

COVID-19 PANDEMİSİ SIRASINDA BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 VE S&P 500 ENDEKSLERİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

AN APPLICATION ON BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 AND S&P 500 INDICES DURING THE COVID-19 PANDEMIC

Keziban YILMAZ⁽¹⁾, Ayça Hatice ATLI⁽²⁾

Öz: COVID-19 salgını, 21. yüzyılın en önemli krizlerinden biridir. Bu çalışma, 11 Mart 2020 ile 31 Aralık 2020 arasındaki salgın döneminde BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 borsa endekslerinin davranışlarını incelemeyi, endekslerin salgına nasıl tepki verdiğini araştırmayı amaçlamıştır. Bu bağlamda, borsa endeksleri getirileri için Box-Jenkins modelleri ile ARCH/GARCH ailesinden beş model kullanılmıştır. Performans değerlendirmelerine göre, BIST 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için ARCH; FTSE 100 ve S&P 500 endeksleri için EGARCH modeli en uygun model olarak belirlenmiştir. Ayrıca, her endekse ilişkin optimum model parametreleri kullanılarak örneklem dışı performans değerlendirmesi de sağlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Değişen Varyans, Getiri Serisi, Zaman Serileri Analizi

Abstract: The COVID-19 pandemic is one of the most significant crises of the 21st century. This study aimed to examine the behavior of the BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 and S&P 500 stock indices during the pandemic period between March 11, 2020, and December 31, 2020 and investigate the reaction of indices to the pandemic. In this context, Box-Jenkins models and five models from the ARCH/GARCH family were utilized for the stock indices return. According to performance evaluations, the most appropriate model for BIST 100 and NIKKEI 225 indices was ARCH and the one for FTSE 100 and S&P 500 indices was EGARCH. In addition, optimum model parameters for each index were used to enable out-of-sample performance evaluation.

Keywords: Heteroscedasticity, Return Series, Time Series Analysis

JEL: C13, C22, C51, C52, G17

⁽¹⁾ Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalı; kezibanyilmaz@usr.aku.edu.tr, ORCID: 0000-0002-2548-9231

⁽²⁾ Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü; aturkan@aku.edu.tr, ORCID: 0000-0002-4375-9733

Geliş/Received: 14-05-2021; Kabul/Accepted: 19-12-2021

1. Giriş

COVID-19 salgını, 2021 yılının ilk ayı itibarıyla dünya çapında 86 milyondan fazla vaka sayısına ulaşmış; 1,5 milyondan fazla can kaybına neden olmuştur. Salgın, yalnızca milyonlarca enfeksiyona ve ölüme neden olmakla kalmayıp, aynı zamanda küresel ekonomide, nihai etkileri henüz netlik kazanmasa da benzeri görülmemiş bir ölçekte yıkıcı ekonomik etkiler yaratabileceğini göstermiştir. Borsa endeksleri, içerdikleri bileşenlere yani ilgili borsada işlem gören belirli şirketlere bağlı olarak hesaplanan, ülke ekonomisi ile ilgili, hisse senedi piyasasının genel durumu ve hareketi ile ilgili önemli göstergelerdir. Doğal afetler, savaş, siyasi karışıklıklar, iktisadi gelişmeler, Covid-19 pandemi süreci gibi istikrarsızlık dönemleri, borsa endekslerinde önceden tahmin edilmesi mümkün olmayan değişimlere neden olurlar. Gerek yatırımcılar gerek araştırmacılar yaşanan bu değişen davranışı bilmek, kontrol etmek ve modellemek isterler.

Alanyazında, finansal zaman serisi tahmin yöntemleri teknik analiz, zaman serisi analizi ve makine öğrenimi şeklinde üç kategoride (Hellström ve Holmström, 1998) ya da tek değişkenli veya çok değişkenli analiz olarak iki kategoride değerlendirilmiştir (Zhong ve Enke, 2017). Tek değişkenli analizde, yalnızca finansal zaman serisinin kendisi girdi olarak kabul edilirken, çok değişkenli analizde teknik göstergeler veya ekonomik değişkenler gibi geniş bir yelpazedeki girdi değişkenleri söz konusudur. Hisse senedi piyasalarını analiz etmek amacıyla başvuru bir takım tek değişkenli istatistiksel yaklaşım, otoregresif hareketli ortalama (ARMA), otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) gibi Box-Jenkins modellerine; genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (GARCH) gibi otoregresif koşullu değişen varyans modellerine dayanmaktadır. Ayrıca, finansal araçlardan borsa endeksleri çok sayıda bireysel hisse senedi içermeleri yüzünden ve herhangi bir hisse senedi hareketi yerine daha geniş piyasa hareketlerini ortaya koyduklarından, modellenmeleri alanyazında geniş yer bulmaktadır.

Wang, Guo, Niu ve Cao (2009), yirmi yıllık S&P 500 ve Dow Jones Sanayi endeksi verilerini modellemek için ARMA-GARCH modeli oluşturmuşlardır. GARCH geleneksel modeli ile karşılaştırmasını da sundukları çalışmalarının deneysel sonuçları, ARMA-GARCH modelinin veriler için daha uygun olduğunu ortaya koymuştur. Jiang (2012) HANG SENG, NIKKEI, FTSE100, S&P 500 ve NASDAQ endekslerine ait günlük verileri kullanarak, normal ve t dağılımı altında üstel GARCH (EGARCH), GARCH ve GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH) oynaklık modellerinin performanslarını incelemiştir. Beş küresel borsa endeksi arasından NIKKEI, FTSE 100, S&P 500 ve NASDAQ endeksleri için belirlediği normal dağılım altında GJR-GARCH modellerinin tahmin performanslarının daha iyi olduğunu göstermiştir. Eryılmaz (2015) BİST-100 endeksine ait getiri oynaklığını modellemek amacıyla ARCH, EGARCH, GARCH ve eşik değerli ARCH (TARCH) modellerini kullanmıştır. BIST-100 getiri serisi için en uygun modelin EGARCH olduğu sonucuna varmıştır. Ayrıca, BİST-100 için kaldıraç etkisinin önemli olduğunu, piyasaları etkileyen olumsuz haberlerin de oynaklığı artırdığını, endeks oynaklığının süreklilik gösterdiğini tespit etmiştir. Değirmenci ve Akay (2017) döviz kuru, BIST 100 endeksi, haftalık petrol ve altın fiyatları öngörüsünde Box-Jenkins modelleri ve EGARCH, ARCH, GARCH modellerini uygulamışlardır. BIST 100 endeksi için t dağılımlı AR-EGARCH modelini en iyi performans gösteren model olarak belirlemişlerdir. Rostan, Rostan ve Nurunnabi (2020) ARIMA modeline dayalı başarılı ve orijinal bir endeks ticaret

stratejisi göstermişlerdir. Çalışmanın bulguları, ARIMA'nın S&P 500 endeksini tahmin etmek için geçerli bir yöntem olduğunu ve endeks ticaretine uygulama bağlamında GARCH modelinden üstün olduğunu ortaya koymuştur.

Peters (2001) DAX 30 ve FTSE 100 endekslerine ait on beş yıllık günlük verileri kullanarak üç dağılımla (t dağılımı, çarpık t dağılımı, normal dağılım) asimetrik üssel ARCH (APARCH), EGARCH, GARCH ve GJR modellerine ilişkin tahmin performansını incelemiştir. APARCH ve GJR modellerinin simetrik GARCH'a göre daha iyi tahminler sağladığını belirlemiştir. Ayrıca çalışmada, örneklem dışı sonuçlar, üstün tahmin kabiliyetine dair daha az kanıt gösterse de, örnek içi sonuçlar normal olmayan dağılımların, normal dağılımdan daha iyi olduğunu ortaya koymuştur. Yılmaz (2006) Hizmet endeksi, Mali endeks ve İMKB 100 endeksini Box-Jenkins ve koşullu değişen varyans modelleriyle incelemiştir. Srinivasan (2011), S&P 500 endeksine ilişkin günlük verileri kullanarak getirilerinin oynaklığını modellemeye ve tahmin etmeye çalışmıştır. Bu amaçla, EGARCH, GARCH ve eşik değerli GARCH (TGARCH) tahmin modellerini ele almıştır. Değerlendirme ölçütlerinin büyük bir bölümüne dayanarak, kaldıraç etkisinin varlığına rağmen simetrik GARCH modelinin S&P 500 endeks getirisinin koşullu varyansını tahmin etmede asimetrik GARCH modellerinden daha iyi performans gösterdiğini belirtmiştir. Kutlar ve Torun (2013) getiri ve risk arasındaki ilişkiyi günlük İMKB 100 endeksi verileri üzerinden araştırmışlardır. Çalışmanın ilk aşamasında, günlük getiri serileri için ortalamada ARCH (ARCH-M), EGARCH, GARCH, GJR ve TGARCH modellerini ele almış, endeks için en uygun modeli TGARCH olarak tespit etmişlerdir. Ayrıca kaldıraç etkisinin görüldüğünü ve kötü haberlerin volatilitiyi artırdığını belirtmişlerdir. Małecka (2014) oldukça değişken dönemlerde ve istikrar dönemlerinde piyasa oynaklığını tanımlamak ve tahmin etmek için GARCH modellerinin performansının karşılaştırmalı bir analizini sunmayı amaçlamıştır. Ekonomik kriz bağlamında model özelliklerini ele alırken zaman serilerini üç alt döneme ayırmıştır. Ayrıca, modellerin performansları, aralarında FTSE 100 ve NIKKEI 225 endeksinin de olduğu, her biri altı endeks içeren iki pazar grubundaki endeksler üzerinde değerlendirilmiştir. Mutunga, Islam ve Orawo (2015) finansal getiri oynaklığının modellenmesinde ve tahmininde, tahmin fonksiyonları yöntemini uygulamışlardır. Bu kapsamda yaklaşımda, NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksi veri setleri için GJR-GARCH ve EGARCH modelleri kullanılmıştır. Dikkate alınan tahmin dönemi boyunca, çeşitli ölçütler göz önüne alındığında, oynaklığı tahmin etmede genel olarak EGARCH modelinin nispeten daha iyi performans gösterdiği söylenmiştir. Gulay ve Emec (2018) logaritmik ve aritmetik BIST 100 getiri serisi ile S&P 500 getiri serisi üzerinde oynaklık tahmini için, EGARCH, GARCH ve GJR-GARCH modellerini de içeren model performans karşılaştırmaları sunmuşlardır.

Bu çalışma kapsamında, Covid-19 süresince S&P 500, NIKKEI 225, FTSE 100 ve BIST 100 endekslerinin hareketlerini araştırmak için Box-Jenkins ve ARCH/GARCH ailesi modellerine odaklanılmıştır. Endeksleri modelleyerek, oluşturulan modellerin karşılaştırmalı performanslarını incelemek, ayrıca bu istikrarsızlık döneminde şokların endeksler üzerindeki etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Bu amaçlarla sonraki bölümde, veri toplama yöntemine, veri ön işleme sürecine, modellere ilişkin bilgilere ve değerlendirmeler için yararlanılan istatistiksel ölçülere yer verilmektedir. Üçüncü bölümde ise çalışmanın bulgularına yer verilmiş, dördüncü bölümle çalışma sonuçlandırılmıştır.

2. Materyal ve Metot

2.1. Araştırma Verisi

Çalışma kapsamında, Dünya Sağlık Örgütü'nün koronavirüs salgını küresel bir pandemi olarak ilan ettiği 11 Mart 2020'den 31 Aralık 2020 tarihine kadar S&P 500, NIKKEI 225, FTSE 100 ve BIST 100 endeksleri günlük serileri, logaritmik fark alınarak getiri serilerine dönüştürülmüştür. BIST 100 endeksi verileri Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası; S&P 500, NIKKEI 225 ve FTSE 100 endeksleri verileri Yahoo Finance web sitesinden sağlanmıştır. Her bir endekse ait veri setinin %20'si test ve %80'i eğitim için ayrılmıştır. BIST 100 endeksi Borsa İstanbul'da, FTSE 100 endeksi Londra, NIKKEI 225 endeksi Tokyo ve S&P 500 endeksi New York borsasında işlem gören hisse senetlerinden oluşmaktadır. Londra borsası Avrupa'nın, Tokyo borsası Asya'nın, New York borsası dünyanın en büyük borsasıdır.

2.2. Box-Jenkins Modelleri ve Modellerin İnşası

Doğrusal ve tek değişkenli Box-Jenkins modellerinden durağan otoregresif (AR), hareketli ortalama (MA) ile ARMA, trendi olan ve fark alma işlemiyle durağan hale dönüştürülebilir ARIMA ile mevsimsellik unsuru içerip mevsimsel fark alma işlemi ile durağan hale dönüştürülebilir SARIMA modelleriyle, zaman serileri modellenilebilir. Doğrusal ve durağan bir süreç olan, kendi gecikmeleriyle ve tüm gecikmelerindeki sabit ve sonlu ölçülebilir μ ortalaması ile yazılabilen AR(p) süreci aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \phi_2(y_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Burada ε_t ; 0 ortalamalı ve σ^2 sabit varyanslı korelasyonsuz rasgele değişkenleri göstermektedir. Model, B gecikme operatörü yardımıyla aşağıdaki gibi gösterilir:

$$\phi(B)(y_t - \mu) = \varepsilon_t. \quad (2)$$

Burada $By_t = y_{t-1}$ ve $\phi(B) = 1 - \phi_1B - \phi_2B^2 - \dots - \phi_pB^p$ dir. AR(p) karakteristik denklemi:

$$\phi(z) = 1 - \phi_1z - \phi_2z^2 - \dots - \phi_pz^p = 0 \quad (3)$$

şeklindedir. Denklemin köklerinin birim çember dışında yer alması durumunda AR(p) sürecinin durağan olduğu söylenir (Zivot ve Wang, 2006: 69; Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010: 150). AR(p) sürecinin durağan olması için $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1$ ve $|\phi_p| < 1$ eşitsizliklerinin sağlanması gerekmektedir (Cryer ve Chan, 2008: 76).

Zaman serileri bazı durumlarda ε_t cari ve $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}$ gibi geçmiş artıklarıyla açıklanabilir. ε_t artıkları; 0 ortalamalı ve σ^2 sabit varyanslı korelasyonsuz rasgele değişkenler olmak üzere, artıklar ve artıkların gecikmeleriyle açıklanabilen MA(q) süreci,

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

şeklindedir. MA(q) süreci durağandır ve eşitlikte yer alan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ katsayıları sonludur. MA(q) sürecinin tersine çevrilebilir olması için,

$$\theta(z) = 1 + \theta_1z + \theta_2z^2 + \dots + \theta_qz^q = 0 \quad (5)$$

karakteristik polinomunun kökleri birim çemberin dışında yer almalıdır (Zivot ve Wang, 2006: 73; Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010: 161).

Doğrusal ve durağan zaman serileri hem kendi gecikme değerleri hem de artık ve artık gecikmeleriyle ifade edilebilir. Seri, AR ve MA süreci özelliklerini birlikte barındırdığında, ARMA(p, q) sürecinin

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (6)$$

ile ifade edilmesi mümkün olur. ARMA süreci, bünyesinde barındırdığı AR sürecinin durağan ve MA sürecinin tersine çevrilebilir olmasını ister. AR sürecinin durağan olması için $\phi(z) = 0$, MA sürecinin de tersine çevrilebilir olması için $\theta(z) = 0$ karakteristik denklemlerinin köklerinin birim çemberin dışında yer alması gerekmektedir (Zivot ve Wang, 2006: 74-75).

Box-Jenkins modelleri yardımıyla modellemeden önce birinci aşamada, seri için bir takım tanımlayıcı istatistikler belirlenir ve serinin normallik sınaması yapılır. Normallik sınaması amacıyla Jarque-Bera testine yaygın olarak başvurulmaktadır. Jarque-Bera testi serinin normal dağılıma uyan çarpıklık ve basıklığa sahip olup olmadığına dair bir uyum iyiliği testidir. Daha sonra seri durağanlığı araştırılır ve bunun için zaman serisinin kendi gecikmeleri ile olan ilişkisini ölçen otokorelasyon fonksiyonu (ACF) kullanılır. Gecikmelerde sıfır otokorelasyondan sapmaları tespit etmek için Ljung-Box Q istatistiğine başvurulmaktadır. Ljung-Box testi, k gecikmesine kadar olan otokorelasyonların sıfıra eşit olduğu, diğer bir ifadeyle, veri değerlerinin rasgele ve belirli bir gecikme sayısına kadar bağımsız olduğu hipotezini test eder. Dolayısıyla, Ljung-Box Q istatistiği belirtilen kritik değerden daha büyük olduğunda, bir veya daha fazla gecikme için otokorelasyonlar, değerlerin rasgele olmadığını ve zaman içinde bağımsız olmadığını gösterecek şekilde sıfırdan önemli ölçüde farklıdır. Otokorelasyon deseni, önemli bir Ljung-Box Q istatistiği ile belirgin olur. Ayrıca, karesel getiriler için Ljung-Box Q istatistiğinin ham getirilerden daha büyük olması, değişen varyansı işaret etmektedir (Jasic ve Wood, 2004: 287).

Zaman serilerinin analizinde Box-Jenkins modellerinin kullanılabilmesi için serilerin durağan olması, mevsimsellik ve trend unsurlarını barındırmamaları gerekmektedir. Trend, bir serinin ortalama değerinde ve/veya varyans değerinde bir değişiklik şeklinde görünür. Trende sahip bir seri, değişen bir ortalamaya sahip olduğundan durağan değildir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010: 12, 234). Seri dönemsel davranışlar ya da belirli bir döngüsellik gösteriyorsa mevsimsellik içerir ve durağan olmaz (Özmen, 1986: 6; Tsay, 2010: 81; Montgomery, Jennings ve Kulahci, 2015: 48). Eğer serilerde mevsimsellik ve trend varsa serilerin mevsimsellikten ve trendden arınması sağlanmalıdır. Bunun için fark alma işlemine başvurulur. Mevsimsellik ve trend içeren serinin bu bileşenlerini ele almanın yolu, önce mevsimsellik sonra trend unsuru için fark almaktır. (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010: 243; Montgomery vd., 2015: 52). Bu unsurların varlığını araştırmak amacıyla seriye ait grafikten, ACF ve PACF grafiklerinden ve birtakım testlerden faydalanılır. Mann-Kendall (MK) ile Cox-Stuart (CS) testleri (Cox ve Stuart, 1955; Hipel ve McLeod, 1994: 864-865) serilerde trendin varlığını araştırmak amacıyla, Kruskal Wallis (KW) testi ile Friedman Rank (FR) testi (Friedman, 1937; Kruskal ve Wallis, 1952) ise serilerde mevsimselliği araştırmak amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Zaman içinde sabit ortalama ve/veya sabit varyansa sahip olmayan zaman serisinin durağan olmadığı, bir birim köke sahip olduğu söylenir.

Durağanlık; Augmented Dickey Fuller (ADF), Philips Perron (PP) ve Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) testleri kullanılarak test edilir. Augmented Dickey Fuller ve Philips Perron testlerinde, test edilecek sıfır hipotezi, dizide bir birim kök olduğu (yani dizinin durağan olmadığı), alternatif hipotez ise birim kök olmadığı yönündedir. Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin testinde ise Augmented Dickey Fuller ve Philips Perron birim kök testlerinden farklı olarak serinin birim kök içermediği hipotezi test edilir.

ARMA(p, q) modeli için uygun p, q gecikmelerini tespit etmek amacıyla otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) hesaplanmakta, grafiklere başvurulmaktadır. Bu yaklaşım yaygın olsa da, bu işlemler özel bir AR veya MA bileşeninin önemini azaltabilir veya artırabilir. Bu yüzden değişen AR ve MA derecelerinde ARMA modelleri incelenmektedir. ARMA modeline ilişkin en iyi modelin seçimi ise, Bayes bilgi kriteri (BIC) ile Akaike bilgi kriteri (AIC) kullanılarak yapılmaktadır.

Parametreleri tahmin edilen ARMA modelinin yeterliliğini araştırmak amacıyla artıkların analizine başvurulmakta, gereklilik durumunda potansiyel iyileştirmeler önerilmektedir. Artıklar incelenirken, modellerin değişen varyans probleminden, bir otokorelasyon probleminden veya her iki problemde de muzdarip olup olmadığına bakılır. Bir otokorelasyon problemi varsa hata terimlerinin zamanla ilişkilendirildiği anlamına gelir, değişen varyans problemi varsa hata terimlerinin sabit olmayan varyansa sahip olduğu anlamına gelir. Bu çalışmada, modeldeki artık terimlerinin arasında otokorelasyon yapısı olup olmadığını belirlemek amacıyla Ljung-Box Q istatistiğinden, değişen varyans problemi olup olmadığını araştırmak için ise Breusch-Pagan değişkenlik testinden faydalanılmıştır. Breusch-Pagan (BP) testinin sıfır hipotezi; hata terimlerinin sabit varyanslı olduğu, alternatif hipotezi ise hata terimlerinin sabit varyanslı olmadığı şeklindedir (Song, 2012). Ayrıca, model artıklarının ACF ve PACF grafikleri, histogramı, normal QQ grafiği, gözlem değerlerine karşı artık değerlerini ve tahmin değerlerine karşı artık değerlerini gösteren grafikler yardımıyla, oluşturulan ARMA(p, q) modellerinin veriyi temsil edip etmediği değerlendirilir (Montgomery vd., 2015: 371-372).

2.3. Koşullu Değişen Varyans Modelleri ve Modellerin İnşası

Box-Jenkins modelleri, zaman içinde varyanstaki değişikliği modellemez. Ancak azalan bir trendde, sistematik bir şekilde varyansın azaldığı serilerdeki gibi, varyanstaki değişiklik zamanla ilişkilendirilebilirse, koşullu değişen varyans modelleri ya da başka bir deyişle otoregresif koşullu değişen varyans (autoregressive conditional heteroskedasticity/ARCH) modelleri yardımıyla modelleme yapılabilir. Modelleme aşamasından önce, zaman serilerinde doğrusallık ve ARCH etkisinin varlığına ilişkin testler gerçekleştirilir. Üzerinde çalışılan veriyi temsil eden en iyi ARMA modelinin artığı ε_t olmak üzere, bu hata terimlerinin karelerinin otokorelasyonuna dayanan ve sıfır hipotezi ε_t^2 'lerin sonlu gecikmeli ACF değerlerinin sıfır olduğunu söyleyen McLeod-Li (ML) testi zaman serilerinin doğrusallığını test etmek için kullanılmaktadır (McLeod ve Li, 1983; Brooks, 1996: 310; Tsay, 2010: 114). ARCH etkisi, zamanla değişen oynaklığın göstergesidir. ARCH etkilerinin önemini değerlendirmek için ise Lagrange çarpanı (Lagrange Multiplier/LM) testi kullanılmaktadır. Bir zaman serisinin değişen varyansını modellemek ve tahmin etmek için ilk olarak, otoregresif koşullu değişen varyans, ARCH modeli tasarlanmıştır. Zaman serisi için oluşturulan doğrusal durağan

ARMA(p, q) modelinin artığı ε_t olmak üzere Engle (1982) tarafından geliştirilen ARCH(q) modeli aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + e_t. \quad (7)$$

Burada e_t ; sıfır ortalama ve sabit varyansa sahip bir beyaz gürültü sürecidir ve $\varepsilon_t = e_t \sqrt{\sigma_t^2}$ dir. q ; sonlu bir değer, $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_i \geq 0$ 'dır (Enders, 1995: 141-142; Tsay, 2010: 116-117). $\sum \alpha_i$ kümülatif geçmiş şok etkisini göstermektedir (Hammoudeh ve Yuan, 2008: 616). Oynaklık şoklarının kalıcılığı (sürekliliği) $\hat{P} = \sum_{i=1}^q \alpha_i$ ile belirlenir. Kalıcılık parametresi 1'e yakın ise mevcut oynaklık üzerindeki şoklar uzun süre gelecekte devam eder ve oldukça yavaş bir şekilde yok olur. Ayrıca oynaklığın yeniden eski seviyesine gelmesi için gereken periyot diğer bir ifadeyle oynaklık yarılanma süresi $h2l$, $\frac{-\log_e 2}{\log_e \hat{P}}$ olarak hesaplanır (Gil-Alana ve Tripathy, 2014: 32; Sekmen ve Hatipoğlu, 2015: 25; Ghalanos, 2020; Güçlü, 2020: 1076).

Uygulamada, ancak ARCH modele daha fazla gecikme dahil edilerek modelin tahmin doğruluğunun artması beklenebilir. İlk aşamada oynaklığı açıklamak için Engle (1982) tarafından tanımlanan ARCH modeli, Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmiş koşullu değişen varyans modeline genişletilmiştir. GARCH modeli, volatilitiyi açıklamak için önceki artıkların kareleri ile önceki koşullu varyans değerlerini birlikte kullanır. $\sigma_t^2 = 1$ olmak üzere, $\varepsilon_t = e_t \sqrt{\sigma_t^2}$ bir hata sürecini gösterir. GARCH(q, p) modeli

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (8)$$

olarak gösterilir. Burada $\{e_t\}$; ε_{t-i} geçmiş değerlerinden bağımsız bir beyaz gürültü sürecidir, ε_t hata terimlerinin hem koşullu hem de koşulsuz ortalaması 0'dır (Enders, 1995: 146). GARCH sürecinde $p \geq 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, q$), $\beta_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, p$) koşullarının sağlanması gerekmektedir. GARCH sürecinde $p = 0$ ise model ARCH(q); $p = q = 0$ ise model ε_t beyaz gürültü sürecine dönüşür. GARCH(q, p) için $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ ve ε_t 'nin koşulsuz varyansı $\text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i)}$ şeklindedir (Zivot ve Wang, 2006: 230). GARCH süreci için kalıcılık parametresi $\hat{P} = \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i$ şeklinde hesaplanmaktadır ve değerinin 1'e yakınlığı şokların mevcut oynaklık üzerindeki etkisinin gelecekte uzun bir süre devam edeceğini belirtmektedir. Ayrıca oynaklık yarılanma süresi daha önce tanımlanan $h2l$ formülü ile hesaplanmaktadır (Sekmen ve Hatipoğlu, 2015: 25; Ghalanos, 2020).

Simetrik koşullu değişen varyans modelleri olan ARCH ve GARCH modellerinin pozitif ve negatif şoklara/haberlere simetrik tepki verdikleri varsayılmaktadır. ARCH ve GARCH modellerinin asimetric tepkileri açıklamada yetersiz kalması sebebiyle Nelson (1991) tarafından EGARCH modeli geliştirilmiştir. $e_t = \varepsilon_t \sigma_t^{-1}$ olmak üzere, EGARCH (q, p) modeli

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q (\alpha_j \varepsilon_{t-j} + \gamma_j (|\varepsilon_{t-j}| - E|\varepsilon_{t-j}|)) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 \quad (9)$$

şeklinde gösterilir. Burada γ_j boyut etkisini, α_j işaret etkisini göstermektedir (Bollerslev, 2008; Tsay, 2010: 144; Ghalanos, 2020). EGARCH modelinde parametre kısıtlaması bulunmamaktadır (Mills ve Markellos, 2008: 180). Bu modelle asimetric etki incelenir. $\alpha_j = 0$ olduğunda model simetrik olur, dolayısıyla

pozitif ve negatif şoklar/haberler oynaklık üzerinde aynı etkiye sahip olurlar. Oynaklık üzerinde, $\alpha_j > 0$ olduğunda pozitif şoklar negatif şoklardan daha fazla etkiye sahipken $\alpha_j < 0$ olduğunda negatif şoklar pozitif şoklardan daha fazla etkiye sahiptir (Aliyu, 2011: 11; Chen, Zhang, Tao ve Tan, 2019: 3). $\alpha_j \neq 0$ ve anlamlı olması oynaklık üzerindeki asimetrik etkinin varlığını gösterirken $\sum \alpha_j < 0$ olması da kaldıraç etkisinin varlığını belirtmektedir (Hammoudeh ve Yuan, 2008: 616). EGARCH modeline ait kalıcılık parametresi $\hat{P} = \sum_{j=1}^p \beta_j$ formülü yardımıyla, oynaklık yarılanma süresi ise ARCH modeline ilişkin $h2l$ formülü kullanılarak hesaplanır (Ghalanos, 2020). Kalıcılık parametresi değerinin 1'den büyük olması oynaklık kalıcılığının belirsiz süre devam edeceğini belirtir (Akhtar ve Khan, 2016: 270).

ARCH/GARCH ailesi modellerinden uygun olanların belirlenmesi BIC, AIC değerlerine, modellerin parametrelerinin önemine ve artıklarda seri korelasyonun test edilmesi, ARCH etkilerinin varlığı ile yine artıkların normalliğinin kontrollerine dayanmaktadır. Model kontrolleri artıklar üzerinde ve daha özel olarak standartlaştırılmış artıklar üzerinde gerçekleştirilmektedir. Bu bağlamda, artıklara ilişkin histogram, normal olasılık grafiği ve zamana bağlı grafik kullanılmaktadır. Model verilere iyi uyuyorsa, artıkların histogramı yaklaşık olarak simetrik olmalıdır. Normal olasılık grafiği düz bir çizgi olmalı iken, zamana bağlı grafik rasgele değişim göstermelidir. Ağırlıklandırılmış Lagrange çarpanı; ARCH etkilerinin geçerliliğini kontrol etmek için, ağırlıklandırılmış Ljung-Box Q testi; artıklardaki otokorelasyonu araştırmak için kullanılır. ARCH etkilerinin varlığını test ederken, p değeri belirtilen önem düzeyinden düşükse ARCH etkisinin olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Otokorelasyon varlığının test edilmesi durumunda, bazı gecikmelerin Ljung-Box Q istatistiklerinin p değeri, belirtilen önem düzeyinden düşükse otokorelasyonun olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Tahmin edilen model, söz konusu volatilité (oynaklık) modeli için tüm varsayımları veya özellikleri karşıladığında, verilerin uygun bir temsili olarak görülebilir ve tahmin amacıyla kullanılabilir. ARCH/GARCH modellerinin test kümeleri üzerinde performanslarının değerlendirilmesi için hata kareler ortalaması (HKO), hata kareler ortalamasının karekökü (HKOK) ve mutlak hata ortalaması (MHO) kullanılmaktadır:

$$HKO = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - F_t)^2 \quad (10)$$

$$HKOK = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - F_t)^2} \quad (11)$$

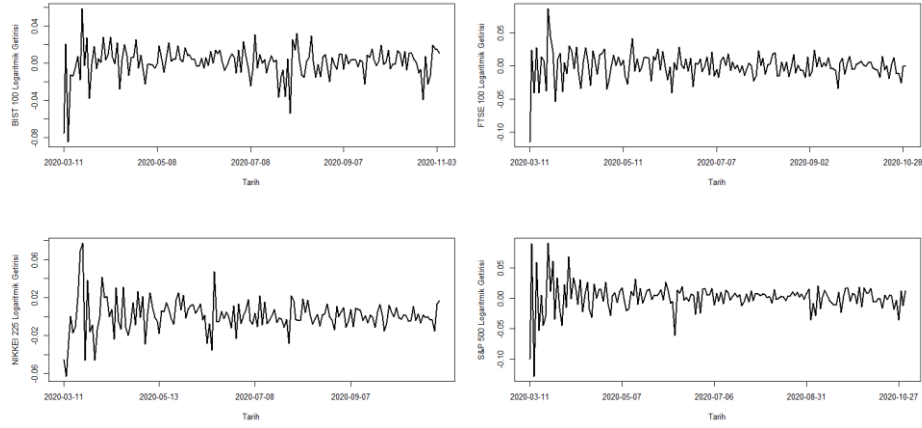
$$MHO = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|}. \quad (12)$$

Burada F_t ile modelden elde edilen öngörü değerleri, A_t ile test kümesinin elemanları sunulmaktadır.

3. Bulgular

Çalışma kapsamında ele alınan günlük getirilere ait betimsel istatistikler Tablo 1'de, grafikler ise Şekil 1'de sunulmaktadır. Tüm seriler için 0,05 önem düzeyinde anlamlı olan Jarque-Bera istatistikleri, getirilerin normal dağılımdan ziyade çarpık olduğunu göstermektedir. Ayrıca, tüm borsa endekslerinde basıklık istatistiksel olarak anlamlıdır ve 3'ten büyüktür. Bu da tüm borsa endekslerinin getirilerine ilişkin serilerin leptokurtik dağıldığını gösterir.

Hangi gecikmelerde otokorelasyonun önemli olduğunu belirlemek amacıyla, N gözlem sayısı olmak üzere $\pm \frac{1,96}{\sqrt{N}}$ değeri 162 gözlemlili BIST 100 endeksi için $\pm 0,154$; 162 gözlemlili FTSE 100 endeksi için $\pm 0,154$; 158 gözlemlili NIKKEI 225 endeksi için $\pm 0,156$ ve 164 gözlemlili S&P 500 endeksi için $\pm 0,153$ olarak bulunmuştur. BIST 100 serisinin üç önemli otokorelasyonu; 2., 6. ve 8. gecikmelerde, FTSE 100 serisinin 4 önemli otokorelasyonu; 1., 6., 7. ve 8. gecikmelerde, NIKKEI 225 serisinin 3 önemli otokorelasyonu; 5., 6. ve 7. gecikmelerde ve S&P 500 serisinin 9 önemli otokorelasyonu; 1., 2., 3., 6., 7., 8., 9., 10. ve 15. gecikmelerde vardır. Ayrıca, karesel getirilerin önemli bir otokorelasyon sergilemesi, koşullu bir varyansın olabileceğini düşündürür (McKenzie, 1997: 157). Değerlendirmeler, serilerin tamamının normal olmama, seri bağımlılık ile değişen varyans bulgularını ortaya koymaktadır.



Şekil 1. Borsa Endekslerine ait Getiri Serilerinin Grafikleri

Tablo 1. Borsa Endekslerine ait Getiri Serileri için Betimsel İstatistikler

Endeks	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Ortalama	0,0010	-0,0003	0,0013	0,0012
Standart Sapma	0,0170	0,0203	0,0176	0,0240
Çarpıklık	-1,4270	-0,8395	0,3989	-0,8087
Basıklık	6,1863	7,0135	3,9706	7,8768
Minimum	-0,0842	-0,1151	-0,0627	-0,1277
Maksimum	0,0581	0,0867	0,0773	0,0897
Jarque-Bera İstatistiği p değeri	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16
Gözlem Sayısı	162	162	158	164
Otokorelasyon				
1. Gecikme	-0,0830	-0,1640*	0,0590	-0,4390*
2. Gecikme	0,2470*	0,0140	0,0810	0,3740*
3. Gecikme	-0,0480	-0,1320	-0,1320	-0,2090*
4. Gecikme	-0,0070	0,0540	-0,0180	-0,0300
5. Gecikme	0,0720	0,0330	-0,1680*	0,0770
6. Gecikme	-0,1650*	-0,2500*	-0,1640*	-0,2510*
7. Gecikme	0,1040	0,2360*	-0,1820*	0,2600*
8. Gecikme	-0,2010*	-0,2160*	0,0310	-0,1960*
9. Gecikme	0,0580	0,0310	0,0390	0,2360*
10. Gecikme	-0,0590	-0,0870	0,0410	-0,1690*
15. Gecikme	-0,0910	0,0390	0,0130	-0,1860*
20. Gecikme	-0,1500	0,0000	-0,0610	0,0010
25. Gecikme	0,0200	-0,0910	0,0910	0,0090
Ham Getiriler				
Q(10)	27,2280*	37,7990*	19,8610*	108,4000*
Q(15)	31,0910*	49,9080*	22,2930	121,7400*
Q(20)	35,9300*	57,0290*	28,6050	128,9200*
Q(25)	37,0720	62,1520*	33,2440	131,7700*
Getirilerin Karesi				
Q(10)	41,2580*	40,8370*	114,3500*	126,7800*
Q(15)	43,1430*	46,7470*	120,6300*	133,8400*
Q(20)	43,9580*	47,9060*	122,3300*	137,2900*
Q(25)	44,3540*	49,5430*	123,6900*	137,7300*

Q(k): k'inci gecikmedeki Ljung-Box Q istatistiğidir. *: 0,05 düzeyinde istatistiksel anlamlılığı ifade eder.

Mann-Kendall ve Cox-Stuart testleri, endeks getiri serilerinin trend unsuruna sahip olup olmadığını belirlemek amacıyla, Kruskal-Wallis ve Friedman testleri ise serilerin mevsimsellik unsuru içerip içermediğini araştırmak için kullanılmış ve sonuçları Tablo'2 de özetlenmiştir. Tablo 2'de sunulan sonuçlara göre tüm serilerin 0,05 anlam düzeyinde her iki trend testine göre de trend içermedikleri görülmektedir. S&P 500 endeksi hariç diğer tüm endeks getiri serilerinin her iki mevsimsellik testine göre 0,05 önem düzeyinde mevsimsellik içermediği, S&P 500 getiri serisinin ise Kruskal-Wallis testi için 0,01 önem düzeyinde, Friedman testi için de 0,05 önem düzeyinde mevsimsellik içermediği söylenir.

Tablo 2. Borsa Endekslerine ait Getiri Serileri için Trend ve Mevsimsellik Testleri Sonuçları

	Trend Testleri		Mevsimsellik Testleri	
	Mann-Kendall Test İstatistiği (p değeri)	Cox-Stuart Test İstatistiği (p değeri)	Kruskall-Wallis Test İstatistiği (p değeri)	Friedman Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	-0,1448 (0,8848)	1,3608 (0,1736)	5,9200 (0,4318)	3,6100 (0,7286)
FTSE 100	-1,7843 (0,0744)	0,8165 (0,4142)	8,7500 (0,1878)	7,2900 (0,2952)
NIKKEI 225	-0,0150 (0,9880)	0,7349 (0,4624)	6,8000 (0,3394)	5,5700 (0,4729)
S&P 500	-1,1191 (0,2631)	0,7213 (0,4707)	16,4200 (0,0117)	9,3500 (0,1546)

Zaman serilerinin durağanlığının sınanması amacıyla bir birim kökün varlığının araştırılmasında aTSA R paketi (Qiu, 2015) kullanılarak elde edilen KPSS, PP ve ADF testlerinin sonuçları Tablo 3'te yer almaktadır. Elde edilen sonuçlar, serilerde bir birim kökün olmadığını ve serilerin durağan olduğunu göstermektedir.

Serilerde durağanlığın incelenmesinin ardından, ARMA(0,1)'den ARMA(5,5)'e kadar farklı derecelerde ARMA modelleri ele alınmıştır. Pandeminin ilk dokuz aylık dönemi için durağanlık ve tersine çevrilebilirlik koşullarının sağlandığı en küçük AIC ve BIC değerli ARMA modelleri Tablo 4'te sunulmaktadır. BIST 100 için seçilen ARMA(4,2), FTSE 100 için seçilen ARMA(3,4), NIKKEI 225 için seçilen ARMA(2,2) ve S&P 500 için seçilen ARMA(4,4) modellerinin artıkları da sınanmış olup serilerin modeller tarafından temsil edilebildiği söylenir.

Tablo 3. Borsa Endekslerine ait Getiri Serilerine ilişkin Birim Kök Testi Sonuçları

		Endeks			
		BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
ADF Test İstatistiği (p değeri) [gecikme]	Sabitsiz	-5,6600	-6,8900	-7,3100	-6,1900
	Trendsiz	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
	Sabitli	-5,9300	-6,9000	-7,7000	-6,4300
	Trendsiz	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
	Sabitli	-6,0700	-7,4800	-8,0000	-6,7000
Phillips-Perron Test İstatistiği (p değeri) [gecikme]	Trendli	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
	Sabitsiz	-185,0000	-172,0000	-138,0000	-249,0000
	Trendsiz	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
	Sabitli	-184,0000	-172,0000	-137,0000	-247,0000
	Trendsiz	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
KPSS Test İstatistiği (p değeri) [gecikme]	Sabitli	-183,0000	-169,0000	-135,0000	-245,0000
	Trendli	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]	(≤0,01) [4]
	Sabitsiz	0,6250	0,4040	0,6500	1,1100
	Trendsiz	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]
	Sabitli	0,0842	0,2670	0,0629	0,1530
	Trendsiz	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]
	Sabitli	0,0640	0,0150	0,0226	0,0264
	Trendli	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]	(≥0,10) [2]

Tablo 4. Borsa Endeks Getirilerinin Serileri için Belirlenen En İyi Box-Jenkins Modellerinin AIC, BIC Değerleri ve Artıklara ait BP ile Ljung-Box Testleri Sonuçları

Endeks	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Model	ARMA(4,2)	ARMA(3,4)	ARMA(2,2)	ARMA(4,4)
AIC	-870,4908	-833,3091	-821,4319	-825,9412
BIC	-845,7900	-805,5207	-803,0564	-794,9425
Model Artıkları				
Q(10)	3,4091	10,9760	11,7290	11,3320
Q(15)	8,2516	14,9670	13,8920	14,8360
Q(20)	13,7180	20,2670	18,7210	21,0460
Q(25)	18,0450	24,8000	22,8970	28,5940
BP Test İstatistiği	0,2368	1,4580	4,1906	0,1736

Q(k): k'inci gecikmedeki Ljung-Box Q istatistiğidir.

Zaman serilerinin Box-Jenkins modelleriyle incelenmesinin ve uygun modellerin belirlenmesinin ardından, modele ilişkin artık karelerin doğrusallığının sınanması aşamasında, McLeod-Li testinden faydalanılmış olup, sonuçlar Tablo 5'te verilmiştir. Tüm endeksler için ilgili p değerleri incelendiğinde doğrusallığı reddedildiği görülmektedir. Tablo 5'te doğrusallık testine ek olarak ARCH-LM testi sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre tüm endekslerin getiri serilerinin ARCH etkisi altında olduğu söylenir. McLeod-Li testi ve ARCH-LM testine ilişkin sonuçlar, ARCH/GARCH metodolojisini kullanarak endekslerin getiri oynaklığını modellemeye devam edebileceğimizi göstermektedir. Bu amaçla, borsa endeksleri için belirlenen en iyi ARMA modellerinden üretilmiş $q=1, 2, 3$ için t dağılımlı ARCH; $q=1, 2$ ve $p=1, 2$ için t dağılımlı GARCH, EGARCH, GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle, 1993) ve APARCH (Ding, Granger ve Engle, 1993) modelleri kullanılarak getiri serilerine ait oynaklıkların yapısı belirlenmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda değerlendirmeler için Rugarch R paketi (Ghalanos, 2020) kullanılmıştır. İncelenen ARCH/GARCH modellerinin bir bölümü sağlaması gereken koşullara sahip olmadığından, bir bölümü değişen varyans problemini gideremediğinden, bir bölümü de model karşılaştırması sürecinde parametre anlamlılığını sağlamadığından çalışmanın kapsamı dışına çıkartılmıştır. Endeksler için belirlenen ARCH/GARCH modelleri Tablo 6'da sunulmaktadır. Belirlenen koşullu değişen varyans modellerinin ARCH etkisi taşımadığı görülmüştür. Standartlaştırılmış hata terimleri için yapılan analizlerin sonucunda da getiri serilerinin oynaklığının bu modellerle modellenebileceği tespit edilmiştir. BIST 100 ve NIKKEI 225 için oynaklık modellemesi simetrik olan ARCH(2) modeli ile açıklanmıştır. BIST 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için sırasıyla geçmiş şok etkisi miktarı $\alpha_1 + \alpha_2 = 0,9990$ ve $\alpha_1 + \alpha_2 = 0,7452$ 'dir. Bu sonuçlara göre geçmiş şoklar BIST 100 endeksi üzerinde daha etkilidir. FTSE 100 endeksi asimetrik EGARCH(1,1) modeli ile açıklanmıştır. Asimetri parametresi $\alpha_1 = 0,1749 > 0$ olup modelin asimetrik etkiye sahip olduğu ve endeks üzerinde iyi haberlerin kötü haberlere göre daha etkili olduğu söylenebilir. S&P 500 endeksi asimetrik EGARCH(2,2) modeli ile modellenmiş olup asimetri etkisini gösteren $\alpha_1 + \alpha_2$ değeri için $\alpha_1 + \alpha_2 = 0,0503 > 0$ olduğundan endeks üzerinde FTSE 100 endeksinde olduğu gibi pozitif şoklar negatif şoklara göre daha etkilidir. FTSE 100 endeksinde asimetrik etki değeri S&P 500 endeksine göre daha yüksek olduğundan FTSE 100 endeksinin iyi haberlerden daha fazla etkilendiği söylenebilir. Ayrıca endeksler için volatilité kalıcılığı ve oynaklığın kendi seviyesine gelme süresi incelenmiştir. Kalıcılık parametresi sırasıyla BIST 100 endeksi için $\hat{P} = 0,9990 <$

1, FTSE 100 endeksi için $\hat{P} = 0,9750 < 1$, NIKKEI 225 endeksi için $\hat{P} = 0,7452 < 1$ ve S&P 500 endeksi için $\hat{P} = 0,9274 < 1$ olarak bulunmuştur. Endekslerin kalıcılık parametreleri 1'e çok yakın olduğundan şokların volatilité üzerinde uzun süre etkili olduğu söylenebilir. Kalıcılık parametresine göre BIST 100 endeksinde şoklar, volatilité üzerinde daha kalıcı etkilere sahiptir. Şokların volatilité üzerindeki kalıcılığından sonra, volatilitenin yeniden eski seviyesine gelme sürecini değerlendirecek olursak, yaklaşık olarak bu süreler BIST 100 için 693 gün ($h2l = 692,8005$), FTSE 100 için 27 gün ($h2l = 27,3779$), NIKKEI 225 için 2 gün ($h2l = 2,3568$) ve S&P 500 için 9 gün ($h2l = 9,1966$) olarak bulunur. Oynaklığın yeniden eski seviyesine gelmesi diğer endekslere göre BIST 100 endeksinde daha uzun sürmektedir.

Tablo 5. ARCH-LM Testi ile McLeod-Li Doğrusallık Testi Sonuçları

McLeod-Li Testi p değerleri	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
4. Gecikme	0,0000	0,0691	0,0000	0,0000
8. Gecikme	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12. Gecikme	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16. Gecikme	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000
20. Gecikme	0,0015	0,0004	0,0000	0,0000
24. Gecikme	0,0072	0,0017	0,0000	0,0000
ARCH-LM İstatistiği				
4. Gecikme	40,3400*	166,9000*	25,6900*	115,0200*
8. Gecikme	15,6100*	68,1900*	9,2800	19,0000*
12. Gecikme	7,9700	14,0400	7,5600	16,4400
16. Gecikme	5,6300	2,8100	5,0900	10,4900
20. Gecikme	3,7000	2,0400	4,5400	4,6000
24. Gecikme	2,0500	2,5400	3,8100	2,8800
ARCH Etkisi Red/Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Tablo 6. Borsa Endeksleri Getiri Serileri için Belirlenen ARCH/GARCH Modelleri Parametreleri ile AIC, BIC, Loglikelihood Değerleri

Endeks	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Model	ARCH(2)	EGARCH(1,1)	ARCH(2)	EGARCH(2,2)
AIC	-845,0406	-881,6364	-874,6248	-894,5380
BIC	-811,0854	-841,4928	-847,0538	-841,8448
Loglikelihood	433,5226	453,8184	446,3118	464,2686
Katsayılar				
ω	0,00001*	-0,2197*	0,0001*	-0,6458*
α_1	0,2568*	0,1749*	0,3235*	-1,0421*
α_2	0,7422*	-	0,4217*	1,0924*
β_1	-	0,9750*	-	0,8748*
β_2	-	-	-	0,0526*
γ_1	-	-0,2037*	-	-1,6736*
γ_2	-	-	-	1,6512*

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Tablo 7'de test kümesine ait ilk 20 gözlem için, getirilerin kareleri hesaplanarak belirlenen gerçekleşen varyans (Andersen ve Bollerslev, 1998) değerleri ve ilgili öngörü değerleri sunulmaktadır. Tablo 8'de ise endeksler için oluşturulan ARCH/GARCH modellerinin örneklem dışı performans değerlendirmesi için Metrics R paketi (Hamner, Frasco ve LeDell, 2018) kullanılarak elde edilen MHO, HKO ve HKOK hata ölçüt değerleri yer almaktadır. Sonuçlara göre, simetrik ARCH

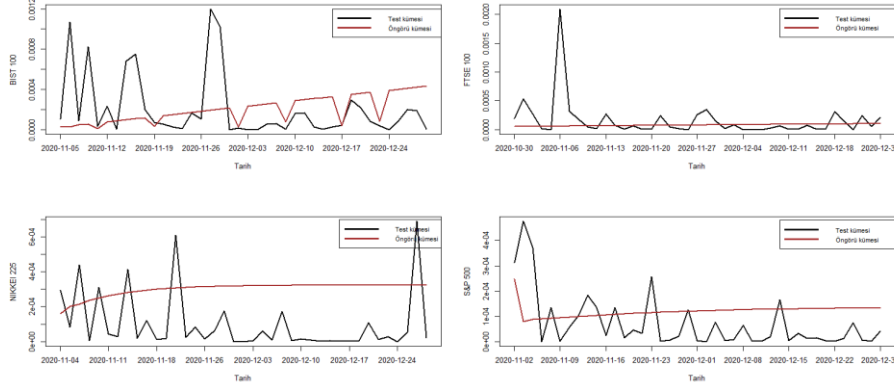
modeli NIKKEI 225 endeksinde BIST 100 endeksine göre daha iyi performans gösterirken, asimetrik EGARCH modeli ile temsil edilen diğer endeksler için EGARCH modelinin S&P 500 endeksinde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. Rugarch R paketindeki bootstrap tekniği kullanılarak elde edilen test kümesine ilişkin volatilité öngörü değerleri ile getiri serilerinin karelerinden elde edilen gerçekleşen varyansa ait grafikler Şekil 2’de sunulmaktadır.

Tablo 7. Test Kümesi ve Öngörü Değerleri

Gözlem No	BIST 100		FTSE 100		NIKKEI 225		S&P 500	
	Gerçek Değer	Öngörü Değeri	Gerçek Değer	Öngörü Değeri	Gerçek Değer	Öngörü Değeri	Gerçek Değer	Öngörü Değeri
1	0,0001	0,0000	0,0002	0,0001	0,0003	0,0002	0,0003	0,0002
2	0,0011	0,0000	0,0005	0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0001
3	0,0001	0,0000	0,0003	0,0001	0,0004	0,0002	0,0004	0,0001
4	0,0008	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001
5	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001	0,0001
6	0,0002	0,0001	0,0021	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001
7	0,0000	0,0001	0,0003	0,0001	0,0000	0,0003	0,0001	0,0001
8	0,0007	0,0001	0,0002	0,0001	0,0004	0,0003	0,0001	0,0001
9	0,0008	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0002	0,0001
10	0,0002	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0001
11	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001
12	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0001	0,0001
13	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0006	0,0003	0,0000	0,0001
14	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001
15	0,0002	0,0002	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0000	0,0001
16	0,0001	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0003	0,0001
17	0,0012	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0003	0,0000	0,0001
18	0,0010	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0000	0,0001
19	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0001
20	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	0,0003	0,0001	0,0001

Tablo 8. ARCH/GARCH Modelleri için Performans Ölçütleri

Endeks	Model	MHO	HKO	HKOK
BIST 100	ARCH(2)	0,0003	0,0000	0,0004
FTSE 100	EGARCH(1,1)	0,0001	0,0000	0,0003
NIKKEI 225	ARCH(2)	0,0003	0,0000	0,0003
S&P 500	EGARCH(2,2)	0,0001	0,0000	0,0001



Şekil 2. Test ve Öngörü Değerleri Grafikleri

4. Sonuç

Bu çalışmanın temel odak noktası pandemi sırasında, S&P 500, NIKKEI 225, FTSE 100 ve BIST 100 endekslerini ARMA ve ARCH/GARCH ailesi modellerini kullanarak incelemektir. Bu amaçla, 11.03.2020-31.12.2020 tarihleri arasında yaklaşık dokuz aylık Covid-19 pandemi sürecinde S&P 500, NIKKEI 225, FTSE 100 ve BIST 100 endekslerine ait günlük getiri serileri kullanılmıştır. İlk aşamada en iyi olduğu belirlenen ARMA modellerinin artıklarında ARCH etkisi olduğu belirlenmiş ve dolayısıyla daha sonra ARCH/GARCH ailesi modellerine odaklanılmıştır. Ayrıca, endeksler üzerinde şokların/haberlerin etkisi ARCH/GARCH ailesi modellerinin simetrik ve asimetric özelliklerinden yararlanılarak incelenmiştir. Bulgular pandemi sırasında endeksler için farklılıkları ortaya koymaktadır.

S&P 500, NIKKEI 225, FTSE 100 ve BIST 100 endeksleri için elde edilen en iyi ARMA modelleri sırasıyla ARMA(4,4), ARMA(2,2), ARMA(3,4) ve ARMA(4,2) olarak belirlenmiştir. ARCH etkisi görülen bu endekslerde, çeşitli derecelerde asimetric EGARCH, GJR-GARCH ve APARCH modelleri ile simetrik ARCH ve GARCH modellerine yönelik değerlendirmeler yapılmıştır. Endeksler için en uygun ARCH/GARCH modelleri BIST 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için ARCH(2), FTSE 100 endeksi için EGARCH(1,1) ve S&P 500 endeksi için EGARCH(2,2) olarak bulunmuştur. En uygun olduğu belirlenen ARCH/GARCH modellerine göre, BIST 100 ve NIKKEI 225 endekslerinin asimetric etkiye sahip olmadığı, diğer bir deyişle olumsuz şoklar/haberler ile olumlu şokların/haberlerin oynaklığı aynı oranda etkilendiği, FTSE 100 ve S&P 500 endekslerinin ise asimetric etkiye sahip olduğu ve asimetric parametrelerine göre serilerdeki oynaklığın olumlu haberlerden olumsuz haberlere göre daha fazla etkilendiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca volatilitenin kalıcılığı ve volatilitenin yeniden eski seviyesine gelme süreci incelendiğinde diğer endekslere göre BIST 100 endeksinde şokların etkisi daha uzun sürmüş ve volatilitenin eski seviyesine daha uzun sürede gelmiştir.

Farklı zaman dilimleri için S&P 500 endeksi üzerine yapılan çalışmalarda, endeks için en uygun model Janský ve Rippel (2011) tarafından t dağılımlı ARMA-GARCH, Mustapa ve Ismail (2019) tarafından ARIMA-GARCH ve Muthukumar ve Subramaniam (2020) tarafından ise ARIMA olarak belirlenmiştir. Mevcut çalışma, S&P 500 endeksi için Neokosmidis (2009) ve Değirmenci ve Abdioglu (2017) ile

benzer sonuçlar sağlamıştır. NIKKEI 225 endeksi için en iyi model Xu ve Hamori (2010) tarafından AR-EGARCH, Jánský ve Rippel (2011) tarafından t dağılımlı ARMA-GARCH, Değirmenci ve Abdioğlu (2017) tarafından ARMA-EGARCH ve Inglada-Perez (2020) tarafından EGARCH olarak tespit edilmiştir. FTSE 100 endeksi için Xu ve Hamori (2010) AR-EGARCH, Jánský ve Rippel (2011) t-dağılımlı ARMA-GARCH modelini en uygun model olarak tespit etmişlerdir. BIST 100 endeksi için Karabacak, Meçik ve Genç (2014) ile Özden (2008) TGARCH, Değirmenci ve Abdioğlu (2017) ARMA-EGARCH, Stoitsova-Stoykova (2017) TARCH ve Gümüş ve Can Öziç (2020) ise EGARCH modelini en iyi performans gösteren model olarak belirlemişlerdir.

Bu çalışma, üç önemli borsadan üç endeks ile BIST 100 endeksine ilişkin gerek betimsel istatistiklerle gerekse endekslere çeşitli modellerin uygulanması yoluyla, hem kapsamlı hem de karşılaştırmalı bir değerlendirme sunması nedeniyle önemlidir. Pandemi sırasında, çeşitli modellerin performans değerlendirmelerini sunmasının yanında, birçok araştırmacının ve yatırımcının ilgi alanındaki borsaların davranışlarının anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Gelecek çalışmalarda, pandemi sırası zaman dilimi genişletilip pandemi öncesi ve (veya) pandemi sonrası zaman dilimleri de dahil edilerek, farklı modellerin de sınanmasıyla pandeminin farklı borsalara yansımaları daha kapsamlı karşılaştırılabilir.

Referanslar

- Akhtar, S. ve Khan, N. U. (2016). Modeling volatility on the Karachi Stock Exchange, Pakistan. *Journal of Asia Business Studies*, 10(3), 253-275.
- Aliyu, S. U. (2011). Reactions of stock market to monetary policy shocks during the global financial crisis: The Nigerian case. *CBN Journal of Applied Statistics*, 3(1), 17-41.
- Andersen, T. G. ve Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 885-905.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bollerslev, T. (2008). Glossary to ARCH (GARCH). *CREATES Research Paper*, 49, 1-46.
- Brooks, C. (1996). Testing for non-linearity in daily sterling exchange rates. *Applied Financial Economics*, 6(4), 307-317.
- Chen, H., Zhang, J., Tao, Y. ve Tan, F. (2019). Asymmetric GARCH type models for asymmetric volatility characteristics analysis and wind power forecasting. *Protection and Control of Modern Power Systems*, 4(1), 1-11.
- Cox, D. R. ve Stuart, A. (1955). Some quick sign tests for trend in location and dispersion. *Biometrika*, 42(1/2), 80-95.
- Cryer, J. D. ve Chan, K. (2008). *Time series analysis with applications in R*. USA: Springer Science & Business Media.
- Değirmenci, N. ve Abdioğlu, Z. (2017). Finansal piyasalar arasındaki oynaklık yayılımı. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 54, 104-125.
- Değirmenci, N. ve Akay, A. (2017). Finansal verilerin ARIMA ve ARCH modelleriyle öngörüsü: Türkiye örneği. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12(3), 15-36.
- Ding, Z., Granger, C. W. ve Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1(1), 83-106.

- Enders, W. (1995). *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
- Eryılmaz, F. (2015). Modelling stock market volatility: The case of BIST-100. *Annals of The Constantin Brancusi University of Targu Jiu, Economy Series*, 5, 37-47.
- Friedman, M. (1937). The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 32(200), 675-701.
- Ghalanos, A. (2020). Introduction to the Rugarch package. (Version 1.4-3). Erişim adresi https://cran.r-project.org/web/packages/rugarch/vignettes/Introduction_to_the_rugarch_package.pdf
- Gil-Alana, L. A. ve Tripathy, T. (2014). Modelling volatility persistence and asymmetry: A study on selected Indian non-ferrous metals markets. *Resources Policy*, 41, 31-39.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. ve Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801.
- Gulay, E. ve Emec, H. (2018). Comparison of forecasting performances: Does normalization and variance stabilization method beat GARCH(1,1)-type models? Empirical Evidence from the Stock Markets. *Journal of Forecasting*, 37(2), 133-150.
- Güçlü, F. (2020). İslami ve konvansiyonel hisse senedi endekslerinin oynaklıkları üzerine bir inceleme. *MANAS Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9(2), 1070-1088.
- Gümüş, U. T. ve Can Öziç, H. (2020). Investigation of the volatility structure of the BIST100 index before Covid 19 and the struggle process of Covid 19. *Journal of Current Researches on Business and Economics*, 10(1), 43-58.
- Hammoudeh, S. ve Yuan, Y. (2008). Metal volatility in presence of oil and interest rate shocks. *Energy Economics*, 30(2), 606-620.
- Hamner, B., Frasco, M. ve LeDell, E. (2018). Package 'Metrics'. Erişim adresi <https://cran.r-project.org/web/packages/Metrics/Metrics.pdf>
- Hellström, T. ve Holmström, K. (1998). *Predicting the stock market*. Technical Report Series IMA-TOM-1997-07. Malardalen University. Erişim adresi <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.57.4327&rep=rep1&type=pdf>
- Hipel, K. W. ve McLeod, A. I. (1994). *Time series modelling of water resources and environmental systems*. Amsterdam, London, New York, Tokyo: Elsevier.
- Inglada-Perez, L. (2020). A Comprehensive framework for uncovering non-linearity and chaos in financial markets: Empirical evidence for four major stock market indices. *Entropy*, 22(12), 1435.
- Jánský, I. ve Rippel, M. (2011). Value at risk forecasting with the ARMA-GARCH family of models in times of increased volatility. IES Working Paper: 27/2011.
- Jasic, T. ve Wood, D. (2004). The profitability of daily stock market indices trades based on neural network predictions: Case study for the S&P 500, the DAX, the TOPIX and the FTSE in the period 1965–1999. *Applied Financial Economics*, 14(4), 285-297.

- Jiang, W. (2012). *Using the GARCH model to analyse and predict the different stock markets*. Master Thesis, Uppsala University, Department of Statistics, Sweden.
- Karabacak, M., Meçik, O. ve Genç, E. (2014). Koşullu değişen varyans modelleri ile BİST 100 endeks getirisi ve altın getiri serisi volatilitésinin tahmini. *Uluslararası Alanya İşletme Fakültesi Dergisi/International Journal of Alanya Faculty of Business*, 6(1), 79-90.
- Kruskal, W. H. ve Wallis, W. A. (1952). Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, 47(260), 583-621.
- Kutlar, A. ve Torun, P. (2013). İMKB 100 endeksi günlük getirileri için uygun genelleştirilmiş farklı varyans modelinin seçimi. *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 42, 1-24.
- Małecka, M. (2014). GARCH class models performance in context of high market volatility. *Acta Universitatis Lodzianis Folia Oeconomica*, 3(302), 253-266.
- McKenzie, M. D. (1997). ARCH modelling of Australian bilateral exchange rate data. *Applied Financial Economics*, 7(2), 147-164.
- McLeod, A. I. ve Li, W. K. (1983). Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), 269-273.
- Mills, T. C. ve Markellos, R. N. (2008). *The econometric modelling of financial time series*. Cambridge University Press.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L. ve Kulahci, M. (2015). *Introduction to time series analysis and forecasting*. USA: John Wiley & Sons.
- Mustapa, F. H. ve Ismail, M. T. (2019). Modelling and forecasting S&P 500 stock prices using hybrid Arima-Garch model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1366, 012130.
- Muthukumar, I. ve Subramaniam, G. (2020). Efficacy of time series forecasting (ARIMA) in post-COVID econometric analysis. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 5(6), 20-27.
- Mutunga, T. N., Islam, A. S. ve Orawo, L. A. O. (2015). Implementation of the estimating functions approach in asset returns volatility forecasting using first order asymmetric GARCH models. *Open Journal of Statistics*, 5(05), 455-463.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 59(2), 347-370.
- Neokosmidis, I. (2009). Econometric analysis of realized volatility: Evidence of financial crisis. Erişim adresi <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.336.5228&rep=rep1&type=pdf>
- Özden, Ü. H. (2008). İMKB bileşik 100 endeksi getiri volatilitésinin analizi. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(13), 339-350.
- Özmen, A. (1986). *Zaman serisi analizinde Box-Jenkins yöntemi ve banka mevduat tahmininde uygulama denemesi*. Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- Peters, J. P. (2001). Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (skewed) student-t densities. Erişim adresi <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?jsessionid=AEE3119AF4DCDA0F66DFED86D9AA6874?doi=10.1.1.465.87&rep=rep1&type=pdf>

- Qiu, D. (2015). Package 'aTSA'. Erişim adresi <https://cran.r-project.org/web/packages/aTSA/aTSA.pdf>
- Rostan, P., Rostan, A. ve Nurunnabi, M. (2020). Options trading strategy based on ARIMA forecasting. *PSU Research Review*, 4(2), 111-127.
- Sekmen, T. ve Hatipoğlu, M. (2015). Effect of the subprime crisis on return and volatility of the Turkish stock market. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 7(3), 23-29.
- Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2010). *Ekonometrik zaman serileri analizi EViews uygulamalı*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Song, W. (2012). *The financial returns to US public agricultural research: A time series analysis*. University of Wyoming.
- Srinivasan, P. (2011). Modeling and forecasting the stock market volatility of S&P 500 index using GARCH models. *IUP Journal of Behavioral Finance*, 8(1), 51-69.
- Stoitsova-Stoykova, A. (2017). Relationship between public expectations and financial market dynamics in South-East Europe capital markets. *Economic Alternatives*, 2, 237-250.
- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of financial time series*. John Wiley & Sons.
- Wang, W., Guo, Y., Niu, Z. ve Cao, Y. (2009). Stock indices analysis based on ARMA-GARCH model. IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (s. 2143-2147). Hong Kong, China.
- Xu, H. ve Hamori, S. (2010). Dynamic linkages of stock prices among G7 countries: Effects of the American financial crisis. *Economics Bulletin*, 30(4), 2656-2667.
- Yılmaz, Ö. (2006). *Finansal zaman serilerinde varyans modellenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Zhong, X. ve Enke, D. (2017). A comprehensive cluster and classification mining procedure for daily stock market return forecasting. *Neurocomputing*, 267, 152-168.
- Zivot, E ve Wang, J. (2006). *Modelling financial time series with S-PLUS*. New York, NY: Springer.