları ve çeşitlendirmeleri gerekmektedir. Bu gereklilik matematik sınıflarındaki deneyimlerin de hem daha çeşitli hem de daha kontrollü bir şekilde gelişmesini sağlayacaktır. Matematik öğretmenlerinin edineceği deneyimler ve derse hazırlık için yapacağı planlar, ders hakkındaki/sırasındaki merak, ilgi, tutum ve becerilerin olumlu yönde gelişmesine katkı sağlayacaktır. Burada kazanılacak süreklilik ile beraber ise ders sırası ve sonrası yapılan ölçme-değerlendirmeler için daha az stres ve kaygı oluşacaktır. Dolayısıyla matematik sınıflarının dinamiği ilk olarak matematik öğretmenlerinin matematiğin doğasına dair yaklaşımları, inançları, öğrenme-öğretme süreçlerindeki bilgi, beceri ve öğrenme-öğretmeye olan bakış açıları çerçevesinde meydana gelmekte denilebilmektedir.

Bu araştırmada Reuben Hersh'in matematiğin doğası hakkındaki yaklaşımı sunulmuş ve kendi deneyimlerinden elde edilen bulgulara göre matematik öğretmenlerine yönelik öneriler ortaya konulmuştur. Bu araştırmanın gelecek çalışmalara kaynak olması hâlinde benzer olarak matematik camiasına mensup kişilerin matematiksel deneyimlerinin çeşitlendirilmesi ve geliştirilmesine yönelik araştırmalar ve uygulamalar yapılabilir. Aynı zamanda psikoloji, eğitim bilimleri, sosyoloji, felsefe, antropoloji, edebiyat, pedagoji gibi farklı meslek gruplarına mensup kişilerin de matematiğin doğasına yönelik görüşleri incelenebilir. Böyle bir çalışma matematik camiasına dışarıdan bir bakış açısı sunarak katkı sağlayabilir.

## KAYNAKÇA

- Akkaş, E. & Toluk-Uçar, Z. (2020). Toplumun matematik hakkındaki düşünceleri. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 11(2), 473-491.
- Akçagüner, K. (2019). *Poincaré'nin matematik felsefesi ve yeni bir aritmetik inşa etmenin olanaksızlığı* [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp>
- Akman, Ş. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi görüşlerinin incelenmesi* [Yüksek lisans tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi]. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp>
- Aldemir, A. (2008). *Henri Poincare'nin bilim anlayışı* [Yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi]. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp>
- Alkan, V. (2011). Etkili matematik öğretiminin gerçekleştirilmesindeki engellerden biri: Kaygı ve nedenleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 89-107.
- Baydar, S. C. & Bulut, S. (2002). Öğretmenlerin matematiğin doğası ve öğretimi ile ilgili inançların matematik eğitimindeki önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 62-66.
- Bass, H. (1997). Mathematicians as educators. *Notices of the AMS*, 44(1), 18-21.
- Bekdemir, M. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarındaki matematik kaygısının nedenleri ve azaltılması için öneriler (Erzincan Eğitim Fakültesi örneği). *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 131-144.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>
- Edge. (1997, October 2). *What kind of thing is a number? A talk with Reuben Hersh*. [https://www.edge.org/conversation/reuben\\_hersh-what-kind-of-thing-is-a-number](https://www.edge.org/conversation/reuben_hersh-what-kind-of-thing-is-a-number)
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. State University of New York Press.
- Frenkel, E. (2016). *Aşk ve matematik* (Çev. C. Keskin, 2. baskı). Paloma. (Orijinal çalışma 2013 yılında yayımlandı.)
- Gür, B. (2019). *Matematik felsefesi*. Fol.
- Gürbüz, K. & Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1), 1-22.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* Oxford.
- Hersh, R. (2014). *Experiencing mathematics what do we do, when we do mathematics?* AMS.
- Hersh, R., Davis, P. J. & Marchisotto, E. A. (2015). *Tüm yönleriyle matematiksel deneyim* (Çev. S. Durmuş & İ. O. Erçuar). Nobel Yaşam. (Orijinal çalışma 1995 yılında yayımlandı.)
- Hersh, R. & John-Steiner, V. (2018). *Sevgi mi, nefret mi? Matematik aşkı - matematik efsaneleriyle savaşmak* (Çev. Ö. Kesici). Doruk. (Orijinal çalışma 2011 yılında yayımlandı.)
- Hersh, R., Davis, P. J. & Marchisotto, E. A. (2020). *Tüm yönleriyle matematiksel deneyim* (Çev. S. Durmuş & İ. O. Erçuar, 2. baskı). Nobel Yaşam. (Orijinal çalışma 1995 yılında yayımlandı.)
- Hodgson, B. (2002). The mathematical education of school teachers: Role and responsibilities of university mathematicians. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study* (pp. 501-518). Kluwer Academic.
- Kayan, R., Haser, Ç. & Işıksal-Bostan, M. (2013). Matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimi hakkındaki inanışları. *Eğitim ve Bilim*, 38(167), 179-195.
- Osmanoğlu, A. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 49, 60-80.
- Özkan, U. M. (2020). *Eğitim bilimleri araştırmaları için doküman analizi yöntemi* (3. baskı). Pegem Akademi.
- Sanalan, V. A., Bekdemir, M., Okur, M., Kanbolat, O., Baş, F. & Özturan-Sağırılı, M. (2013). Öğretmen adaylarının matematiğin doğasına ilişkin felsefi düşünceleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 155-168. <http://dx.doi.org/10.9779/PUJE464>
- Sırmacı, N. (2007). Üniversite öğrencilerinin matematiğe karşı kaygı ve tutumlarının incelenmesi: Erzurum örnekleme. *Eğitim ve Bilim*, 32(145), 53-70.
- Sinan, O. & Akyüz, G. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretimine ilişkin inançları. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 9(17), 327-346.
- Stewart, I. (2013). *Genç matematikçiye mektuplar*. Profil.
- Taşdemir, C. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik kaygı düzeylerinin incelenmesi. *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi*, 5(1), 1-12.
- Toluk-Uçar, Z. & Demirsoy, N. H. (2010). Eski-yeni ikilemi: Matematik öğretmenlerinin matematiksel inançları ve uygulamaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39, 321-332.
- Van de Walle, J., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. Ed. S. Durmuş). Nobel. (Orijinal çalışma 1994 yılında yayımlandı.)

- Van de Walle, J., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. (2021). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. Ed. S. Durmuş). Nobel. (Orijinal çalışma 1994 yılında yayımlandı.)
- Yenilmez, K. & Özbey, N. (2006). Özel okul ve devlet okulu öğrencilerinin matematik kaygı düzeyleri üzerine bir araştırma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 431-448.
- Yıldırım A. & Şimşek H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin.
- Yılmaz, E. (2019). *Matematik felsefesinde platonculuk* [Yüksek lisans tezi, Çankırı Karatekin Üniversitesi]. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/giris.jsp>



## EXTENDED ABSTRACT

### 1. INTRODUCTION

Apart from pure mathematicians, considering that mathematics takes place in a large part of school life, even people whose main job is not mathematics have dealt with mathematics in their daily life. This situation varies from passing math classes at school with an average score to studying in a department related to math or being a math teacher. Reuben Hersh, as a person who does mathematics and comes from within mathematics, states that he has a field of his own (partial differential equations), but after he started teaching the Fundamentals of Mathematics course, he approached mathematics from a different angle. In the second half of his working life, he worked on the philosophy of mathematics. Fundamentals of Mathematics; It is a field that includes the history and philosophy of mathematics and the formation of mathematical concepts. Therefore, it requires talking and discussions about mathematics with a deep thinking beyond doing mathematics. Mathematics is sometimes deliberated in a class that people both learning and teaching mathematics and that is quite normal. Considering some research questions and results in the literature (Alkan, 2011), even through these deliberations are about anxiety and concerns, in fact they are about what mathematics is about and what it does. Asking questions about the nature of mathematics and seeking answers are quite natural for people who learn and teach mathematics. At this point, the experiences of Reuben Hersh, as a person who does mathematics and comes from within mathematics serve as an example for mathematics teachers. The aims of this study are:

- 1- What is Reuben Hersh's approach to the nature of mathematics?
- 2- What are the implications of Reuben Hersh's view and experience of teaching for mathematics teachers?

### 2. METHOD

In this study, qualitative research method and document analysis were used. "Document analysis is a systematic procedure for reviewing or evaluating documents -both printed and electronic (computer-based and Internet-transmitted) material. Like other analytical methods in qualitative research, document analysis requires that data be examined and interpreted in order to elicit meaning, gain understanding, and develop empirical knowledge" (Corbin & Strauss, 2008; Rapley, 2007; as cited in Bowen, 2009, p. 27). "Documents contain text (words) and images that have been recorded without a researcher's intervention." (Bowen, 2009, p. 27). The high number and variety of documents examined increases the reliability of this research. The integrity provided by Reuben Hersh in his works, which had been published for almost 40 years and edited & updated by him increases the validity of the research. In this study, "content analysis" was used while analyzing the data in accordance with the document analysis used as a research method. The findings of this study were analyzed according to the following categories: nature of mathematics, myths of mathematics and learning & teaching mathematics.

### 3. FINDINGS, DISCUSSION AND RESULTS

**Nature of Mathematics:** "It is by no means necessary for one to think of oneself as a mathematician to operate at the highest mathematical levels; one might be a physicist, an engineer, a computer scientist, an economist, a geographer, a statistician or a psychologist." (Hersh, et al., 2020, p. 12). Mathematics classes are / should be places where mathematics is learned and taught in a way that is not completely different from mathematics in life outside of school life. According to Van de Walle et al. (2014, p. 13), "Doing mathematics in the classroom should be able to model the work of doing mathematics in the real world as faithfully as possible."

While studies on anxiety and worry in the mathematics lesson (Bekdemir, 2018; Sırmacı, 2007; Taşdemir, 2015; Yenilmez & Özbey, 2006) are frequently encountered in the literature, In Akkaş and Toluk Uçar's (2020) studies investigating society's thoughts on mathematics; they concluded that the emotions of the mathematics course were mainly influenced by the stereotypes created by the family and society in which the individuals were raised, or by their educational status at school. According to Hersh (Hersh et al., 2015, p. 8); "The definition of mathematics changes. Each generation and each thoughtful mathematician within a generation formulates a definition according to his lights." Mathematics is not in a place independent from the social, cultural and historical facts that human beings take place and that are shaped around the human. Hersh, who sees his views in the group he classifies as humanists and mavericks, states that he expresses his orientation as "social-cultural-historical" or simply "social-historical" in humanist mathematical philosophy (Hersh, 1997, p. 182). Therefore, mathematics; It is similar to the occupations of other humanities such as literature, history and art.

**Myths of Mathematics:** Hersh says that myths / legends are stories that have a certain allegorical or figurative power. "It is not literally true, but it survives while the generations pass by. Such, for instance, was the myth of the divine right of kings. Such are the myths of Christmas and Easter, and of course, the corresponding myths of

other religions.” (Hersh, 2014, p. 36). “Myths, of course, need not be true; they need to be useful. Whatever the reason, it is clear that mathematicians want to believe in unity, objectivity, universality, and certainty, somewhat as Americans want to believe in the Constitution and free enterprise, or other nations, in their Queen or their Revolution.” (Hersh, 1997, p. 39; Hersh, 2014, p. 39). Like mathematicians, mathematics teachers can provide reality with these beliefs in this world, which is perceived as more abstract in order to understand, learn, teach, produce and convey mathematics, a world where its objects are numbers, symbols, and shapes. If we look at these myths in the simplest sense in a mathematics class;

- 1- *Unity*: Mathematics is learned in that classroom includes rules and theorems at the end of the term as well as at the beginning of the term, and mathematics is learned as a whole.
- 2- *Objectivity*: The mathematical truth or knowledge learned in the classroom is the same for every student and teacher. Although the thoughts of each student contribute separately, the mathematical knowledge as a whole constitutes the whole class.
- 3- *Universality*: Mathematics textbook from other classes or schools (may be abroad too) can also be understood in this class. The circle's area is found as  $\pi.r^2$  from a mathematics textbook written in a different language.
- 4- *Certainty*: In the mathematics lesson, considering the factuality of the propositions, absolute definite results are reached by methods called "proof" or sometimes "rigorous proof".

**Mathematics Education:** The formation process of Hersh's thoughts and thoughts towards understanding the nature of mathematics is similar to the process of answering questions and problems that mathematics teachers experience in their classroom. Hersh (2018, p. 93) states that the experience of a mathematician is influenced by the long history of the mathematics discipline. Therefore, teachers who teach mathematics cannot be thought of in an understanding away from the history of mathematics in order to reflect the nature of their work in the best way. Hersh states that the special activities of mathematicians are teaching and researching.

Hersh states that people are not born to hate mathematics, and that they learn not to love it at school (Hersh & John-Steiner, 2018, p. 319). He states that teachers are examples of both cognitive and motivational aspects of mathematics life and they teach continuity as models. In an interview, Hersh (1997) talks about his own experiences, as an example of the attitudes of the students. It describes that a good math teacher starts with examples, first asking the question and not immediately saying what the problem is, and the class is alert to body language and eye movements. He even suggests that when students start rolling their eyes or leaning back, he should stop solving the problem and somehow force them to respond, even the teacher might say “I don't understand it”.

Hersh (2015) states that mathematics education and mathematics research are human activities in the same field and it would be natural for their philosophical foundations to be compatible. “To give mathematics in a cultural context. Telling the story of historical development, or talking about the richness of unsolved problems that are not included in school textbooks, and even the existence of titles, leaves less time to prepare for the exam.” (Stewart, 2013, p. 51). Therefore, if the teaching of mathematics covers the history and philosophy of mathematics, it will reflect its nature in the best way.

## ARAŞTIRMACILARIN KATKI ORANI

Araştırmaya 1. yazar %60, 2. yazar %40 oranında katkı sağlamıştır.

Yazar 1: Araştırmanın tasarlanması, yöntemin belirlenmesi, veri analizi, raporlaştırma, geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları.

Yazar 2: Araştırmanın tasarlanması, yöntemin belirlenmesi, veri analizi, raporlaştırma, geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları, danışmanlık.

## ÇATIŞMA BEYANI

Bu araştırmada herhangi bir potansiyel çıkar çatışması bulunmamaktadır.

## ARAŞTIRMANIN ETİK İZİNİ

Bu çalışmanın araştırma ve yazım sürecinde araştırmacılar tarafından bilimsel ve etik kurallara uyulduğunu, farklı eserlerden yararlanılması durumunda atıfta bulunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, araştırmanın tamamının veya bir kısmının farklı bir akademik yayın platformuna yayımlanmak üzere gönderilmediğini, belirtilen konularda araştırmanın yazarlarının bilgi sahibi olduğunu ve gerekli kurallara uyulduğunu beyan ederiz. Bu araştırmada insanlardan veri toplanmadığından araştırma etik kurul izni gerektirmemektedir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman inceleme kullanılmıştır.