

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ORAN VE ORANTI KONUSUNDA ALAN VE ÖĞRETME BİLGİSİ

MIDDLE-SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE OF CONTENT AND TEACHING IN THE SUBJECT OF RATIO AND PROPORTION

Ceylan ŞEN

Yozgat Bozok Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü
ceylan.sen@yobu.edu.tr

ORCID No: 0000-0002-6384-7941

ÖZET

ABSTRACT

Geliş Tarihi:

02.03.2021

Kabul Tarihi:

25.02.2022

Yayın Tarihi:

31.03.2022

Anahtar Kelimeler

Alan ve öğretim bilgisi

Ortaokul matematik öğretmeni

Oran-orantı

Keywords

Knowledge for content and teaching

Middle school mathematics' teacher

Ratio-proportion

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ve öğretim bilgilerinin ortaya konulması amaçlanmıştır. Bu amaçla araştırmada nitel araştırma desenlerinden çoklu durum çalışması benimsenmiştir. Araştırma, devlet ortaokulunda görev yapmakta olan 36 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. 9 yarı yapılandırılmış sorunun yer aldığı görüşme formu kullanılmıştır. Çalışmanın verileri betimsel analiz yolu ile analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucunda öğretmenlerin konuya giriş stratejileri, öğretimde ilişkilendirme bilgileri, temsil kullanma ve problem çözme stratejileri, öğrencilerin öğrenme stilleri ve öğretimi planlama bilgileri incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda, öğretmenlerin oran-orantı öğretimine girişte günlük hayatla ilişkili örnek durumlar vermeyi tercih ettikleri fakat öğrencilerin ön bilgilerinin ortaya çıkarmada yetersiz kaldıkları görülmüştür. Öğretimde ilişkilendirme konusunda ise öğretmenlerin orantı-orantı konusunun günlük hayat ve diğer disiplinlerle ilişkisinin farkında oldukları fakat öğretimlerinde ilişkilendirmeye dayalı uygulamalar gerçekleştirmedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin oran-orantı öğretiminde öğretimini zenginleştirme ve anlamlandırma amacıyla kullanılan çoklu temsillere yönelik bilgi sahibi oldukları bunun yanı sıra öğretim sürecinde en çok kullanıldıkları temsilin ise sözel problem olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin sözel problemlerde kullanılabilecek problem çözme stratejilerine ait bilgilerinin kısıtlı olduğu görülmüştür. Öğretimi planlamada ise öğrencilerin bireysel özelliklerine yönelik öğretmenlerin yetersiz bilgiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

In this study, it was aimed to reveal the middle-school mathematics teachers' knowledge of content and teaching. Accordingly, the multiple-case study, which is one of the qualitative research designs, was adopted. The study had been implemented with 36 middle-school mathematics teachers that are employed at public middle schools in the study. An interview form with 9 semi-structured questions was used. Data of the study had been analysed by the method of descriptive analysis. Consequent to data analysis, the teacher's lead-in strategies, knowledge for associations in teaching, representations use and problem-solving strategies, the students' learning styles and planning the teaching were assessed. Results obtained from the study have led to the conclusion that at entering the subject of ratio and proportion in their teaching, the teachers prefer to give sample cases associated with daily life, but they prove to be insufficient in revealing the prior knowledge the students have. As for the topic of associations in teaching, it was concluded that the teachers are aware of the associations the subject of ratio and proportion has with daily life and other disciplines, but they fail to implement practices based on associations. It was observed that the teachers have the knowledge of multiple representations used to enrich the teaching and provide interpretation and they most often remark the verbal problems in their teaching of ratio and proportion. Besides, it was detected that the teachers' knowledge of problem-solving strategies that may be used in verbal problems is limited. As for the topic of planning the teaching, it was concluded that the teachers lack the sufficient knowledge of their students' individual characteristics.

DOI: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/nevsosbilen/article/946955>

Atıf/Cite as: Şen, C. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda alan ve öğretim bilgisi. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 12(1),309-328.

Giriş

Gerçek yaşamda, matematik önemli bir yere sahip olmasına rağmen öğrenciler matematiğe karşı olumsuz tutum sergilemekte, kaygı yaşamakta, yapamama düşüncesi ve öğrenme güçlüğü yaşamaktadırlar (Maloney ve Beilock, 2012). Öğrencilerin okul matematiğine ilişkin olumsuz düşünceye sahip olmaları ve öğrenme güçlüğü yaşamlarına sebep olarak; matematiğin doğası, öğrencilerin özellikleri ve öğretmen kaynaklı etkenler şeklinde örnekler verilebilir (Niss, 2018). Dolayısıyla öğretmenlerin matematik öğretimine ilişkin sahip oldukları mesleki bilgileri önem kazanmaktadır. Öğretmenlerin öğrettikleri matematik hakkında geniş ve derin bir anlayışa sahip olmaları gerekmektedir (Ma, 1999).

Öğretmenlerin sahip oldukları öğretim bilgisi, öğretimin temelini oluşturan bir bileşendir. Bu nedenle öğretim bilgisi, sınıfta gerçekleştirilen öğretimi ve öğrencilerin öğrendiklerini etkileyen en önemli faktördür (Fennema ve Franke, 1992). Bununla birlikte öğretmen kalitesinin ölçülmesi karmaşık bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır (Wilson, 2007). Öğretim bilgisinin, öğretmen niteliğinin bir göstergesi olarak belirlenme eğilimi vardır. Buna ilişkin pek çok araştırmacının (Ball ve diğerleri, 2008; Ernest, 1989; Fennema ve Franke, 1992; Ma, 1999; An ve diğerleri, 2004; Rowland ve diğerleri, 2005) öğretim bilgisine ilişkin farklı tanımlamalarının olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmaların incelenmesi sonucunda konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin öğretim bilgisinin önemli unsurları olduğu görülmektedir. Ortaokul matematik öğretmelerinin konu alan bilgilerine odaklanan çalışmaların sonuçları (Hill ve diğerleri, 2004) öğretmenlerin matematik konularına ilişkin bilgilerinin sınırlı olduğunu göstermiştir. Öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin de benzer şekilde sınırlı olduğu ortaya konulmuştur (Ekawati ve diğerleri, 2015; Lamon, 2012).

Matematisel kavramlar arasında yer alan bazı kavramlar matematik eğitiminde özellikle önemli yer tutmaktadır. Nitekim birbiri üzerine konumlandırılmış konulardan oluşan matematikte, bir konunun tam olarak anlamlandırılmaması ilişkili ya da devamı niteliğinde olan konuların öğreniminde güçlüklerin ortaya çıkmasına sebep olabilmektedir (Kuzu, 2017). Bu kavramlar arasında yer alan oran ve orantı hem öğretmen hem de öğrenci için öğrenmesi karmaşık ve zor olan kavramlar olarak ifade edilmektedir (Behr ve diğerleri, 1992; Lamon, 2007). Yaşanan bu zorluklar oran-orantı konusunun ilişkili olduğu ileri seviye konularının (örneğin, cebir, kesir, yüzdeler, geometri, veri analizi ve olasılık) ve cebirsel düşünme ve orantısal akıl yürütme becerilerinde de olumsuz öğrenmelere sebep olabilmektedir (Lamon, 2007; Van de Walle ve diğerleri, 2014).

Oran ve orantı özellikle ilköğretim düzeyinde matematik eğitiminin temel konuları arasında yer almakta olup çarpımsal akıl yürütme becerisinin gelişimini sağlamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu beceri, öğrencilerin matematisel gelişimleri için oldukça önemlidir (Harel ve Confrey, 1994), bu nedenle öğretmenlerin çarpımsal durumlarda nasıl akıl yürütüleceğini bilmeleri gerekmektedir (Post ve diğerleri, 1988). Oran ve orantı konusu orantısal akıl yürütmenin temel taşıdır ve öğretimini gerçekleştirecek her düzeydeki öğretmen için sorunlu olabilecek bir alandır (Ben-Chaim ve diğerleri, 1998; Cramer ve diğerleri, 1993; Heinz, 2000; Post ve diğerleri, 1991; Simon ve Blume, 1994; Smith ve diğerleri, 2003). NCTM (2000) 5. ve 8. sınıf seviyelerinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştiğini ve bu gelişimi sağlamak için eğitimde gereken her türlü zaman ve çabanın sağlanması gerektiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin öğretimlerinden sorumlu olan öğretmenlerin oran ve orantı konusuna ilişkin sahip oldukları alan ve öğretim bilgisinin önemi ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada “Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretim bilgileri nasıldır?” araştırma sorusuna cevap aranmış ve bu bağlamda ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretim bilgilerinin ortaya konulması amaçlanmıştır.

Kuramsal Çerçeve

Alan ve Pedagojik Alan Bilgisi

Öğretmenlerin matematiği öğretebilmeleri için sahip olmaları gereken bilgi ve beceriler birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde tanımlanmış ve modellenmiştir. Shulman (1986), öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerini alan ve pedagojik alan bilgisi olarak sınıflandırmıştır. Alan bilgisi, öğretmenin zihninde var olan bilgilerinin çokluğunu ve bu bilgi çokluğunun organizasyonunu tanımlamaktadır (Shulman, 1986). Bilgilerin organizasyonunun sağlanması ile konunun yapısal özelliğinin ötesine geçilmektedir. Daha açık bir ifade ile alan bilgisi, öğretmenin bir şeyin böyle olduğunu bilmesinin ötesinde neden böyle olduğunu anlamasına yönelik sahip olduğu bilgidir. Bu doğrultuda alan bilgisi, öğretmenin bir konunun yapısı hakkındaki anlayışını tanımlar. Pedagojik alan bilgisi ise öğretmenin mesleğine ilişkin pedagoji bilgisi ve alan bilgisinin özel bir birleşimidir

(Shulman, 1986). Bu bilgi, öğretmenin öğretimi anlaşılır hale getirecek en iyi alternatif öğretim yöntemlerini bilmesi, konuyu öğrencilerin özelliklerine yönelik uygun şekilde uyarlayabilmesi, konuya ilişkin öğrencilerin zorlandığı ve güçlük çektiği kavramları bilmesini içermektedir. Shulman (1986) tarafından kategorilendirilen öğretim bilgisi, matematik araştırmacıları için temel oluşturmuş ve bu kategorileri kullanarak kendi modellerini geliştirmişlerdir. Ball ve diğerleri (2008) bu kategorileri temel alarak öğretmenin etkili bir matematik için bilmesi ve yapması gerekenleri alan ve pedagojik alan bilgisi boyutlarına dayalı olarak matematik öğretim bilgisi (MÖB) modelini tanımlamıştır. Bu model alan bilgisi; konu alan, uzmanlık alan ve kapsamlı alan bilgisi bileşenlerinden oluşmaktadır (Ball ve diğerleri, 2008). Alan bilgisi bileşenlerinden konu alan bilgisi, temel düzey matematiksel bilgi ve becerileri kapsamaktadır. Bu kategori matematiksel dil ve notasyonların doğru şekilde kullanılmasını, bir sorunun doğru şekilde çözülmesini, yanlış veya eksik öğrenci çözümlerinin doğru şekilde değerlendirilmesine ilişkin sahip olunan bilgiyi ifade etmektedir. Uzmanlık alan bilgisi ise öğretmenin doğrudan öğrencilerine öğrettiği bilgi olmasa da işlemsel bilginin ötesinde, matematiksel mantığa sahip olunması beklenmektedir. Yani işlemlerin nasıl gerçekleştiği, bu adımların nedeni, ne işe yaradığı, matematiksel olguların ve iddiaların doğruluğunu ve formüllerin nasıl oluştuğunun bilinmesi gerekmektedir (Ball, 2003). Kapsamlı alan bilgisi, öğretmenin öğrettiği konunun sınıf seviyesinin ötesinde önceki ve sonraki ilişkili konular ile ilgili bilgi sahibi olmasıdır (Ball ve Bass, 2009). Bu bilgi, matematiğin kendi içindeki bütünlüğü ile ilgili olup öğretmenin bu bilgiyi kullanarak hem ön koşul olan konu bilgisine hem de temel olduğu ileri düzey konularını öğretim ortamına taşıyabilmesini sağlamaktadır. Modelde yer alan bir diğer ana boyut olan pedagojik alan bilgisi Shulman (1987) modelinden farklılaşmayıp sadece bileşenler detaylandırılmıştır (Şahin, 2018). Ball ve diğerleri (2008) pedagojik alan bilgisini; alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi, alan ve müfredat bilgisi bileşenlerine dayalı tanımlamıştır. Alan ve öğrenci bilgisi, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimlerini bilme, kafa karıştırıcı bulabilecekleri noktaları önceden tahmin etme, konu ve kavramlara ilişkin sahip olabilecekleri önyargı ve kavram yanlışlarının farkında olma bilgisini içermektedir. Alan ve öğretim bilgisi ise öğretmenin öğrencilerin seviyesine uygun öğretim stratejilerini bilmesi ve öğretimi planlama bilgisidir. Böyle bir bilgiye sahip olan öğretmen, öğretim için belirli içerik sırasını oluşturarak temel düzey için uygun örnek seçimi, farklı temsillerin kullanımı ve öğrencilerin dikkatini çekerek daha derinlemesine anlayış geliştirmeye yönelik uygun örnek seçimi yapabilmektedir. Bu bileşenin bir diğer önemli noktası ise öğrencilerin hata ve yanlışlarını gidermeye yönelik uygun örnek seçimi ve öğretimsel açıklamalar yapabilmeye becerisini içermektedir. Son bileşen olan alan ve müfredat bilgisi, öğretmenin öğretim programlarını bilmesi ve öğretim programlarında yapılan değişiklikler hakkında bilgi sahibi olmasıdır. Öğretimi yapılan konunun alt ve üst düzey sınıflardaki ilişkili öğrenme alanlarını ve diğer disiplinlerin programlarındaki ilişkilere ilişkin sahip olduğu bilgisidir.

Oran-Orantı ve Orantısal Akıl Yürütme

Oran ve orantı hem gerçek yaşamda hem de matematiğin birçok konusunda yer alan önemli bir konudur (Lamon, 2012). Oran ve orantı, ortaokul düzeyinde yer alan konular olmasına rağmen, bu kavramlar diğer pek çok matematik konularına temel oluşturmaktadır (Ben-Chaim ve diğerleri, 2012). Cebir, fonksiyonlar, yüzde, geometri ve veri analizi, hız, benzerlik, trigonometri gibi karmaşık konularda oran ve orantının uygulama alanının geniş olması sebebiyle bu kavramların anlaşılması gerekmektedir (Shield ve Dole, 2008). Öğrenciler ilkokulda orantısal durumlarla karşılaşsalar da oran öğretimi ülkemizde 6. sınıf düzeyinde, oran ve orantı öğretimi ise 7. sınıf düzeyinde yer almaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı, 2018). Bu kavramların kavramsal olarak anlaşılması ve işlemsel olarak da eksikliğin bulunması sebebiyle üst düzey matematik konularının ve oranla ilişkili daha kapsamlı olan kavramların anlaşılmasına engel oluşturmaktadır. Oran ve orantı öğretmenlerin öğretmekte ve öğrencilerin de öğrenmekte zorlandıkları karmaşık kavramlardır (Behr ve diğerleri, 1992; Lamon, 2007; Smith ve diğerleri, 2003).

Oran; eğim ifadesi ile cebirde, kesirlerde pay ve paydanın aynı sayı ile çarpılması işleminde ve parça-bütün anlamı ile kesirlerin oran anlamında karşımıza çıkmaktadır. Bunun yanı sıra geometride benzerlik öğretiminde oranlamanın yapılması, karenin kenarlarının köşegenlerinin kenarına oranın her zaman olması, dairenin çevresinin çapına oranının π değerine karşılık gelmesi gibi oran örnekleri de bulunmaktadır. Gerçek yaşamda ise altın oranın doğada yansımalarını, resim ve sanat gibi pek alanda ise örneklerini görmekteyiz. Oran, aynı veya farklı birimlere ait niteliklerin karşılaştırmasıdır (Van de Walle ve diğerleri, 2014). Aynı ölçme uzayına ait çoklukların karşılaştırılması (örneğin, birinci sepetteki 3 elmanın ikinci sepetteki 5 elmaya oranı; $2/5$) birimsiz oran, farklı ölçme uzayına ait çoklukların karşılaştırılması ise (limonatadaki limon/su oranı) birimli orandır.

Orantı, iki çift oranın birbirine eşit olduğu sayılar veya çokluklar arasındaki ilişki olarak tanımlanır ve $a/b = c/d$ şeklinde temsil edilir (Ekawati ve diğerleri, 2015).

Oran ve orantı ilişkilerinin kurulmasında orantısal düşünme gerekmektedir (Lamon, 2012). Orantısal akıl yürütme, çarpımsal karşılaştırmalar yapabilme, orantılı durumlara ilişkin çıkarım ve tahmine dayalı akıl yürütme yapabilmeyi sağlayan beceridir (Lesh ve diğerleri, 1988). Orantısal akıl yürütme becerisine sahip bireyler, strateji geliştirme ve orantısal durumları ilişkilendirme konusunda daha yetkindirler. Ayrıca orantısal olan/olmayan durumları fark edebilir ve uygun olan algoritmayı seçebilirler (Lamon, 2012; Vergnaud, 1983; Şen ve Güler, 2017). Bu doğrultuda öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi önem kazanmaktadır. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini desteklemek amacıyla tablo, grafik, denklem ve sözel problemlerle orantılı durumları tanıma ve fark etmelerine fırsatlar sunmak gerekmektedir (The Common Core state Standards for Mathematics, 2010). Fakat ortaokul düzeyindeki öğrenciler, orantısal durumları anlama ve oran ve orantı problemlerini çözmeye zorlanmaktadırlar (Jacobson ve diğerleri, 2018; Lamon, 2007; Singh, 2000). Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirebilmeleri için öğretmenlerin oran ve orantı konusuna ilişkin kapsamlı bilgiye sahip olmaları ve kendilerinde de bu becerinin gelişmiş olması gerekmektedir. Öğretmenler çarpımsal ve orantısal akıl yürütmeye ilişkin öğretme bilgilerini geliştirmedikleri takdirde, sınıflarında bulunan farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilere hitap edebilecek öğretim içeriğini gerçekleştirme de zorluk yaşamaktadırlar (Yetkiner ve Caprora, 2009).

Yöntem

Bu çalışma, ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretme bilgisinin ortaya konulması amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden biri olan çoklu durum çalışması olarak desenlenmiştir. Çoklu durum çalışmalarında, bir konuya ilişkin araştırmada birden fazla durumun incelenmesi söz konusudur (Stake, 1995). Bu çalışmada yer alan her bir öğretmen “durum” olarak ele alınmış ve bu sayede öğretmenlerin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretme bilgileri derinlemesine incelenmiştir.

Katılımcılar

Çalışma, İç Anadolu bölgesinde yer alan bir ilin merkez ilçesinde görev yapmakta olan ortaokul matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden merkez ilçede yer alan ortaokulların listesi alınarak bu okullarda görev yapmakta olan ortaokul matematik öğretmenlerine ulaşılmıştır. Ulaşılan öğretmenler arasından konuya ilişkin detaylı ve zengin verinin sağlanabilmesi amacıyla amaçlı örnekleme yoluyla çalışmada yer alacak 36 öğretmen belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmenlerin mezun oldukları okul türü (eğitim fakültesi, fen fakültesi) ve meslekte hizmet yılı ölçütü olarak belirlenerek öğretmenler çalışmaya dâhil edilmişlerdir. Çalışmada yer alan öğretmenlerin gizliliği için Ö1, Ö2, Ö3,...,Ö36 şeklinde kodlamalar yapılmıştır.

Veri Toplama Araçları

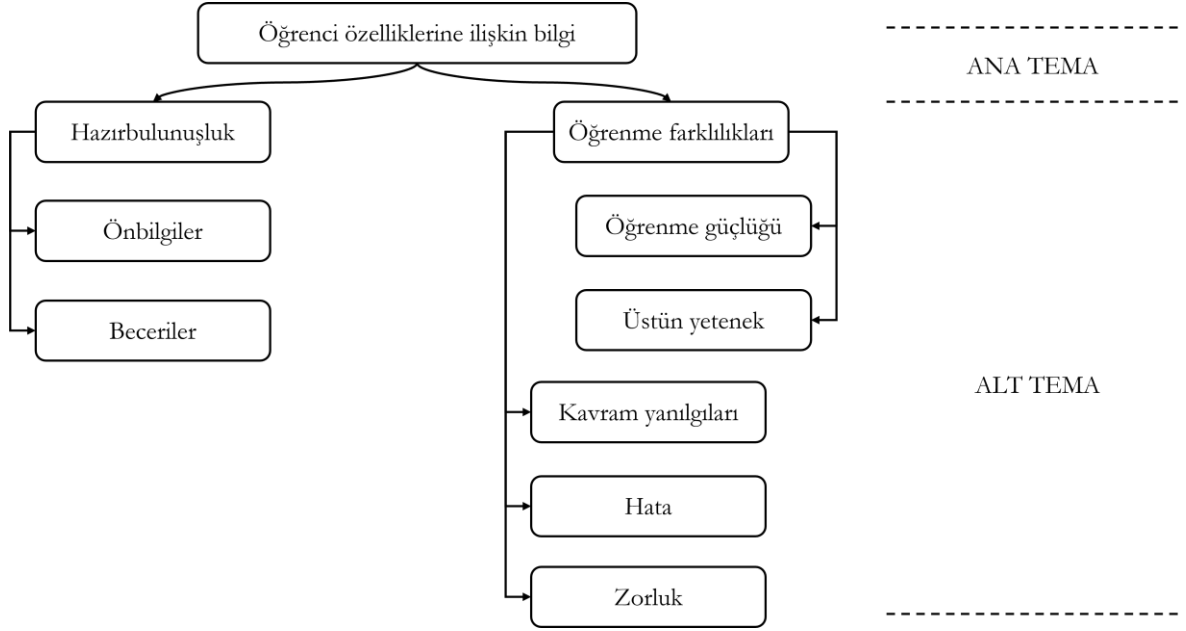
Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı ve öğretmenler arasında gerçekleştirilen bireysel görüşmeler kullanılmıştır. Görüşmeler, hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Görüşme formu, araştırmacı tarafından geliştirilmiş olup öğretmenlerin alan ve öğretme bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlayan dokuz yarı yapılandırılmış sorudan oluşmaktadır. Görüşme formunun hazırlık aşamasında literatürde konuya yönelik gerçekleştirilen çalışmaların incelenmesi sonucunda 16 soruluk taslak form hazırlanmıştır. Ardından soruların anlaşılabilirliği, konu ve kapsam geçerliliği konusunda uzman görüşü alınarak ortak görüşler doğrultusunda 10 soruluk son hali şekillendirilmiştir (EK-1). Görüşmeler, araştırmacı ve öğretmenler arasında bireysel olarak gerçekleştirilmiş olup her bir görüşme yaklaşık 20-30 dakika sürmüştür. Görüşmeler on günde tamamlanmış ve her bir öğretmenle görev yaptığı kurumda gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde veri kaybını önlemek amacıyla ses kayıt cihazı kullanılmıştır.

Veri Analizi

Çalışmada, görüşme yoluyla elde edilen veriler her bir öğretmen için ayrı ayrı olacak şekilde yazıya dönüştürülerek dosyalanmıştır. Ardından NVivo 11 programı kullanılarak analiz işlemi gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizinde, betimsel analiz kullanılmıştır. Bu analiz yaklaşımında veriler önceden belirlenen temalar doğrultusunda kodlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada, kodlamalar Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından kapsami belirlenen alan ve öğretme bilgisi çerçevesinde yapılmıştır. Bu doğrultuda ilk olarak tanımlanan alan ve öğretme bilgisi kapsamında anahtar ifadeler ortaya çıkarılmıştır.

- Öğretim içeriğine uygun öğretim yöntem ve stratejileri bilme
- Öğrenci özelliklerini bilme ve öğretimi planlama
- Konuya özgü temsilleri ve uygulama yollarını bilme
- Konuya özgü öğrencilerin olası kavram yanlışlarını, zorluk, hata ve giderme yollarını bilme

Listelenen bu ifadeler tema olarak belirlenmiş ve bu temaların altında yer alan özellikler alt temaları oluşturmuştur. Ardından öğretmenlerle gerçekleştirilen bireysel görüşmeler tema ve alt temalar başlıklarında kodlanmıştır. Bu sayede tümdengelimle dayalı analiz işlemi gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından izlenen analiz şemasına ait örnek ana tema ve alt temalar Şekil 1’de sunulmuştur.



Şekil 1. Örnek Veri Analizi Şeması

Oran ve orantı konusuna ilişkin öğretmenlerle gerçekleştirilen bireysel görüşmeler tema ve alt temalara göre kodlandıktan sonra analizin ikinci aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada öğretmenlerin alan bilgisi ve öğretme bilgisi bileşenlerinde kodlamalar gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından gerçekleştirilen kodlama listesi matematik eğitiminde uzman iki eğitimciden görüş almak üzere paylaşılmıştır. Bu paylaşımında, araştırmacı kodlamalarını ve gerekçelerini sunarak uzman eğitimciler ile kod değerlendirmesi yapılmıştır. Ortak görüşe varılan kodlamalara son hali verilerek analiz süreci tamamlanmıştır. Gerçekleştirilen analizler sonucu kodlamalar tablo haline getirilmiş ve belirtilen temalar çerçevesinde analiz edilen veriler, bireysel görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda doğrudan alıntılar yapılarak desteklenmiştir.

Nitel araştırmalarda bağlamın detaylı sunulması benzer çalışmalara ve uygulamalara uyarlanabilirliği sağlamaktadır. Çalışmada, görüşme sorularının ve katılımcı özelliklerinin sunulması ile çalışmanın transfer edilebilirliği sağlanmıştır. Araştırmanın güvenilirliği araştırmacı tarafından yapılan kodlamaya ilişkin uzman görüşünün alınması ile sağlanmıştır. Araştırmacı tarafından gerçekleştirilen kodlamalara ilişkin kod ve gerekçe listesi oluşturulmuştur. Bu kod listesinde bir kodun MÖB modeli alan ve öğretme bilgisi boyutunda olması ve olmamasına ilişkin gerekçelere yer verilmiştir. Araştırmacı tarafından gerçekleştirilen kodlamalar ve kod listesi uzman tarafından değerlendirilmiştir. Araştırmacı ve uzman arasındaki kodlamaların karşılaştırılması sonucunda aralarındaki tutarlık %90 olarak bulunmuştur (Miles ve Huberman, 1994). Görüş ayrılığı olan kodlamalara ilişkin tartışma ortamı gerçekleştirilmiş ve ortak uzlaşının sağlanması sonucunda veri analizine son hali verilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretme bilgileri; oran öğretimine giriş yolları, öğrencilerin sahip olması gereken hazırbulunmuşluklara ilişkin bilgileri, öğretimi farklı disiplinlerle ilişkilendirme bilgileri, kullanılacak temsillere ve kullanımlarına ilişkin bilgileri, problem çözme stratejileri, öğrencilerin kavram yanlışları ve gidermedeki bilgileri başlıkları altında sunulmaktadır.

Öğretmenlerin Oran ve Orantı Öğretimine Giriş Yolları

Oran öğretimine başlarken öğretmenlerin hangi strateji ve yöntemi kullanılabilecekleri ve nasıl bir yol izleyebilecekleri sorulmuş ve öğretmen yanıtları doğrultusunda tanım yapma ve günlük hayatla ilişkili örnek verme boyutlarına ulaşılmıştır. Oran konusundan orantı öğretimine geçişte ise öğretmenlerin iki oranın eşitliğini yazma, denk kesir ve günlük hayatla ilişkili soru sorma yollarını belirttikleri görülmektedir.

Oran öğretimine başlarken öğretmenlerin hangi strateji ve yöntemi kullanılabilecekleri ve nasıl bir yol izleyebilecekleri sorulmuş ve öğretmen yanıtları doğrultusunda tanım yapma ve günlük hayatla ilişkili örnek verme boyutlarına ulaşılmıştır. Oran konusundan orantı öğretimine geçişte ise öğretmenlerin iki oranın eşitliğini yazma, denk kesir ve günlük hayatla ilişkili soru sorma yollarını belirttikleri görülmektedir.

Tablo 1. Öğretmenlerin Öğretime Giriş Yolları

Konu	Öğretime giriş yolu	f	%
Oran	Tanım yapma	14	39
	Günlük hayatla ilişkili örnek	22	61
Orantı	İki oranın eşitliğini yazma	26	72
	Günlük hayatla ilişkilendirme	10	28
	Denk kesir	2	5

Tablo 1’de görüldüğü üzere matematik öğretmenleri oran öğretimine tanım yapma veya günlük hayatla ilişkili örnek durumlar vererek konuya giriş yapılabileceğini belirttikleri görülmektedir. Öğretmenler arasında tanım yaparak öğretime başlamak için ifade eden Ö2, Ö8 ve Ö20 öğretmenlerinin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

İlk olarak oran kavramının tanımını ve türlerin tanımını verip daha sonra günlük yaşam örnekleri verirdim (Ö2).

“Oran nedir?” tanımlayıp ardından örnekler veririm daha sonra birimli ve birimsiz oranı tanımlayıp örnekler veririm (Ö8).

Öncelikle oran nedir tanımlarım ki öğrenciler çoklukların karşılaştırmasını neye göre yapacaklarını öğrenirler. Ardından karşılaştırma örnekleri veririm tanımın tam anlaşılması için (Ö20).

Öğretmenlerin bu ifadelerinde kendi öğretimlerinden yola çıkarak açıklama yaptıkları görülmektedir. Örnek ifadelerde ve tanım yoluyla öğretime girişi ifade eden öğretmenler yapılan tanımlamaları anlamlı kılmak adına örnekler yoluyla pekiştirmede bulunulması gerektiğini ifade etmektedirler. Oran kavramına ilişkin öğretmen tanımlamalarında Ö8’in oran çeşitleri olan birim ve birimsiz oran kavramlarının öğretimini de tanımlar yoluyla öğretildiğini ifade ettiği görülmektedir. Tanım yoluyla oran öğretimini tercih eden öğretmenlerin yanı sıra öğretime örnekler yoluyla giriş yapılabileceğini ifade eden Ö6, Ö19 ve Ö25 öğretmenlerinin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin dikkatini çekmek için günlük hayatındaki örnekleri verip bunlar arasında bir ilişki olduğunu hissettirmeye çalışıyorum. Örneğin, kek yaparken malzemelerin artırılması gibi (Ö6).

Oran için önce örnekler veririm ki bu örneklerde oranda toplama-çıkarmayla değil oranlamayla karşılaştırma yapıldığının fark ettirilmesini sağlarım (Ö19).

Özellikle oranda bölmenin olacağını kavrayabilmek için örnekler üzerinden giderim ve derim ki arkadaşlarının kalemlerini kendi kalemlerine karşılaştır. Çocuk burada toplama-çıkarma yaparsa olmaz. Oranlamada bölmenin olacağını gösteririm (Ö25).

Örnekler yoluyla oran öğretimine giriş yapmayı tercih eden öğretmenlerin oranda karşılaştırmada çarpımsal durumları fark ettirme amacıyla oldukları görülmektedir. Örnekler yoluyla öğrencilerin toplamsal düşünmeden çarpımsal durumların fark ettirmeye çalışılma amacının olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra Ö25 kodlu öğretmenin açıklamasında yer alan “bölme” ifadesi ile oran ifadesinde bölüm çizgisinin işlem anlamına dayalı açıklama yaptığı görülmektedir. Öğretmenlerin orantı öğretimini nasıl gerçekleştirdikleri ve orandan orantıya nasıl geçiş yaptıkları sorgulanmıştır. Bunun sonucunda orantıyı tanımlama, iki oranın eşitliğini yazma ve günlük hayatla ilişkilendirme boyutlarına ulaşılmıştır. Öğretmenlerin orantı öğretimlerini daha çok iki oranın eşitliğini yazarak içler-dışlar çarpımı algoritmasını gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bu açıklamaya ilişkin Ö7 ve Ö25’in örnek açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Öğrenci iki çokluğun karşılaştırılmasını bilmeli bunu öğretmeliyiz, karşılaştırma yapan öğrenci iki çokluğun bölümünün oran olduğunu anlayıp orantı kavramını daha rahat bir şekilde anlayabilir burada bizim yapmamız gereken öğrencilere orantısal düşünebilme yeteneği kazandırmak ve karşılaştırmanın yapısını öğretmektir bunları öğrendikten sonra orantı kavramına geçiş yapabiliriz. Öğrenci eğer a/b şeklinde iki çokluğu oranlıya biliyorsa bu oranların eşitliğini yani orantı kavramını daha rahat şekilde anlayabilir (Ö7).

Öğrenci oranı hem 6 hem de 7. Sınıfta görüp öğreniyor. Bu yüzden $a/b=c/d$ dediğimizde de yabancılık çekmiyor bu ifadeye. Bu ifadeyi yazınca işte bu da orantı dediğimizde ne kadar basit bir işlem olduğunu görmüş oluyorlar (Ö25).

Algoritmaya dayalı tanımların yanı sıra günlük hayat durumları ile örneklerden yola çıkarak orandan orantıya geçişi ifade eden öğretmenler de bulunmaktadır. Buna ilişkin Ö1 ve Ö14’ün açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

En az 2 oranın eşitliği olarak bunları anlamaya yönelik etkinliklere yer veriyorum. Günlük yaşam durumlarından faydalanyorum örneğin bir bitkinin büyümesi ya da işçi sayının artırıp azaltılmasıyla iş süresinin değişmesi. Bir orantı sabiti var aslında ona dayalı oranlama yazıyorum (Ö1).

Günlük hayat problemlerinden örneklerle geçiş yapıyorum. Örneğin 2 kişilik yemek malzemelerin oranı ile 4 kişilik yemek malzemelerinin oranının kıyaslanması gibi. Bu şekilde iki orandan orantıya geçiş yapılabilir (Ö14).

Bu stratejinin kullanımının yanı sıra denk kesir kullanarak iki veya daha çok oranın eşitliğini yazarak orantı öğretimini ifade eden Ö34’ün açıklaması “Ben denk kesirlerden yola çıkarak yazıyorum, kesirleri verirken denk kesirlerin oranlarının birbirine eşit olduğunu söylediğim için bu kesirlerin eşitliklerini de orantı belirttiğini söylüyorum” şeklinde olmuştur. Öğretmenin bu açıklamasından yola çıkarak oran ve orantı öğretiminde öğrencilerin kesirlere ilişkin ön bilgileriyle ilişkilendirme yaptığı söylenebilir. Oran ve orantı öğretimine başlangıçta öğretmenlerin tercih ettikleri yollar incelendiğinde tanım yapma ve günlük hayatla ilişkilendirmenin yanı sıra içler-dışlar çarpım algoritmasının ve denk kesir stratejisinin kullanıldığı görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmenlerin oran ve öğretiminde konuya girişte yeterli öğretme bilgisine sahip oldukları fakat öğrenci bilgisini ortaya çıkarma ve önbilgiler üzerine öğretime başlama konusunda kısıtlı bilgiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

Öğretmenlerin Oran ve Orantı Öğretiminde Öğrencilerin Hazırbulunuşluklarına İlişkin Bilgileri

Öğretmenlerin oran ve orantı öğretimine giriş yollarına ilişkin bilgilerinin belirlenmesinin ardından öğrencilerin sahip olması gereken hazırbulunuşlukları ve önbilgilerine dair bilgileri sorgulanmıştır. Buna ilişkin öğretmen görüşlerine ait veriler Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğretmenlerin Oran Öğretiminde Öğrencilerin Sahip Olması Gereken Hazırbulunuşlarına İlişkin Görüşleri

Öğrenci hazırbulunuşluğu	f	%
Sayı ve işlem bilgisi	19	20

Öğrenme alanları	Kesir	11	30
	Rasyonel sayı	18	50
	Ondalık gösterim	2	5
	Yüzde	5	14
	Cebir	3	8
Beceriler	Çarpımsal karşılaştırma yapabilme	2	5
	Muhakeme etme	4	11
	Orantısal düşünme	7	19

Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda öğrencilerin oran öğrenmelerinde sahip olmaları gereken ön bilgiler; işlemsel bilgi (toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve sadeleştirme-genişletme), kesir, rasyonel sayı, ondalık gösterim ve cebir bilgisi yer almaktadır. Bunun yanı sıra öğrencilerin sahip olması gereken beceriler arasında muhakeme etme, çarpımsal ve orantısal düşünme becerileri yer almaktadır. Örnek öğretmen ifadelerinde Ö18, Ö31 ve Ö35'in açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Cebir konusunu bilmelidir. Çünkü cebir çarpımsal değişimle ilgilidir. Kesir konusunu bilmelidir. Çünkü denk kesirler de pay ve paydanın aynı sayı ile çarpılması veya bölünmesi şeklindeki çarpmaya dayalı bir işlem aracılığıyla bulunur. Zaten kesirler oranı temsil etmenin başlıca yöntemlerinden de biridir. Bu nedenle kesir çeşitleri, kesir olma kuralları, sayı kümeleri, genişletme, sadeleştirme işlemlerini, oranda çeşitlerde birimli ve birimsiz oran öğretimi için birimleri iyi bilmelidir. Daha derine inerse işlemleri, işlem önceliğini, çarpmayı iyi bilmelidir (Ö18).

Öğrenciler oran orantı konusunu anlayabilmeleri için öncelikle orantısal düşünebilme yeteneğine sahip olmaları gerekmektedir. Ayrıca öğrenciler kesirleri çok iyi bilmeleri gerekmektedir çünkü oran-orantıda kesir çizgisi kullanılmaktadır burada kesrin ne olduğunu bilmeyen bir öğrenci oran orantı konusunu anlayamaz aradaki kesir çizgisinin iki çokluğu bölüyor yani bu kesir çizgisinin bölme anlamına geldiğini öğrenci bilmelidir yani ifadeyi parça bütünü olarak ayırdığını farkında olmaları bunu bilmeyen bir öğrenci oran konusunu anlayamaz (Ö31).

Kesri ve kesir çizgisini bilmeyen bir öğrenci oranı yapamaz. Ayrıca orantı kavramını anlayabilmesi için eşitliği ve denklem ifadesine içler dışlar çarpımını bilmesi gerekmektedir. Örneğin; "6 tane masa tenis topunun fiyatı 2,4 TL ise 15 tane masa tenis topunun fiyatı nedir?" sorusuna denklem çözemeyen bir öğrenci cevap veremez çünkü buradaki x ifadesini oran orantıya bilse dahi yapamaz bu ifadeleri öğrencileri tam olarak yerleştirmeden oran orantı öğretimine geçiş yapamayız (Ö35)

Öğretmenlerin öğrencilerin hazırbulunuşluklarına ilişkin belirttikleri bilgi ve becerilerin farkında oldukları ve önemini açıkladıkları görülmektedir. Belirtilen öğrenme alanlarında oran ve orantı konusuna temel olan sayı ve işlemler, kesir ve rasyonel sayı konuları temel olduğu alanlar ise ondalık gösterim, yüzde ve cebir konuları ifade edilmiştir. Bu doğrultuda öğretmenlerin oran kavramının ilişkili olduğu matematik öğrenme alanlarına ve matematiksel becerilere ilişkin alan bilgilerinin olduğu görülmektedir. Bu bulguya dayalı olarak, öğretmenlerin öğrencilerin sahip olmaları gereken önbilgi ve becerilerin farkında oldukları ve oran ve orantı öğretiminin diğer matematik alanlarında önemine ilişkin bilgi sahibi oldukları söylenebilir. Fakat öğretmenlerin oranla ilişkili öğrencilerin sahip olmaları gereken önbilgilerin farkında olmasına karşın oran öğretimine girişte bu önbilgilerin ortaya çıkarılma amacında olmadıkları görülmüştür. Oran öğretimine girişte sadece öğrencilerin çarpımsal düşünme ve orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimine odaklanıldığı ancak önbilgilerin ortaya çıkarılmadığı görülmektedir. Bu durumda öğretmenlerin oran konusunun ilişkili olduğu matematik öğrenme alanları ve becerileri konusunda bilgilerinin olduğu fakat öğretime girişte öğrencilerin önbilgilerini ortaya çıkarmada yeterli bilgi sahibi olmadıkları söylenebilir.

Öğretmenlerin Öğretimde Farklı Disiplinlerin İlişkilendirilmesine İlişkin Bilgileri

Oran ve orantı konusunun matematik konuları arasındaki ilişkisinin incelenmesinin ardından öğretmenlerin öğretimde farklı disiplinlerle oran ve orantı konusunu nasıl ilişkilendirdikleri sorgulanmıştır. Öğretmenlerin oran ve orantı konusunu fen bilgileri (fizik, kimya, biyoloji), mühendislik, coğrafya ve güzel sanatlarla (müzik, resim) ilişkilendirme yaptıkları görülmektedir. Buna ilişkin detaylı bilgi Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Oran-Orantının Farklı Disiplinlerle İlişkilendirilmesine İlişkin Bilgi

İlişkilendirme türleri		f	%
Disiplinler	Fen bilimleri	36	100
	Mühendislik	4	11
	Coğrafya	2	5
	Güzel sanatlar	3	8
İlişkilendirme yolları	Soru sorma	36	100

Öğretmenlerin oran ve orantı konusunun ilişkili olduğu diğer disiplinlere ilişkin bilgi sahibi oldukları görülmektedir. Tüm öğretmenler oran ve orantının fen bilimleri ile ilişkisini örneklendirirken bazı öğretmenler tarafından mühendislik, coğrafya, resim ve müzik gibi alanlarla da ilişkisi belirtilerek ilişkilendirmede zenginleştirme yapmışlardır. Öğretmenlerin ilişkilendirmelerine ilişkin Ö1, Ö3, Ö9 ve Ö11'in açıklamaları doğrudan alıntılarla aşağıda sunulmuştur.

Fen ve teknoloji dersinde karışımlar coğrafya dersinde harita ölçekleri, fizik dersinde hız ve hareket problemleri, geometride benzerlik oranı vb. (Ö1).

Bölme işlemi bir kıyaslama olarak düşünülürse, fizikte hız problemleri, günlük hayatta yemek tarifleri oran kavramıyla açıklanabilir (Ö3).

Örneğin, müzikteki 3'e 5 vuruş beden de 2 ileri 1 geri adım atan öğrenci, fizik de hız oranları, biyolojide insanın anatomisi en güzel örneğidir bir sistem olarak düşündüğümüz de sağlıklı insan anatomisi bir altın orandır (Ö9).

Görsel sanatlar dersinde perspektif ve desen çizimlerinde; coğrafyada harita ve ölçek hesaplamalarında, fen bilgisi derslerinde kuvvet ve hareket, insan vücudundaki su miktarı ile diğer maddelerin kıyaslanması, havadaki elementlerin miktarlarının karşılaştırılması gibi (Ö11).

Öğretmenlerin oran ve orantının farklı disiplinlerle ilişkilendirmesine yönelik yaptıkları açıklamalarından yola çıkarak bu konuda yeterli bilgiye sahip oldukları görülmektedir. Öğretmen açıklamalarında yer alan zenginleştirilmiş örnekler sonucunda öğretmenlerin ilişkilendirme konusunda yeterli oldukları söylenebilir. Öğretmenlerin oran ve orantı konusu ile ilişkili disiplinleri belirtmelerinin ardından öğretimde ilişkilendirmenin nasıl yapıldığı sorulmuş ve örnek öğretmen açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Örneğin, bir hareket, hız, zaman sorusu sorduğumda bunu aynı zamanda fen bilgisi derslerinde de göreceklerini derim (Ö8).

Oranlamada haritalarda kullanılan ölçek soruları oluyor, bunları sorduğumuzda "bakın coğrafya da bu kullanılıyor" dediğimizde oranın farklı alanlardaki örneklerini de görürler (Ö26).

Öğretmenlerin açıklamalarından yola çıkarak oran ve orantının farklı disiplinlerdeki örnek durumlardan yola çıkarak öğretimde ilişkilendirmeye geçtikleri görülmektedir. Öğretmenler sınıfta farklı disiplinlerdeki kullanıma yönelik soru sormaları veya konu öğretiminde bu örneklerle geçtiklerinde ilişkilendirme yaptıkları düşüncesinde oldukları görülmektedir. Bunun yanı sıra öğretimde disiplinler arası yaklaşımların benimsenmediği ve uygulanmadığı görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmenlerin oran ve orantı konusunun diğer disiplinlerdeki ilişkilerine yönelik bilgi sahibi oldukları fakat öğretimde kullanılabilecek disiplinler arası yaklaşımlara yönelik bilgilerinin kısıtlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Öğretmenlerin Oran ve Orantı Öğretimindeki Materyallere ve Kullanımlarına İlişkin Bilgileri

Öğretmenlerin oran ve orantı öğretiminde kullanılabilecek araç-gereç ve temsillerin neler olduğu ve öğretimde bu materyallerin nasıl kullanıldığına dair bilgileri sorgulanmış ve buna ilişkin öğretmen görüşleri Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Oran-Orantı Öğretiminde Kullanılabilecek Temsillere İlişkin Öğretmen Görüşleri

Materyaller	f	%
Somut materyal	10	28
Teknolojik araç	6	17
Manipülatifler	2	5
Sözel problem	30	83

Oran ve orantı öğretiminde öğretmenlerin çoğunlukla sözel problem kullanımına yöneldikleri görülmektedir. Bunun yanı sıra somut materyal, teknolojik araç ve manipülatiflerin kullanımı da öğretmenler tarafından ifade edilmiştir.

Somut öge olarak kum saati olabilir, model olarak keops piramidinin hacminin oran yoluyla nasıl çözüldüğü gösterilebilir, gıncel konulardan örnekler verilebilir; küresel ısınmanın buğulları nasıl etkilediği ile ilgili. Farklı kaplar ve farklı özgül kütleye sahip sıvılar kullanılarak kütlelerinin eşit olması için hacim ve öz kütle arasında nasıl bir oran olmalı gibi bir problemin çözümü için belirtilen materyaller kullanılabilir (Ö10).

Somut öğeler sınıfa metre ve tartı getirip vücut kütle endeksi hesaplatırım. Bunun yanı sıra bilgisayar laboratuvarında Khoot gibi uygulamalarla etkinlik hazırlanabilir, günlük hayat problemlerini kullanmak anlamlı olur burada, kum saati kullanılıp zamanla kıyas yapılabilir oyun yoluyla (Ö13).

Mesela fasulye taneleri ve bilyeler gibi araçların karşılaştırması yapılabilir tabi bu 6. sınıfta daha iyi olur. Teknolojik araçlarda yüzölçüm tablolar oluşturularak boyalı kısımların boyasız kısımların kaçta kaç olduğu buldurulabilir. Orantı kavramı için pasta grafiği kullanılabilir işlem yaparken (Ö26).

Konuyu anlatırken o anki sınıf ortamında bulunan her nesneyi materyal olarak kullanabiliriz. Ayşe'nin kalemiğindeki kalem sayılarını ve Mehmet'in kalemiğindeki kalem sayılarını oranlayabiliriz. Doğru orantı için; Ali 3 metreyi 10 saniyede yürüdü 6 metreyi kaç saniyede yürüdüğüne bakalım diyerek çeşitli etkinlikler tasarlayabiliriz. Limonata yapımı en güzel örneklerdendir (Ö30).

Öğrencide somut yaşantılar yaşatmak için sınıfa somut öğeler getirerek örneğin limon ve su gibi malzemeler getirilerek öğrencilerle grup oluşturup her grubun denilen oranlarla limonlu su yapması istenebilir bunlar yapıldıktan sonra sözel problemler örnekler üzerinden konu pekiştirilir (Ö34).

Öğretmenlerin oran ve orantı öğretiminde doğada yer alan somut nesnelere, tablo ve grafik kullanımını ve teknolojik yazılımlardan faydalanmayı ifade ettikleri görülmektedir. Bunun yanı sıra öğretimde en fazla kullanımı belirtilen ise sözel problemlerdir. Bu açıklamalar doğrultusunda öğretmenlerin oran ve orantı konusunun öğretiminde çoklu temsillere ilişkin bilgi sahibi oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

Oran ve Orantı Problemlerinde Strateji Kullanımı

Oran ve orantı konusunun öğretiminde sözel problemlerin çözümünde hangi stratejilerin kullanılabileceğine ilişkin öğretmen bilgisi ortaya çıkarılmış ve Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Oran-Orantı Problemlerini Çözme Stratejilerine İlişkin Öğretmen Bilgisi

Problem çözme stratejileri	f	%
Birim oran stratejisi	6	17
İçler-dışlar çarpımı algoritması	30	83
Değişim çarpanı	1	3

Öğretmenlere oran ve orantıda kullanılabilir problem çözme stratejilerinin neler olduğu sorulduğunda ne ifade ettiği tam olarak anlaşılamamış ve öğretmenler tarafından açıklanamamıştır. Bunun üzerine örnek soru verilerek çözümünde kullanılabilir yolları ifade etmeleri istenmiştir. Bu sayede öğretmenlerin oran ve orantı sorularını çözmeye kullanılabilir stratejilere ilişkin bilgileri ortaya çıkarılmıştır. “3 topun fiyatı 9 lira ise 6 topun fiyatı kaç liradır?” sorusu sunularak bu sorunun hangi yollarla çözülebileceği sorulmuştur. Öğretmenlerin verdiği cevaplardan örnekler aşağıda sunulmuştur.

3 topun fiyatı 9 liraysa 6 topun fiyatı daha fazladır, öyleyse top sayısı arttıkça fiyatının da arttığı yani doğru orantı olduğu söylenir. Ben genelde bunları alt alta yazdırıyorum ki top sayısı ve fiyatları karışmasın diye. Ardından içler dışlar çarpımı yapılarak sonuç bulunur (Ö17).

Burada doğru orantı var diyerek “3 top 9 liraysa 6 top 3 katından 18 liradır” şeklinde çözülebilir (Ö20).

Bazı öğrenciler bu sorularda 1 birim üzerinden işlem yapabiliyorlar. Yani “3 top 9 lira ise 1 top 3 lira, öyleyse 6 top için 6 katı para verilir 6×3 liradan 18 lira” bulunur (Ö29).

Tabi bu soruda hemen içler dışlar çarpımı yapılabilir. Farklı olarak şu olabilir orandan yola çıkarak; topların oranı=liralarn oranı şeklinde. Bu şekilde $1/3$ oranı olur ilk durumda ikinci durum için de bu oran sabit olacak şekilde işlem yapıldığında 18 diye sonuç bulunur (Ö34).

Öğretmenlere sunulan örnek sorunun çözümünde çoğunlukla içler-dışlar çarpımı algoritmasının kullanımına ilişkin açıklamaların yapıldığı görülmektedir. Ö17'nin de belirttiği üzere öğrencilerin belirli adımlara dayalı işlem yapmaları bu adımları karıştırmamaları için de aynı cins çoklukların alt alta yazılmasına özen gösterildiği görülmektedir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin farklı çözüm yollarını düşünerek birim oran stratejisi ve değişim çarpanı temelli çözümlerin de açıklandığı görülmektedir. Ö29 ve birim oran stratejisinin kullanımını ifade eden öğretmenlerin öğrencilerin önbilgileri olan orandan yola çıkarak gerçekleştirilebilecek çözümü ifade ettikleri görülmektedir. Benzer şekilde iki veya daha fazla oranın eşitliğine dayalı olarak ifade edilen değişim çarpanının Ö34 tarafından kullanımının örneklendiği görülmektedir. Bu sonuca dayalı olarak oran ve orantı konusunda farklı stratejilerin kullanımını bilen öğretmenlerin az olduğu çoğunlukla algoritmaya dayalı soru çözümlerinin kullanım bilgisinin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu bulguya dayalı olarak öğretimde en sık tercih edilen sözel problemlerin çözümüne ilişkin öğretmenlerin yetersiz bilgi ve buna sebep yetersiz uygulama örneklerinin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Öğrencilerin Bireysel Özelliklerine Yönelik Öğretimde Farklılaştırma

Öğretmenlerin oran ve orantı öğretimlerinde öğrencilerin bireysel özelliklerini gözeterек öğretimde ne tür değişiklikler yapılabileceği sorgulanmıştır. Buna ilişkin öğretmen yanıtları Tablo 6'da özetlenmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin Bireysel Özellikleri Doğrultusunda Öğretimi Farklılaştırma Bilgisi

Öğrenci özelliği	Bireyselleştirilmiş uygulamalar	f	%
Öğrenme güçlüğü	Somut materyal kullanımı	28	77
	Basitleştirme	10	28
	Ders dışı destek çalışmaları	1	3
	Bilgim yok	3	8
Üstün zekâlı ve yetenekli	Zorluk düzeyini arttırma	29	80
	Ders dışı destek çalışması	3	8
	Yaratıcılığı destekleme	1	3
	Bilgim yok	3	8

Öğrencilerin bireysel özellikleri öğretmenlerden gelen yanıtlar doğrultusunda öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler, üstün zekâlı ve yetenekli öğrenciler için olmak üzere iki kategoride ele alınmıştır. Öğretmenlerin

öğretimlerine ilişkin farklılaştırmalarının bu iki özellik çerçevesinde olduğu görülmektedir. Öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin öğretimlerine yönelik Ö5, Ö10, Ö19, Ö29 ve Ö36'nın açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

İlk olarak öğrencinin etrafında bulunan somut ürünlerden yararlanarak oran-orantı öğretimi gerçekleştirilir. Ardından günlük yaşamla ilişkili örnekler verilir (Ö5).

Daha fazla örnek verip daha iyi anlaması sağlanabilir. Günlük hayatla ilişki kurup somut örnekler verilir. Örneğin, evde bakkaldan ekmek vs. almaya kendisinin gitmesi ve ne kadar götürmesi gerektiği düşündürülebilir (Ö10).

...Daha basit düzeyde anlatılır çünkü sınıfa göre daha geride kalacaktır. Dikkat çekici örnekler verilir biliriz ki odaklanmaları güçtür (Ö19).

Öğrenci güçlüğü yaşayan öğrenci için normal ders haricinde ders dışı çalışmalar ile bu öğrencilere ek çalışmalar yapılır. Ailesi ile işbirliği yaparak evdeki çalışmalarını da takip edilir. Oran orantı öğretimi için ise öğrenciye önce daha açık ve anlaşılır olmak için daha kolay anlaşılacak materyaller kullanılır örneğin dereceli bir kum saati ile bu yapılabilir. En yakın çevresinden örnekler verilebilir (Ö29).

Bir sınıfta farklı düzeylerde öğrenciler bulunabilir. Bu yüzden oran orantı konusuna yönelik sınıfın düzeyine yönelik basit orta yüksek düzeyde etkinlikler planlanır. Düşük başarıdaki öğrenciler için dikkat edilecek şey oran konusunu daha somut etkinlikler ile anlatmaya çalışmak. Olabildiğince görsel, işitsel materyal kullanılır. Dinamik geometri yazılımları ve grafiklerden sıkça yararlanarak, birtakım analogiler benzerlikler kurarak anlatmaya çalışılır (Ö36).

Öğretmenlerin öğrenme güçlüğü yaşayan ve düşük başarı gösteren öğrencilerin öğrenmelerine ilişkin açıklamalarında öğretimde gerçekleştirilebilecek farklılaştırmalara ilişkin bilgilerinin olduğu görülmektedir. Bu öğretmen ifadelerinin yanı sıra Ö8 “açıkçası sınıfta bu tür öğrenciler olmadığı için neler yapılabilir çok bilgim yok” açıklamasında bulunmuştur. Benzer şekilde Ö14 “özellikle oran ve orantıda ne yapabilirim bilmiyorum, genelde müfredattaki kazanımlara göre dersi planlıyorum o yüzden bu tür öğrencilere ne yapılabilir doğru şekilde bilmiyorum” açıklamasını yapmıştır.

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci özelliğinin yanı sıra üstün zekâli ve yetenekli öğrencilerin özellikleri doğrultusunda öğretmenlerin öğretimdeki farklılaştırma bilgileri ortaya çıkarılmıştır. Örnek öğretmen açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Düzyine uygun etkinlikler düzenlenir. Diğer öğrenciler öğrenirken bu öğrencinin sıkılmaması için pekiştirmesi için kendi ilgi alanına yönelik sorular sorulup, çözmesi istenebilir (Ö18).

Farklı zekâ düzeylerine göre öğretim, teoride kolay gelebilir ama pratikte çok zor zamanı da düşünürsek. Bu yüzden “sizler bir problem oluşturun, farklı yollardan çözümler neler olabilir” ifadeleriyle hitap etmeye çalışırım ve sıradan olmayan ilginç örnekler veririm. Eğer süre yetmezse ders dışında birkaç etkinlik yapıp benden faydalanmasına ve ona fırsat vermeye çalışırım. Özel olduğunu hissettirip derse ilgisini artırırım ve bakış açısını geliştiririm (Ö20).

Sınıfta böyle bir öğrenci olsa akıl yürütme gerektiren daha fazla örnek verir ve problemler sorardım. Örneğin, bakterilerin üremesi gibi üst düzey bir soru sorabilirim (Ö34).

Bu öğrenciler genelde daha farklı düşünüyorlar bende bu yaratıcılıklarını kullanabilecekleri etkinlikler düzenlemeye çalışırım sadece oran orantı konusu ile ilgili değil disiplinler arası olabilir bu (Ö36).

Öğretmenlerin oran ve öğretiminde üstün zekâli ve yetenekli öğrencileri için ders içi yapılabilecek zenginleştirmelerin farkında oldukları görülmektedir. Bu zenginleştirmeler öğretmenler tarafından farklı disiplinlerle ilişkilendirilmiş problem durumları, düzey ve ilgi alanına yönelik etkinlikler, problem kurma çalışmaları ve yaratıcılıklarını destekleyen faaliyetler olarak belirtilmektedir. Bunun yanı sıra öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenci özelliklerinde olduğu gibi Ö8, Ö14 ve Ö20 kodlu öğretmenler üstün zekâli ve yetenekli öğrencilerin özelliklerine ilişkin öğretim sürecinde farklılaştırmaya yönelik bilgisi olmadığını belirtmişlerdir. Bu doğrultuda bazı öğretmenlerin öğretimde öğrenci özelliklerini göz önünde bulundurmadığı ve uygulanabilecek farklılaştırmalara ilişkin bilgi sahibi olmadıkları söylenebilir.

Öğrencilerin Oran-Orantı Konusuna İlişkin Kavram Yanılgıları Bilgileri

Öğretmenlere oran ve orantı konusunda öğrencilerin sahip olabilecekleri veya sahip oldukları kavram yanlışları ve kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik öğretimlerinde nasıl bir yaklaşım izledikleri sorulmuştur. Öğretmenlerin öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarına yönelik bilgileri Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Oran-Orantı Konusuna İlişkin Kavram Yanlışları Bilgisi

Kavram Yanlışları	f	%
Toplamsal düşünme	14	39
Ters orantı	5	14
Bilgin yok	22	61

Öğretmenlerin büyük bir çoğunluğunun oran ve orantı konusuna ilişkin kavram yanlışlarına yönelik bilgi sahibi olmadıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin bir kısmı, öğrencilerin oranlamada toplama-çıkarmaya dayalı karşılaştırma yaptıklarını ifade etmişlerdir. Bu duruma örnek olan Ö20 ve Ö30’un açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Oranda bölme işlemi var fakat öğrenciye karşılaştırma yap denildiğinde bazen artış azalışa odaklanabiliyor. Bunun için yaptığım şu oluyor farklı örnekler verip oranda bölme işleminin yapılması gerektiğini söylüyorum (Ö20).

Bazen oran örnekleri verildiğinde çoklukların arasındaki farkı söyleyip oranlama yaptığını düşünenler çıkabiliyor (Ö30).

Öğrencilerin toplamsal düşünmeye dayalı kavram yanlışlığına sahip olduğunun bilgisinde olan öğretmenler bu yanlışların giderilmesinde farklı örnekler vermeyi tercih ettiklerini söylemektedirler. Öğrencilerin toplamsal düşüncelerinin yanı sıra Ö3 ve Ö6 öğrencilerin ters orantı konusunda yaşadıkları zorlukları örneklemiştir.

En çok ters orantı konusunda sıkıntı yaşıyor. Ters orantıyı günlük hayatla bağdaştıramadığı için anlayamıyor. Örnekler veriyorum bol bol, günlük hayattan. İş ile işçi sayısı veya hız ile zaman. Öğrenci düşünürken fark edebiliyor (Ö3).

Ölçek konusunda sıkıntı yaşıyoruz, sosyal bilgilerde de gördüğü için ilişkilendiremiyorlar. Oran konusu temel oluşturunca orantıda sıkıntı yaşamıyorum. Ama ters orantıda mesela çarpım halinde olanlar ters orantıdır dediğimizde veya problemler var yaşlarıyla ters orantılı para paylaşılacak gibi. Bu tür soruların anlatılması zor oluyor. İşlemleri yaparken anlatmaya çalışıyorum (Ö6).

Öğretmenlerin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışlarına ilişkin kısıtlı bilgilerinin olması sebebiyle örnek durumlar verilerek öğretimde gerçekleştirilebilecek uygulamaları açıklamaları istenmiştir. İlk olarak “3 topun fiyatı 9 lira ise 6 topun fiyatı 12 liradır diyen bir öğrenci ile 6 topun fiyatı 18 diyen bir öğrenci arasında işlemsel ve düşünsel olarak ne tür bir fark vardır? Bunun öğretimini nasıl gerçekleştirirsiniz?” sorusu yöneltilmiş ve öğretmen açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

3 topun fiyatı 9 liraysa, 1 topun fiyatı kaç olur diye sorarım öğrenciye; 3 lira. O zaman 6 topun fiyatı ne kadar diye sorup bir top fiyatından yola çıkarım. O öyle değil böyle çıktı derim (Ö5).

Bir topun fiyatı üzerinden gideriz. 3 top 9 liraysa bir top 3 lira ama 6 top için 12 lira dersen bir top 2 lira olmuş olur diyerek açıklarım (Ö12).

Kaç kat arttığını soruyorum. İçer dışlar çarpımı yapmadan önce doğru orantıyı da bu şekilde hissettiriyorum. Bu durumda bir topun fiyatından yola çıkarak 6 topun fiyatının bulunması istenebilir (Ö24).

Bu tür şeylerle karşılaşıyorum, o zaman bir topu bulalım diyorum. Bir topun fiyatından yola çıkarak da 6 top sorulabilir. Birim üzerinden yola çıkarıyorum (Ö26).

Örnek kavram yanlışlığının giderilmesine ilişkin Ö5, Ö12, Ö24 ve Ö26 kodlu öğretmenlerin birim oran stratejisini kullanarak açıklama yaptıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra Ö9 ve Ö13’ün açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilere orantı denildiğinde aklınıza çarpma, bölme gelmeli diye üstüne basa basa söylüyorum. Orantıda da aynı ifadeler alt alta yazılacak ve içler dışlar çarpımı yapılarak işlemin yapılması gerektiğini söylüyorum (Ö9).

Biz derslerimize yanlışla başlamıyoruz, derslerimizi anlatırken tanımsal başlıyoruz. Bu tür bir ifadeyle hiç karşılaşmadım bilmiyorum. Varsa da arkadaşlarından öğreniyordur sanırım. Biz burada doğru orantıdır deriz çapraz çarpırsız (Ö13).

Ö9'un açıklamalarında oran ve orantı algoritmik adımlara dayalı işlemsel bir öğretimi tercih ettiği ve karşılaştığı kavram yanlışlığı durumunda da öğrencilerine bunu hatırlatarak düzenleme yaptığı görülmektedir. Ö13 de benzer şekilde "doğru orantıdır deriz çapraz çarpırsız" şeklinde açıklaması ile algoritmaya dayalı açıklama yapmış ve öğrenci yanlışlığını öğretiminde göz önünde bulundurmamıştır. Bu açıklamalara dayalı olarak öğretmenlerin oran ve orantı öğretimindeki kavram yanlışlıklarına ilişkin bilgi sahibi olma ve gidermede yetersiz bilgiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin öğretme bilgileri Ball ve diğerleri, (2008) tarafından modellenen MÖB bileşenlerinden alan ve öğretme bilgisi bileşeni boyutunda incelenmiştir. Bu amaçla, öğretmenlerin alan ve öğretme bilgileri kapsamında; konuya giriş stratejileri, öğretimde ilişkilendirme bilgileri, temsil kullanma ve problem çözme stratejileri, öğrencilerin öğrenme stilleri ve öğretimi planlama bilgileri incelenmiştir.

Bu çalışmada, öğretmenlerin oran öğretimine girişte tanımlama yaptıkları veya günlük hayatla ilişkili orantısal durumlar vererek bu durumlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi öğrencilere fark ettirmeye çalıştıkları görülmüştür. Oran konusundan orantı öğretimine geçişte ise iki oranın eşitliğini yazarak algoritmik olarak öğretimin yapılmasını ifade edenler olmuştur. Öğretmenlerin bu ifadelerinde öğrencilerin ön bilgilerini ve becerilerini ortaya çıkarma ve buna yönelik öğretimi yapılandırma konusunda eksiklikleri olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin oran ve orantı konusunun ilişkili olduğu matematik konularına ilişkin bilgilerine bakıldığında ise hem bilgi hem de beceriler konusunda bilgi sahibi oldukları görülmüştür. Bu sonuca dayalı olarak öğretmenlerin öğrencilerin sahip olmaları gereken oran ve orantı bilgisine ve orantısal akıl yürütme becerilerine ilişkin bilgi sahibi oldukları fakat öğrencilerin var olan bilgilerini ortaya çıkarmada yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşılmaktadır. Benzer şekilde öğretmenler, oran ve orantı konusunun fen bilimleri, mühendislik, coğrafya, resim ve müzik gibi alanlarla ilişkisini belirtmişlerdir. Bu bulguya dayalı olarak öğretmenlerin oran ve orantı konusunun diğer disiplinlerle ilişkilerinin farkında oldukları görülmüştür. Fakat öğretimde farklı disiplinlerin ilişkilendirilmesinde öğretmenler örnekler sunulması ile ilişkilendirmenin olduğunu belirtmişlerdir. Buna dayalı olarak öğretmenlerin oran ve orantının ilişkili olduğu disiplinlerin ve örneklerin farkında oldukları fakat öğretimde kullanılabilecek disiplinlerarası yaklaşımlara ilişkin bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu çalışmada yer alan öğretmenler, oran ve orantı öğretiminde kullanılan araç-gereç, materyal ve temsillere ilişkin, örnek olarak somut materyal, teknolojik araçlar, manipülatifler ve orantısal durum içeren sözel problemleri belirtmişlerdir. Bu materyallerin oran ve orantı öğretiminde kullanım şekline ilişkin öğretmen açıklamalarında doğada yer alan somut materyalleri ve teknolojik yazılımları ifade ettikleri görülmüştür. Somut materyal kullanımı öğrencilerin anlayış geliştirebilmeleri amacıyla konuya giriş düzeyinde olumlu etki sağlarken bazı kısıtlı kavrayışlara da sebep olmaktadır. Bu uygulamalar bağlama ve göreve özgü olup öğrencilerin soyutlama yapmalarında ve derinlemesine düşünmelerinde sınırlayıcı olmaktadır (Dreyfus ve Eisenberg, 1996; Janvier, 1987; Krutetskii, 1976). Somut deneyimler, öğrencilerin genellemeye varma ve kavramsal anlayış geliştirmeleri için destek sağlarken kavramsal öğrenme ve genellemeye varmayı doğrudan sağlamamaktadır (Cai ve Hwang, 2002; Presmeg, 1997). Bu sebeple oran konusunun işleniş süreci ve daha karmaşık olan orantı konusunda öğretmenlerin kullanımlarını ifade ettikleri somut materyaller uygun olmamaktadır. Öğretmenlerin oran ve orantı öğretiminde somut araç-gereç kullanımını belirtmelerinin yanı sıra öğretimde en sık kullanımı belirtilen temsil aracı orantısal durum içeren sözel problemler olmuştur. Öğretmenlerin sözel problemlerin çözümünün hangi yollarla gerçekleştirilebileceği ve oran-orantı öğretiminde kullanılabilecek problem çözme stratejilerine ilişkin öğretmen açıklamalarında en fazla içler-dışlar çarpım algoritmasının ifade edildiği ve örneklendirildiği görülmüştür. Bu doğrultuda öğretimde yer verilen problemlerin işlemsel beceriyi geliştirme amaçlı tercih edildiği sonucuna ulaşılmaktadır. Benzer şekilde, Cai ve Wang (2006) öğretmenlerle gerçekleştirdiği çalışmalarında,

öğretmenlerin oran öğretiminde esas olarak gerçek hayattaki problemleri çözmeye yer verdikleri fakat oran kavramının anlamı yerine işlemsel sürece odaklandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Çalışmada öğretmenlerin, oran ve orantı öğretiminde sınıfta yer alan öğrencilerin öğrenme stillerinin farkında olma ve buna yönelik öğretimi planlama bilgilerine bakıldığında öğrenmede güçlük yaşayan ve üstün yetenekli öğrenciler olmak üzere farklılaştığı görülmüştür. Öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin öğretiminde somut materyal kullanımı belirtilirken, soruları basitleştirme ve ders dışı destek çalışmalarını da belirten öğretmenler olmuştur. Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin öğretiminde ise soruların zorluk düzeyini artırma ifade edilirken yaratıcılığı destekleme ve ders dışı destek çalışmaları da belirtilmiştir. Bu farkındalığa ve bilgiye sahip öğretmenlerin yanı sıra farklılaşan öğrenme stillerine yönelik farklılaştırma, zenginleştirme ve öğretimde çeşitlendirme yapma konusunda bilgi sahibi olmayan öğretmenler de olmuştur. Bu sonuç literatürde öğretmenlerin hem öğrenme güçlüğü yaşayan hem de üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilere yönelik bilgi eksikliğinin olduğunu belirten diğer çalışmalar ile uyum göstermektedir (Heller ve diğerleri, 2005; Heyder ve diğerleri, 2018).

Hill ve Ball (2004) öğretmenlerin öğrenciler hakkındaki bilgileri ve öğrenmelerini desteklemek için kullandıkları stratejiler arasındaki etkileşim sonucunda öğrencilerin öğrenmelerinin etkilendiğini belirtmektedir. Bu doğrultuda bu çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerin kavram yanlışlığı ve yaşadıkları zorluklara ilişkin bilgileri, öğretim stratejilerine ilişkin bilgilerini ortaya koymuştur. Öğretmenlerin oran ve orantı konusunda öğrencilerin yaşadıkları hata ve zorluklar, sahip oldukları kavram yanlışlıklarına ilişkin bilgilerine bakıldığında büyük bir çoğunluğunun bilgi sahibi olmadığı görülmüştür. Matematik öğretiminde öğretmenlerin, öğrenci hatalarını doğru şekilde tanıyarak bunlara cevap oluşturabilmeleri temel görevlerinden biridir (NCTM, 2000). Fakat bu çalışmada yer alan öğretmenlerin büyük çoğunluğunun, öğrencilerin yaşadıkları kavram yanlışlıkları ve zorluklarına ilişkin bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür. Kavram yanlışlıklarına yönelik görüş belirten diğer öğretmenlerin ise öğrencilerin oran ve orantı konusunda toplama işlemine dayalı işlem yaptıklarını ve ters orantı konusunda zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Bu açıklamalar öğretmenlerin, öğrencilerin hatalarının sebeplerinin altındaki kavramsal anlayışa değil işlemsel sürece odaklandıklarını göstermektedir. Benzer şekilde Son (2013) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasında oran ve orantı konusunda öğrenci hatalarının derslerin parçası olma ve kullanma konusunda sınırlı kaldıklarını belirtmiştir.

Öneriler

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda ileride gerçekleştirilecek çalışmalar için aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

1. Öğretmenlerin hizmet içi ve hizmet öncesi eğitimlerinde oran ve orantı öğretimi konusuna özgü kavramsal ve işlemsel bilgi edinmelerine yönelik eğitim içeriği sunulabilir. Bu eğitim uygulamalarının öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerine yönelik etkililiği incelenebilir. Bu çalışmada, farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilerin özellikleri ve öğretimde bu öğrencilerin nasıl desteklenebileceğine yönelik öğretmenlerin yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Bu sebeple destek eğitim konusunda öğretmen bilgisine katkı sunulması önem kazanmaktadır. Benzer şekilde öğrencilerin oran ve orantı konusunda öğrencilerin yaşadıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanlışlıklarının öğretmenler tarafından bilinmediği ve bu sebeple öğretimlerinde de etkili bir yaklaşıma yönelik bilgi sahibi olmadıkları görülmüştür. Öğretmenlerin yetersiz bilgilere sahip oldukları konularda hizmet içi eğitim programlarının uygulanabileceği düşünülmektedir.

2. Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin alan ve öğretme bilgileri görüşme yoluyla ortaya konulmuştur. Öğretmenlerin ders içi uygulamalarının da gözlenmesi sonucunda çalışmaların karşılaştırmalı olarak incelenmesine ve literatüre oran ve orantı konusunda öğretmenlerin alan ve öğretme bilgilerinin daha detaylı olarak ortaya konulmasına katkı sağlanacaktır.

3. Çalışmada öğretmenlerin oran ve orantı konusuna ilişkin “alan ve öğretme bilgileri” ele alınmıştır. Yapılacak çalışmalarda MÖB modelindeki diğer bileşenlerin ele alınmasıyla matematik öğretmenlerin oran ve orantı öğretimindeki alan ve pedagojik alan bilgileri kapsamında detaylı bilginin elde edilmesine katkıda bulunulacaktır.

Kaynakça

- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172. <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>
- Ball, D. L. & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Paper presented at the 43rd Janrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Oldenburg, Germany.
- Ball, D. L. (2003). *Mathematics in the 21st century: What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics?* Paper presented at the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education, Washington, DC.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R., & Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 13-47). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). Macmillan.
- Ben-Chaim, D., Fey, J.T., Fitzgerald, W.M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 247-273. <https://doi.org/10.1023/A:1003235712092>
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion*. Rotterdam: Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6091-784-4>
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00142-6](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6)
- Cai, J., & Wang, T. (2006). U.S. and Chinese teachers' conceptions and constructions of representations: A case of teaching ratio concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 145-186. <https://doi.org/10.1007/s10763-005-9006-7>
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. http://www.corestandards.org/wpcontent/uploads/Math_Standards1.pdf adresinden 04.03.2021 tarihinde alınmıştır.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportions: Research implications. In D. T. Owens (Ed), *Research ideas for the classroom, middle grades mathematics* (pp. 159-178). MacMillan Publishing Company.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking. In R. J. Stermberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 253-284). Lawrence Erlbaum.
- Ekawati, R., Lin, F. L., & Yang, K. L. (2015). Developing an instrument for measuring teachers' mathematics content knowledge on ratio and proportion: A case of Indonesian primary teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 1-24. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9532-2>
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teachers: A model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-34. <https://doi.org/10.1080/0260747890150102>
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). Macmillan.
- Harel, G., & Confrey, J. (1994). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. State University of New York Press.
- Heinz, K. R. (2000). *Conceptions of ratio in a class of preservice and practicing teachers*. [Unpublished doctoral dissertation], The Pennsylvania State University.
- Heller, K. A., Reimann, R., & Senfter, A. (2005). *Hochbegabung im Grundschulalter: Erkennen und Fordern* [Giftedness in primary-school-age children]. LIT.
- Heyder, A., Bergold, S., & Steinmayr, R. (2018). Teachers' knowledge about intellectual giftedness: A first look at levels and correlates. *Psychology Learning & Teaching*, 17(1), 27-44. <https://doi.org/10.1177/1475725717725493>

- Hill, H. C., & Ball, D.L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's mathematics professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 330-351. <https://doi.org/10.2307/30034819>
- Jacobson, E., Lobato, J., & Orrill, C. H. (2018). Middle school teachers' use of mathematics to make sense of student solutions to proportional reasoning problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(8), 1541-1559. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9845-z>
- Janvier, C. (Ed.). (1897). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum.
- Kuzu, O. (2017). Matematik ve fen bilgisi öğretmen adaylarının integral konusundaki kazanımlarının incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 948-970.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. University of Chicago Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Towards a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Information Age Publishing.
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge/Taylor & Francis Group.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). National Council of Teachers of Mathematics.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Erlbaum.
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, 16(8), 404-406. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.06.008>
- Miles, M. B., & Huberman, A.M. (1994). *An expanded sourcebook: Qualitative data analysis*. Sage
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Talim Terbiye Kurul Başkanlığı.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M. (2018). Learning difficulties in mathematics. What are their nature and origin, and what can we do to counteract them? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13(17), 127-140.
- Post, T. R., Behr, M. J., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of prealgebra understanding. In A. Coxford & A. Schute (Eds), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 78-90). Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics.
- Presmeg, N, C. (1997). *A semiotic framework for linking cultural practice and classroom mathematics*. In J. Dossey, J. Swafford, M. Parmantie, & A. Dossey (Eds.), *Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1* (pp. 151-156). Columbus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>
- Sen, C., & Güler, G. (2018). Effect of strategy teaching for the solution of ratio problems on students' proportional reasoning skills. *MOJES: Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 5(2), 1-15.
- Shield, M., & Dole, S. (2008). Proportion in middle-school mathematics: It is everywhere. *Australian Mathematics Teacher*, 64(3), 10-15. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ818727.pdf> adresinden 04.03.2021 tarihinde alınmıştır.
- Shulman, L. S. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 3-36). Macmillan.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 472-494. <https://doi.org/10.2307/749486>
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio among grade nine students in Malaysia. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(4), 579-599. <https://doi.org/10.1080/002073900412688>

- Smith, M. S., Silver, E. A., Leinhardt, G., & Hillen, A. F. (2003). *Tracing the development of teachers' understanding of proportionality in a practice-based course*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 49-70. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9475-5>
- Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 127-155. <https://doi.org/10.1023/A:1009980419975>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage.
- Şahin, Ö. (2018). Matematik öğretme bilgisi ve uygulamaları. Ş. Uluçınar Sağır (Ed.), *Teoriden uygulamaya pedagojik alan bilgisi* içinde (ss. 177-224). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (S. Durmuş, Çev.). Nobel Yayınları.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). Academic Press.
- Yetkiner, Z. E., & Capraro, M. M. (2009). *Research summary: Teaching fractions in middle grades mathematics*. <http://www.amle.org/TabId/270/ArtMID/888/ArticleID/326/Research-Summary-Teaching-Fractions-in-Middle-Grades-Mathematics.aspx> adresinden 04.03.2021 tarihinde alınmıştır.

Ek-1 Görüşme Soruları

1. Öğretimde oran kavramında orantı kavramına nasıl geçiş yaparsınız? Açıklayınız.
2. Oran-orantı konusu hangi matematik konuları ile ilişkilidir?
3. Oran-orantı öğretimi için öğrencilerin sahip olmaları gereken bilgiler nelerdir?
4. Oran-orantı konusunun öğrenimi hangi konular için temel oluşturur?
5. Oran-orantı konusunun ilişkili olduğu farklı disiplinler var mıdır? Açıklayınız.
6. “3 topun fiyatı 9 lira ise 6 topun fiyatı 12 liradır diyen bir öğrenci ile 6 topun fiyatı 18 liradır” diyen bir öğrenci arasında işlemsel ve düşünsel olarak ne tür bir fark vardır?
 - 6.1. Bu durumda öğrencilere yönelik açıklamanız ne olur?
7. Öğrenciniz “4 limon 3 su karışımı ile 5 limon 4 su karışımı arasındaki ilişki nedir? Bu kıyaslamada iki durum arasındaki fark için 1 limon artarken 1 su artmış o zaman tatta değişiklik yoktur” şeklinde düşünüldüğünde öğrenciye nasıl bir açıklama yaparsınız?
 - 7.1. Öğrenci cevabını değerlendirerek olası kavram yanlışlarını yorumlayınız.
 - 7.2. Öğrencinin kavram yanlışlığını gidermesi için nasıl bir yol izlersiniz?
8. Sınıfınızda bulunan üstün zekâlı öğrenci için oran-orantı öğretiminde farklılık yapar mısınız?
 - 8.1. Neler yaparsınız?
9. Sınıfınızda bulunan öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenci için oran-orantı öğretiminde farklılık yapar mısınız?
 - 9.1. Neler yaparsınız?
10. Oran ve orantı öğretimi için kullanacağımız görselleri açıklayınız.

EXTENDED SUMMARY

This study has aimed at revealing the knowledge of content and teaching that the middle-school mathematics teachers have.

The study was designed as a multiple-case study, which is one of the qualitative research methods. 36 middle-school mathematics teachers had participated in the study. Personal interviews were used a data collection tool. Interview data were analyzed by the method of descriptive analysis.

At the start of teaching the subject of ratio, dimensions of making definitions and giving examples associated with daily life were reached based on the teachers' responses. At transition from the subject of ratio to teaching the subject of proportion, it was observed that the teachers remark the methods of writing the equality of two ratios, equivalent fractions and asking questions associated with daily life. Teachers' knowledge of the students' required attendance and prior knowledge were questioned. According to the teachers' opinions, prior knowledge required from the students at learning the subject of proportion include operation knowledge (addition, subtraction, multiplication, division and simplification & expansion) and knowledge of fractions, rational numbers, decimal expressions and algebra. Furthermore, skills the students are required to have included the skills of deduction and multiplicative and proportional thinking. It was observed that the teachers had awareness of these knowledge and skills they identified in association with the students' attendance. The teachers had associated the subject of ratio and proportion with the fundamental domain of numbers and operations, whereas they associated the domains of fractions and rational numbers with the subjects of decimal expressions, percentage, and algebra. Accordingly, it is observed that the teachers have the content knowledge concerning the mathematics learning domains and mathematical skills associated with the notion of proportion. It was observed that the teachers associate the subject of ratio and proportion with science, engineering, geography, and fine arts. However, it is also observed that they do not adopt and apply interdisciplinary approaches in their teaching. Therefore, we can reach the conclusion that the teachers do possess the knowledge of the ratio and proportion subject's associations with other disciplines, but they also have limited knowledge of interdisciplinary approaches that may be applied in their teaching. It is observed that, in teaching the subject of ratio and proportion, the teachers usually prefer the use of verbal problems. Additionally, the teachers had remarked their use of concrete materials, technological tools and manipulatives. The teachers' knowledge of potential strategies that may be used to solve the verbal problems remarked to be used in teaching the subject of ratio and proportion was revealed. When the teachers were asked of the problem-solving strategies that may be used in teaching the subject of ratio and proportion, they failed to give an explanation. Therefore, the teachers were provided with sample cases of problem solving and they were asked of the methods they may use in solving these problems. It was observed that the teachers had identified the cross-multiplication algorithm as the method of problem solving.

The teachers' potentials of making customizations for the students' individual characteristics in their teaching of ratio and proportion were questioned. It is observed that the teachers possess the knowledge of diversifications that may be applied in teaching the students with learning difficulties and low achievement, as well as the students that are gifted and of superior intelligence. The teachers were asked of the misconceptions their students do or may have in learning the subject of ratio and proportion and the approaches they follow in resolving such misconceptions. Sample cases given to the teachers have led to the conclusion that they lack the sufficient knowledge of misconceptions the students may have in the subject of ratio and proportion, and how to resolve them.

Teachers participating in this study identified and remarked concrete materials, technological tools, manipulatives, and verbal problems with situations of proportion as examples to the tools, materials and representations that are used in teaching the subject of ratio and proportion. Concrete materials, the use of which was often emphasized by the teachers may have a restricting effect on the students' abstraction and reflection. It was observed that, in their explanations of methods that may be applied in solving the verbal problems and of potential problem-solving strategies, the teachers had mostly identified and exemplified the cross-multiplication algorithm. Accordingly, the conclusion is that the problems included in teaching are opted for the purposes of improving the operational skills. Similarly, in studies Cai and Wang (2006) made with teachers, it was concluded that the teachers usually included solving daily-life problems in their teaching of ratio, but instead of the meaning ratio holds as a notion, they had focused on operational processes.

In this study, an examination of the teachers' awareness of learning styles of the students participating in the teaching of ratio and proportion and the teachers' knowledge of planning the teaching in compliance with such styles, it was observed that the students with learning difficulties and gifted students have come to the fore. At teaching students with learning difficulties, use of concrete materials were remarked, whereas certain teachers mentioned simplification of questions and out-of-class assistance studies as relevant methods. In teaching students of superior intelligence or gifted students, increasing the difficulty levels of questions were remarked, accompanied by creativity promotion and out-of-class assistance studies. In addition to teachers with such awareness and knowledge, there have been teachers that lack the knowledge to implement methods of diversification according to different learning styles, enrichment, and assortment in teaching. This result is in coherence with other studies in the literature, which identify the teachers' lack of knowledge concerning both students with learning disabilities and gifted students of superior intelligence. An observation on the knowledge the teachers possess on difficulties and hardships the students experience in the subject of ratio and proportion, as well as misconceptions the students have, has revealed that a great majority lack such knowledge. In teaching mathematics, identifying the students' errors, and responding to them is one of the fundamental tasks a teacher has (NCTM, 2000). However, it was detected that the great majority of the teachers that participate in the study do not have any knowledge of misconceptions or difficulties experienced by their students.