

Çakmak, Z. T., Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15 (2), 27-58.

Geliş Tarihi: 30/09/2015

Kabul Tarihi: 21/11/2015

## İLKÖĞRETİM 6-8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN İSTATİSTİK VE OLASILIK ÖĞRENME ALANINDA ZORLANDIKLARI KAVRAM VE KONULARIN BELİRLENMESİ \*

Zübeyde Tuba ÇAKMAK \*\*  
Soner DURMUŞ \*\*\*

### ÖZ

Bu araştırmanın amacı; ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanındaki zorlandıkları kavramları belirlemek ve bunların nedenlerini saptamaktır. Bu amaç doğrultusunda, anlama güçlüklerini belirlemek üzere bir anket geliştirilmiş ve anket sonuçlarına göre öğrencilerle yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Araştırmada nitel ve nicel olmak üzere iki aşamalı bir araştırma deseni kullanıldığı için karma modellenin yararlanılmıştır. Araştırma Bolu ilindeki merkeze bağlı farklı düzeydeki 8 ilköğretim okulunda öğretimine devam eden ve bir dershanede başarı seviyelerine göre derecelendirilmiş sınıflarda öğrenim görmekte olan, ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerine (418 öğrenci) uygulanmıştır. Zorluk indeksi sonuçlarına göre tespit edilen kesme noktası %15 ve üzeri olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin zorlandıkları kavramlar listelenmiştir. Bu kavramlarda neden zorlandıklarını anlamak adına yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Öğrenci görüşlerine göre; zorlanmalarının nedeni olarak ilgili kavramları sınıf düzeyi arttıkça unutmama, ele alınan konuyla ilgili kavramları diğer kavramlarla ilişkilendiremememe, ezberleyerek öğrenme sonucu yorum yapamama, kavramlara doğru anlamlar yükleyememe ve yeterli kadar kavramları somut deneyimlere dayanarak öğrenmemeleri sonucuna varılmıştır.

**Anahtar sözcükler:** istatistik ve olasılık, kavramsal anlama, zorluk düzeyi, öğrenme, matematik öğretim programı

## DETERMINING THE CONCEPTS AND SUBJECTS IN THE AREA OF LEARNING STATISTICS AND PROBABILITY THAT 6-8<sup>TH</sup> GRADE MATH STUDENTS HAVE DIFFICULTIES

### ABSTRACT

The purpose of this study is to determine the concepts and subjects that 6 - 8th grade mathematics students have difficulty in the area of learning statistics and probability and to identify the reasons of the difficulty behind understanding them. To this end, a questionnaire was developed to detect these difficulties and the semi-constructed interviews were conducted with students. Since a two-step research design as quantitative and qualitative was used, a mixed model method was practiced. The study was applied to the 6-8th grader (total of 418) who were randomly selected from various school located in Bolu city center. The cut-off point determined according to the results of difficulty index was set at 15% and above. The concepts and subjects which the participants have difficulty in understanding were listed. Semi-structured interviews were conducted in order to identify reasons of difficulty behind understanding them. Following results were identified as causes of having difficulty in learning; forgetting the relevant concepts as the class level increases, inability in associating the relevant concepts with the other ones, incompetency in commenting due to learning by rote, insufficiency in construing the concepts truly, and insufficient learning of the concepts based on concrete experiences.

\* Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tezine dayanmaktadır, AİBÜ.

\*\* Matematik Öğretmeni, z.tuba.cakmak@gmail.com

\*\*\* Prof.Dr., Abant İzzet Baysal Üniversitesi , sdurmus@ibu.edu.tr

**Key words:** statistics and probability, conceptual misunderstanding, difficulty level, primary school mathematics curriculum

## 1. GİRİŞ

İstatistiksel ve olasılıksal düşünme, matematiksel düşünme içinde önemli bir bileşendir. Bu düşünme tarzı problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerileri ile etkin bir etkileşim içinde olduğundan birçok ülkenin matematik müfredatında yer almasına rağmen (Boravenrak & Peard, 1996; NCTM, 2000), ülkemiz matematik müfredatında yer alması çok eski değildir (Gürbüz, 2007). Türkiye’ de olasılık konusu daha önce sadece ilköğretim 8.sınıf matematik programında yer alırken, yeni müfredat ile birlikte ilköğretim 5–8. sınıf matematik programlarına eklenmiştir (MEB, 2005).

İstatistik ve olasılık öğrenme alanındaki temel amaç; öğrencilerin, çevrelerinden topladıkları verileri tablolastırmaları, farklı türdeki grafiklere dönüştürmeleri ve yorumlamaları veya karşısına çıkan şekil, grafik ve tabloyu yorumlayabilmeleri, bir olayın olma olasılığını hesaplayıp, çıkarımda bulunabilmeleridir (MEB, 200, 2009). İstatistik ve olasılık öğrenme alanında başlangıçta öğrenciler, uygun bir araştırma sorusu ve bu araştırma sorusuna cevap verebilecek nitelikte olan bir örneklem seçmeleri konusunda tartışmaları için yönlendirilmektedir. Seçilen örneklemden elde ettikleri veriler için bir tablo oluşturup, verileri uygun istatistiksel temsil biçimleri ile göstererek yorumlamaları istenmektedir. Belli bir veri seti verildiğinde veya oluşturulduğunda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleriyle ilgili hesaplamaları (aritmetik ortalama, ortanca, mod, açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma vb.) yaparak çıkarımda bulunmaya yönelik kazanımlar yeni müfredatta vurgulanmaktadır (MEB, 2005, 2009). Yeni programda hesaplama yapmanın yanı sıra yorumlama, uygun olan merkezi eğilim veya yayılım ölçülerini kullanabilme, gerçek yaşam durumlarına matematiksel görüş katma, verilere göre tahmin yürütme, grafikler oluşturmanın yanı sıra bu grafikleri yorumlama ve permütasyon ve kombinasyon gibi iki durumu birbirinden ayırt edebilme gibi öğrencileri ezberden uzaklaştırıp ne yaptığını ve niçin yaptığını bilen bireyler yetiştirme amaçlanmıştır.

İstatistik ve olasılık konusuna ilişkin kavramlar yabancı ülkelerin birçoğunda olduğu gibi ülkemizde de çeşitli nedenlerden dolayı etkin bir biçimde öğrenilememektedir (Bulut, 1994; Gürbüz 2007). Olasılık konusu ülkemizde hem öğretmen hem de öğrencilerin işlenişinde zorluk çektikleri konuların başında gelmektedir (Bulut, 1994; Boyacıoğlu, Erduran ve Alkan, 1996). Öğrencilerin istatistik ve olasılık konuları ile ilgili kavramları öğrenememelerinde, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyi önemli rol oynar. Yapılan araştırmalar, öğrencilerin bu konular ile ilgili kavramları öğrenebilmesi için; küme, kesir, ondalık kesir, yüzde, oran, orantı, alan, tamsayılarda dört işlem ve daire de açı bulma gibi konularda iyi bilgi sahibi olmaları gerektiğini kanıtlamıştır (Carpenter, Corbitt ve Kerper, 1981). Bu öğrenme alanı diğer öğrenme alanlarıyla yoğun bir etkileşim ve ilişki içindedir. Birçok araştırma sonucunda çocukların herhangi bir eğitim almaksızın sezgileri ile temel olasılıksal kavramları anlamaya çalışıp bu anlamlandırma olayını geliştirdikleri görülmektedir (Shaughnessy, 1992; Shaughnessy, 1993; Greer, 2001). Yine bu çalışmalar bu sezgisel çıkarımların büyük çoğunluğunun yanlış ve yanıltıcı olduğunu ve daha sonra düzeltilmesi zor olan kavram yanlışlarına sebep olduklarını ortaya koymuştur (Way, 1998). Öğrencilerin bu tarz kavram yanlışlarının olması başarılarını etkilemekte ve olasılıkla ilgili konuların tam anlaşılmasına sebep olmaktadır (Fischbein & Schnarch, 1997). Kavramların doğru olarak algılanmasında, bu kavramlarla ilgili ön

öğrenmeler önem taşımaktadır. Temel kavramların tam olarak anlaşılması, o konu ile ilgili diğer kavramların üzerine bina edilmesinin zorluklara neden olacaktır. Bu nedenle öğrencilerin olasılıkla ilgili kavram yanlışlarının tespit edilip düzeltilmesi, etkili bir olasılık öğretimi için çok büyük bir önem taşımaktadır.

Bu konularla ilgili farklı yönleri inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır (Zawojewski & Heckman, 1997; Kaynar & Halat, 2012; Shaughness & Zawojewski, 1999; Koparan & Güven, 2013; Ertem & Alkan, 2011). Zawojewski ve Heckman'ın (1997) sekizinci sınıf öğrencilerinin tablo, sütun grafiği veya bir şekil grafiğindeki veriyi nasıl anlamlandırdıklarını ve öğrencilerin sıklık tablosu ve grafikler üzerinde merkezi eğilim ve yayılım ölçülerinin bulunması ve hesap yapmaları ile ilgili başarı durumlarını belirlemeye çalışılmıştır. Araştırmaya 235'i kız ve 255'i erkek olmak üzere toplamda 490 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Veri analizlerinin sonucunda şu sonuçlara ulaşılmıştır: Yeni ilköğretim 6-8. sınıf matematik öğretim programının uygulanması sonucunda öğrenciler grafik okumada daire ve histogram grafiklerine göre çizgi grafiğinde çok daha başarılı olurken sekizinci sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçülerinin hesaplanmasında açıklık hariç diğerlerinde bilgi düzeyi olarak çok yetersiz oldukları görülmektedir. Genel olarak, sekizinci sınıf öğrencilerinin istatistikle ilgili verilerin incelenmesi ve yorumlanması gereken problem çözme durumlarında grafikleri okuma ve yorumlama becerilerinin sıklık tablosunu okuma ve yorumlama becerilerine göre daha iyi olduğu belirlenmiştir. Fakat medyan ile ilgili problem çözmede soruların klasik yazılı tipi (sıklık tablosu) olarak veya grafik tarzı olarak sorulması öğrenci başarısı üzerinde etki olmazken, aritmetik ortalama, mod ve açıklık ile ilgili soruların cevaplanmasında öğrenciler klasik yazılı tipinde grafik tarzı sorulara göre daha başarılı olmuşlardır. Ayrıca, bu çalışmaya katılan öğrencilerin grafik oluşturmada; grafik okuma ve yorumlamaya göre daha az başarılı oldukları belirlenmiştir. Shaughness ve Zawojewski (1999) ise yaptıkları çalışmada öğrencilerin büyük bir kısmının grafik yorumlamada zorluk çektiklerini tespit etmişlerdir.

Koparan ve Güven (2013), çalışmada ilköğretim 6,7 ve 8. sınıf öğrencilerini istatistiksel düşünme seviyelerini, istatistiksel bir düşünme modeli kullanılarak incelenmiştir. Çalışmalarına 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinden toplam 90 öğrenci katılmıştır. Farklı sınıflardaki öğrencilerin araştırma için hazırlanan sorulara verdikleri cevaplar analiz edilerek, istatistiksel düşünme modeli çerçevesinde öğrencilerin hangi seviyede olduğu tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu seviyelere göre birinci seviye; başlangıç düzeyiyken, dördüncü seviye; ileri düzeydir. İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin verinin tanımlanmasında dördüncü seviyede yoğunlaşmasına rağmen, verinin organize edilmesi ve indirgenmesi, veri gösterimi, veri analizi ve veri yorumlanmasında birinci seviyede oldukları tespit edilmiştir.

Uçar ve Akdoğan (2009), ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin ortalama kavramına yükledikleri anlamı inceleme amacı ile her sınıf seviyesinden 6 öğrenci olmak üzere toplam 18 öğrenci ile bir çalışma yapmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin çoğunun ortalama kavramına aritmetik ortalama olarak yaklaştığı ve soruların çözümünde aritmetik ortalama algoritmasının kullanıldığını tespit etmişlerdir. Öğrencilerin yarısının ortalamanın verileri temsil etme gücünü anlamadıklarını fark etmişlerdir.

Olasılıkla ilgili Dereli (2009), ilköğretim sekizinci sınıftaki olasılık konusunda; öğrencilerin karşılaştıkları hatalarını ve kavram yanlışlarını tespit etmek, olasılık konusundaki hataların ve kavram yanlışlarının giderilmesine katkıda bulunmak, olasılık

konusundaki hataları ve kavram yanlışları ile ilgili yapılacak çalışmalara örnek teşkil etmek amacı ile çalışmasını yapmıştır. Çalışmasında; öğrencilerin olasılık çeşitlerinden, deneysel ve teorik olasılığı ayırt etmede kavram yanlışına düştükleri sonucuna ulaşmıştır. Aynı zamanda, bağımlı ve bağımsız olayları açıklamada yanlışya düşen öğrencilerin olasılık hesaplamalarında da yanlışya düştükleri, permütasyon ve kombinasyon konusunda kavram yanlışına düşen öğrencilerin seçimin önemli olduğu sorularda permütasyon, sıralamanın önemli olduğu sorularda ise kombinasyon cevabını verdikleri, kombinasyon kavramını iyi bilmeyen öğrenciler kombinasyon problemi kuramadıkları ve öğrencilerin kesirlerde sadeleştirmede ile çarpma işleminde işlem hataları yaptıkları bulgularını elde etmiştir. Green (1994), yaptığı bir çalışmada olasılığın deneysel yönü üzerinde durulmadığı, çocukların sadece teorik becerileri ve olasılık öğretiminde kullanılan kavramları (olabilirlik, imkânsızlık, rasgelelik ve diğerleri.) öğrendiğini fakat bundan çok daha fazlasına ihtiyaç duyduklarını vurgulamıştır.

Tunç (2006), çalışmasında özel ve devlet okullarının 8. sınıf öğrencilerine olasılık konusundaki bilgi ve becerileri kazandırma düzeylerini değerlendirme adına bir çalışma yapmıştır. Yaptığı çalışmada, olasılık kavramının kullanımı ile ilgili yanlışları sıralamıştır. Bu çalışmayla bağımsız olaylar, bağımlı olaylar, ayrık olaylar ve ayrık olmayan olayların birbiriyle karıştırıldığı ortaya çıkarılmıştır. Benzer bir çalışmada O'Connell (1999) New York Kent Üniversitesinde eğitim fakültesi ve psikoloji mezunu olan 50 öğrencinin olasılık problem çözümedeki yaptıkları hataları incelemiştir. Bu çalışma farklı türde hataları ortaya çıkarmıştır. Bunlardan ilki metni algılayıştan kaynaklanan hatalardır. Eşitliği yorumlama, olasılık değerini yanlış görme ve problemin amacını yanlış anlama bu kategoride yapılan hatalardandır. Diğer ikisi ise kavramlardan kaynaklanan hatalar (olasılığın değerinin negatif olarak düşünülmesi, olasılığın değerinin 1 den büyük olarak düşünülmesi, bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığı arasındaki ilişkinin anlaşılmasında) ve bağımsız olayların yanlış değerlendirilmesi türünde yapılan hatalardır (bağımlı ve bağımsız olaylarda olasılığın hesaplanmasında öğrencilerin durumu yanlış ifade etmeleri). Benzer bir çalışmada ise Memnun (2008) olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar ve bu kavramların yeterince öğrenilmemelerinin nedenlerini araştırmıştır. Elde edilen bulgular ışığında kavramların öğrenilememe nedenleri sınıflandırılarak Ishikawa Diyagramı ile gösterilmiştir. Bu diyagramda, olasılık kavramlarının öğrenilememe nedenleri 6 başlıkta toplanmıştır. Bu kategoriler; yaş, önbilgilerin yetersizliği, muhakeme etme becerisinin yetersizliği, öğretmen, kavram yanlışlığı ve öğrencilerin olumsuz tutumları şeklinde olmuştur (Şekil 1).



konuları anlamak için geliştirilen anket uygulandığundan öncelikle nicel desen kullanılmıştır. İkinci aşamada ise nicel verilerin analiziyle elde edilen zorluk indeks değerlerine göre belirlenen konular ile ilgili yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve bu görüşmelerin analizinde ise nitel araştırma deseni kullanılmıştır.

## 2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışmaya Bolu il merkezine bağlı 8 ilköğretim okulunda devam eden bir dershane de başarı seviyelerine göre sınıflara ayrılmış toplam 418 6, 7 ve 8.sınıf öğrencisi katılmıştır. Bu öğrencilerin 148'i 6.sınıf, 150'si 7.sınıf ve 120'si 8.sınıfa devam etmektedir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler için her sınıf düzeyinden akademik olarak başarısı düşük seviyeli 4, orta seviyeli 4 ve yüksek seviyeli 2 olmak üzere toplam on öğrenci rastgele seçilmiştir. Akademik başarı seviyelerini belirlerken bir önceki yılın matematik dersi yılsonu notları dikkate alınmıştır. Ortalaması 0-54 olan öğrenciler başarısı düşük, 55-69 olan öğrenciler başarısı orta ve 70-100 olan öğrenciler ise başarısı yüksek düzey olarak belirlenmiştir. Bu şekilde toplam 30 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

## 2.3. Veri Toplama Araçları

Öğrencilerin istatistik ve olasılık öğrenme alanındaki karşılaştıkları güçlükleri saptamak için var olan durumu belirlemek amacı ile Durmuş (2004) ve Bahar (1999)'ın çalışmalarından esinlenerek kavram ve konu listesi belirlenmiştir. İlgili alanyazın, ilköğretim matematik programındaki İstatistik ve Olasılık Öğrenme Alanındaki ve alt öğrenme alanlarındaki ilgili kavramlar ve bu kavramlarla ilgili diğer diğer öğrenme alanlarındaki konular çeşitli okullarda görev yapmakta olan üç öğretmen ile belirlenip uzman görüşü alınarak İstatistik ve Olasılık Öğrenme Zorluk Anket Formu (İOZA) geliştirilmiştir. Görüşü alınan öğretmenlerin on yılın üzerinde deneyimlerinin olmasına dikkat edilmiştir.

Anket formundaki kavramlar, 6.sınıflarda 26, 7.sınıflarda 52 ve 8.sınıflarda 64 tane olmak üzere ve bu kavramlar sınıf kademelerine göre birbirini kapsayacak şekilde belirlenmiştir. Belirlenen kavramlar birbiriyle ilişkili olacak şekilde müfredattaki işleniş sırasına göre sıralanmıştır. Bu anket maddeleri 6. sınıflarda; bir soruyla ilgili araştırma sorusu oluşturma, örneklem seçme, veri toplama, verileri grafiğe dökme, çizgi grafiği oluşturma ve yorumlama, şekil grafiği oluşturma ve yorumlama, sütun grafiği oluşturma, verilere dayalı tahmin yürütme, çizgi grafik ve sütun grafik kullanım yerlerini ayırt etme, yanıltıcı grafikler, aritmetik ortalama, açıklık, aralık, aritmetik ortalamaya göre veri yorumlama, açıklığa göre veri yorumlama, örnek uzay, deney, çıktı, olay, olayın olma olasılığı, olayın olmama olasılığı, tümleyen olay, kesin olay, imkansız olay, iki durumu oranlama, kesirler; 7. sınıfta, 6. sınıfa ek olarak; genel çarpma kuralı, faktöriyel, permütasyon, ortanca, tepe değer, çeyrekler açıklığı, çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama, amaca uygun merkezi eğilim ölçülerini kullanabilme, çok değişkenli sütun grafiği, daire grafiği oluşturma, daire grafiği yorumlama, oran orantı, yüzde bulma, dairede açılar hesaplayabilme, ayrık olay, ayrık olmayan olay, ayrık olayların olasılığı, ayrık olmayan olayların olasılığı, kesirlerde işlemler, kümelerde işlemler, geometrik cisimlerin alanlarını hesaplama, geometrik olasılık ve 8. sınıf öğrencilerinde 6 ve 7. sınıfa ek olarak; çok verili grafikler için grup sayısı belirleme, grup genişliği hesaplama,

histogram oluşturma, histogram yorumlama, karekök alma, standart sapma hesaplama, standart sapmaya göre veri yorumlama, teorik olasılık, deneysel olasılık, öznel olasılık, bağımlı olay, bağımsız olay, kombinasyon, kombinasyon ve permütasyon arasındaki ilişki ve farkı ayırt edebilme şeklinde belirlenmiştir.

Anket sonuçlarının analizi sonrasında öğrenci görüşlerine göre zorlanıldığı belirlenen kavramların neden anlaşamadığını belirlemek için 6-8. sınıf öğrencilerinden her sınıf düzeyinden onar öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşme formu hazırlanırken soruların açık-uçlu olmasına, esnek olmasına, katılımcıyı yönlendirmemesine dikkat edilmiştir. Sorular öğrencinin; deneyimleri, tutumları, düşünceleri, niyetleri, yorumları ve zihinsel algılarını anlamaya yönelik olarak oluşturulmaya çalışılmıştır. Görüşme formunun iç geçerliğini sağlamak için görüşme formu iki uzmana verilmiş ve uzmanların değerlendirmeleri sonucu %90 oranında aynı sonuca varılan ifadeler belirlenerek forma son şekil verilmiştir.

#### 2.4. Verilerin Analizi

Çalışma grubuna uygulanan anket, bir istatistik programına aktarılmış ve zorluk indeksi, adı geçen konuya ‘biraz anladım’ ve ‘hiçbir şey anlamadım’ cevabını veren öğrenci sayısı ile 100’ün çarpımının, toplam öğrenci sayısından ‘bu konuyu görmedik’ cevabını veren öğrenci sayısı çıkarılarak bulunan değere oranlanması ile hesaplanmıştır. Aynı zorluk indeksi, biraz anladım ve hiç anlamadım seçeneği birlikte alınarak hesaplanmıştır.

Bu indekste belirtilen kavram ve konuların zorluk indeksi;

$N_t$  = Örneklemdaki toplam öğrenci sayısı

$N_z$  = Konuyu hiç anlamayan öğrenci sayısı

$N_b$  = Konuyu biraz anlayan öğrenci sayısı

$N_g$  = Konuyu hiç görmeyen öğrenci sayısı olmak üzere

Konuyu hiç anlamayanlarda;

$$\text{Zorluk indeksi} = \frac{N_z \times 100}{N_t - N_g}$$

Konuyu biraz anlayan ve hiç anlamayan öğrenciler birlikte alındığında ise;

$$\text{Zorluk indeksi} = \frac{(N_z + N_b) \times 100}{N_t - N_g} \text{ formülü uygulanmıştır.}$$

Bu formül ile hesaplanarak, hiç anlamadım seçeneğini işaretlenen kavram ve konulardan; %15 ve üzeri olanlar belirlenmiş ve listelenmiştir (Durmuş, 2004; Bahar, 1999). Bu kavramlarda neden zorlanıldığının altında yatan sebepleri bulmak için çeşitli okullardan değişik başarı seviyelerine sahip farklı düzeylerdeki onar öğrenciden oluşan toplam 30 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır.

### 3. BULGULAR

Bu bölümde araştırmadan elde edilen verilerin analizleri sonucunda ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir. Bulgular iki bölümde sunulmuştur. Birinci bölümde nicel verilerle elde edilen bulgular, ikinci bölümde ise nitel verilerle elde edilen bulgular yer almaktadır. Nicel bölümde elde edilen veriler uygun istatistiksel teknikler kullanarak

analiz edilmiş ve tablolar halinde düzenlenmiştir. Nitel bölümde ise öğrencilerin istatistik ve olasılık öğrenme alanında karşılaştıkları zorlukların altında yatan sebeplerin neler olduğuna dair bulgular, yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak sunulmuştur.

Araştırma problemlerine ait bulgular her sınıf seviyesi için ayrı ayrı ele alınmıştır.

Araştırmanın ilk problemi öğrencilerin zorlandıkları kavram ve konuların neler olduğunu belirlemektir. Sırasıyla 6, 7 ve 8. sınıfa devam eden katılımcıların verdikleri cevaplar analiz edilecektir. 6. sınıf öğrencilerine uygulanan İOZA formundaki hiç anlamadım ile biraz ve hiç anlamadım seçeneğini işaretleyen öğrencilerin, hangi konu ve kavramlarda zorlandıkları aşağıdaki tablodaki gibi karşımıza çıkmıştır.

**Tablo 1.**

*6. sınıf hiç anlamadım ile hiç ve biraz anladım düzeylerinin zorluk indekslerinin karşılaştırılması*

	<b>hiç anlamadım zorluk indeksi %</b>	<b>hiç anlamadım &amp; biraz anladım zorluk indeksi %</b>
<b>Çıktı</b>	19,82	49,61
<b>Olayın Olmama Olasılığı</b>	16,79	31,50
<b>Yanıtıcı Grafikler</b>	16,66	53,96
<b>Olayın Olma Olasılığı</b>	16,03	15,75
<b>Aritmetik Ortalama</b>	15,03	15,54

26 tane kavram ve konu başlıklarından oluşan 6.sınıf İOZİ ölçme aracında kategorik olarak “hiç anlamadım” düzeyi incelenmiş ve belirlenen %15 ve üzeri zorluk indeksi alındığında: çıktı, olayın olmama olasılığı, yanıtıcı grafikler, olayın olma olasılığı ve aritmetik ortalama konuları zorlanılan konuların başında çıkmıştır. “Çıktı” kavramı en zorlanılan konu olarak görülmüştür.

Hiç anlamadım düzeyi zorluk indeksi ile biraz ve hiç anlamadım zorluk indeksleri arasındaki fark çıktı kavramında yaklaşık % 30’larda çıkmıştır. Yanıtıcı grafiklerde bu fark %37’yi bulurken, olayın olmama olasılığında %15 olmuştur. Biraz ve hiç anlamadım zorluk indeksine göre bakıldığında olayın olma olasılığı ve aritmetik ortalama konularının diğer üç konuya göre daha iyi anlaşıldığı, aradaki farkın çok fazla olduğu görülmüştür.

Araştırmanın ikinci problemi bu zorlukların altında yatan nedenleri belirlemek olduğundan farklı başarı düzeylerinden öğrencilerle mülakatlar yapılmıştır.

Öğrencilerden ‘çıktı’ kavramını hiç anlamadım diyen başarı seviyesi düşük dört öğrencinin, “neden çıktı kavramını hiç anlamadın?” sorusuna verdikleri cevaplar incelendiğinde genel olarak çıktı kavramını zihinlerinde oluşturmadıkları görülmüştür. Diğer bir deyişle çıktı kavramı öğrencilerde belli bir karşılık bulamamaktadır. Çıktı konusunda hiç anlamadım diyen başarı seviyesi düşük öğrencilerin genel itibarı ile bu kavram hakkında bilgilerinin olmadığı, unuttukları ya da bu ad altında işlemedikleri görülmüştür. Nitekim;



**Araştırmacı:** *Bir zar attığında çift gelme olasılığı nedir?*

**Ö1 (1 olarak kodlanmış öğrencinin cevabı):**  $1/2$

**A:** *Nasıl buldun?*

**Ö1:** *Çift olan sayıları buldum.*

**A:** *Neler bunlar?*

**Ö1:** *2, 4, 6.*

**A:** *Bu sayılar olayın neyi?*

**Ö1:** *Benden istenilen durumlar. Bu şekilde biliyorum.*

Yukarıdaki diyalogdan da anlaşılacağı gibi öğrenci aslında olayın çıktılarının neler olduğunu tespit edebiliyor. Bunu yaparken yaptığı işin çıktı kavramına karşılık olarak geldiğinden haberdar değil.

Başarı durumu orta düzeyli olan öğrencilerden çıktı kavramını biraz anladım diyen öğrencilere neden biraz anladıkları sorulduğunda, genellikle anladıklarını ama karşılıklarına çıkan bazı sorularda çıktıyı tam ayırt edemedikleri cevabı alınmıştır.

**A:** *Peki, "Bir torbada üzerinde 1 yazan 4 tane top, 2 yazan 3 tane top ve 3 yazan 6 tane top vardır. Çekilen topun 2'den küçük olma olasılığı nedir?" bu sorunun çıktıları nelerdir?*

**Ö5:** *(2,2,2,1,1,1,1)*

**A:** *Cevabından emin misin?*

**Ö5:** *2'den küçük dediğimiz zaman 2'yi de alacak mıydık?*

**A:** *Bir düşün bakalım.*

**Ö5:** *Sonuçta 2'den küçük diyor, 2 olamaz yani. O zaman cevabımı değiştiriyorum. (1,1,1,1) olması lazım.*

Burada çıktı kavramı ile ilgili eksikliklerin yanı sıra doğal sayılar konusunda da bazı kavram yanlışlarının olduğu tespit edilmiştir. 2' den küçük denildiği zaman öğrenci 2'nin alınıp alınmayacağını bilememektedir. Konuların irtibatlı olduğu diğer kavram ve konuların eksik olması doğrudan anlaşılabilir ve anlaşılabilir seviyelerini etkilemiştir. Matematiksel ifadelerin günlük kullanımdaki ifadelerle uyumsuzluğu öğrencilerin bazı soruları anlamalarını güçleştirmiştir. Bir öğrencinin (Ö3) "1'den 5'e kadar dendiğinde 5'i alıp almayacağımdan emin değilim" şeklinde ifade etmesi bunu açıkça ortaya koymuştur.

Olayın olma olasılığından ne anladıkları başarı seviyesi düşük olan öğrencilere sorulduğunda; öğrencilerin bu konuyu formül üzerinde öğrendiklerini, unuttukları zaman nasıl yapmaları gerektiği hakkında bir şey bilmediklerini ifade ettiler. Bir kısmı oranla arasının iyi olmadığını söylemiştir. Konu kavramsal olmaktan çok işlemsel olarak öğretilmiş ve bu durum zamanla unutulmaya sebep olmuştur. Nitekim bir öğrenci (Ö2) "sadece formüldeki değerleri yerine koyarak sonucu bulmaya çalışıyorum" ifadesiyle bu durumu teyit etmiştir.

Orta seviyedeki öğrencilerde olayın olma olasılığının ne anlama geldiği ile ilgili bazı kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür:

**A:** *Bir kutuda birbirine eş olan 3 mavi, 9 yeşil ve 8 kırmızı bilye vardır. Kutudan rastgele bir bilye seçiliyor. Bu bilyenin kırmızı olma olasılığı nedir?*

**Ö6:**  $1/3$

**A:** Bu cevabı nasıl buldun?

**Ö6:** Mavi, yeşil ve kırmızı top vardı. Üç renk varsa olasılık 3'te 1'dir.

**A:** Peki bilye sayılarının eşit olmaması bu şansı değiştirir mi?

**Ö6:** Neden değiştirdin ki sonuçta üç farklı renk var bu yüzden sonuç 1/3 olmalı.

Bilyelerin miktarına göre değil de renk sayısına göre bir oranlama yapmıştır. Paranın atılma olasılığındaki 1/2 'lik yazı veya tura gelme olasılığını, öğrenciler buraya taşıyıp üç renk olduğundan üç durum karşımıza çıkar ve 1/3'lük bir olasılık söz konusudur şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmüştür (Shaughnessy, 1992).

Biraz anladım diyen öğrencilerle yapılan mülakatta ise "soruları yapabiliyorum ama her zaman doğru sonucu bulamıyorum." cevabı genellikteydi.

**A:** Hilesiz bir zar atılıyor. Üst yüze gelen sayının

I. 5 olması

II. Tek sayı olması

III. Çift sayı olması

IV. 5'ten küçük bir sayı olması olasılıklarından en büyüğü hangisidir?"

**Ö7:** 5 olma olasılığı 5/6

Tek olma olasılığı 3/6

Çift olma olasılığı da 3/6

5'ten küçük olma olasılığı da 4/6. Buna göre 5 olma olasılığı en büyüktür.

**A:** Beş olma olasılığını nasıl buldun?

**Ö7:** Benden 5 gelme olasılığını istiyordun. Olayın çıktısı 5, tüm durumlar zarın altı yüzü olduğu için 6, oranlarım: 5/6

Öğrenci zarın bir yüzünde olan 5 sayısını bir alması gerekirken, istenilen sayı 5 olduğu için çıktığı 5 olarak ifade etmiştir. Aynı hatayı teklik ve çiftlik gibi birden fazla çıktığına sahip olan olaylarda yapmamıştır. Burada çıktı konusundaki eksikliklerin, olayın olma olasılığının bulunmasında da eksikliklere neden olduğu görülmüştür.

Olayın olmama olasılığı ile ilgili olarak yapılan mülakatta öğrenciler neden zorlandıkları sorusuna çeşitli cevaplar vermişlerdir. Öğrencilerin olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının aynı şekilde bulunabileceği bunun içinde ayrı bir formül olması gerektiği düşüncesi olduğu görülmüştür. Ayrıca olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamının 1 olması gerektiğini bilmedikleri tespit edilmiştir.

**Ö3:** Bazı soru çeşitleri var onları karıştırıyorum. Bir olay olur ya da olmaz. Yani 1/2 gibiymiş gibi geliyor sonuç ama yanlış oluyor. Bunların nedenini anlayamıyorum.

**A:** Bir okçunun bir atışta hedefi vurma olasılığı % 60'tır. Buna göre, bu atıcının bir atışta hedefi vurmama olasılığı kaçtır? Bunun gibi sorular mı?

**Ö3:** Evet.

**A:** Sorunun anlayamadığın tarafı ne?

**Ö3:** Nasıl hedefi vurma olasılığı %60 olmuş ki, yarı yarıya olmaz mı? Ya vurur ya da vuramaz. Bence cevap %50 olmalı.

Öğrencilerin bazı durumları olma ya da olmama olarak iki durum üzerinden değerlendirdikleri ve bunun dışında olasılığı etkileyebilecek olan diğer faktörleri görmezden geldikleri görülmüştür.

Mülakatta, anketteki yanıltıcı grafikler konusuna hiç anlamadım seçeneğini işaretlemiş olan öğrencilerin herhangi bir grafik ile yanıltıcı grafikler arasında bir fark göremedikleri, grafikleri yorumlarken karşılıklarına böyle bir durumun gelebileceğinden habersiz oldukları fark edilmiştir.

*A: Bu grafiği incelediğinde normal grafiklere göre bir fark gördün mü?*

*Ö6: Göremedim.*

*A: Grafiklerin başlangıç değeri normalde kaç oluyordu hatırlıyor musun?*

*Ö6: Sıfırla başlaması gerekiyordu.*

*A: Bu grafik kaçla başlamış?*

*Ö6:50 ile başlamış.*

*A:Bu yaptığın yorumları nasıl değiştirir.*

*Ö6:Değiştirmez ki, sonuçta sayılar belli. Kaçı gösteriyorsa kiloları odur.*

Bunun yanında yanıltıcı grafiklerden haberdar olan öğrencilerde vardır. Bu öğrencilerde yanıltıcı bir grafiğin nasıl yorumlanacağı konusunda zorlandıkları görülmüştür.

Aritmetik ortalama konusunu hiç anlamadım diyen öğrencilerle yapılan mülakatta öğrenciler; bu konu ile ilgili sorulara genel olarak cevap verememişlerdir. Öğrencilerin dört işlem gibi temel konulardaki eksikliklerinin bu konularda öğrenme güçlüğüne yol açtığı görülmüştür. Öğrencinin temel konuları bilmiyor olması yeni işlenen konu da isteksizlik olarak ortaya çıkmaktadır.

Bu konuya biraz anladım diyen öğrenciler aritmetik ortalamanın formülünü bildikleri, direk veriler verilip bu verilerin aritmetik ortalaması sorulduğunda bunlara cevap verebildiklerini, formül dışında bir soruyla karşılaştıklarında ne yapmaları gerektiğini tam kavrayamadıklarını ifade etmişlerdir.

*A: Cihan 'ın üç matematik sınavının aritmetik ortalaması 75 'tir. Karnesindeki notun 80 olması için öğretmen Cihan 'a sözlü notu olarak kaç vermelidir?*

*Ö8:İşte bunun gibi sorularda ne yapacağımı bilemiyorum.*

*A: Formüle göre yapamaz mısın?*

*Ö8: Formüle göre yapabilmem için bu sınavlardan kaçar aldığımı bilmem lazım ben bunları bilmiyorum ki?*

*A: Verilenleri yerleştiren formüle belki bulabilirsin.*

*Ö8: Yapabileceğimi sanmıyorum.*

Öğrencilerin sadece formül ezberlemeleri, rutin olmayan bir soru ile karşılaştıklarında zorlanmalarına hatta yapamamalarına sebep olmaktadır. Öğrenciler bilgilerini transfer etmekte güçlük yaşamaktadır. Çeşitli örneklerle bu transferler sağlanmaya çalışılsa da sınıf ortamları ve öğretmenlerin tutumları öğrencilerin anlamadıklarını sorma noktasında çekinmelerine sebep olmuştur.

Araştırma sorularının diğer sınıflar için incelenmesi sonucunda şu bulgulara ulaşılmıştır. 7. sınıf öğrencilerine uygulanan İOZA formundaki hiç anlamadım ile biraz ve hiç anlamadım seçeneğini işaretleyen öğrencilerin, hangi konu ve kavramlarda zorlandıkları aşağıdaki tablodaki gibi karşımıza çıkmıştır.

**Tablo 2.**

*7. sınıf hiç anlamadım ile hiç ve biraz anladım düzeylerinin zorluk indekslerinin karşılaştırılması*

	<b>hiç anlamadım zorluk indeksi %</b>	<b>hiç anlamadım &amp; biraz anladım zorluk indeksi %</b>
<b>Tümleyen olay</b>	18,54	59,67
<b>Ayrık olmayan olayların olasılığı</b>	15,94	55,07
<b>Ayrık olayların olasılığı</b>	15,71	57,00
<b>Ayrık olmayan olay</b>	15,71	45,00
<b>Ayrık olay</b>	15,21	49,27

Tablo 2'yi incelediğimizde beş kavram ile karşı karşıya kalıyoruz. 7. sınıf İOZA formunun 52 maddesinden; tümleyen olay, ayrık olmayan olayların olasılığı, ayrık olayların olasılığı, ayrık olmayan olay ve ayrık olay olmak üzere beş madde hiç anlamadım düzeyinde %15 zorluk indeksi sınırının üzerinde kalan kavramlardır. En çok zorlanılan kavram olarak 'tümleyen olay' ilk sıradadır.

Tümleyen olayda, hiç anlamadım zorluk indeksi ile biraz ve hiç anlamadım zorluk indeksi arasındaki fark yaklaşık %41, ayrık olmayan olayların olasılığında %40, ayrık olayların olasılığında %43, ayrık olmayan olayda %30 ve ayrık olayda %34 olmuştur.

6. sınıfta zorlanılan konuların, 7. sınıfta zorlanılan konular arasında yer almadığı görülmüştür. Daha çok ilk defa 7. sınıfta işledikleri konuların zorlanılan konular arasında yer aldığı tespit edilmiştir. Bu kavramları anlamama nedenlerini araştırma adına yapılan mülakatlarda bazı bulgular elde edilmiştir.

Tümleyen olay kavramını hiç anlamadım diyen akademik olarak başarı seviyesi düşük öğrencilerin genel itibarı ile bu kavram hakkında bilgilerinin olmadığı, işledikleri halde hatırlamadıkları görülmüştür. Yapılan bir mülakatta sorulan bir soruya verilen cevap aşağıdaki gibidir;

*A: Bir poşette; 3 kırmızı, 4 mavi ve 5 sarı top vardır. Bu poşetten çekilen topun kırmızı olma olasılığı nedir?*

*Ö11: 3' tür.*

*A: Nasıl buldun?*

*Ö11: Çünkü 3 tane kırmızı top var.*

Akademik olarak başarı seviyesi düşük olan diğer öğrencilerde de benzer sonuçlarla karşılaşıldı. Öğrencilerin bir olayın olma olasılığının bile nasıl bulunacağı hakkında herhangi bir bilgisinin olmadığı, buna bağlı olarak tümleyen olayın ne demek olduğu ile ilgili bir fikre sahip olmadıkları ortaya çıktı.

Basarı durumu orta düzeyli olan öğrencilerden tümleyen olay kavramını hiç anlamadım diyen öğrencilere, neden hiç anlamadıkları sorulduğunda ise; tümleyen olayın tam olarak neyi ifade ettiğini bilmedikleri anlaşıldı. Bununla ilgili bir öğrenciye yapılan mülakat şöyledir;

*A: Tümleyen olayı anlamama nedenin ne olabilir?*

*Ö15: Aslında ben tümleyenin ne demek olduğunu biliyorum ama kümeler konusunda görmüştük. Bu konu ile ilgili olarak nasıl kullanacağımı bilemiyorum.*

*A: Bir soru sorsam bununla ilgili belki hatırlarsın?*

*Ö15: Olur.*

*A: Bir poşette; 3 kırmızı, 4 mavi ve 5 sarı top vardır. Bu poşetten çekilen topun kırmızı olma olasılığı nedir?*

*Ö15: 3/12*

*A: Burada senin olayın neydi?*

*Ö15: 3 tane kırmızı top*

*A: Kırmızı renkli top hariç herhangi bir top gelme olasılığı nedir dersek?*

*Ö15: 9/12*

*A: Burada senin olayın ne?*

*Ö15: 4 tane mavi ve 5 tane sarı top.*

*A: Bu durumları, ilk duruma göre nasıl yorumlayabilirsin?*

*Ö15: İkinci durum ilk durumun olmama olasılığıdır. Kırmızı dışındakilerin gelmesi.*

Öğrencilerden ‘ayrık olay ve ayrık olmayan olay’ kavramlarını hiç anlamadım diyen başarı seviyesi düşük dört öğrencinin, “neden ayrık olay kavramını hiç anlamadın?” ve “neden ayrık olmayan olayı anlamadın?” sorusuna verdikleri cevaplar genellikle paralellik gösterdi. Ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarının ikisine birden hiç anlamadım diyen akademik başarı seviyesi düşük öğrencilerin birden fazla olay için içine girdiği zaman, olayı belirlemede zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencilerin bir konuyu öğrenmeden diğerini öğreniyor olmaları onların derse olan ilgisini azaltmış ve matematiği yapamadıkları inancına dönüştürmüştür.

*A: İşlediğiniz halde bu konuyu anlamama sebebin ne olabilir?*

*Ö13: Matematikten eksiklerim var. Anlamaya çalışsam da anlayamıyorum. Ben bir konuyu anlamaya çalışırken, başka konulara geçiyoruz. Bu sene çok fazla konu var. Hepsini kaçırıyorum. Birbiriyle bağlantılı konular. Bu konunun içinde permütasyon da var. Ben permütasyonu da hiç anlamadım zaten. Onu yapamıyorum ki bunu nasıl yapayım.*

*A: Konular çok mu hızlı işleniyor?*

*Ö13: Aslında öğretmenimiz çok fazla örnek çözüyor. Ama ben anlayamıyorum. İşlemler yapıyor ama neyi niçin yaptığını bilemiyorum. O yüzden canım sıkılıyor. Dinlemeyi bırakıyorum.*

Akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrencilerde, konularla irtibatlı olan diğer konuları anlayamamaları, onların derse olan ilgilerini azaltmakta ve motivasyonlarını düşürmektedir.

Akademik olarak başarı seviyesi orta olan öğrenciler ayrık olmayan olayların olasılığını hesaplamakta zorlanmaktadırlar. Mülakatta neden zorlandıkları sorusuna; tek bir olayla karşılaştıklarında bu olayın olasılığını hesaplamakta zorlanmazken, birden fazla olay için içine girince zorlandıklarını ifade etmektedirler. Özellikle bu olayların ayrık olmaması onlar için için içinden çıkılmaz bir hal almaktadır. Burum ile ilgili bir diyalog şu şekilde olmuştur:

*A: Bu konu ile ilgili olarak bir soru soracağım; bir sınıfta 24 öğrenci vardır. Bu öğrencilerden 10 tanesi kızdır. Kızların 5'i, erkeklerin 6'sı gözlük kullanmaktadır. Bu sınıftan seçilen bir öğrencinin erkek ya da gözlüklü olma olasılığı nedir?*

*Ö14:  $24-10=14$*

*$5+6=11$*

*$14+11=25$*

*$25/24$*

*A: Bu sonuca nasıl ulaştın?*

*Ö14: Öğrenci sayısından kız öğrencileri çıkartıp erkek öğrencilerin sayısını buldum. Erkek öğrencilerin sayısı ile gözlüklü öğrencilerin sayısını topladım. Benden istenileni, tüm öğrenci sayısına böldüm.*

*A: Bu soru hangi olay türüne giriyor.*

*Ö14: Bunu ayırt edemiyorum.*

*A: Peki, senden istenilen durum sayısı tüm durumlardan büyük olabilir mi?*

*Ö14: Çıkartma mı yapmam gerekiyordu.*

*A: Neden çıkartma mı diye sordun?*

*Ö14: Bazı durumlarda çıkartıyorduk.*

*A: Hangi durumlarda?*

*Ö14: Bunu bilmiyorum. İstenilen durum, tüm durumlardan fazla olduğu zaman mı?*

*A: Neden böyle oldu ki, normalde istenilen durumların tüm durumlara göre daha az olması gerekmez miydi?*

*Ö14: Bilmem.*

*A: Bir olayın olasılığı en çok kaç olabilir.*

*Ö14: Atabilir miyim?*

*A: Belli bir değeri olabilir mi sence?*

*Ö14: Her şey olabilir herhalde. Neden belli bir değeri olsun ki, sonuçta her soru için farklı bir sonuç ortaya çıkıyor.*

*A: Bu soru için senden istenilen durumların sınıf mevcudundan fazla olması normal mi?*

*Ö14: Sınıf mevcudunu geçmemeliydi.*

*A: Neden geçmiş olabilir sence?*

*Ö14: Düşünmem lazım. Erkek öğrencilerin içerisinde gözlüklüler vardı zaten. Ben aynı öğrenciyi iki kere saymış oldum. Bu yüzden çıkartmam gerekiyordu kesişimleri. Çünkü. aynı kişiyi iki kere alamam.*

Görüldüğü gibi öğrencilerin ayırık olmayan olayların olasılığını hesaplarken aynı kişileri iki kez alarak yanlışlığa düştükleri, yapılan yönlendirme sonucu bunun farkına vardıkları tespit edilmiştir.

Araştırmanın problemlerinin 8. Sınıf düzeyinde ele alınması sonucu ulaşılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir. 8.sınıf öğrencilerine uygulanan İOZA formundaki hiç anlamadım ile biraz ve hiç anlamadım seçeneğini işaretleyen öğrencilerin, hangi kavramlarda zorlandıkları aşağıdaki tablodaki gibi karşımıza çıkmıştır.

**Tablo 3.***8. sınıf hiç anlamadım ile biraz ve hiç anlamadım zorluk indeksleri karşılaştırılması*

	hiç anlamadım zorluk indeksi %	hiç anlamadım & biraz anladım zorluk indeksi %
<b>Ayrık olmayan olayların olasılığı</b>	22,77	47,52
<b>Daire grafiği oluşturma</b>	18,69	38,31
<b>Çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama</b>	17,64	42,85
<b>Deneysel olasılık</b>	17,50	41,66
<b>Histogram yorumlama</b>	17,50	39,16
<b>Amaca uygun merkezi eğilim ölçülerini kullanabilme</b>	16,07	53,57
<b>Geometrik olasılık</b>	15,68	43,13
<b>Geometrik şekillerin alanlarını hesaplama</b>	15,38	44,44
<b>Kombinasyon ile permütasyon arasındaki ilişki ve farkı ayırt edebilme</b>	15,00	35,83

Tablo 3'ü incelediğimizde on kavram ile karşı karşıya kalıyoruz. 8.sınıf İOZA formunun 64 maddesinden: ayrık olmayan olayların olasılığı, daire grafiği oluşturma, çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama, deneysel olasılık, histogram yorumlama, amaca uygun merkezi eğilim ölçülerini kullanabilme, geometrik olasılık, geometrik şekillerin alanını hesaplama ve kombinasyon ile permütasyon arasında ilişki ve farkı ayırt edebilme olmak üzere dokuz madde hiç anlamadım düzeyinde belirlemiş olduğumuz %15 ve üzeri zorluk indeksi sınırının üzerinde kalan kavramlardır.

Tablo3 incelendiğinde; ayrık olmayan olayların olasılığının hiç anlamadımına göre zorluk indeksi %22.7'den biraz ve hiç anlamadım zorluk indeksine göre %47.5'a çıkmış yaklaşık %25'lik bir artış göstermiştir. Daire grafiği oluşturma %20'lik, çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama %25'lik, deneysel olasılık %26'lik, histogram yorumlama %22'lik, amaca uygun merkezi eğilim ölçülerini kullanabilme %37'lik, geometrik olasılık %28'lik, geometrik şekillerin alanlarını hesaplama %29'lik ve kombinasyon ile permütasyon arasındaki ilişki ve farkı ayırt edebilme % 20'lik bir artış göstermiştir.

Akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrenciler ayrık olmayan olayların olasılığını hesaplamakta zorlanmaktadırlar hatta birçoğu hesaplayamamaktadırlar. Öğrencilerin bu konuyu unutma, tam anlamama, ayırt edememe, hazırbulunuşluklarının tam olmaması veya temellerinden gelen eksiklikler sonucunda, yeni bilgileri ilişkilendiremeyip öğrenmede zorluk çektikleri ortaya çıkmıştır. Yapılan mülakatlardan biri şu şekildedir:

*Ö21: Matematik konularında benim eksiklerim var. Öyle olunca yeni konuları anlayamıyorum. Olasılıkta da öyle oldu mesela, geçen senekini anlayamadan bu seneki konuyu hiç anlayamıyorum. Bu yüzden dersler bana sıkıcı geliyor. Dinlemek istemiyorum.*

Akademik başarısı orta seviyede olan öğrencilerde durum biraz daha farklıdır. Bu öğrencilerde genel olarak unutmalarından dolayı bu konuyu hiç anlamadım seçeneğini işaretlediğini söylerken, geçen sene zorda olsa anladıklarını ifade etmişlerdir. Zorlanma

sebebi olarak da, sorularda birkaç olayın bir arada verilmesi sonucunda bazı sorunlar yaşadıklarını söylemişlerdir.

*A: Bir sınıfta 24 öğrenci vardır. Bu öğrencilerden 10 tanesi kızdır. Kızların 5'i, erkeklerin 6'sı gözlük kullanmaktadır. Bu sınıftan seçilen bir öğrencinin erkek ya da gözlüklü olma olasılığı nedir?*

*Ö25:  $24-10=14$*

*$14+11=25$*

*$25/24$*

*A: Bir olayın olma olasılığının hangi değerler arasında olabileceğini biliyor musun?*

*Ö25: 0 ile 1 arasında.*

*A: Bulduğun sonuç bu kurala uyuyor mu peki?*

*Ö25: Hayır. 1'den büyük çıktı.*

*A: Neden böyle olmuş olabilir?*

*Ö25: Tekrar bakayım soruya. Erkeklerdeki gözlüklüleri tekrar yazmamam gerekirdi. Onlar zaten erkek öğrencilerin içinde var. O zaman;*

*$14+5=19$*

*$19/24$  olmalı sonuç.*

*A: Bu doğru sonuç. Neden ilk basta düşünemedin?*

*Ö25: Geçen senede aynı hatayı yapardım. Sorularım hep yanlış çıkıyordu. Böyle soruları yapmakta zorlanıyorum. Dikkat edemiyorum.*

*A: Kümelerde işlemler konusuna hangi şıkkı işaretlemiştin?*

*Ö25: Ona da hiç anlamadım şıkkını işaretledim.*

*A: Unuttuğun için mi?*

*Ö25: Biraz unuttuğum için, biraz da gerçekten yapamazdım onun için.*

Yapılan anket sonuçlarında 8. Sınıf öğrencilerinin en çok zorlandıkları bir diğer konuda daire grafiği oluşturma konusudur. Mülakata katılan akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrencilere neden bu konuda zorlandıkları sorulduğunda; açılı verildiği zaman yüzdeye, yüzde verildiği zaman açılıya çevirmekte zorlandıkları görülmüştür.

Akademik olarak ders durumu düşük olan öğrencilerin soruyu okudukları zaman, neyi nasıl yapacaklarını düşünmeden, rast gele sadece bildiği işlemleri yaptıkları görülmüştür. Yaptığı işlemler onları sonuca götürmediği gibi ne yapacakları hakkında hiç bir fikre sahip olmadıkları görülmüştür.

Akademik olarak başarı seviyesi orta düzeyde olan öğrencilerin ise genellikle yüzdeyi açılıya, açılıyı yüzdeye çevirirken orantı kurmakta zorlandıkları tespit edilmiştir.

Akademik olarak başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerin bu konu ile ilgili çok fazla sıkıntıları olmadığı, olan sıkıntılarının da tekrar ederek ve değişik örnekler çözerek halledildiği görülmüştür.

8.sınıf öğrencilerden “çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama” kavramlarını hiç anlamadım diyen akademik başarı seviyesi düşük olan öğrencilerin çeyrekler açıklığı hesaplama seçeneğine de hiç anlamadım şıkkını işaretledikleri ortaya çıkmıştır. Çeyrekler açıklığını hesaplamayı bilen öğrencilerin de bunu sistematik olarak yaptıkları ama ne işe yaradığı hakkında herhangi bir şey öğrenmedikleri görülmüştür.



Akademik olarak başarı seviyesi yüksek olan öğrencilerin, çeyrekler açıklığını bulma seçeneğine “çok iyi anladım” şikkını işaretledikleri ama yorumlama kısmına “hiç anlamadım” seçeneğini işaretledikleri ortaya çıkmıştır. Bununla ilgili bir diyalog şu şekilde olmuştur:

**Ö29:** *Çeyrekler açıklığını çok iyi hesaplayabiliyorum ama ne işe yarar nerede kullanılır hiçbir fikrim yok.*

**Ö30:** *Çeyrekler açıklığının bana ne anlatmak istediğini bilmiyorum.*

Neden çeyrekler açıklığını yorumlamayı anlamadıkları sorulduğunda (Ö25); “*bu konuyu anlatılırken adım adım nasıl işlem yapacaklarının gösterildiği ama ne işe yaradığı hakkında hiç bir bilgi verilmediği*” söylenilmiştir.

Deneyisel olasılığın neden anlaşamadığını anlama adına yapılan mülakatlarda; öğrencilere deneyisel olasılıkla ilgili soru sorulduğunda öğrencilerin ya cevaplayamadıkları ya da teorik olasılığa göre cevaplamaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin olasılık çeşitlerini ayırt edemedikleri görülmüştür. Yapılan bir mülakatta sorulan bir soruya karşılık verilen cevap şu şekildedir;

**A:** *Cihan madeni bir parayı 20 kere havaya atıyor. Bu atışların 14'ünde para yazı gelirken, 6'sında para tura eliyor. Bir sonra ki atışta paranın tura gelme olasılığı kaçtır?*

**Ö23:** *½' dir.*

**A:** *Sonucu nasıl buldun?*

**Ö23:** *Çok kolay. Paranın iki yüzü var biri yazı, biri tura. Tura gelme olasılığı yarı yarıyadır.*

**A:** *20 atış yapıldığı zaman toplam yazı ve tura sayıları için ne söyleyebilirsin?*

**Ö23:** *Bence 10 kere yazı, 10 kere de tura gelmeliydi. Soru yanlış olmalı.*

**A:** *Hep böyle mi olur? Bir madeni parayı havaya attığında sırayla bir tura bir de yazı mı geliyor?*

**Ö23:** *Aslında her zaman öyle olmuyor.*

**A:** *O zaman bunu nasıl açıklayabilirsin? ½ olasılığı bu soru için doğru bir cevap mı oldu?*

**Ö23:** *Hayır doğru bir cevap olmadı. Ama paranın iki yüzü var ve şans yarı yarıya olmalı.*

Mülakatta da görüldüğü gibi akademik olarak düşük seviyedeki öğrencilerde, olasılık çeşitleri tam olarak öğrenilmemiş. Karşılaşılan herhangi bir olasılık sorusu teorik olasılık kullanılarak çözülmeye çalışılmaktadır. Bu durum akademik olarak orta ve yüksek seviyedeki öğrencilerde farklılık göstermektedir. Deneyisel olasılık konusunda noktasal olarak anlayamadıkları bir yer vardır. Bu da neden bir sonraki olasılık sorulduğunda eldeki deneyisel verilere göre cevap verildiğidir. Bu yüzden öğrenciler hiç anlamadım seçeneğini işaretlemişlerdir. Yapılan mülakatlardan birin de öğrenciye deneyisel olasılıkla ilgili bir soru sorulduğunda, şu şekilde diyalog oluşmuştur:

**A:** *Cihan madeni bir parayı 20 kere havaya atıyor. Bu atışların 14'ünde para yazı gelirken, 6'sında para tura eliyor. Bir sonra ki atışta paranın tura gelme olasılığı kaçtır?*

**Ö26:** Benim anlayamadığım kısımda işte burası. Normalde ben bu sorunun cevabının 6/20 olduğunu biliyorum. Ama neden 7/21 değil de 6/20 bunu anlayamadım. Öğretmenime sorduğumda da bana tam olarak açıklayamadı.

**A:** Neden 6/20 değil de 7/21 sonucu, sana daha mantıklı geliyor?

**Ö26:** Çünkü bana şu anki durumu sormuyor ki. Bir sonraki durumu soruyor. Bir sonraki durumda atış sayısı da artacak, tura sayısı da. Atış sayısı 21 olurken, tura sayısının bir artıp 7 olmasını istiyoruz. Böyle düşünüyorum. Hatta iki sonraki atış dendiği zaman ilkinin arttırmadan yaparken, ikinci de arttırarak sonucu buluyoruz. Sanki bir çelişki var burada ama anlayamadım.

Yapılan mülakatta, akademik olarak yüksek seviyedeki öğrencilerin bu konuyla ilgili soruları yapabildikleri ama sorunun çözüm yolu hakkında bazı tereddütlerinin olduğu öğrenilmiştir. Bir öğrenci;

**Ö30:** Deneysel olasılık sorularını yapabiliyorum bu çözüm yolunu ezberlemiş olmamdan kaynaklanıyor. Hala neden bir sonraki atışta atış sayısını arttırmıyoruz anlamıyorum. Öğretmenlerime de sordum ama zihnimde oturtamadım.

Şeklinde var olan durumu bildirmiştir. Okulda öğretmenlerine sormuş olmalarına rağmen bu tereddütlerin tamamen ortadan kaldırılamadığı görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrenciye açıklanmıştır.

Yapılan mülakatta akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrencilere histogram yorumlamada neden zorlandıkları soruldu. Yapılan mülakatlarda akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrencilerin histogram oluşturmakta zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra oluşturulmuş bir histogramı yorumlamakta da zorlandıkları tespit edildi. Sütun grafiği ile ilgili soru sorulduğunda aynı sıkıntı yaşanmazken, histogram sorularında neden yaşandığı soruldu. Yapılan mülakatta bununla ilgili bir kesit şu şekilde oldu;

**Ö24:** Histogramın neyi anlatmak istediğini anlamıyorum. Benim için hiç bir anlam taşımıyor. Ayrıca çok karışık. Sütun grafiği sorularını yapabiliyorum. Bu daha anlaşılır. Histograma ne gerek var ki?

Yapılan mülakatta histogram konusu anlatılırken, ne işe yaradığı noktasına değinilmediği görülmüştür. Öğrenciler için histogram, sadece karışık bir sütun grafiğini ifade etmektedir ve böyle bir şeye neden ihtiyaçları olduğu hakkında bilgi sahibi değillerdir.

Akademik olarak başarı seviyesi orta olan öğrencilerle yapılan mülakatta ortaya çıkan cevaplar biraz daha farklıdır. Öğrencilerin histogram oluşturmakta zorlanmadıkları bunun nedeninin sistematik olarak ne yapmaları gerektiğini bildiklerinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Okullarda adım adım histogram oluşturma basamaklarının verildiği, öğrencinin bunu yaparken bilinçli olarak değil de sistematik olarak yaptığı görülmüştür. Bu durum histogram yorumlamakta zorlanmalarına sebep olmaktadır.

Yapılan mülakatta akademik olarak başarı seviyesi düşük olan öğrencilerin amaca uygun merkezi eğilim ölçüsü kullanmakta zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler merkezi eğilim ölçülerini kısmen hesaplamayı bildikleri halde, bu ölçülerin tam olarak nerelerde kullanıldıkları hakkında bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler kullanmış oldukları ölçme araçlarının merkezi eğilim veya dağılım ölçüsü olduğunun farkında bile değil. Merkezi eğilim veya dağılım ölçüleri tabiri onlar için hiç bir şey ifade etmiyor. Aynı durum akademik olarak orta ve yüksek seviyedeki öğrencilerde de ortaya çıkmıştır.

Öğrenciler daha çok verilen bir formül veya sistematik adımlar doğrultusunda işlem yapmayı öğrenmişlerdir. Yoruma dayalı bir soru ile karşılaştıkları zaman zorlandıkları tespit edilmiştir.

Bu konu ile ilgili yapılan bir mülakatta su durum karsımıza çıkmıştır;

*A: Herhangi bir durum karsısında hangi merkezi eğilim veya dağılım ölçüsünü kullanman gerektiğini biliyor musun?*

*Ö25: Bu ölçülerin ne anlama geldiğini bilmiyorum.*

*A: Mod (Tepe değeri) hesaplamayı biliyor musun?*

*Ö25: Evet.*

*A: Medyan, aritmetik ortalama, çeyrekler açıklığı, açıklık, standart sapma bunları duydun mu?*

*Ö25: Evet. Nasıl hesaplanacaklarını biliyorum.*

*A: nerelerde kullanıldığını, hangi durum karsısında hangisini kullanman gerektiğini biliyor musun?*

*Ö25: Hayır. Hangisini bulun derlerse onu bulabilirim ama nerede hangisini kullanacağım hakkında herhangi bir bilgim yok.*

Öğrencilerden geometrik olasılığı hiç anlamadım seçeneğini işaretleyenlerin, paralel olarak geometrik şekillerin alanını hesaplama konusuna da hiç anlamadım seçeneğini işaretlediği tespit edilmiştir. Bazı konular birbirleri ile bağlantılı oldukları için öğrencilerin o konuda ki eksiklikleri, bağlantılı olan konularda da eksikliklerin oluşmasına neden olmaktadır. Bununla ilgili yapılan mülakatta tespit edilen bir nokta şu şekilde olmuştur;

*A: Geometrik olasılık konusunda neden zorlanıyorsun?*

*Ö27: Çok fazla geometrik şekil var. Alanlarını hesaplarken formüllerini unutuyorum.*

*A: Formüllerini bildiklerini hesaplayabiliyor musun?*

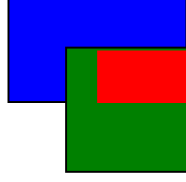
*Ö27: Bazılarını hesaplayabiliyorum.*

*A: Alanlarını bildiğin geometrik şekillerin olasılığını bulabilir misin?*

*Ö27: Alanlarını bilirse bulabilirim ama kesişen şekiller olduğu zaman zorlanabiliyorum.*

Geometrik şekillerin alanlarını hesaplarken sadece formülden yararlanmaları öğrencilerin unutmalarına sebep olmaktadır. Formülü unutmak, onlar için alan hesaplamalarının önüne geçmektedir. Başka herhangi bir yola başvurmamaktadırlar. Bu da olasılık hesaplamaları yapmalarını doğrudan etkilemektedir. Bunun yanı sıra kesişen şekillerle ilgili olasılıksal işlemleri sorulduğu zaman alan hesaplamayı bilseler bile zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bunu anlayabilmek adına bir soru sorulmuştur;

*A: Şekildeki mavi bahçenin kenar uzunlukları 6m ve 10m'dir. Kırmızı bahçenin kenar uzunlukları 2m ve 4m' dir. Yeşil bahçenin kenar uzunlukları 7m ve 8 m' dir. Bu bahçeye bir top atıldığında yeşil veya kırmızı bahçeye düşme olasılığı nedir?*



**Ö27:** Yeşil bahçenin alanını bulurum, sonra kırmızı bahçenin alanını bulurum.  
Sonra toplarım. Yeşil bahçenin alanı;  $7 \times 8 = 56$ ,  
Kırmızı bahçenin alanı;  $4 \times 2 = 8$ .  
Toplam  $56 + 8 = 64$   
Tüm alan;  $5 \times 10 = 50$   
 $8 \times 7 = 56$   
 $50 + 56 = 106$   
O zaman olasılık;  $64/106$  'dır.

Yukarıdaki mülakat sorusunda da görüldüğü gibi, öğrencilerin geometrik şekillerdeki kesişen alanların olasılığını hesaplarırken, kesişen bölgenin alanını iki kere hesaba kattıkları ve tüm alan hesaplanırken yine kesişen bölgenin alanının iki kere hesaplandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu yanlışın farkında olmadıkları görülmüştür.

Kombinasyon ile permütasyon arasındaki ilişki ve farkı ayırt edebime konusundaki anket sorusuna hiç anlamadım diyen öğrencilerin permütasyon ve kombinasyon hesabı yaparken de zorlandıkları tespit edilmiştir. Orta seviyedeki ve başarılı öğrencilerin hesaplamaları yaparken zorlanmadıkları ama problem içinde gelen sorularda permütasyonu mu kombinasyonu mu kullanacaklarını belirlerken zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerden konuyu öğrenirken formüllere yoğunlaştıklarından cevaplarırken formüller yardımıyla cevapları bulmaya çalıştıklarını söyleyenler olduğu gibi, konunun adı kombinasyon diye hiç düşünmeden kombinasyon sorusu olarak çözdüklerini söyleyenler de olmuştur.

#### 4. TARTIŞMA

İstatistik ve olasılık kavramlarının anlaşılmasında ve bu konularla ilgili bilgiler arasında ilişkilerin kurulmasında güçlüklerin olması, bu konunun araştırılmasının gereğini ortaya koymaktadır. İstatistik ve olasılık kavramlarının öğrenilmesinde ne tür problemler yaşandığının ve bu problemlerin nelerden kaynaklandığının açıklığa kavuşması gerekmektedir (Memnun, 2008). Bu sebeple araştırmanın temel amaçlarından bir tanesi istatistik ve olasılık öğrenme alanında öğrenme güçlüğü çekilen kavram ve konuları belirlemektir. Diğer bir amaç ise mülakat sonucunda elde edilen bilgilere göre, zorlanmalarının sebeplerini ortaya çıkarmaktır.

Bu kavramlar 6.sınıf öğrencilerinde; çıktı, olayın olmama olasılığı, yanılıca grafikler, olayın olma olasılığı ve aritmetik ortalama iken, 7. Sınıf öğrencilerinde; tümleyen olay, ayırık olmayan olayların olasılığı, ayırık olayların olasılığı, ayırık olmayan olay ve ayırık olay, 8. Sınıf öğrencilerinde; ayırık olmayan olayların olasılığı, daire grafiği oluşturma, çeyrekler açıklığına göre veri yorumlama, deneysel olasılık, histogram yorumlama, amaca uygun merkezi eğilim ölçüleri kullanabilme, geometrik olasılık, geometrik

şekillerin alanını hesaplama ve kombinasyon ile permütasyon arasında ilişki ve farkı ayırt edebilme şeklinde ortaya çıkmıştır.

Bu araştırmanın verileri analiz edildiğinde 7 ve 8.sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun veri yorumlamada ve amaca uygun merkezi eğilim ya da yayılma ölçülerinden birini kullanmada zorluk çektikleri görülmüştür. Shaughnessy ve Zawojewski (1999) bu durumla paralel olarak, yaptıkları araştırmada öğrencilerin grafik yorumlamada zorluk çektiklerini tespit etmiştir. Buna karşın Kaynar ve Halat (2012) yaptıkları çalışmaya katılan öğrencilerin grafik oluşturmada, grafik okuma ve yorumlamaya göre daha az başarılı olduklarını belirlemiştir. Yenilenen ilköğretim 6-8. sınıf matematik müfredatında ise; belli bir veri seti verildiğinde veya oluşturulduğunda merkezi eğilim ve yayılma ölçüleriyle ilgili hesaplamaları (aritmetik ortalama, ortanca, mod, açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma vb.) yaparak çıkarımda bulunmaya yönelik kazanımlar vurgulanmaktadır (MEB, 2006). Buna rağmen öğrencilerin merkezi eğilim ve yayılma hesaplamaları ile ilgili formüle dayalı rutin problemlerde daha başarılı olurken, bu hesaplamaların nerede ve hangi amaçla kullanılması gerektiği ile ilgili sorularda, yorum gerektiren durumlarda eksikliklerinin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu araştırmanın bir sonucu olarak yeni müfredatta vurgulanan bu noktanın, öğrenciler tarafından tam olarak öğrenilemediği anlaşılmıştır. Bunun nedenini olarak öğretmenlerin konuyu daha çok formül üzerinden, sistematik olarak işledikleri ve yorumlama üzerinde fazla durmadıkları belirlenmiştir.

Müfredatta yer alan 6. sınıf konularından; aritmetik ortalama, çıktı ve olayın olma ve olmama olasılığı gibi konularda, yapılan mülakatta öğrenciler formülleri unuttuklarından ya da derste böyle bir şey işleyip işlediklerini hatırlamadıklarından bahsetmişlerdir. Öğrenme sürecinde unutmaya olayı sıkça gerçekleşmektedir. Ünlü (2008), yapmış olduğu çalışmasındaki matematik konularının kısa sürede unutulduğundan ve öğrencilerin matematik dersindeki başarısızlığının en önemli sebeplerinden birinin formüllerin ezberlenmesi ve ezberledikleri şeylerin daha sonra hatırlanamamasından kaynaklandığını belirlemektedir. Sınıf ortamındaki ders işleme yöntemleri de bu durumu etkilemektedir. Ünlü (2008), araştırmasında işbirlikçi öğrenme yöntemi ile öğrencinin aktif olarak öğrenime katılması ile kendi yaptıklarını daha uzun süre hafızalarında tuttuklarını ortaya çıkarmıştır. Aritmetik ortalama, histogram, standart sapma, olayın olma ve olmama olasılığı gibi konularda öğrenciler tarafından anlaşılmadan ezberlendiği düşünülebilir. Bu sorunun üstesinden gelmek için kavramsal anlamayı esas alan öğretim uygulamaları derslerde yapılabilir. Ayrıca işbirlikli öğrenme, bilgisayar destekli öğrenme, dramatizasyon vb. öğretim yaklaşımları bu konuların öğretimi sırasında kullanılabilir.

Araştırmada bazı kavramların öğrenciler için hiçbir anlam ifade etmediği ortaya çıkmıştır. “Çıktı, tümleyen, olay, deney, örnek uzay” gibi ifadelerin öğrenciler için bir karşılığının olmadığı anlaşılmıştır. Çıktı kavramına karşılık öğrenci, “benden istenilen durumlar” şeklinde bir kavramsallaştırma geliştirmiştir. “Bu olayın çıktıları nedir?” diye sorulan bir soruya cevap veremeyen bir öğrenci, “bu durumda senden istenilenler nelerdir?” şeklinde yapılan bir yönlendirmeye rahatlıkla cevap vermiştir. Aynı şekilde tümleyen olay öğrenciler için bir şey ifade etmezken, “istenilenin dışındakiler” şeklinde ifade edildiğine ancak anlamlandırabilmişlerdir. “Olay, deney ve örnek uzay” gibi sözel ifadelerde onlar için bir anlam ifade etmemektedir. Konu işlenirken bu kavramlar üzerinde çok durulmayıp bunun yerine işlemsel örnek çözümünün üzerinde durulması, öğrencilerin neyi bulduklarını bilmemelerine yol açmaktadır. Yapılan mülakatlarda

öğrenciler farkında olmadan çıktı, olay, tümleyen ve deney gibi kavramları bulmalarına rağmen, isimlendirememektedirler. Bazen de buna bağlı olarak bu kavramları karıştırmaktadırlar. Buna paralel olarak Tunç (2006) yapmış olduğu çalışmada, bu deney kavramının öğrenciler tarafından net bir şekilde açıklanamadığı gibi olay kavramı ile karıştırıldığı sonucuna ulaşmıştır. Aynı şekilde çıktı kavramının ise “olay, olasılık ve örnek uzay” kavramları ile karıştırıldığı tespitine ulaşmıştır. Öğretim sırasında günlük dille beraber türden matematiksel kavramlar arasında ilişki kurarak aralarındaki benzerlik ve farklılıklar kavratılabilir.

Birden fazla olayın beraber verildiği olasılık sorularında öğrenciler hangi olayın olduğunu tespit edememektedirler. Öğrenciler ayrık olay, ayrık olmayan olay, bağımlı olay ve bağımsız olay kavramlarını ayırt edememektedir. Olayları ayırt edemediğinden dolayı hangi formülü uygulaması gerektiği noktasında sıkıntılar yaşamaktadır. Tunç (2006), olasılık kavramının kullanımı ile ilgili yanılgıları sıralarken bağımsız olaylar, bağımlı olaylar, ayrık olaylar ve ayrık olmayan olayların birbiriyle karıştırıldığı tespitine yer vermiştir. Yazıcı (2002) ise yaptığı çalışmada “ve” bağlacının kümelerdeki kesişim işlemine “veya” bağlacının ise birleşim işlemine karşılık geldiğinin anlaşılabilmesi yaşanan zorlukların sebeplerinden olduğunu tespit etmiştir. Bu durumun kümelerdeki kesişim ve birleşim işlemlerini temsil ettiğini bilen öğrenciler ise kümelerde işlemler konusunda zorluk çektiklerinden ötürü, özellikle ayrık olmayan olayların olasılıklarını hesaplarken zorluk çekmektedirler. Olayları ayırt edememeleri çarpma mı yoksa toplamama yapmaları gerektiğini düşünmelerine sebep olurken, ayrık olmayan olayların olasılığında kesişimlerin çıkartılması gerektiği konusundaki eksiklikleri aynı zamanda sonucun 1’ den büyük bulunmasına sebep olmaktadır. Yapılan mülakatta bazı öğrenciler bu durumu normal karşılamıştır. Bu da olasılık değerinin 0 ile 1 arasında değişeceği, 1’den büyük olamayacağı gerçeğinin unutulduğunu ortaya çıkartmaktadır. Gleeson (1999) yapmış olduğu çalışmada bu durumdan bahsederek aynı sorunu tespit etmiştir. O’ Connel (1999) New York Kent Üniversitesinde eğitim fakültesi ve Psikoloji mezunu öğrencilerin olasılıkla ilgili kavram yanılgılarını incelediğinde öğrencilerin bir çoğunun olasılığın 1’den büyük olamayacağını bilmedikleri sonucuna varmıştır. Bu bulgu araştırmada ortaya çıkan sonuçlarla bir paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin olasılık ve istatistikle ilgili olan diğer konulardaki eksiklikleri de öğrencilerin bu konulardaki anlama zorluklarının başında gelen temel nedenlerdendir. Yapılan mülakatlarda çıktı konusunu anlayamadığını söyleyen bir öğrencinin, çıktısı 2’den küçük doğal sayılar olan bir soruyu cevaplandırırken, 2’yi de çıktının içerisine alması buna bir örnek olarak gösterilebilir. Aynı şekilde olayın olma olasılığını ya da olmama olasılığının hesaplanması yapılırken oranlama ile ilgili sıkıntıları yanlış hesaplama yapmalarına sebep olmuştur. Buna paralel olarak bir olayın olma olasılığını hesaplaması söylenen bir öğrencinin kesirleri kullanması ve oranlama yapması gerektiğini bilmediği ve bu konularda olan eksikliklerinin olasılık bulmada önünde bir engel teşkil ettiği görülmüştür. Way (1998), yapmış olduğu çalışmada olayların olasılıklarının karşılaştırılması gereken sorularda, öğrencilerin kesir ve oran konusundaki sıkıntılarından dolayı güçlük yaşanmaktadır sonucuna ulaştığı görülmüştür. Bu durum olasılıktaki değerlerin kesirlerin farklı anlamları olarak karşımıza çıktığının öğrenciler tarafından anlaşılmadığını göstermektedir.

Olayın olmama olasılığı ele alındığında, bir olayın ya olur ya da olmaz şeklinde ifade edilerek olmama olasılığının  $\frac{1}{2}$  olarak tespit ediliyor olmasıdır. Buna benzer bir hata da sayıları aynı olmayan üç rengin bulunduğu bir torbadan çekilen bir topun bu renklerden herhangi birinin olma olasılığına öğrencilerin  $\frac{1}{3}$  şeklinde cevap vermeleridir. Açıklama olarak da üç renk varsa bunlardan birinin gelme olasılığını 3'te 1 olarak söylemektedir. Benzer bir ifadeyle de şu şekilde karşılaşılmıştır: Bir zar atıldığında zarın üst yüzeyine 5 gelme olasılığının  $\frac{5}{6}$  şeklinde olacağını belirtmiştir. Öğrencilerin sorulardaki çıktı kavramını tam olarak tespit edememeleri olayın olma ya da olmama olasılığını büyük oranda yanlış cevaplamalarına neden olmaktadır. Bu durum konu için gerekli temele sahip olmayan öğrencilerin ya da konu ile ilgili diğer konulardaki bilgi eksikliklerinin öğrencinin diğer konularda da yetersiz olmasında etkili olduğu gerçeğini ortaya çıkarmaktadır. Öğrenciler yeni bilgileri edinirken, bunları daha önceki bilgilerinin üzerine inşa ederler (Yağbasan & Gülçiçek, 2003). Temel matematik kavramlarının yeterince iyi anlaşılabilmesi, daha ileride öğrenilecek olan konuların da öğrenilmesini engellemektedir (Çelik & Güneş, 2007). Bu durumla ilgili Dereli (2009) yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin olasılık hesabı yaparken kesir kullanımında hataya düştüklerini ve olasılık öğretimde yeterli ön bilgiye sahip olmadıkları sonucuna ulaşmıştır.

Memnun (2008) yapmış olduğu çalışmada olasılık ile ilgili kavramların öğrenilememesinde Şekil 1'deki kavramların eksikliğinin büyük rol oynadığını belirlemiştir. Görüldüğü gibi olasılık öğreniminde hazırbulunuşluk ve ön öğrenmelerin önemi büyüktür. Yapılan araştırmalar öğrencilerin olasılığı öğrenebilmeleri için, küme, kesir, ondalık kesir ve örnek uzay kavramları ile yüzde hesabı ve kesir karşılaştırması konusunda iyi bilgi sahibi olmalarının gerekliliğini kanıtlamıştır (Carpenter, Corbitt & Kepner, 1981; Jones, Thornton, Langrall & Mogill, 1996)

Deneysel olasılık öğrencilerin zorlandıkları konulardan bir diğeridir. Deneysel olasılık sorusu ile karşılaşan bir öğrenci soruyu deneysel olarak çözmek yerine teorik olarak çözmeye eğilimi içerisine girmektedir. Örneğin para deneyinde paranın ya da yazının fazla gelmiş olması öğrenci için herhangi bir şey ifade etmemektedir. Ona göre bundan sonraki paranın yazı ya da tura gelme olasılığı  $\frac{1}{2}$ 'dir. Paranın hileli olup olmadığı gerçeği de öğrenciyi pek ilgilendirmemektedir. Lekesiz (2011) yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin paranın yazı veya tura gelme durumunu ile ilgili duygularını incelediğinde, öğrencilerin teorik olarak paranın % 50 olasılıkla yazı veya tura geleceğini öğrendiklerini, buna karşın öğrencilerin çoğunun bugüne kadar parayı attıklarında en çok hangi yüzü gelmişse o tarafın gelme ihtimalinin daha yüksek olduğu eğiliminde olduklarını tespit etmiştir. Böyle bir durumda öğrencilerin teorik sonucu bilmelerine karşılık içgüdüleri ve önceki deneyimlerine göre karar verildiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu tarz bir durumla karşılaşan öğrencilerin bir kısmı deneysel olarak olasılığa yaklaşmaktadırlar. Bir diğer çalışma da ise Dereli (2009), öğrencilerin olasılık çeşitlerinden öznel olasılığı ayırt edebildikleri, teorik ve deneysel olasılığı ayırt etmede kavram yanılgısına düştükleri sonucuna ulaşmıştır.

Deneysel olasılıkla ilgili anlaşılabilen önemli bir nokta ise bir sonraki atışlarda ya da çekilişlerde neden pay ve paydadaki sayıların bir arttırılmadığı konusudur. Deneysel olasılıkta bir sonraki olasılığın eldeki verilere göre yorumlanacağı konusunda öğrencilerin tam olarak bilgilendirilmemeleri, bir sonraki değil de ondan sonraki deneysel olasılıkta pay ve paydanın birer arttırılması öğrencinin anlamasını daha da güçleştirmiştir. Öğrenci için çelişki gibi görünen bu durumun öğretmene sorulduğunda

net bir biçimde anlatılamaması bu konuda eksikliklerin oluşmasına neden olmuştur. Green (1994), yaptığı bir çalışmada olasılığın deneysel yönü üzerinde durulmadığı, çocukların sadece teorik becerileri ve olasılık öğretiminde kullanılan kavramları (olabilirlik, imkansızlık, rasgelelik ve diğerleri.) öğrendiğini fakat bundan çok daha fazlasına ihtiyaç duyduklarını vurgulamıştır. Quinn (1996) çalışmada, öğretmenlerin kavramsal anlayışını geliştirmek adına bir ders tasarımının sınıf içerisinde uygulamasının sağlandığında öğrencilerin aktif olarak işe dahil oldukları ve bunun sonucunda deneysel olasılıkla teorik olasılık arasındaki ilişkiyi anlamaya başladıklarını tespit etmiştir. Öğrencilere matematiksel iletişim kurma, yazma ve konuşma yoluyla grup içi ve sınıf içi iletişim kurma fırsatı verilmesinin, aktif veri toplama ve sunmayı da öğrettiği, öğrencilerin olasılıkla ilgili konuları kavrama yeteneklerini geliştirdiğini görülmüştür. Bu duruma paralel olarak öğrencilerin deneysel olasılıkta neden bir sonraki atışlarda bir önceki deneyi sonuçlarına göre yorumlama yapıldığı konusu üzerinde yapacak oldukları sınıf içi tartışmalar konunun daha net anlaşılmasını sağlayacaktır.

Olasılıkla ilgili sıkıntı yaşanan diğer bir konu da geometrik olasılıktır. Genellikle geometrik şekillerin alan hesaplamasında sıkıntı yaşayan öğrenciler bu konuda da doğru orantılı olarak sıkıntı yaşamaktadırlar. Özellikle iç içe geçmiş karışık şekiller öğrenci için içerisinden çıkılamaz bir hal almıştır. Ayrık olmayan olasılıkla ilgili sıkıntıları varken ve geometrik şekillerin alanlarının nasıl hesaplanacağını bilmezken bu konuyu anlamamak onlar için zorlaşmıştır. Bu konuyla ilgili yapılan hatalardan en çok karşımıza çıkan kesişim halindeki alanın iki kez alınmasıdır. Güler (2012), yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin alan hesaplamaları yaparken çektikleri sıkıntıları ve zorlanma sebeplerini ortaya koymuştur. Alan formüllerinin unutulması ve ezberlenememesi gibi durumlar öğrencinin bu konuyla irtibatlandırılan başka bir konuda zorlandığı gerçeğini ortaya koymuştur.

Permütasyon ve kombinasyon konuları da öğrenciler için zorlanılan konular arasında yer almaktadır. Karşılaştıkları soruda permütasyon mu yoksa kombinasyon mu kullanmaları gerektiği ayırımına yapamamaktadırlar. Hatta akademik olarak düşük seviyedeki öğrenciler karşılaştıkları sorunun permütasyon veya kombinasyonla çözülmesi gereken bir soru olduğunu bile fark edememektedirler. Öğrencilerin bu konuyu günlük hayatta da kullanabilecek olmaları onları heyecandırırken, karşılaştıkları soruları çözememeleri onları olumsuz etkilemiştir. Dereli (2009) yaptığı çalışmada permütasyon ve kombinasyonu arasındaki farkı açıklayabilen öğrencilerin, soru cümlesindeki kelimelerden faydalandıklarını belirtmiştir. Öğrencilerle veri toplama aracındaki “neden” sorusuna verdikleri cevaplar doğrultusunda görüşüldüğünde soru cümlesinde “seçilebilir” kelimesi varsa kombinasyon; “sıralanabilir” kelimesi varsa Permütasyon olarak cevapladıklarını belirlemiştir. Bu konuda kavram yanılgısına düşen öğrenciler seçimin önemli olduğu sorularda permütasyon, sıralamanın önemli olduğu sorularda ise kombinasyon cevabını veren öğrencilerdir. Öğrencilerin permütasyonun ve kombinasyonun formüle dayalı olarak öğretildiğinden ve formüller ezberletildiğinden bu tür yanılgıların olduğu sonucuna varılmıştır (Boyacıoğlu, Erduran. & Alkan, 1996).

6.sınıf öğrencilerinin yanıtıcı grafiklerle ilgili sorularda yapmış oldukları hatalar öğrencilerin, çoğunlukla sayısal değerlerden çok grafiğe bakarak yorumlama yapmalarından kaynaklanmaktadır. Grafiğin başlangıç değerinin önemli olduğunu bilmeyenlerin yanı sıra dikkatsizlikten dolayı bu hatayı yapanların olduğu görülmüştür. Bununla beraber öğrencilerin grafikleri okumadaki başarıları doğrudan istatistik



başarılarını etkilemektedir. Yanlış okumalar öğrenciyi başarısızlığa iterken, doğru okuma ve yorumlama öğrencinin kendine güvenmelerini arttırmakta ve öz yeterliliklerinin etkilemektedir. Bu konu ile ilgili bir çalışmada, Carmichael, Callingham, Hay & Watson (2010), grafik okur yazarlığının istatistik başarısını olumlu yönde etkilediğine dair sonuçlar elde etmiştir. Ertem ve Alkan (2011) ise yapmış oldukları çalışmalarında ülkemizde öğrencilerin; veri toplama ve organize etme ön öğrenmelerine sahip olmadan ve grafik çiziminin gerçek amacını ortaya koymadan direk grafik çizmeye geçirdiği, gelişmiş ülkelerde ise doğrudan grafik çizme yerine öğrencilerin verileri toplayabilme ve topladıkları verileri gerçek nesnelere, resim ve basit sütun grafiği ile gösterebilme, grafikteki bilgilerden değişik sorular üretip, yanıtlayabilme ve ileriye dönük tahminlerde bulunabilmeleri ile ilgilenmekte olduğunu ortaya koymuşlardır. Yorumlama noktasındaki eksiklikler grafiklerin anlaşılmasını beraberinde getirmektedir.

Aritmetik ortalamada yapılan hatalar dört işlemdeki eksikliklerin yanı sıra aritmetik ortalamanın nasıl hesaplanacağını bilememe ve tam bölünemeyen sayılarda ondalıklı olarak bölme yapamama gibi sorunlardan dolayı ortaya çıktığı görülmüştür. Bununla beraber rutin bir aritmetik ortalama sorusuna doğru cevap veren bir öğrenci, rutin olmayan bir problemle karşılaştığı zaman aynı başarıyı gösterememiştir. Öğrenmiş olduğu formül üzerinden ezbere gidilerek verilen cevaplar, ters işlem gerektiren yorumsal sorularda işe yaramamaktadır. Toluk ve Akdoğan (2009), öğrencilerin ortalamanın, bir veri grubunu temsil eden bir değer olduğunu ve ortalamayı henüz tanımlama sürecinde olduklarını çalışmalarında tespit etmişlerdir. Çalışmada öğrencilerin ortalamanın bir veri grubu temsilcisi olduğunu anlamalarının ilerleyen sınıf seviyelerinde daha iyi anlaşıldığı sonucuna varmışlardır. Watson ve Moritz (2000) yaptığı çalışmada ortalamanın temsilci olma düşüncesinin bazı öğrencilerde henüz bulunmadığını tespit etmiştir. Bu çalışmada görülen bu sonuç Toluk ve Akdoğan'ın (2009) öğrencilerin ortalama ile ilgili sorulara genellikle algoritmik olarak yaklaştıkları tespitiyle paraleldir. Öğrenciler ortalamayı formüle dayalı yapmaktadırlar. Yıldırım (2006), PISA 2003'te geçen matematik sorularının yanlılığını araştırırken Türk öğrencilerin içinde ortalama ifadesi geçen fakat aritmetik ortalama işlemi gerektirmeyen sorularda başarısız olduğunu tespit etmiştir. Bu durum öğrencilerin ortalama ifadesini gördükleri an aritmetik ortalama işlemi yapmaları sonucuna bağlanmıştır. Bu da ifade ettiğimiz gibi öğrencilerin aritmetik ortalama kavramının tam olarak neyi ifade etmekte olduğuna dair doğru anlamlar yüklememeleri ile ilişkilidir. Benzer şekilde çeyrekler açıklığını hesaplamakta zorlanmayan öğrencilerin, çeyrekler açıklığını yorumlama noktasında hiçbir bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Çeyrekler açıklığı nedir, ne işe yarar bununla ilgili fikir sahibi değillerdir. Bunun nedeni ortalamaya benzer şekilde kavramın formüle dayalı olarak ele alınmasıdır.

Öğrencilerin çoğunun daire grafiğini oluşturma ve yorumlamada zorluklar yaşadığı tespit edilmiştir. Bu zorlukların temelinde ise orantı, yüzde ve açılar gibi ilgili konulardaki eksikliklerinin olduğu dikkat çekmektedir. Öğrencilerin yüzde hesaplaması yapmakta zorlanmaları verilerin grafiğe taşınmasında sıkıntı teşkil etmektedir. Bu durum daire grafiği oluşturmayı engellediği gibi, yorumlama yaparken de yanlış çıkarımlarda bulunmalarına sebep olmaktadır. Daire grafiğini yorumlamada zorlanıldığı tespitini yapan bir çalışma ise Kaynar ve Halat'ın (2012) çalışmasıdır. Öğrencilerin daire grafiğini yorumlamada çizgi grafiğine göre daha fazla zorlandıklarını tespit etmiştir. Yüzde konusuna dayandığından oradaki eksiklik daire grafiği oluşturmada engel teşkil etmektedir.

Bir diğer grafik çeşidi olan histogram oluşturmayı öğrencilerden birçoğu gereksiz görmekte ve yapamamaktadır. Nedeni ise histogram ile sütun grafiği arasındaki farkı anlayamayıp, histogramın kullanım amacını bilmemeleridir. Öğrencilerin hem histogramı oluştururken hem de yorumlarken zorlandıkları görülmektedir. Histogram oluşturulurken grup genişliğinin hesaplanmasındaki birden fazla yorum öğrenciyi kaygılandırmaktadır. Hangisini yapmam gerekir, tek doğru olmalı değil mi gibi ikileme düşen öğrenciler, bu konuda sıkıntı yaşamaktadırlar. Oluşturulmuş bir histogramı yorumlarken de başka sorunlar öğrencinin karşısına çıkmaktadır. Histogram gruplarının birden çok veriyi içinde barındırması, o grupların içinde hangi veriden kaç tane olduğunu bilememek öğrenciyi rahatsız etmekte ve en az, en çok gibi yorum yapmasını gerektiren sorularla karşılaştıkları zaman soruları doğru cevaplayamamaktadırlar. Bu sonuca paralel olarak Sülün ve Kozcu (2005) öğrencilerin histogram konusunda zorlandıkları sonucuna varmıştır. Ayrıca Kayner ve Halat (2012) da öğrencilerin diğer istatistik konularına göre histogram yorumlama konusunda başarısız oldukları bulgusunu elde etmiştir.

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada, ilköğretim 6-8.sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık alt öğrenme alanındaki kavram ve konuları anlama düzeyleri tespit edilip anlaşılabilen konulardaki zorlanma nedenlerini ortaya koymak amaçlanmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında 6-8. sınıf öğrencilerin listelenen konulara '*çok iyi anladım*', '*biraz anladım*', '*hiçbir şey anlamadım*' ve '*bu konuyu görmedik*' ifadelerinden kendilerine uygun olanı seçmeleri istenmiştir. Böylelikle zorlanılan konular, zorluk indeksine göre belirlenmiştir. İkinci aşamasında ise 6-8.sınıf öğrencilerinin verdikleri cevaplara göre zorlandıklarını düşündükleri istatistik ve olasılık alt öğrenme alanından seçilen kavram ve konuları anlamama nedenleri araştırılmıştır. Yapılan çalışmada şu sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Öğrenciler müfredatta yer alan merkezi dağılım ve yığılım ölçülerini yorumlamakta zorlanmaktadır.
2. Olasılıkla ilişkili diğer alt öğrenme alanlarındaki eksiklikler olasılıkla ilgili kavram ve konuların anlaşılmasını zorlaştırmaktadır.
3. Önceki yıllarda öğrenilen konular yeni konuların öğrenilmesini olumlu ya da olumsuz olarak etkilemektedir.
4. Sınıf ortamında öğrencilerin öğretmene soru sormakta çekinmeleri anlayamadıkları konuların öğrenilmeden geçilmesine sebep olmaktadır.
5. Müfredattaki konu sayısının fazla olması, öğretmenlerin konuyu yetiştirme kaygısı, etkili öğrenimi olumsuz yönde etkilemektedir.
6. Olasılık ve istatistikle ilgili kavram ve konuların ele alınışı veya doğasından dolayı öğrencinin günlük yaşamdaki kullanımıyla tam örtüşmediğinden öğrenilmelerini zorlaştırmaktadır.

İstatistik ve olasılık konularının öğrenilmesine temel teşkil edecek konular tespit edilerek konular bunun üzerine inşa edilebilir. Olasılıkla ilgili konuların çoğu kesirlerin farklı anlamları üzerinde yoğunlaşmayı gerektirdiğinden, öğrenim yaparken kesirler ve işlemlerdeki kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler kontrol edilmelidir. Ayrıca histogram konusundaki zorluk, bu konunun müfredattan çıkarılabileceğini göstermektedir.

### KAYNAKLAR

- Alkan, V. (2011). Etkili matematik öğretiminin gerçekleştirilmesindeki engellerden biri: kaygı ve nedenleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, (1), 89-107.
- Bahar, M., Johnstone, A. H. & Hansell, M. H. (1999). Revisiting learning difficulties in biology. *Journal of Biological Education*, 33, (2), 84-86.
- Borovenik, M. & Peard, R. (1996). Probability. In A.J. Bishop (Ed.). *International Handbook of Mathematics Education*, Netherlands. Kluwer Academic Publishers. 239-287.
- Boyacıoğlu, H., Erduran, A. & Alkan, H. (1996). Permütasyon, kombinasyon ve olasılık öğretiminde rastlanan güçlüklerin giderilmesi. *II. Ulusal Eğitim Sempozyumu*, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.
- Bulut, S. (1994). *The effects of different teaching methods and gender on probability achievement and attitudes toward probability*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Carmichael, C., Callingham, R., Hay, I. & Watson J. (2010). Statistical literacy in the middle school: the relationship between interest, self-efficacy and prior mathematics achievement. *Australian Journal of Educational & Developmental Psychology*, 10, 83-93.
- Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Liguist, M. M. & Reys, E. R. (1981). What are the chances of your students knowing probability?. *Mathematics Teacher*, 73, 342-344.
- Çelik, D. & Güneş, G. (2007), 7, 8 ve 9. Sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi, *Milli Eğitim Dergisi*, (173), 361-375.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci Sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 125-128.
- Ertem, S. & Alkan, H. (2011). İlköğretim ilk kademesinde veri toplama ve analizi konularının işlenişi, *Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İzmir*.
- Fiesbein, E. & Shcnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Gleeson, K. (1999). "Assessing Teaching and Learning of Probability within a Low to Middle Ability Group". 10 Aralık 2010 tarihinde [http://www.did.stu.mmu.ac.uk/cme/Student\\_Writings/CDAE/Kieran\\_Gleeson.html](http://www.did.stu.mmu.ac.uk/cme/Student_Writings/CDAE/Kieran_Gleeson.html) sitesinden alınmıştır.
- Green, D. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. *Proceedings of the Teaching Statistics Trust*, 2, 766-783.
- Greer, B. (2001). Understanding probabilistic thinking: the legacy of efraim Fischbain. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 15-33.

- Gülerses, F. (2012). *Geometri alt öğrenme alanında karşılaşılan zorlukların saptanması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15, 259-270.
- Hill, C. E., Thompson, B. J. & Williams, E. N. (1997). A guide to conducting consensual qualitative research. *The Counseling Psychologist* 24(4), 517-572.
- Jones, G. A. (1997). Langrall, C. W., Thornton, C. A. ve Mogill, A. T., "A Framework for Assessing and Nurturing Young Children's Thinking in Probability". *Educational Studies in Mathematics* 32, s.101-125.
- Kaynar, Y. & Halat, E. (2012). İlköğretim 2. kademe matematik öğretim programının "olasılık ve istatistik" alt öğrenme alanının "istatistik" boyutunun incelenmesi, *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Niğde Üniversitesi, Niğde/Türkiye Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, *İlköğretim Matematik Anabilim Dalı, Afyon*.
- Lekesiz, E. Ç. (2011). *Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerini olasılık öğreniminde karşılaştıkları zorluklar*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- MEB. (2005). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Basımevi.
- MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı* MEB, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı: Ankara..
- Memnun, D. S. (2008a), Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememesi nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 9(15),89-101.
- Memnun, D. S. (2008 b). Sekizinci sınıfta permütasyon ve olasılık konularının aktif öğrenme ile öğretiminin uygulama düzeyi öğrenci başarısına etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 21 (2), 403-426.
- NCTM. (2000). *The standards 2000 project*, 11.06.2009 tarihinde <http://www.nctm.org/standards/overview.htm#project> adresinden erişilmiştir.
- O'Connell, A. A. (1999). Understanding the Nature of Errors in Probability Problem-Solving. *Educational Research and Evaluation*, 5(1),1-21.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2. Baskı). Newbury Park, California: Sage Publications.
- Shaughnessy, J. M. (1993). Probability and istatistics. *The Mathematics Teacher*, 86(3), 244-248.
- Stiles, W. B. (1997). Quality control in qualitative research. *Clinical Psychology Review*, 13, 593-618.
- Sülün, Y. & Kozcu, N. (2005). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin lise giriş sınavlarındaki çevre ve popülasyon konusuyla ilgili grafik sorularını algılama ve yorumlamalarındaki yanlışları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(1), 25-33.

- Tinsley, H. E. A. (1997). Synergistic analysis of structured essays: A large sample, discovery-oriented, qualitative research approach. *The Counseling Psychologist*, 25, 573-585.
- Tunç, E. (2006). *Özel İlköğretim okulları ve devlet okullarının 8.sınıf öğrencilerine olasılık konusundaki bilgi ve becerileri kazandırma düzeylerinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Uçar, T. Z. & Akdoğan, N. E. (2009). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin ortalama kavramına yüklediği anlamlar. *İlköğretim Online*, 8(2), 391-400.
- Ünlü, M. (2008). *İşbirlikli öğrenme yönteminin 8. Sınıf öğrencilerinin matematik dersi 'permütasyon ve olasılık' konusunda akademik başarı ve kalıcılık düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Watson, M. & Mortiz, J. (2000). The Longitudinal Development of Understanding of Average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 11-50.
- Way, J. (1998), Young children's probabilistic thinking, *The Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5)*, Singapore.
- Yağbasan, R. & Gülçiçek, Ç. (2003). Fen öğretiminde kavram yanlışlarının karakteristiklerinin tanımlanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 110-128.
- Yaman, H. (2005). *İlköğretim ikinci kademe Türkçe dil bilgisi derslerinde kavram haritası tekniğinin öğrenci başarısına ve hatırlamaya etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yazıcı, E. (2002). *Permütasyon ve olasılık konusunun buluş yoluyla öğretilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları.

## EXTENDED ABSTRACT

### 1. Introduction

Although statistical and probabilistic thinking is a crucial tool for comprehending mathematics through independent and creative thinking -which is one of the most important goals of mathematics- and is included in the curricula of various countries (Boravenrak & Peard,1996; NCTM, 2000 ), its inclusion in mathematics curriculum in Turkey does not date so far back (Gürbüz,2007). While the subject of probability was included only in primary school 8<sup>th</sup> grade curriculum before, it has been included in 4-8<sup>th</sup> grades mathematics programs with the introduction of the new curriculum (MoNE, 2005).

The main goal in the area of learning statistics and probability is to have students tabulate the data obtained from their environments, transform them into various kinds of graphics

or to allow them interpret the data, graphics or tables that they come across, calculate the probability of an event and make inferences. In the area of learning statistics and probability, students, at the beginning, are guided to have discussions in selecting a suitable research question and a sample that carry the required properties to answer this question. Students are asked to make tables using the data they obtain from the selected sample and interpret the data by presenting appropriate statistical representations. Acquisitions related to making inferences through central tendency and dispersion measurements (such as arithmetic means, median, mode, range, interquartile range, standard deviation etc.) when a specific data set is given are emphasized in the new curriculum (MoNE, 2005, 2009; Bütüner, 2006).

Concepts regarding statistics and probability are not effectively learned due to several reasons as is the case in many foreign countries (Bulut, 1994; Gürbüz 2007). Probability is one of the main subjects that both teachers and students find hard to study (Bulut, 1994; Boyacıoğlu, Erduran and Alkan, 1996).

Existence of challenges in comprehending statistics and probability concepts and making connections between the information related to these subjects point to the need to study this particular issue. It is especially crucial to clarify the problems in learning these subjects and concepts and the reasons that generate these problems (Memnun, 2008). Readiness levels of students play an important role in students' comprehensions to learn subjects and concepts related to statistics and probability. Previous studies established that in order to learn these subjects, students need to be well informed of subjects such as sets, fractions, decimal fractions, percentage, ratio and proportion, area, four (basic) operations with integers and finding the angle in a circle (Carpenter, Corbitt and Kerper, 1981).

In this context, this study was conducted to identify the concepts and subjects that students have difficulties in statistics and probability learning area, its sub learning areas and other related learning areas and to present the reasons behind these difficulties.

## **2. Method**

This study utilized a mixed method since it was designed by both qualitative and quantitative research models.

The study was conducted on a total of 418 students attending 8 different primary schools in Bolu province central district. 418 participating students were selected from different grade and achievement levels (low, medium and high) in line with the purpose of this study.

Concepts and subject titles used in the survey form are 26 in 6<sup>th</sup> grades, 52 in 7<sup>th</sup> grades and 64 in 8<sup>th</sup> grades. These concepts and subjects were determined in a manner that they encapsulate each other based on class levels. The identified concepts and subject titles are listed according to their place of order in the curriculum and in a connected manner. During implementation, students examined the titles that comprised of statistics and probability learning areas, sub learning areas and related subjects and selected one of the following four options that shows that they “*comprehended the subject very well*”, “*somewhat comprehended the subject*”, “*did not comprehend it at all*” or “*have not studied the subject yet*”.

The survey conducted on the working group was transferred to a statistics program and the difficulty index was calculated by estimating the amount calculated by multiplying the number of students who answered that they “somewhat comprehended the subject” and “did not comprehend it at all” by 100 to the amount calculated by subtracting the number of students who answered that they “have not studied the subject yet” from the total number of students. Same difficulty index was calculated by combining “somewhat comprehended the subject” and “did not comprehend it at all” options as well. Difficulty index values of 15% and above of the concepts and subjects which were selected in the “did not comprehend it at all” option were identified and listed. A total of 30 students - composed of ten students with each achievement level from various schools- were selected to be interviewed via semi-structured interview in order to identify the reasons of the difficulty behind comprehending these concepts and subjects. The reasons related to these challenges were determined as a result of the findings obtained from these interviews.

### **3. Findings, Discussion and Results**

Challenges related to comprehending the concepts of statistics and probability and making associations between the information regarding these subjects present the need to study this topic. It is imperative to clarify the types of problems and the reasons of difficulty in learning statistics and probability concepts (Memnun, 2008). Therefore, one of the main purposes of this study was to identify the subjects which were found hard to learn in the statistics and probability learning area. The study also aimed to determine the reasons underlying these challenges based on the information obtained from the interviews. In the survey conducted in line with these goals, 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grade students were asked to mark the subjects and concepts according to their levels of comprehension. Survey results pointed to challenges in many subjects and concepts.

In 6<sup>th</sup> grade students, these challenging concepts and subjects were found to be output, probability of nonoccurrence, graphics, probability of occurrence and arithmetic means; in 7<sup>th</sup> grade students, they were complementary event, probability of occurrence of non-discrete events, discrete and non-discrete events and in 8<sup>th</sup> grade students these challenging concepts and subjects were found to be probability of occurrence of non-discrete events, forming pie charts, data interpretation based on interquartile range, experimental probability, interpreting histograms, using expedient central tendency measurements, geometric probability, calculating areas of geometric shapes and discriminating between the relationships and differences between combination and permutation.

Analysis of the data obtained in this study showed that the majority of the students had difficulty interpreting data and using one of the expedient central tendency or dispersion measurements. Renewed 2005 Mathematics Curriculum emphasizes acquisitions in making inferences through central tendency and dispersion measurements (such as arithmetic means, median, mode, range, interquartile range, standard deviation etc) when a specific data set is given (MoNE, 2005, 2009; Bütüner, 2006). However, students were found to be more successful in routine problems in central tendency and dispersion calculations that are based on formulas whereas they had interpretive drawbacks in questions as to where and how these calculations should be used. This point emphasized in the new curriculum was not totally observed in students.

The study manifested that some concepts did not mean anything for the students. It was found that expressions such as “output, complementary event, experiments, sample space” had no corresponding meaning in students. Students coded the concept of output as “positions/situations required from me”. The student who could not answer the question “what are the outputs of this event?” was able to answer comfortably when directed the following question: “What is required from you in this situation?”. In the same vein, while the concept of complementary event did not mean anything for the student, “external to requirements” corresponded to this concept. Also, verbal expressions such as “event, experiment and sample space” did not mean anything for the students. The fact that solutions of operational examples are emphasized while studying the subject instead of focusing on these concepts results in lack of knowledge about what the students arrive at. They are unable to name the already known concepts such as output, event, complementary and experiment. They sometimes confused these concepts based on this lack of comprehension. As a parallel to this, Tunç’s study (2006) found that while the concept of experiment was not clearly explained by students, it was also confused with the concept of event. Similarly, he established that the concept of output was confused with the concepts of “event, probability and sample space”. During instruction, connections may be made between these mathematical concepts by using daily language to have students comprehend the similarities and differences among them.

Conclusions provided below were found as a result of these findings:

1. Based on the results, 6-8<sup>th</sup> graders were found to have difficulties in comprehending statistical measurement units.
2. Deficits that exist in other sub learning areas related to probability make comprehension harder.
3. It was observed that during teaching, students associate solving subject related questions with the condition of memorizing the formulas well.
4. Regarding the previous years’ subjects as already learned and moving on to upper levels make it harder for students to follow the new subject.
5. The fact that students abstain from asking the teacher questions about the parts that they do not understand was found to cause moving ahead without comprehension.
6. Excessive number of subjects in the curriculum and teacher anxiety as to how to complete the subjects negatively affects instruction.
7. The fact that concepts included in the subject have no corresponding meaning in students hinders learning.