



Düzce Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi

Araştırma Makalesi

İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı İçin Bir Yük Artımı Yöntemi

 Nursel KÜTÜK^{a,*}

^a İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep, TÜRKİYE

* Sorumlu yazarın e-posta adresi: kutuknursel@gmail.com

DOI: 10.29130/dubited.943806

ÖZ

Bu çalışmada, düzlem çerçeve sistemlerde ikinci mertebe limit yükün hesabı için geliştirilen bir yük artımı yöntemi verilmiştir. Yöntem sistemin özelliklerinden bağımsız olup, varsayımlar kısmındaki koşulları sağlayan bütün düzlem çerçeve sistemlere uygulanabilmektedir. Yöntemin daha önce yapılmış olan çalışmalardaki yöntemlerden farkı plastik kesit oluşumlarını izleyen analizlerin, özel bir yazılıma gerek kalmaksızın doğrusal hesap yapabilen yazılımlar kullanılarak yapılabilmesi, oluşan plastik kesitlerdeki akma koşullarının da plastik dönmeye ait eğilme momenti tesir çizgisi yardımı ile ayrı olarak denge denklemlerini de içerecek şekilde yazılabilesidir. Yöntemin geliştirilmesinde, malzemenin elastoplastik davranışı ve geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi dikkate alınmıştır. İkinci mertebe limit yükün hesabında eğilme momenti ile birlikte normal kuvvetin akma koşuluna etkisi gözönüne alınmıştır. Önerilen yöntem ile sistem denklem takımının stabilitesi bozuluncaya kadar işlemlere devam edilerek toplam yük parametresine karşılık gelen sistemin yani ikinci mertebe limit yüke ait moment diyagramı elde edilerek işlem sonlandırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Yük Artımı Yöntemi, Limit Yük, İkinci Mertebe Yükleme*

A Load Increment Method for the Calculation of Second Order Limit Load

ABSTRACT

In this study, a new load increment method has been given for the calculation of second order limit load of plane frames, assuming the plastic hinge concept. The load increment method is applicable to all plane frames under the certain assumptions. The main differences between the method developed here and the previous studies is that the given method doesn't need any special software and the yield conditions can be written separately and also they include the equilibrium equations indirectly. In the development of the method, the elastoplastic behavior of the material and the effect of geometry changes on the equilibrium equations were taken into calculation. In the calculation of the second order limit load, the effect of the normal force on the yield condition together with the bending moment is taken into account. With the proposed method, the process was continued until the stability of the system equation set was broken, and the moment diagram of the system corresponding to the total load parameter, namely the second order limit load, was obtained and the process was ended.

Keywords: *Load Increment Method, Limit Load, Second Order Loading*

I. GİRİŞ

Malzeme davranışının ideal elastoplastik olarak kabul edildiği sünek malzemeden yapılmış yapı sistemlerinde plastik mafsallara hipotezi geçerlidir. Bu teoriye göre doğrusal olmayan şekil değiştirmelerin plastik mafsallara adı verilen belirli kesitlerde toplandığı sistemin bu kesitler dışındaki bölgelerinde ise doğrusal elastik davranış olduğu kabul edilmektedir. Yumuşak çelikten yapılmış yapı sistemleri sünek kabul edilmekle birlikte, betonarme sistemlerin sünek davranış göstermesi için belirli koşulların gerçekleşmesi gerekmektedir. Bunlardan en önemlileri, betonun sargılanması ve betonarme kesitlerde beton basınç bölgesi derinliğinin(a) kesit yüksekliğine(h) oranının 0.25'ten küçük olması gerekmektedir. Bilindiği gibi basınç donatısı sünekliği artırırken kesitteki normal kuvvetin büyüklüğü sünekliği azaltmaktadır.

İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış sünek yapı sistemleri limit yüke ulaşıncaya kadar göçmeden yükleri taşıyabilmektedir. Limit yükün hesabında genellikle iki yoldan yararlanılmaktadır. Birinci yolda, mekanizma durumu bilinen veya tahmin edilen sistemlerde üst sınır teoremine göre ve virtüel iş prensibi ile limit yük doğrudan hesaplanabilmektedir. Ancak bu yöntemlerin olumsuz tarafı büyük yapı sistemlerinde çok sayıda olası mekanizma durumlarının bulunması ve plastik mafsalların hangi sırada oluştuğu bilinmediğinden plastik mafsallara dönemlerinin ve yer değiştirmelerin hesabının zor olmasıdır. Limit yük hesabında en etkin yöntem yük artımı yöntemidir. Bu yöntemde, işletme yükleri verilen bir güvenlik katsayısı ile çarpılarak hesap yüklerine geçilmekte, daha sonra yükler artırılarak plastik mafsallara oluşumları izlenmektedir. Yöntemin olumlu tarafı hem plastik mafsallara oluşumlarının izlenebilmesi, hem de her adımda plastik mafsallara dönemlerinin ve yer değiştirmelerin kolaylıkla hesaplanabilmesidir. Yük artımı yöntemlerinde yüklerin bir yük parametresi ile orantılı olarak değiştiği kabul edilmektedir. Bazı durumlarda düşey yüklerin değişme olasılığı az olduğundan düşey yükler sabit tutularak artan yatay yükler için de hesap yapılabilmektedir. Limit yük hesabı birinci mertebe teorisine göre yapılabildiği gibi ikinci mertebe etkilerin önemli olduğu narin yapı sistemlerinde bu etkileri göz önüne alarak da hesap yapılabilmektedir. Birinci mertebe teorisine göre yani doğrusal teoriye göre sistemin taşıyabileceği yüke limit yük, yer değiştirmelerin denge denklemlerine etkilerinin de dikkate alındığı ikinci mertebe teorisine göre bulunan limit yüke de ikinci mertebe limit yük denilmektedir. Limit yükün yük artımı yöntemi ile hesabında normal kuvvetin akma koşullarına etkisi de kolaylıkla göz önüne alınabilmektedir. Bu durumda akma koşulları eğilme momenti ile birlikte normal kuvvete de bağlıdır ve bu tip kesitler için çıkarılan karşılıklı etki diyagramları kullanılmaktadır. Aslında doğrusal olmayan söz konusu akma koşulları doğrulardan oluşacak şekilde idealleştirilerek hesaplarda kullanılabilir. Bu durumda her yük artımı adımında oluşan plastik mafsallara, normal kuvvetin de etkisini belirtmek üzere plastik kesit adı verilmektedir.

İkinci mertebe limit yükün belirlenmesinde yer değiştirmelerin denge denklemlerine etkisi ve iki yük artımı arasında sistem davranışının normal kuvvetlerin değişmesi nedeni ile doğrusal olmaması nedenleri ile limit yükün hesabı daha karmaşık olmaktadır. İkinci mertebe limit yükün hesabı ile ilgili tipik P- δ diyagramı da Şekil 1'de verilmiştir.

İrtem [3] ise Özer [2] tarafından geliştirilen yük artımı yöntemini çelik uzay yapı sistemlerine uyarlamış ve uzay çelik yapı sistemlerinde ikinci mertbe limit yükün bulunması için bir yük artımı yöntemi önermiştir. Yöntemde iki doğrultudaki eğilme momentleri ile birlikte normal kuvvetin de akma koşullarına etkisi göz önüne alınmaktadır. Üç adet kesit zoruna bağlı karşılıklı etki yüzeyleri düzlemlerden oluşacak şekilde doğrusallaştırılmaktadır.

Girgin [4] ise İrtem [3] tarafından önerilen yük artımı yöntemini uzay betonarme yapı sistemlerinin ikinci mertbe limit yüklerini bulmak üzere geliştirmiştir. Yöntemin esasları Özer ve İrtem [2, 3] tarafından verilen yöntemlere benzerdir.

Bu çalışmada önerilen yöntemde ise denge denklemlerinin elde edilmesinde farklılık olmakla birlikte yük artımı yönteminin genel esasları yukarıda verilen çalışmalardaki yöntemlerle benzerdir. Bu çalışmada denge denklemleri matris deplasman yöntemi ile doğrudan yazılması yerine kuvvet yöntemindeki süperpozisyon denklemlerine benzer şekilde elde edilmektedir. Mafsalsız sistemlerde dış yüklerden ve herhangi bir hesap adımında önceden oluşan plastik mafsal dönmelerinin birim değerlerinden oluşan ve denge denklemlerini sağlayan iç kuvvet durumları sistemin söz konusu yüklemeler için analizi sonucu kolaylıkla elde edilebilmektedir. Denge denklemlerinin ayrıca yazılması yerine sistem hesabının kullanıldığı yöntem, doğrusal yapı analizi yapabilen herhangi bir yazılımdan yararlanmaya açık olduğundan oldukça pratiktir. Denge denklemleri yerine sistem hesabı sonucu elde edilen iç kuvvetlerden yararlanılan yöntemde akma koşulları da bu iç kuvvetlere bağlı olarak süperpozisyon ile kolaylıkla yazılabilmektedir. Her adımda akma koşullarını içeren denklem sayısı artmakta ancak yeni çözüm önceki adımda indirgenen denklem sisteminden yararlanılarak kolayca elde edilmektedir. Akma koşullarını içeren denklemler, sistem analizlerinden elde edilen iç kuvvetlere bağlı olarak ve ayrı ayrı yazılabildiğinden, yük artımı yönteminin otomatik olarak yapılması API (Application Program Interface) kodlu bir yazılım da kullanılarak daha etkin hale getirilebilir. Yöntemde her adımda akma koşullarını içeren ve plastik mafsal dönmelerine bağlı olarak yazılan denklemlerin determinantının negatife geçmesi ile ikinci mertbe limit yüke ulaşıldığı anlaşılmaktadır. Daha önce yapılan çalışmalardaki denge denklemlerinin elenmesi ile bu çalışmadaki akma koşullarını içeren denklem takımı aynen elde edilebilmektedir. Bu da yöntemin doğruluğunu kanıtlamaktadır. Yöntem, İrtem ve Girgin [3, 4] tarafından uzay sistemler için önerilen yöntemlere de direkt olarak uygulanabilir.

II. YÖNTEM

A. VARSAYIMLAR

Bu bölümde, yapı sistemlerinde ikinci mertbe limit yükün hesabı amacıyla geliştirilen bir yük artımı yönteminin esasları ve uygulanması açıklanacaktır. Yöntem aşağıda sıralanan varsayımlara dayanmaktadır.

- a- Yapı sistemi düzlem çubuk sistemidir.
- b- Malzeme ideal elastoplastik davranış göstermektedir.
- c- Sistemin doğru eksenli, sabit enkesitli çubuklardan oluştuğu ve normal kuvvetin çubuk boyunca değişmediği kabul edilmiştir. Sistemde eğri eksenli ve değişken kesitli çubukların bulunması durumunda, söz konusu çubuklar doğru eksenli küçük parçalardan oluşacak şekilde idealleştirilebilir.
- d- Lineer olmayan eğilme ve uzama şekildeğiştirmelerinin plastikleşen kesit adı verilen belirli kesitlerde toplandığı, bunun dışındaki bölgelerde sistemin lineer-elastik davrandığı (plastik mafsal teorisi) kabul edilmiştir.
- e- Plastik mafsallar sadece çubuk uçlarında veya tekil yüklerin olduğu noktalarda oluşmaktadır.
- f- İkinci mertbe limit yükün hesabında düşey yüklerin sabit kalarak yatay yüklerin bir yük parametresi ile arttığı kabul edilmiştir.
- g- İkinci mertbe teorisinde; geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi gözönüne alınmakta, geometrik uygunluk koşullarına etkisi terkedilmektedir.

- h- Akma koşullarında eğilme momentinin etkisi ile birlikte normal kuvvetin etkisi de hesapta dikkate alınmıştır. Ayrıca akma eğrisi doğru parçalarından oluşacak şekilde idealleştirilmiştir.
- i- Sistemin şekildeğiştirilmesi sırasında yüklerin doğrultularının değişmediği kabul edilmiştir.

B. YÖNTEMİN ESASLARI

Üzerinde belirli sayıda plastik mafsallı oluşan yapı sisteminde herhangi bir kesitteki eğilme momenti kuvvet yöntemindeki süperpozisyon ifadesine benzeyen bir ifade ile

$$M = M_{\Phi=0} + \sum (M_{\Phi_i=0} * \Phi_i) \quad (1)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada,

$M_{\Phi=0}$: Bütün mafsallı dönmeleri sıfır iken dış yüklerden meydana gelen moment diyagramını

$M_{\Phi_i=0}$: Dış yükler sıfır iken, plastik mafsallı dönmelerinin birim değerinden meydana gelen moment diyagramını

Φ_i : Bilinmeyen plastik mafsallı dönmelerini göstermektedir.

Dış yüklerden ve oluşan plastik mafsallı dönmelerinin birim değerlerinden meydana gelen kesit zorları herhangi bir yapı analizi programı ile kolayca elde edilebilir. Plastik mafsallarda birim dönme yüklemesi yapmak yerine, mafsallı bulunduğu çubukta mafsallı birim dönmelerinden meydana gelen ankastrelik uç kuvvetlerinin yüklenmesi daha pratik olmaktadır. SAP2000 programında çubuk ankastrelik uç kuvvetleri dışarıdan girilemediğinden, söz konusu uç kuvvetler ters işaretli düğüm noktası yükü olarak girilmiş, kesit zorları diyagramları elde edildikten sonra, plastik mafsallı bulunduğu çubuğun uç momentlerinde düzeltme yapılmıştır. Böylelikle sistemin geometrisi, mekanik özellikleri ve yükleri programa bir kez tanıtıldıktan sonra plastik mafsallı dönmelerinden meydana gelen düğüm noktası yükleri farklı yükleme durumları olarak tanımlanmıştır. Böylece sistemin sadece yüklemeleri değişmekte, farklı yükleme durumları tanıtılması ile çözüm tek seferde elde edilmektedir. İkinci mertebeli teorisinin uygulandığı durumlarda sabit düşey yükler ve artan yatay yükler kattaki normal kuvvetlerin toplamı değişmediğinden, normal kuvvetlerde doğrusallaştırılabilmektedir. Normal kuvvetler büyük ölçüde denge denklemlerine bağlı olduğundan hesap yüküne karşı gelen normal kuvvetler için hesap yapıldığında sonuç çok fazla değişmemektedir. Bu durumda, söz konusu normal kuvvetler ikinci mertebeli etkilerin önemli olduğu çubuklara P-Delta kuvveti olarak girilerek ikinci mertebeli teorisine göre hesap yapılmaktadır. Birim dönmelerden meydana gelen etkiler için normal kuvvete bağlı ikinci mertebeli teoriye ait ankastrelik uç kuvvetlerinin dış yük olarak verilmesi yeterli olmaktadır [2, 6].

Yöntemin ilk adımında düzlem çerçeve sistemin plastik mafsallı oluşmadan önceki hali için yük parametresinin birim değerinden meydana gelen moment diyagramı sistemdeki düşey ve yatay yükler için ayrı ayrı olmak üzere iki şekilde elde edilir ($M_{\Delta\rho=1}$). Elde edilen moment diyagramlarına göre plastik mafsallı oluşabilecek her kesit için aşağıda kolon ve kiriş için verilen ifadelerle göre araştırma yapılarak, en küçük yük parametresi ile ilk plastik kesitin yeri ve oluştuğu yük parametresi bulunur.

Yük parametresinin tayini için kolonlarda,

$$|M_d + M_{y,\Delta\rho=1} * \Delta\rho_1| + a * |N_d + N_{y,\Delta\rho=1} * \Delta\rho_1| = |M_p| \quad (2)$$

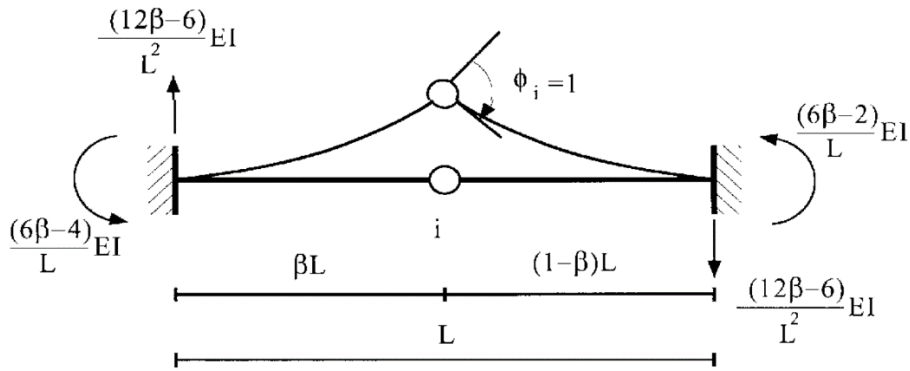
Kirişlerde,

$$|M_d + M_{y,\Delta\rho=1} * \Delta\rho_1| = |M_p| \quad (3)$$

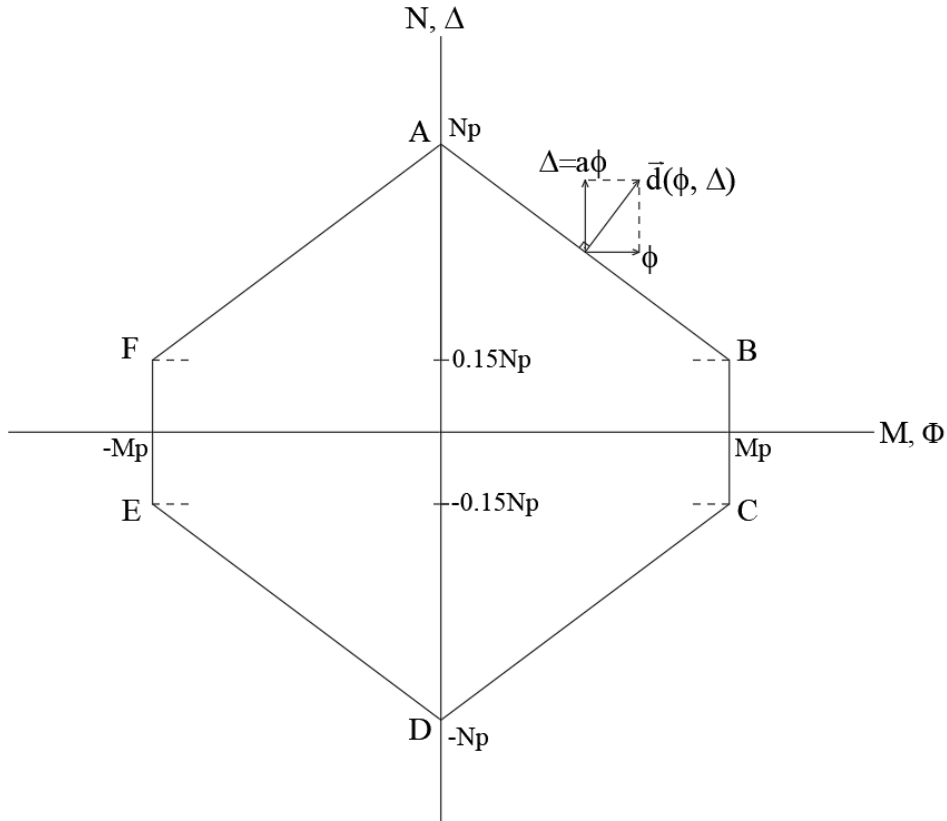
ifadeleri kullanılır.

Bulunan yük parametresi ile sistemin yatay yükleme için yük parametresinin birim değerinden meydana gelen moment diyagramı ($M_{\Delta p=1}$) çarpılarak, sistemin düşey yükleme için yük parametresinin birim değerinden meydana gelen moment diyagramı toplanarak ilk adımdaki eğilme moment diyagramı oluşturulur. Oluşan plastik kesitlerdeki akma koşulları plastik dönmeye ait eğilme momenti tesir çizgisi yardımı ile ayırık olarak denge denklemlerini de içerecek şekilde yazılır [7].

Akma koşullarının yazılması ile bir sonraki yük parametresinin elde edilmesi için plastik mafsallarda SAP2000 programında ankastrelilik uç kuvvetleri ters işaretli halleriyle birlikte tanımlanır. Buna ek olarak kolonlarda SAP2000 programında P- δ kuvvet yüklemesi kullanılarak oluşan normal kuvvetler için yük tanımlaması yapılır. Bu yüklemeler sonucunda çözüm yapılarak plastik mafsallarda birim dönmeye ait eğilme moment diyagramı elde edilir. SAP2000 programında yine ankastrelilik uç momentleri süperpozisyonlarında gözönüne alınmadığından plastik mafsallarda bulunduğu çubukların uç kuvvetleri doğru olarak elde edilemediği için bu çubuklarda bir uç momentini düzeltmesi yapılır. Birim dönmeye ait meydana gelen ankastrelilik uç kuvvetlerinin ilave edilmesi ile düzeltme gerçekleştirilir.



Şekil 2. Birim mafsallı dönmeye ait oluşan ankastrelilik uç kuvvetleri [5].



Şekil 3. İdealleştirilmiş akma eğrisi [2].

Akma koşulu için yazılan denklem takımlarındaki a değeri malzeme ve kesit karakteristiklerine bağlı sabit bir katsayı olup Şekil 3'te verilen doğrusallaştırılmış M-N karşılıklı etki diyagramından elde edilir. Birinci plastik mafsalsın olduğu kesite ait akma koşulu kolonlarda,

$$M_{\Phi_1=1} + a * N * \Phi_1 + M_{\Phi=0} = 0 \quad (4)$$

Kirişlerde,

$$M = M_{\Phi_1=1} * \Phi_1 + M_{\Phi=0} = 0 \quad (5)$$

olmalıdır. Birinci plastik mafsalsın dönmesi (Φ_1) ile plastik mafsalsın birim dönmesinden elde edilen eğilme moment diyagramı ($M_{\Phi_1=1}$) çarpılarak, düzlem çerçeve sistemin plastik mafsalsın oluşmadan önceki hali için yatay yüklemeyen dolayı yük parametresinin birim değerinden meydana gelen moment diyagramı ($M_{y,\Delta\rho=1}$) ile aşağıdaki ifadede belirtildiği gibi toplanarak elde edilen eğilme momenti diyagramı çizilir.

$$M_d + M_{y,\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1} \quad (6)$$

Yukarıda birinci plastik mafsala veya plastik kesite ait akma koşulu kolonlar ve kirişler için ayrı ayrı genelleştirilirse kolonlarda genel akma koşulu ($i=1, n$),

$$\sum_{j=1}^n (M_{i,\Phi_j=1} + a N_{i,\Phi_j=1}) * \Phi_j + (M_{i,\Phi=0} + a N_{i,\Phi=0}) = 0 \quad (7)$$

Kirişlerde genel akma koşulu ($i=1, n$),

$$\sum_{j=1}^n (M_{i,\Phi_j=1} * \Phi_j) + M_{i,\Phi=0} = 0 \quad (8)$$

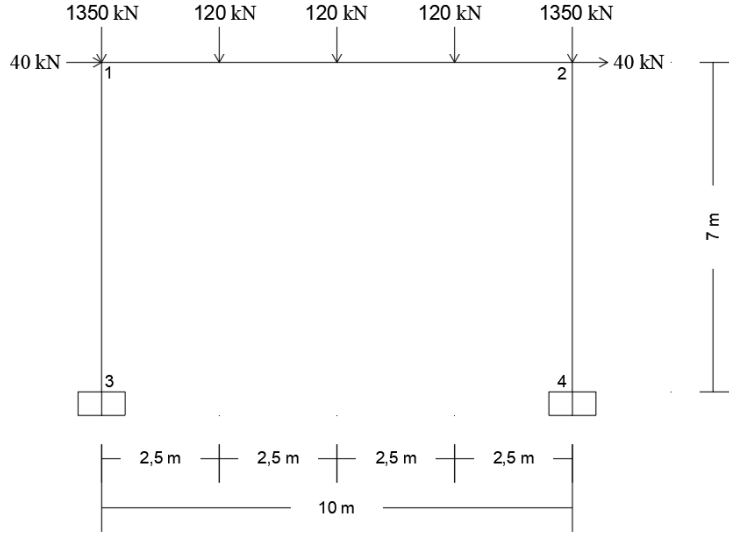
şeklinde verilebilir. Herhangi bir yük artımı adımımda, akma koşullarını sağlayan (Φ) plastik dönmeleri bulunduktan sonra, sistemin herhangi bir k kesitindeki toplam eğilme momenti değeri ise,

$$M_k = M_{d,k} + M_{y,k,\Delta\rho=1} + \sum_{j=1}^n (M_{k,\Phi_j=1} * \Phi_j) \quad (9)$$

süperpozisyon ifadesi ile hesaplanabilir. Herhangi bir yük artımı adımımda bulunan plastik mafsalsın dönmeleri, bir önceki adımdakilerle ters işaretli ise sistemin ikinci merteye limit yüke ulaştığı anlaşılır ve hesaba son verilir.

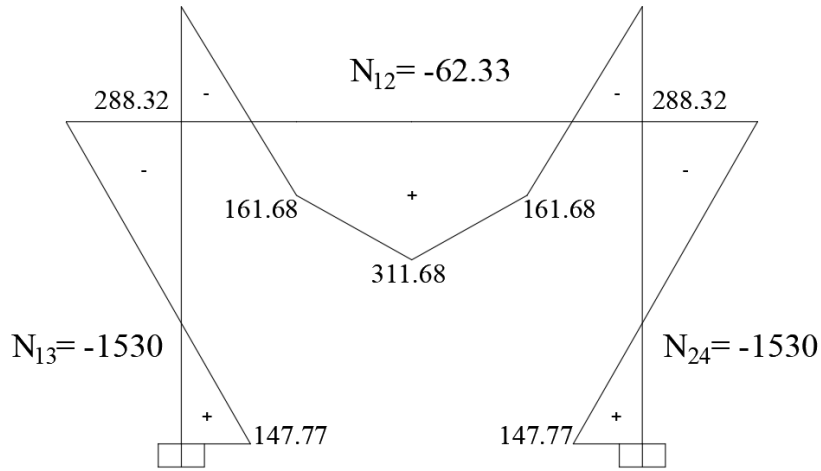
III. YÖNTEMİN UYGULANMASI VE BULGULAR

[2]'de verilen tek katlı çerçevenin ikinci merteye limit yükü, verilen yöntemle elde edilmiştir. Çerçeveye ait geometrik boyutlar, dış yükler, plastik moment değerleri ve kritik kesitler Şekil 4'te gösterilmiştir. Plastik moment değerleri ve eğilme momentleri; $M_p(\text{kolon}) = 775.7 \text{ kNm}$, $M_p(\text{kiriş}) = 526.6 \text{ kNm}$, $EI(\text{kolon}) = 121130 \text{ kNm}^2$, $EI(\text{kiriş}) = 101220 \text{ kNm}^2$ olarak verilmiştir.

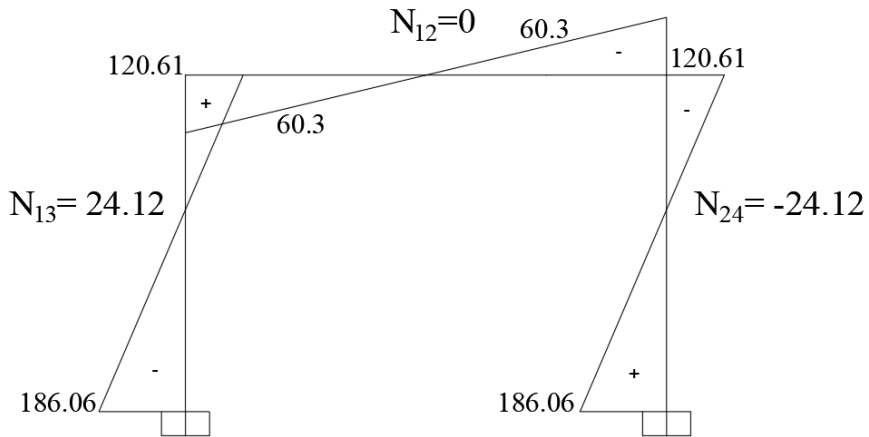


Şekil 4. Tek katlı çerçeve sistem [1].

Sistemin dış yük parametresinin birim değeri için çözüm SAP2000 [8] programı ile düşey yükler için ayrı yatay yükler için ayrı yapılarak kritik kesitlerdeki eğilme momentleri elde edilmiştir. Düşey yüklemeler Şekil 5'te ve yatay yüklemeler Şekil 6'da gösterildiği gibi çözüme ulaşılmıştır ($M_{\Delta\rho=1}$).



Şekil 5. Düşey yükler için eğilme momenti diyagramı.



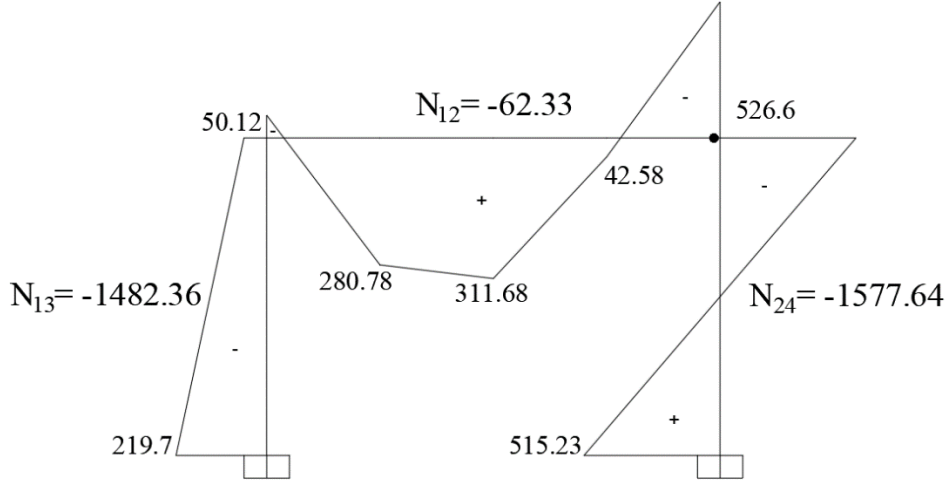
Şekil 6. Yatay yükler için eğilme momenti diyagramı.

Birinci plastik mafsal kirişin sağ ucunda oluşmakta ve yük parametresi,

$$|M_d - M_y \Delta\rho_1| = M_p$$

$$|-288.32 - 120.61\Delta\rho_1| = 526.6$$

$\Delta\rho_1 = 1.975$ olarak elde edilmiştir. Bu adımdaki eğilme momenti diyagramı Şekil 7’de verilmiştir ($M_{\Delta\rho=1.975}$).



Şekil 7. Birinci limit yük parametresinden oluşan moment diyagramı.

Birinci plastik mafsal için kirişte yüklemeler ankastrelik uç kuvvetleri dikkate alınarak SAP2000 programında yöntemde ifade edildiği gibi işaretlere dikkat edilerek Şekil 8’de gösterildiği gibi yapılmıştır. İkinci derece etkilerden dolayı kolonlar için SAP2000 programında yüklemeye yapılırken Şekil 9’da gösterildiği gibi ayrı bir yük tanımı yapılmıştır. Yapılan bu yüklemeler sonucunda birinci plastik mafsalın birim dönmesinden dolayı oluşan eğilme momenti diyagramı Şekil 10’da görüldüğü gibi elde edilmiştir ($M_{\phi_1=1}$).



Şekil 8. Birinci plastik mafsalın birim dönmesinden oluşan ankastrelik uç kuvvetleri.

Assign Frame Initial P-Delta Forces

P-Delta Force Type

Force

X Projection

Y Projection

Z Projection

Coordinate System for Projected Forces

Direction

Initial Force

Force kN

Options

Add to Existing Forces

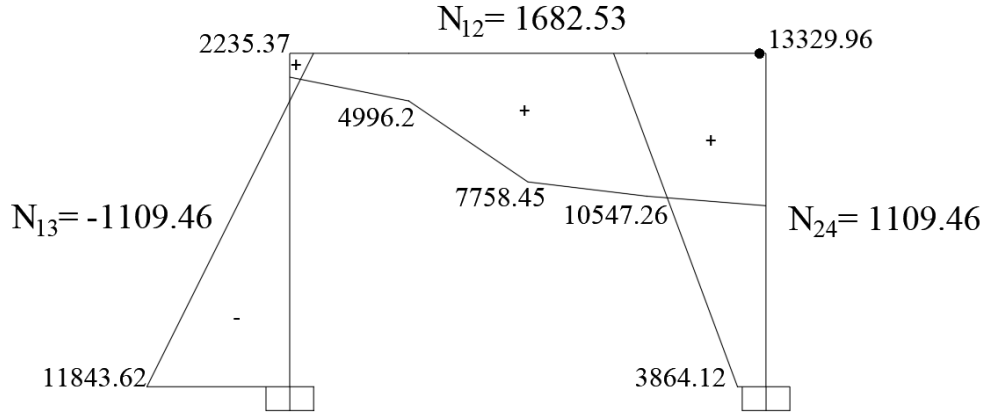
Replace Existing Forces

Delete Existing Forces

Reset Form to Default Values

OK Close Apply

Şekil 9. Kolonlar için yüklemeler (P-Delta).



Şekil 10. Birinci plastik mafsalin birim dönmesinden oluşan moment diyagramı.

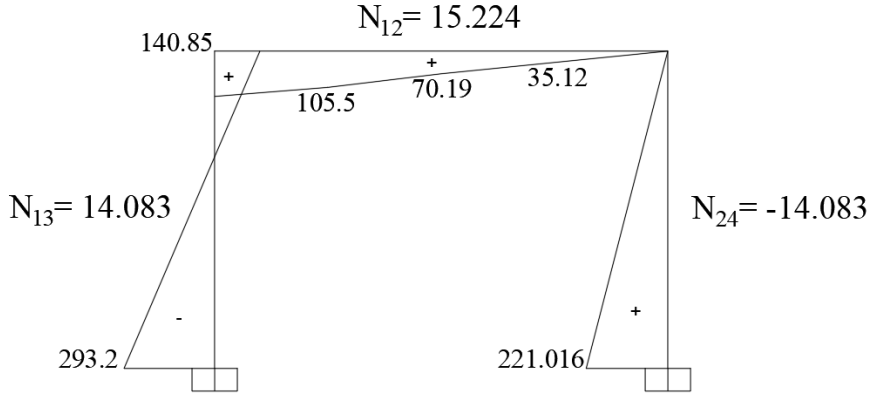
Birinci plastik mafsalin oluştuğu kesit için akma koşulu, Şekil 8’de verilen kirişin sağ ucundaki plastik mafsalin birim dönmesinden meydana gelen momentlere bağlı olarak yazılırsa,

$$|M_{\Phi_1=1}\Phi_1 + M_y| = 0$$

$$13329.96 \Phi_1 - 120.61 = 0$$

$$\Phi_1 = +9.047 * 10^{-3}$$

olarak elde edilmiştir. Bu dönmeye karşılık gelen moment değerleri Şekil 11’de verilmiştir ($M_{\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1=+9.047*10^{-3}}$).



Şekil 11. Birinci plastik mafsaldan kaynaklanan moment diyagramı.

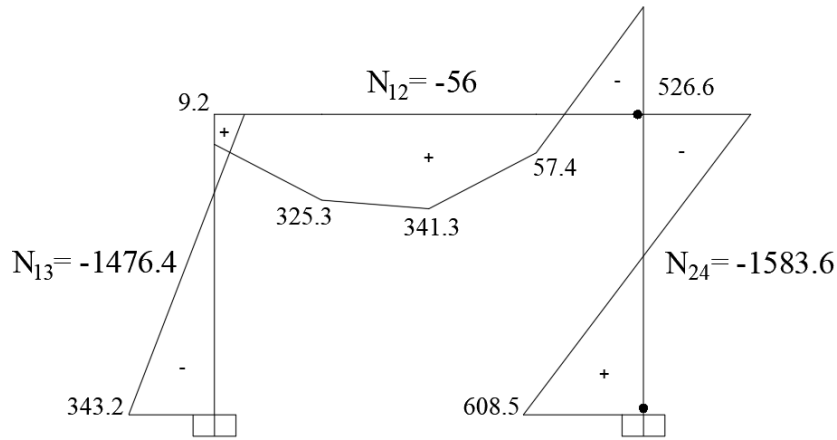
İkinci plastik mafsalı oluşturan yük parametresi araştırma ile,

$$|M_{\Delta\rho=1.975} + (M_{\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1=+9.047*10^{-3}})\Delta\rho_2| + a|N_{\Delta\rho=1.975} + (N_{\Delta\rho=1} + N_{\Phi_1=+9.047*10^{-3}})\Delta\rho_2| = M_p$$

$$|515.23 + 221.016 \Delta\rho_2| + 0.192| - 1577.64 - 14.083 \Delta\rho_2| = 912.6$$

$$\Delta\rho_2 = 0.422$$

olarak elde edilmiştir. Sistemde sağ kolonun alt ucunda Şekil 12’de görüldüğü gibi ikinci plastik mafsall oluşmuştur ($M_{\Delta\rho=1.975} + 0.422[M_{\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1=+9.047*10^{-3}}]$).



Şekil 12. İkinci limit yük parametresinden kaynaklanan moment diyagramı.

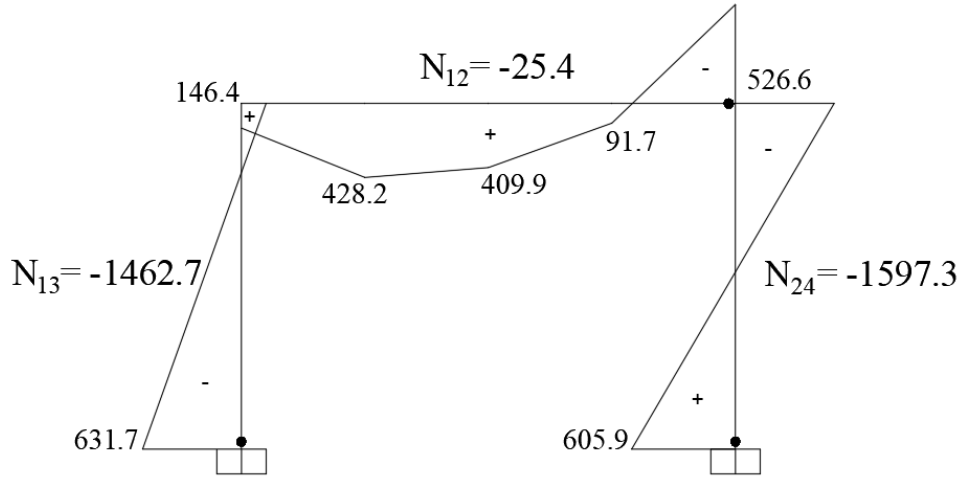
Birinci plastik mafsall için yapılan hesap adımları yine ikinci plastik mafsall içinde tekrarlanarak hesaba devam edilmiştir. Daha sonra üçüncü plastik mafsalı oluşturan yük parametresi araştırma ile,

$$|M_{\Delta\rho=1.975} + (M_{\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1=+11.1*10^{-3}} + M_{\Phi_2=-7.56*10^{-3}})\Delta\rho_2| + a|N_{\Delta\rho=1.975} + (N_{\Delta\rho=1} + N_{\Phi_1=+11.1*10^{-3}} + N_{\Phi_2=-7.56*10^{-3}})\Delta\rho_2| = M_p$$

$$| - 343.2 - 484.5 \Delta\rho_3| + 0.192| - 1476.4 + 23.272 \Delta\rho_3| = 912.6$$

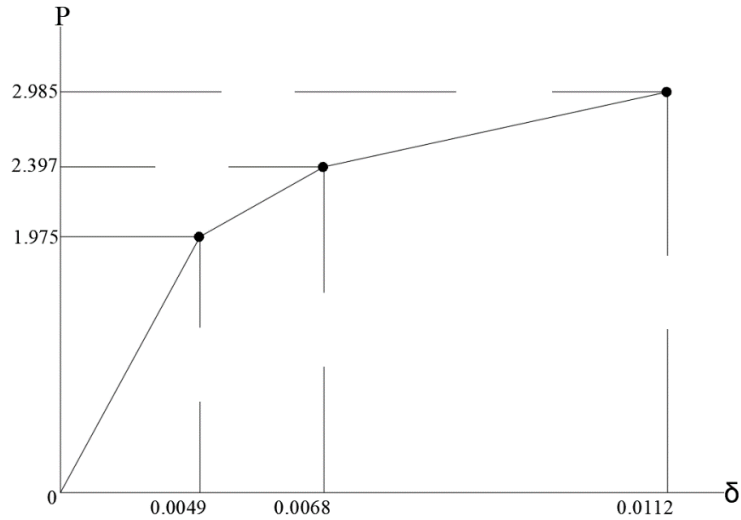
$$\Delta\rho_3 = 0.588$$

olarak elde edilmiştir. Sistemde sol kolonun alt ucunda Şekil 13’te görüldüğü gibi üçüncü plastik mafsall oluşmuştur ($M_{\Delta\rho=2.397} + 0.588[M_{\Delta\rho=1} + M_{\Phi_1=+11.1*10^{-3}} + M_{\Phi_2=-7.56*10^{-3}}]$).



Şekil 13. Üçüncü limit yük parametresinden oluşan moment diyagramı.

Yöntemdeki hesap adımları tekrarlanarak üçüncü plastik mafsalsın olduğu kesit için akma koşulu plastik mafsalsın birim dönmesinden meydana gelen momentlere bağlı olarak yazıldığında dönmeler $\Phi_1 = -0.3$; $\Phi_2 = +0.23$; $\Phi_3 = -0.27$ şeklinde elde edilmiştir. Düzlem çerçeve sistem, son adımdaki dönmelerin diğer adımlardaki dönmelerden farklı yani ters işaretlisi çıkmasından da anlaşılacağı üzere ikinci mertbe limit yüke ulaştığı gözlemlenmiştir. Sistemin limit yük parametresi, $P_L = 2.985$ olarak elde edilmiştir. Sistemin limit yüküne karşılık gelen yatay yer değiştirmesi Şekil 14'te gösterilmiştir.



Şekil 14. Limit yük - yer değiştirme diyagramı.

Literatürden alınan bu örnek için elde edilen değerler Tablo 1'de gösterildiği gibi karşılaştırılmıştır [2]. Önerilen yöntem ile elde edilen limit yük parametresi ve dönme değerleri sonuçları doğrularak, bu yeni yöntemin ikinci mertbe limit yükün hesabında kullanılabileceği gösterilmiştir.

Tablo 1. Limit yük parametresi ve dönme değerleri.

Adım No	Bu Çalışmada Limit Yük Parametresi	Özer [2] Limit Yük Parametresi	Bu Çalışmada Dönme Değerleri	Özer [2] Dönme Değerleri
1	1.975	1.975	+9.047*10 ⁻³	+9.0411*10 ⁻³
2	0.422	0.422	+11.1*10 ⁻³ -7.56*10 ⁻³	+11.1069*10 ⁻³ -7.5563*10 ⁻³
3	0.588	0.588	-300*10 ⁻³ +230*10 ⁻³ -270*10 ⁻³	-306.855*10 ⁻³ +235.707*10 ⁻³ -278.113*10 ⁻³

IV. SONUC

Bu çalışmada, düzlem çerçeve sistemlerin ikinci mertebeli limit yüklerinin hesabı için yeni bir yük artımı yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemde, [2]'de verilen yöntemden farklı olarak, denge denklemleri düğüm noktası yer değiştirmeleri ve plastik mafsallı dönmeleri cinsinden direkt olarak yazılmamış, kuvvet yöntemindeki süperpozisyon denklemine benzer bir ifade ile mafsalsız sistemde dış yüklerden ve birim plastik mafsallı dönmeleri cinsinden, sistemin dış yükler ve plastik mafsalların birim dönmeleri için analizinden elde edilmiştir. Akma koşulları da analizlerden elde edilen kesit zorlarına bağlı olarak direkt ve denge denklemlerini de içerecek şekilde elde edilmiştir. Böylece ikinci mertebeli limit yükün hesabı özel bir yazılıma gerek olmadan yapılabilmektedir. Yöntemin bazı avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- 1- Akma koşulları sistemin çok sayıda yük vektörü için analizinden elde edildiğinden işlem hızı yüksektir.
- 2- SAP2000 gibi ticari yazılımların çoğunda API (Application Programming Interface) desteği olduğundan ardışık olarak yapılacak analiz ve akma koşullarının yazılarak çözülmesi işlemleri kolay ve hızlı bir şekilde yapılabilmektedir.
- 3- Akma koşullarının ve normal kuvvetin denge denklemlerine etkilerinin doğrusallaştırılması nedeni ile yöntem ikinci mertebeli limit yük hesabına uygun bir şekilde uygulanabilmektedir.
- 4- Yöntem akma koşullarının ve normal kuvvetin denge denklemlerine etkisinin doğrusallaştırılabildiği üç boyutlu çerçevelerin ikinci mertebeli limit yüklerinin hesabına da uygulanabilir.
- 5- Bilindiği gibi, yüksek modların hesaba etkisinin fazla olduğu sistemlerde kullanılmak üzere çok modlu yük artımı yöntemleri geliştirilmiştir. Yöntem, verilen varsayımlar altında düzlem veya üç boyutlu sistemler için çok modlu yük artımı yöntemlerine de uygulanacak şekilde geliştirilebilir.
- 6- Sistemdeki mafsallar dışında kalan düğüm noktalarının yer değiştirmeleri de, her adımda plastik dönmeler belli olduğundan, kesit zorlarında olduğu gibi, süperpozisyonla kolaylıkla elde edilebilir.
- 7- Önerilen yöntem ile API yazılımı kullanarak verilen yük artımı yönteminin otomatik hale getirilmesi mümkündür.

TEŞEKKÜR: Bu çalışmada katkılarından dolayı Prof. Dr. Engin Orakdöğen'e teşekkürlerimi sunarım.

V. KAYNAKLAR

- [1] E. Özer ve E. Orakdöğen, İleri Yapı Statiği Ders Notları, *Ders Notları*, İstanbul, 2009.

- [2] E. Özer, “İkinci mertebe limit yükün hesabı için bir yük artımı yöntemi,” Profesörlük tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 1985.
- [3] E. İrtem, “Uzay Çubuk Sistemlerde İkinci Mertebe Limit Yükün Hesabı İçin Bir Yük Artımı Yöntemi,” Doktora tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 1991.
- [4] K. Girgin, (1996). “Betonarme Yapı Sistemlerinde İkinci Mertebe Limit Yükün ve Göçme Güvenliliğinin Belirlenmesi İçin Bir Yük Artımı Yöntemi,” Doktora tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 1996.
- [5] E. Orakdöğen, “A Matrix Displacement Formulation For Minimum Weight Design of Frames,” *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 14, no. 4, pp. 473-489, 2002.
- [6] E. Özer, “Determination of Second Order Limit Load By A Method of Load Increments,” *Bulletin of Technical University of Istanbul*, vol. 40, no. 4, pp. 815-836, 1987.
- [7] G. Türkmen, “Tesir Çizgilerinin ve Tesir Yüzeylerinin Mevcut Bir Yapı Analizi Programıyla Doğrudan Elde Edilmesi,” Yüksek lisans tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2011.
- [8] SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design, Computers and Structures Inc, Bilgisayar Programı, V20, California: CSI, 2020.