



A multi-objective programming-based approach to material life prediction: Weibull distribution application

Emre Koçak*^{ORCID}, H. Hasan Örkücü^{ORCID}

Department of Statistics, Faculty of Science, Gazi University, 06500, Yenimahalle, Ankara, Turkey

Highlights:

- NSGA-II method is used for multi-objective optimization problem
- Parameter estimation of Kevlar 49 / Epoxy dataset using Weibull distribution
- Evaluation of parameter estimation methods together

Keywords:

- Weibull distribution
- Pareto optimal solutions
- NSGA-II

Article Info:

Research Article
Received: 17.04.2021
Accepted: 06.11.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.918607

Correspondence:

Author: Emre Koçak
e-mail:
emrekocak@gazi.edu.tr
phone: +90 534 649 8937

Graphical/Tabular Abstract

In the solution of the multi-objective optimization problem, there are alternative solution sets called Pareto optimal solution instead of a single optimal solution called the ideal solution. In addition to offering a broad set of solutions, there are various approaches to obtain Pareto solutions, for which there is a compromised solution for all the functions discussed. Multi-objective meta-heuristic methods are an important method in obtaining Pareto solutions as they produce many solutions, do not use derivative calculations, provide a good approach to Pareto optimal solutions, and can be easily applied to optimization problems. Besides being a multi-objective meta heuristic method, non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) is one of the most effective methods used in obtaining the Pareto solution set.

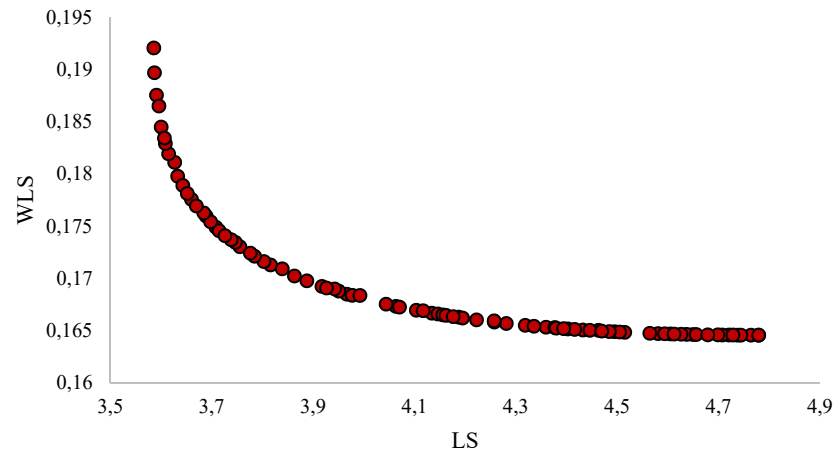


Figure A. Pareto optimal solution set

Purpose: This study, which is based on least square (LS), weighted least square (WLS) and maximum likelihood (ML) estimation methods, proposes the use of a multi-objective programming approach to estimate the parameters of the Weibull distribution. Thus, it is aimed to obtain better estimation results by evaluating the parameter estimation process of these methods together.

Theory and Methods:

The NSGA-II method, which is a multi-objective heuristic approach, was used to solve the multi-objective programming estimation model. As the multi-objective estimation model, the cases of LS-WLS, LS-ML and WLS-ML were taken into consideration and these cases were compared with the classical LS, WLS and ML methods.

Results:

The Kevlar 49 / Epoxy dataset was used to demonstrate the applicability of the proposed approach. According to the results, the best parameter estimation results were given in cases where the ML method was evaluated only and together, LS-ML and WLS-ML multi-objective parameter estimation models.

Conclusion:

If it is desired to use a multi-objective optimization problem in estimating the parameters of a data set with Weibull distribution, a model including ML method will give better results.



Madde ömrü tahmininde çok amaçlı programlama tabanlı bir yaklaşım: Weibull dağılımı uygulaması

Emre Koçak*^{ID}, H. Hasan Örkücü^{ID}

Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 6500, Yenimahalle, Ankara, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- Çok amaçlı optimizasyon problemi için NSGA-II yöntemi kullanılır
- Weibull dağılımını kullanarak Kevlar 49 / Epoksi veri setinin parametre tahmini
- Parametre tahmin yöntemlerinin birlikte değerlendirilmesi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 17.04.2021

Kabul: 06.11.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.918607

Anahtar Kelimeler:

Weibull dağılımı,
pareto optimal çözümler,
NSGA-II

ÖZ

Weibull dağılımı, hata oranları ve sistem güvenilirliği gibi çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Geniş uygulaması nedeniyle, Weibull dağılımı için en iyi parametre tahmin yöntemini belirlemek çok önemlidir. En bilinen parametre tahmin yöntemleri en küçük kareler (EKK), ağırlıklı en küçük kareler (AEKK) ve en çok olabilirlik (EÇO) olmasına rağmen, bu yöntemler farklı özelliklere sahiptir ve farklı tahmin sonuçları verebilir. Bu yöntemlerin birlikte değerlendirilerek daha iyi tahmin sonuçları elde edilmesinin amaçlandığı bu çalışmada, çok amaçlı programlama yaklaşımının kullanılması önerilmektedir. Oluşturulan çok amaçlı programlama tahmin modelini çözmek için çok amaçlı bir sezgisel yaklaşım olan baskın sıralı genetik algoritma II yöntemi kullanılmıştır. Önerilen yaklaşımın uygulanabilirliğini göstermek için Kevlar 49 / Epoksi veri seti kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre en iyi parametre tahmin sonuçları, EÇO yönteminin tek ve birlikte değerlendirildiği durumlar olan EKK-EÇO ve AEKK-EÇO çok amaçlı tahmin modelleri vermiştir.

A multi-objective programming-based approach to material life prediction: Weibull distribution application

H I G H L I G H T S

- NSGA-II method is used for multi-objective optimization problem
- Parameter estimation of Kevlar 49 / Epoxy dataset using Weibull distribution
- Evaluation of parameter estimation methods together

Article Info

Research Article

Received: 17.04.2021

Accepted: 06.11.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.918607

Keywords:

Weibull distribution,
pareto optimal solutions,
NSGA-II

ABSTRACT

Weibull distribution is widely used in various fields such as failure rates and system reliability. Because of its wide application, it is very important to determine the best method of parameter estimation for the Weibull distribution. Although the most known parameter estimation methods are least square (LS), weighted least square (WLS) and maximum likelihood (ML), these methods have different properties and can give different estimation results. In this study, in which it is aimed to obtain better estimation results by evaluating these methods together, it is recommended to use the multi-objective programming approach. The non-dominated sorting genetic algorithm II method, which is a multi-objective heuristic approach, was used to solve the created multi-objective programming estimation model. The Kevlar 49 / Epoxy dataset was used to demonstrate the applicability of the proposed approach. According to the results, the best parameter estimation results were given in cases where the ML method was evaluated only and together, LS-ML and WLS-ML multi-objective parameter estimation models.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Weibull dağılımı, başlangıçta malzeme kırılma gücü için bir model olarak önerilmiş fakat daha sonra dağılımın potansiyeli fark edilerek mühendislik, tıp, enerji, sosyal bilimler, finans, sigorta gibi farklı alanlarda da kullanılabilir bir model olarak görülmüştür. Günümüzde ise popülerliği, uygulama çeşitliliği ve teorik gelişimi artmaya devam etmektedir. Kullanım alanına göre iki veya üç parametre ile uygulanabilen Weibull dağılımı, yaşam tabloları, arıza süreleri, rüzgâr hızı dağılımının tanımı gibi çeşitli mühendislik uygulamalarında ve finansal uygulama alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca yoğunluk ve risk fonksiyonları için geniş bir modelleme çeşitliliği sunmasıyla beraber farklı sistem türlerinin güvenilirliğini analiz etmek için kullanılan önemli bir dağılımdır. Keshevan vd. [1] camın kırılma dayanımı, Sheikh vd. [2] borularda oyuklanma korozyonu, Quereshi ve Sheikh [3] metallerde yapışkan aşınma, Durham ve Padget [4] karbon fiber kompozitlerin arıza süreleri, Almeida [5] kaplamaların arıza süreleri, Fok vd. [6] kırılmalı malzemelerin arıza süreleri, Newell vd. [7] kompozit malzemelerin arıza süreleri, Dong ve Nassif [8] güç sistemi, Li vd. [9] beton bileşenler ve Güneş vd. [10] elektrikli araç şarj istasyonu yüklerinin güvenilirliği konuları hakkında Weibull dağılımından da faydalanarak güvenilirlik uygulamaları hakkında çalışmalar yapmışlardır. Daş vd. [11], Akpınar ve Balpetek [12], Usta [13] ve Usta vd. [14] Türkiye'nin farklı bölgelerinde bulunan rüzgâr enerjisi potansiyellerinin incelemelerinde Weibull dağılımından faydalanmışlardır.

Çok farklı karakterlerin deneysel verilerini modelleme yeteneğine sahip olması nedeniyle geniş uygulama alanlarına sahip olan Weibull dağılımı için en iyi parametre tahmin değerlerini sağlayacak yöntemi belirlemek çok önemlidir. Dağılımın başarılı uygulamaları ise tahmin edilemeyen parametrelerinin kabul edilebilir istatistiksel tahminlerine sahip olmasına bağlıdır. Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için en küçük kareler (EKK) yöntemi, ağırlıklı en küçük kareler (AEKK) yöntemi, en çok olasılık (EÇO) yöntemi, momentler yöntemi ve Bayes yöntemleri kullanılmaktadır. EÇO yöntemi, dağılımlar için gözlemlenen verilerden yoğunluk fonksiyon parametrelerini tahmin etmenin en popüler yoludur. EKK yöntemi ise tahminler için basit kapalı form çözümleri sağlamanın yanı sıra hesaplama açısından daha kolaydır.

EKK, AEKK ve EÇO yöntemleri farklı teorik temellere dayanır ve farklı özelliklere sahiptir. EÇO tabanlı yöntemlerde olasılık fonksiyonu maksimize edilirken, EKK ve AEKK tabanlı yöntemlerde hata fonksiyonu minimize edilmeye çalışılır. Her iki durumda, maksimize edilen veya minimize edilen tek bir amaç fonksiyonu vardır. Optimizasyon aracı olarak, türeve dayalı klasik yaklaşımların yanı sıra genetik algoritma, benzetilmiş tavlama ve parçacık sürüşü optimizasyonu gibi sezgisel yaklaşımlar kullanılmaktadır. EKK, AEKK ve EÇO yöntemleri teorik temelleri çerçevesinde farklı tahmin

sonuçları verebilir. EKK, AEKK ve EÇO tahmin yöntemlerine dayanan bu çalışmada, Weibull dağılımının parametrelerinin tahmini için çok amaçlı programlama yaklaşımının kullanılması önerilmektedir. Böylelikle bu yöntemlerin parametre tahmin süreci birlikte değerlendirilerek daha iyi tahmin sonuçlarının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Oluşturulan çok amaçlı programlama tahmin modelini çözmek için çok amaçlı bir sezgisel yaklaşım olan Genetik Algoritma tabanlı Baskın Sıralı Genetik Algoritma II (NSGA-II) yöntemi kullanılmıştır. Çok amaçlı tahmin modeli olarak EKK-AEKK, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO durumları dikkate alınmış ve oluşturulan çok amaçlı programlama tahmin yaklaşımları klasik EKK, AEKK ve EÇO yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar EKK, AEKK ve EÇO tahmin yöntemlerini birlikte dikkate alan çok amaçlı optimizasyon modelinin parametre tahmininde, klasik yaklaşımlardan daha başarılı sonuçlar verdiğini göstermektedir.

Çalışmanın ikinci ve üçüncü bölümlerinde sırasıyla iki parametrelili Weibull dağılımı ve tahmin yöntemleri ile NSGA-II yöntemi verilmiştir. Dördüncü bölümde önerilen yaklaşımın uygulaması mühendislik alanında çok yaygın şekilde ele alınan gerçek hayat verileri üzerinde incelenmiştir. Son bölümde ise çalışma özetlemekte ve sonuçlar incelenmektedir.

2. İKİ PARAMETRELİ WEIBULL DAĞILIMI VE PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİ (TWO-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTION AND PARAMETER ESTIMATION METHODS)

İki parametrelili Weibull dağılımının kümülatif dağılım fonksiyonu ve buna karşılık gelen olasılık yoğunluk fonksiyonu sırasıyla Eş. 1 ve Eş. 2'de verilmiştir.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\theta}, x > 0, \eta > 0, \theta > 0 \quad (1)$$

$$f_X(x) = \frac{\theta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\theta}, x > 0, \eta > 0, \theta > 0 \quad (2)$$

Burada, η ve θ sırasıyla ölçek ve şekil parametresidir.

Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için bugüne kadar birçok yazar tarafından çeşitli tahmin yöntemleri kullanılmış ve incelenmiştir. Bu çalışmalardan kısaca bahsedilirse; Abbasi vd. [15] Weibull dağılımının parametrelerini EÇO yöntemi yardımıyla tahmin etmek için benzetimli tavlama yöntemini kullandı. Örkücü vd. [16], üç parametrelili Weibull dağılımının parametre tahmin probleminde farklı parçacık sürü optimizasyonu türlerinin kapsamlı bir çalışmasını sundu. Ayrıca, Jukic vd. [17] ve Markovic vd. [18], Weibull dağılımı için AEKK tahminini inceler iken Pobacikova ve Sedliackova [19], Datsiou ve Overend [20] ve Nassar vd. [21] çalışmalarında EKK, AEKK ve EÇO yöntemleri karşılaştırarak incelemişlerdir. İki parametrelili Weibull dağılımının parametrelerinin EKK, AEKK ve EÇO tahmin edicileri kavramlarının verildiği ve

önerilen çok amaçlı yaklaşım sunulduğu bu bölümde, x_1, x_2, \dots, x_n Eş. 2'deki olasılık yoğunluk fonksiyonundan alınan n büyüklüğünde rastgele bir örnek olsun.

2.1. En Küçük Kareler Yöntemi (Least Square Method)

Kümülatif dağılım fonksiyonunu doğrusal bir fonksiyona dönüştürmek için, Eş. 1'in iki kez logaritması alınarak Eş. 3 elde edilir.

$$\ln[-\ln(1 - F(x))] = \theta \ln(x) - \theta \ln(\eta) \quad (3)$$

$Y = \ln[-\ln(1 - F(x))]$, $\beta_0 = -\theta \ln(\eta)$, $\beta_1 = \theta$ ve $X = \ln(x)$ dönüşümleri yapılırsa Eş. 4'teki gibi bir yapı oluşacaktır.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad (4)$$

$X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$, X_1, X_2, \dots, X_n 'in sıra istatistikleri, $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ sıralı gözlemler ve $\hat{F}(x_{(i)})$ deneysel dağılım fonksiyonu olmak üzere Eş. 5 yazılabilir.

$$\hat{F}(x_{(i)}) \stackrel{d}{=} F(x_{(i)}) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

ε , hata terimi olmak üzere deneysel dağılım fonksiyonunun beklenen değeri Eş. 6'daki gibi yazılabilir.

$$E(\hat{F}(x_{(i)})) \cong \frac{i}{n+1}, i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Burada i , $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ 'nin i . sıra istatistiğini gösterir. Eş. 7'deki amaç fonksiyonunun minimize edilmesiyle β_0 ve β_1 regresyon parametrelerinin tahmin edicileri $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ elde edilir [22].

$$\psi(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 \ln(x_{(i)}))^2 \quad (7)$$

2.2. Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler Yöntemi (Weighted Least Square Method)

Eş. 8'deki amaç fonksiyonunun minimize edilmesiyle β_0 ve β_1 regresyon parametrelerinin tahmin edicileri $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ elde edilir.

$$\psi(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n w_i (Y_i - \beta_0 - \beta_1 \ln(x_{(i)}))^2 \quad (8)$$

Bergman [23] tarafından önerilen ağırlık faktörü w_i , Eş. 9'daki gibi formüle edilmiştir.

$$w_i = \left[\left(1 - \hat{F}(x_{(i)}) \right) \ln \left(\left(1 - \hat{F}(x_{(i)}) \right) \right) \right]^2, i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

2.3. En Çok Olabilirlik Yöntemi (Maximum Likelihood Method)

İki parametrelili Weibull dağılımının maksimum olabilirlik tahmin edicileri, Eş. 10'daki olabilirlik veya Eş. 11'deki logaritmik olabilirlik fonksiyonları maksimize ederek bulunur.

$$L = \prod_{i=1}^n f_x(x_i; \eta, \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{\theta}{\eta} \left(\frac{x_i}{\eta} \right)^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\eta} \right)^\theta} \quad (10)$$

$$\ln L = n \ln \left(\frac{\theta}{\eta} \right) + \sum_{i=1}^n \left[- \left(\frac{x_i}{\eta} \right)^\theta + (\theta - 1) \ln \left(\frac{x_i}{\eta} \right) \right] \quad (11)$$

2.4. Önerilen Çok Amaçlı Optimizasyon Yaklaşımı (Proposed Multi-objective Optimization Approach)

Önerilen çok amaçlı optimizasyon yaklaşımı EKK, AEKK ve EÇO yöntemlerinin fonksiyonları kullanılarak oluşturulmuştur. EKK ve AEKK yöntemlerinde fonksiyonlar minimum yapılmak istenirken, EÇO yönteminde maksimum yapılmak istenir. EKK-AEKK, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO için oluşturulan modeller sırasıyla Eş. 12 - Eş. 14'te belirtilmiştir.

$$\begin{cases} \min \left(\sum_{i=1}^n (\ln[-\ln(1 - F(x))] + \theta \ln(\eta) - \theta \ln(x_{(i)}))^2 \right) \\ \min \left(\sum_{i=1}^n w_i (\ln[-\ln(1 - F(x))] + \theta \ln(\eta) - \theta \ln(x_{(i)}))^2 \right) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \min \left(\sum_{i=1}^n (\ln[-\ln(1 - F(x))] + \theta \ln(\eta) - \theta \ln(x_{(i)}))^2 \right) \\ \max \left(n \ln \left(\frac{\theta}{\eta} \right) + \sum_{i=1}^n \left[- \left(\frac{x_i}{\eta} \right)^\theta + (\theta - 1) \ln \left(\frac{x_i}{\eta} \right) \right] \right) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \min \left(\sum_{i=1}^n w_i (\ln[-\ln(1 - F(x))] + \theta \ln(\eta) - \theta \ln(x_{(i)}))^2 \right) \\ \max \left(n \ln \left(\frac{\theta}{\eta} \right) + \sum_{i=1}^n \left[- \left(\frac{x_i}{\eta} \right)^\theta + (\theta - 1) \ln \left(\frac{x_i}{\eta} \right) \right] \right) \end{cases} \quad (14)$$

Genel olarak çok amaçlı optimizasyon problemlerinin temel amacı, amaç fonksiyonlarına en iyi değeri verecek değişken değerleri belirlemek olup bu problemlerin çözümü için geliştirilmiş çeşitli yaklaşımlar bulunmaktadır. Boyut küçültme gibi yaklaşımlarda, ele alınan amaç fonksiyonları tek bir amaç fonksiyonuna dönüştürülerek çözüme ulaşılmaya çalışılır. Bununla birlikte, elde edilen sonuç bir amaç fonksiyonu için optimum iken diğer fonksiyonlar için optimum olmayabilir. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde ideal çözüm olarak adlandırılan tek bir optimal çözüm yerine Pareto optimal çözüm adı verilen alternatif çözüm kümeleri bulunmaktadır.

Geniş bir çözüm kümesi sunmanın yanı sıra, tartışılan tüm fonksiyonları için uzlaşmış bir çözümün bulunduğu Pareto çözümlerini elde etmek için çeşitli yaklaşımlar vardır. Bu yaklaşımlardan olan çok amaçlı meta-sezgisel yöntemler, birçok çözüm ürettikleri, türev hesaplamaları kullanmadıkları, Pareto optimal çözümlerine iyi bir yaklaşım sağladıkları ve optimizasyon problemlerine kolaylıkla uygulanabildiği için Pareto çözümlerinin elde edilmesinde önemli bir yöntemdir.

3. BASKIN SIRALI GENETİK ALGORİTMA II (NON-DOMINATED SORTING GENETIC ALGORITHM II)

Genetik Algoritma tabanlı NSGA-II, çok amaçlı bir meta-sezgisel yöntem olmasının yanı sıra, Pareto çözüm setinin elde edilmesinde kullanılan en etkili yöntemlerden biridir. NSGA-II yönteminin diğer çok amaçlı genetik algoritmalara

üstünlüğü, hızlı baskın sıralama ve kalabalık uzaklığı özellikleridir. Bu nedenlerle Pareto çözüm setinde farklı çözümler elde ederek gerçek Pareto değerlerine daha hızlı ulaşır [24, 25].

Hızlı baskın sıralama algoritmasında P popülasyonunda bulunan her bir p elemanı için baskın çözüm kümesi olan S_p 'nin yanında başlangıçta çözüm sayısı sıfır olan baskın çözüm sayısı n_p belirlenir. Her bir p elemanı S_p kümesinde bulunan q sayıda elemanla karşılaştırılır ve q elemanına ait baskınlık sayacı bir azaltılır. Eğer baskınlık sayacı sıfır olursa ilgili q elemanı Q kümesine yerleştirilir ve bu kümede yer alan elemanlar ikinci baskın yüzeyi oluşturur. Q kümesine yer alan her bir eleman için bu süreç tekrarlanır ve tüm yüzeyle oluşturuluncaya kadar devam eder. Hızlı baskın sıralama algoritması Tablo 1'de verilmiştir [24].

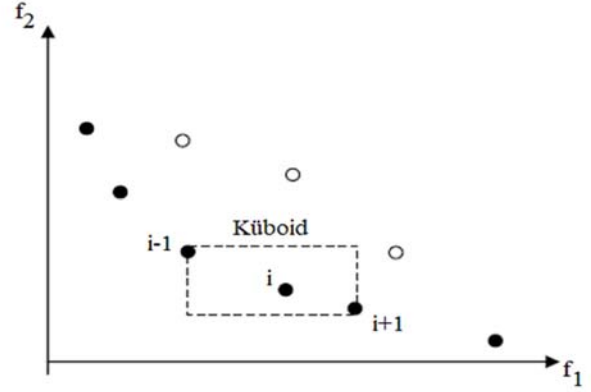
Tablo 1. Hızlı baskın sıralama algoritması
(Fast non-dominated sort algorithm)

Her $p \in P$ için
$S_p = \emptyset$
$n_p = 0$
Her $q \in P$ için
Eğer ($p < q$) ise
$S_p = S_p \cup q$
Eğer ($q < p$) ise
$n_p = n_p + 1$
Eğer $n_p = 0$ ise
$p_{siralama} = 1$
$F_1 = F_1 \cup p$
$i = 1$
$F_i \neq \emptyset$
$Q = \emptyset$
her $p \in F_i$ için
her $q \in S_p$ için
$n_q = n_q - 1$
Eğer $n_q = 0$
$q_{siralama} = i + 1$
$Q = Q \cup q$
$i = i + 1$
$F_i = Q$

Popülasyonda bulunan bir çözümün, yine aynı yüzeyde bulunan komşu çözümler ile arasındaki uzaklık ilgili çözümün kalabalık uzaklığını ifade eder ve bu uzaklık, bir çözümün komşuluğundaki çözümler yardımıyla şekillendirilen küboidin çevre uzunluğunun tahmini için kullanılır. Şekil 1'de iki amaç fonksiyonuna sahip bir optimizasyon probleminin aynı yüzeydeki baskın çözümler için kalabalık uzaklığı hesaplaması gösterilmektedir [25].

Her bir F_i yüzeyi için kalabalık uzaklığı hesaplama süreci Tablo 2'deki gibi tanımlanmıştır. Hesaplama sürecinde bulunan f_m^{min} ve f_m^{maks} ifadeleri sırasıyla m . amaç fonksiyonuna ait en küçük ve en büyük değerleri ifade etmektedir. Popülasyon bazlı aramalara dayalı NSGA-II

yönteminde, her biri soruna olası bir çözümü temsil eden bir dizi çözüm ile araştırmaya başlanır ve mevcut çözüm setinden daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Mevcut popülasyonun en iyi bireyleri seçilir ve çaprazlama ve mutasyon operatörleri ile yeni bir popülasyon oluşturulur. Önceden belirlenmiş yineleme sayısı için bir popülasyon oluşturmaya devam edilir. NSGA-II için algoritma adımları Tablo 3'te verilmiştir [24, 25].



Şekil 1. Kalabalık uzaklığı hesaplaması
(Crowding distance calculation)

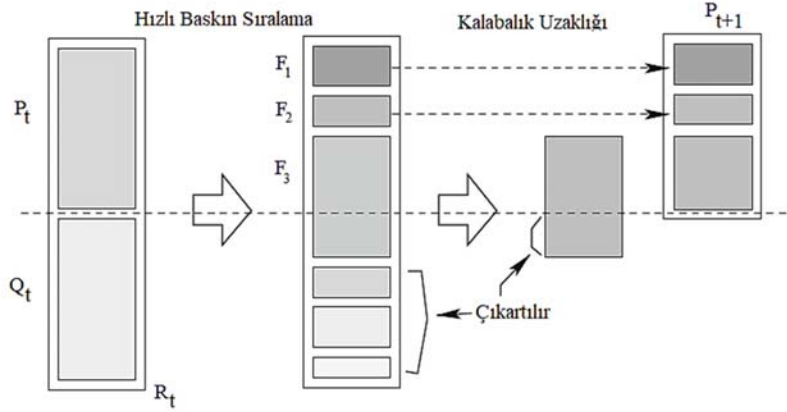
Tablo 2. Kalabalık uzaklığı (Crowding distance)

$l = I $
Her i için, $I[i]_{uzaklık} = 0$
Her m amacı için
$I = \text{siralama}(I, m)$
$I[1]_{uzaklık} = I[l]_{uzaklık} = \infty$
$i = 2$ 'den $(l - 1)$ 'e kadar
$\frac{(I[i+1].m - I[i-1].m)}{f_m^{maks} - f_m^{min}}$

Tablo 3. NSGA-II algoritması (NSGA-II algorithm)

$R_t = P_t \cup Q_t$
$F = \text{Hızlı baskın sıralama}(R_t)$
$P_{t+1} = \emptyset$ ve $i = 1$
$P_{t+1} = F_i \leq N$ olana kadar
kalabalıklaşma mesafesi (F_i)
$P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i$
$i = i + 1$
Sırala (F_i, α_n)
$P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i[1: (N - P_{t+1})]$
$Q_{t+1} = \text{yeni yığın oluştur}(P_{t+1})$
$t = t + 1$

Birleşik popülasyon olan $2N$ boyutlu R_t kümesi, t . yineleme için oluşturulur ve bu kümedeki çözümler baskınlık ölçütlerine göre sıralanır. En iyi baskın çözüm kümesi olan F_1 yüzeyine ait çözümler, R_t kümesindeki en iyi çözümler olup diğer çözümlerden daha fazla öneme sahiptir. Eğer $F_1 \leq N$ ise F_1 kümesinde bulunan tüm üyeler P_{t+1} popülasyonuna seçilir. Sırasıyla diğer kümlere işleme alınır ve P_{t+1} popülasyonunun boyutu sağlanıncaya kadar kalan üyeleri seçilerek prosedüre devam edilir. NSGA-II prosedürüne ait işleyiş süreci Şekil 2'de verilmiştir [24, 25].



Şekil 2. NSGA-II prosedürü (NSGA-II procedure)

NSGA-II yöntemi yıllar içerisinde birçok araştırmacı tarafından çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmıştır. Murugan vd. [26] iletim kısıtlanmalı üretim genişletme planlaması, Zhao vd. [27] bataryaların kullanım ömrü ve güç üretimi, Panda ve Yegireddy [28] çok alanlı güç sisteminin otomatik üretim kontrolü, Yıldırım Okay ve Özdemir [29] kapsama kontrolü, Wang [30] güneş enerjisi ile çalışan kombine bir soğutma, ısıtma ve güç sistemi optimizasyonu, Durmaz ve Şahin [31] tek sıra tesis düzenlemeleri, Esfe ve Hajmohammad [32] termal iletkenlik ve viskozite optimizasyonu, Liu vd. [33] lityum iyon pil şarj yönetimi ve Uçar vd. [34] araç rotalama gibi problemler hakkında çalışmalar yapmışlardır.

4. UYGULAMA (APPLICATION)

Bu bölümde parametre tahmin yöntemlerinin gerçek veri setine uygulanması NSGA-II algoritması yardımıyla incelenmiştir. Bu çalışmada ele alınan ve ayrıca Andrews ve Herzberg [35], Cooray ve Ananda [36] ve Paraniaba vd. [37] tarafından da incelenen Kevlar 49 / Epoksi kompozit şeritlerinin gerilim-kopma ömrü, tümü başarısız olana kadar %90 gerilim seviyesinde sabit sürekli basınca tabi tutulmuştur ve saat cinsinden arıza süreleri aşağıda gösterilmiştir:

0,01; 0,01; 0,02; 0,02; 0,02; 0,03; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,07; 0,08; 0,09; 0,09; 0,1; 0,1; 0,11; 0,11; 0,12; 0,13; 0,18; 0,19; 0,2; 0,23; 0,24; 0,24; 0,29; 0,34; 0,35; 0,36; 0,38; 0,4; 0,42; 0,43; 0,52; 0,54; 0,56; 0,6; 0,6; 0,63; 0,65; 0,67; 0,68; 0,72; 0,72; 0,72; 0,73; 0,79; 0,79; 0,8; 0,8; 0,83; 0,85; 0,9; 0,92; 0,95; 0,99; 1; 1,01; 1,02; 1,03; 1,05; 1,1; 1,1; 1,11; 1,15; 1,18; 1,2; 1,29; 1,31; 1,33; 1,34; 1,4; 1,43; 1,45; 1,5; 1,51; 1,52; 1,53; 1,54; 1,54; 1,55; 1,58; 1,6; 1,63; 1,64; 1,8; 1,8; 1,81; 2,02; 2,05; 2,14; 2,17; 2,33; 3,03; 3,03; 3,34; 4,2; 4,69; 7,89.

Genellikle statik yorgunluk veya gerilim kopması olarak bilinen damar arızasına kadar sabit sürekli basınca maruz kalan Kevlar 49 / Epoksi verilerinin parametre tahmininde

çok amaçlı tahmin modeli olarak EKK-AEKK, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO durumlarının yanında klasik EKK, AEKK ve EÇO tahmin yöntemleri de ele alınmış ve karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

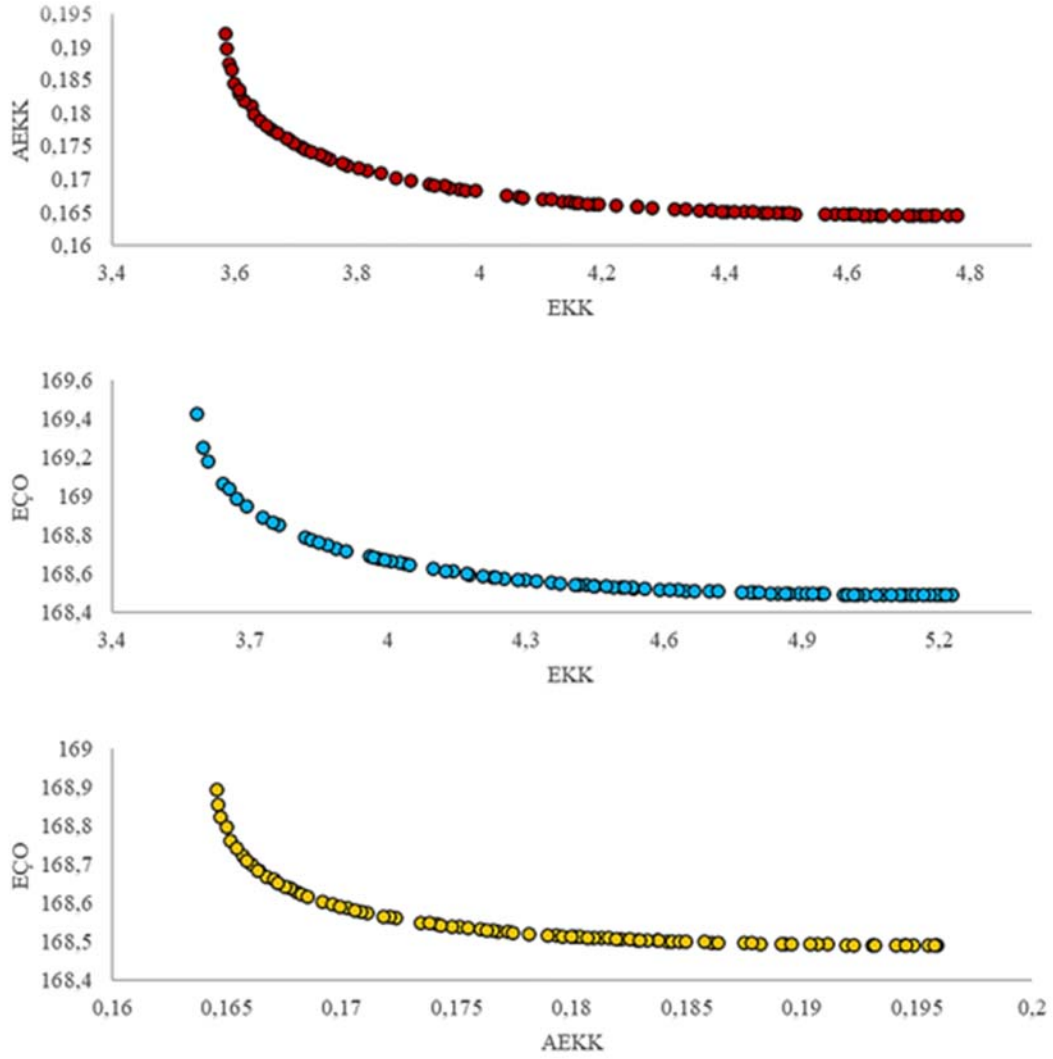
Ele alınan veri setinin iki parametrelili Weibull dağılımına uygunluğunu test etmek için Kolmogorov Smirnov (K-S) uyum iyiliği testi kullanılmıştır. K-S test istatistiğine göre 0,05 anlamlılık düzeyinde test istatistik değeri 0,1054 ($p=0,1973$) olarak elde edilmiş ve Weibull dağılımının bu veriler için uygun bir model olduğu belirlenmiştir.

Şekil 3'teki NSGA-II yöntemiyle elde edilen EKK-AEKK, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO durumlarının parametre uzayındaki Pareto noktaları arasındaki en iyi çözüm, tahmin noktalarının en iyi logL değerine karşılık gelen nokta seçilerek elde edilir. Bunun sonucunda, değerlendirilen yöntemler için parametre tahmin, logL ve Akaike bilgi kriteri değerleri (AIC) Tablo 4'te verilmiştir.

Önerilen yaklaşımın performansını göstermek ve elde edilen parametre değerlerinin verilerle ne derecede uyumlu olduğunu değerlendirmek için logL ve Akaike Bilgi Kriterlerinin (AIC) yöntemleri kullanılmıştır [38]. Tahmin edilen parametre sayısı k olmak üzere, AIC değeri Eş. 15'teki gibi tanımlanmaktadır.

$$AIC = -2\log L + 2k \quad (15)$$

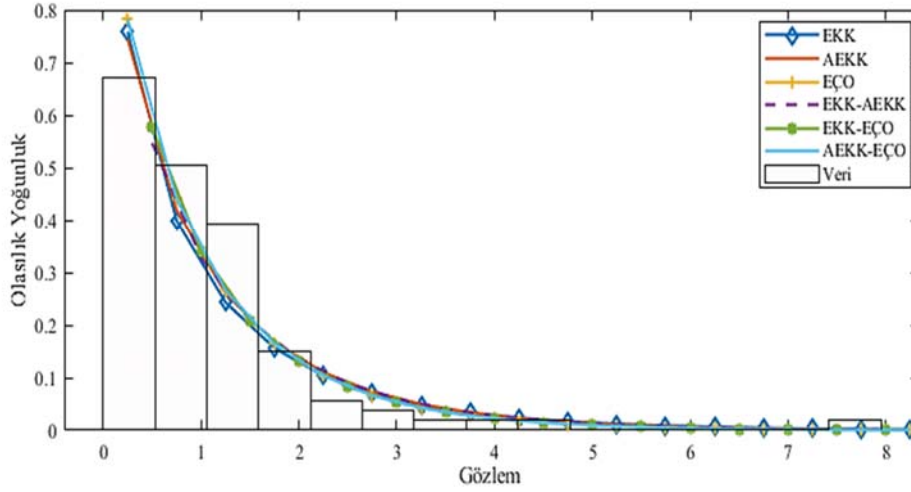
EÇO, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO durumlarının en büyük logL'ye ve ayrıca en küçük AIC değerlerine sahip olduğu açıkça görülmektedir. Bu nedenle, bu durumlar güvenilir sonuçlar vermenin yanı sıra parametre tahminini en iyi şekilde yapmaktadır. Ayrıca EKK ve AEKK yönteminin ayrı ayrı ya da birlikte kullanıldığı durumlarda elde edilen parametre tahmin değerleri EÇO yönteminin kullanıldığı durumlara göre daha kötü sonuçlar vermiştir. Bundan dolayı daha güvenilir sonuçlar almak için EÇO yönteminin içinde bulunduğu bir yapının seçimi uygun olacaktır. Bunun dışında ele alınan verinin olasılık yoğunluk histogramı ve elde edilen parametrelerin veri seti ile uyumu Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 3. EKK-AEKK, EKK-EÇO ve AEKK-EÇO için parametre uzayında Pareto noktaları
(Pareto points in parameter space for LS-WLS, LS-ML and WLS-ML)

Tablo 4. Kevlar 49 / Epoksi veri seti için parametre tahmin, logL ve AIC değerleri
(Parameter estimation values, logL and AIC for Kevlar 49 / Epoxy dataset)

Yöntem	Ölçek Parametresi (η)	Şekil Parametresi (β)	LogL	AIC
EKK	1,0193	0,8388	-103,9099	211,8198
AEKK	1,0641	0,8940	-103,3769	210,7538
EÇO	0,9899	0,9259	-102,9768	209,9536
EKK-AEKK	1,0641	0,8940	-103,3763	210,7526
EKK-EÇO	0,9899	0,9259	-102,9768	209,9536
AEKK-EÇO	0,9899	0,9259	-102,9768	209,9536



Şekil 4. Kevlar 49 / Epoksi veri seti için histogram ve parametrelerin uyumu
(Histogram and compliance of parameters for Kevlar 49 / Epoxy dataset)

5. SONUÇLAR (CONCLUSION)

İki veya üç parametreye sahip Weibull dağılımı, arıza süreleri ve sistem güvenilirliği gibi çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Geniş uygulama alanı nedeniyle, Weibull dağılımı için en iyi parametre tahmin yöntemini belirlemek çok önemlidir. Bu dağılımın parametre tahmini için çeşitli yöntemler önerilmiş olup bunlar içerisinde en çok bilinenleri EKK, AEKK ve EÇO yöntemleridir. Bu yöntemler ise farklı teorik temeller ve özellikler içermesinden dolayı farklı tahmin sonuçları elde edilebilmektedir.

Bu çalışma, Weibull dağılımının parametresinin tahmini için çok amaçlı programlama yaklaşımının kullanılmasını önermektedir. Önerilen bu yaklaşım, farklı dağılımlara ve karakteristik yapıları sahip maddelere ilişkin parametrelerin elde edilmesi ve bu parametre değerlerinin iyileştirilmesinde kullanılabilir. Böylelikle elde alınan bu yöntemlerin parametre tahmin süreci birlikte değerlendirilerek daha iyi tahmin sonuçlarının elde edilmesi amaçlanabilir. Ayrıca çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde bulunan alternatif çözüm kümeleri arasında karar vericiler amaç fonksiyonlarında belirleyeceği önem derecelerine göre farklı çözümleri tercih edebilir. Genetik Algoritma tabanlı NSGA-II yöntemi ise bu çalışmada oluşturulan çok amaçlı programlama tahmin modelini çözmek için kullanılmıştır.

Önerilen yaklaşımın uygulanabilirliğini göstermek için Kevlar 49 / Epoksi verisinin parametreleri tahmin edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, EÇO yönteminin tek ve diğer yöntemlerle birlikte değerlendirildiği EKK-EÇO ve AEKK-EÇO durumları en iyi parametre tahmin sonuçlarını vermişlerdir. EKK ve AEKK yöntemleri ile parametre tahmini yapılmak istenilirse EÇO yöntemiyle birlikte değerlendirilmesi daha iyi sonuçlar verecektir. Kevlar 49 / Epoksi kompozit şeritler gibi Weibull dağılımından gelen özel maddelere ait gerilim-kopma ömrü ve kırılma

olasılıkları, parametre tahmin yöntemleri yardımıyla elde edilen parametre değerleri ile hesaplanabilir. Bu çalışmada en iyi parametre tahmin sonuçlarını veren yöntemler ele alınarak gelecek çalışmalarda, mühendislikte kullanılan maddelere ilişkin dayanım, kopma, kırılma ve güvenilirlik değerleri üzerine literatürde Weibull modülü olarak adlandırılan istatistiksel bir çalışmanın yapılması planlanmaktadır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Keshavan, M. K., Sargent, G. A., Conrad, H., Statistical analysis of the Hertzian fracture of pyrex glass using the Weibull distribution function, *Journal of Materials Science*, 15 (4), 839-844, 1980.
2. Sheikh, A. K., Boah, J. K., Hansen, D. A., Statistical modeling of pitting corrosion and pipeline reliability, *Corrosion*, 46 (3), 190-197, 1990.
3. Qureshi, F. S., Sheikh, A. K., A probabilistic characterization of adhesive wear in metals, *IEEE Transactions on Reliability*, 46 (1), 38-44, 1997.
4. Durham, S. D., Padgett, W. J., Cumulative damage models for system failure with application to carbon fibers and composites, *Technometrics*, 39 (1), 34-44, 1997.
5. Almeida, J. B., Application of Weibull statistics to the failure of coatings, *Journal of Materials Processing Technology*, 92, 257-263, 1999.
6. Fok, S. L., Mitchell, B. C., Smart, J., Marsden, B. J., A numerical study on the application of the Weibull theory to brittle materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 68 (10), 1171-1179, 2001.
7. Newell, J. A., Kurzeja, T., Spence, M., Lynch, M., Analysis of recoil compressive failure in high performance polymers using two and four parameter Weibull models, *High Performance Polymers*, 14 (4), 425-434, 2002.
8. Dong, M., Nassif, A. B., Combining modified Weibull distribution models for power system reliability

- forecast, *IEEE Transactions on Power Systems*, 34 (2), 1610-1619, 2018.
9. Li, Q. S., Fang, J. Q., Liu, D. K., Tang, J., Failure probability prediction of concrete components, *Cement and concrete research*, 33 (10), 1631-1636, 2003.
 10. Gunes D., Tekdemir I.G., Karaarslan M.S., Alboyaci B., Assessment of the impact of electric vehicle charge station loads on reliability indices, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 33 (3), 1073-1084, 2018.
 11. Daş M., Balpetek N., Akpınar E.K., Akpınar S., Investigation of wind energy potential of different provinces found in Turkey and establishment of predictive model using support vector machine regression with the obtained results, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34 (4), 2203-2213, 2019.
 12. Akpınar E.K., Balpetek N., Statistical analysis of wind energy potential of Elazığ province according to Weibull and Rayleigh distributions, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34 (1), 569-580, 2019.
 13. Usta, I., An innovative estimation method regarding Weibull parameters for wind energy applications, *Energy*, 106, 301-314, 2016.
 14. Usta, I., Arik, I., Yenilmez, I., Kantar, Y. M., A new estimation approach based on moments for estimating Weibull parameters in wind power applications, *Energy Conversion and Management*, 164, 570-578, 2018.
 15. Abbasi, B., Jahromi, A. H. E., Arkat, J., Hosseinkouchack, M., Estimating the parameters of Weibull distribution using simulated annealing algorithm, *Applied Mathematics and Computation*, 183 (1), 85-93, 2006.
 16. Örkücü, H. H., Özsoy, V. S., Aksoy, E., Dogan, M. I., Estimating the parameters of 3-p Weibull distribution using particle swarm optimization: A comprehensive experimental comparison, *Applied Mathematics and Computation*, 268, 201-226, 2015.
 17. Jukić, D., Benšić, M., Scitovski, R., On the existence of the nonlinear weighted least squares estimate for a three-parameter Weibull distribution, *Computational Statistics and Data Analysis*, 52 (9), 4502-4511, 2008.
 18. Marković, D., Jukić, D., Benšić, M., Nonlinear weighted least squares estimation of a three-parameter Weibull density with a nonparametric start, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 228 (1), 304-312, 2009.
 19. Pobočková, I., Sedláčková, Z., Comparison of four methods for estimating the Weibull distribution parameters, *Applied mathematical sciences*, 8 (83), 4137-4149, 2014.
 20. Datsiou, K. C., Overend, M., Weibull parameter estimation and goodness-of-fit for glass strength data, *Structural Safety*, 73, 29-41, 2018.
 21. Nassar, M., Afify, A. Z., Dey, S., Kumar, D., A new extension of Weibull distribution: properties and different methods of estimation, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 336, 439-457, 2018.
 22. Swain, J. J., Venkatraman, S., Wilson, J. R., Least-squares estimation of distribution functions in Johnson's translation system, *Journal of Statistical Computation Simulation*, 29 (4), 271-297, 1988.
 23. Bergman, B., Estimation of Weibull parameters using a weight function, *Journal of Materials Science Letters*, 5 (6), 611-614, 1986.
 24. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6 (2), 182-197, 2002.
 25. Deb, K., *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, John-Wiley and Sons, New York, A.B.D., 2004.
 26. Murugan, P., Kannan, S., Baskar, S., Application of NSGA-II algorithm to single-objective transmission constrained generation expansion planning, *IEEE Transactions on Power Systems*, 24 (4), 1790-1797, 2009.
 27. Zhao, B., Zhang, X., Chen, J., Wang, C., Guo, L., Operation optimization of standalone microgrids considering lifetime characteristics of battery energy storage system, *IEEE transactions on sustainable energy*, 4 (4), 934-943, 2013.
 28. Panda, S., Yegireddy, N. K., Automatic generation control of multi-area power system using multi-objective non-dominated sorting genetic algorithm-II, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 53, 54-63, 2013.
 29. Yıldırım Okay, F., Özdemir, S., Improving Coverage in Wireless Sensor Networks Using Multi-Objective Evolutionary Algorithms, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30 (2), 143-153, 2015.
 30. Wang, M., Wang, J., Zhao, P., Dai, Y., Multi-objective optimization of a combined cooling, heating and power system driven by solar energy, *Energy Conversion and Management*, 89, 289-297, 2015.
 31. Durmaz E., Şahin R., NSGA-II and goal programming approach for the multi-objective single row facility layout problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (3), 941-955, 2017.
 32. Esfe, M. H., Hajmohammad, M. H., Thermal conductivity and viscosity optimization of nanodiamond-Co3O4/EG (40: 60) aqueous nanofluid using NSGA-II coupled with RSM, *Journal of Molecular Liquids*, 238, 545-552, 2017.
 33. Liu, K., Hu, X., Yang, Z., Xie, Y., Feng, S., Lithium-ion battery charging management considering economic costs of electrical energy loss and battery degradation, *Energy conversion and management*, 195, 167-179, 2019.
 34. Uçar U., İşleyen S., Gökçen H., Experimental analysis of Meta-Heuristic algorithms for moving customer vehicle routing problem, *Journal of the Faculty of*

- Engineering and Architecture of Gazi University, 36 (1), 459-475, 2021.
35. Andrews, D. F., Herzberg, A. M., Data: a collection of problems from many fields for the student and research worker. Springer Science and Business Media, 2012.
 36. Cooray, K., Ananda, M. M., A generalization of the half-normal distribution with applications to lifetime data, Communications in Statistics-Theory and Methods, 37 (9), 1323-1337, 2008.
 37. Paranaíba, P. F., Ortega, E. M., Cordeiro, G. M., Pascoa, M. A. D., The Kumaraswamy Burr XII distribution: theory and practice, Journal of Statistical Computation and Simulation, 83 (11), 2117-2143, 2013.
 38. Yonar, A. Ş., Yapıcı, N. P., A novel differential evolution algorithm approach for estimating the parameters of Gamma distribution: An application to the failure stresses of single carbon fibres, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 49 (4), 1493-1514, 2020.