



## Mathematical model proposals for multi-product double row facility layout problem with identical machines

Esra Duygu Durmaz\*<sup>ID</sup> Ramazan Şahin<sup>ID</sup>

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Gazi University, 06570, Ankara, Turkey

### Highlights:

- Double row facility layout problem
- New mathematical model proposals for the multi-product production environment
- Use of identical machines in the production environment

### Keywords:

- Double row facility layout problem
- Mathematical modelling
- Multi-product production environment
- Identical machines

### Graphical/Tabular Abstract

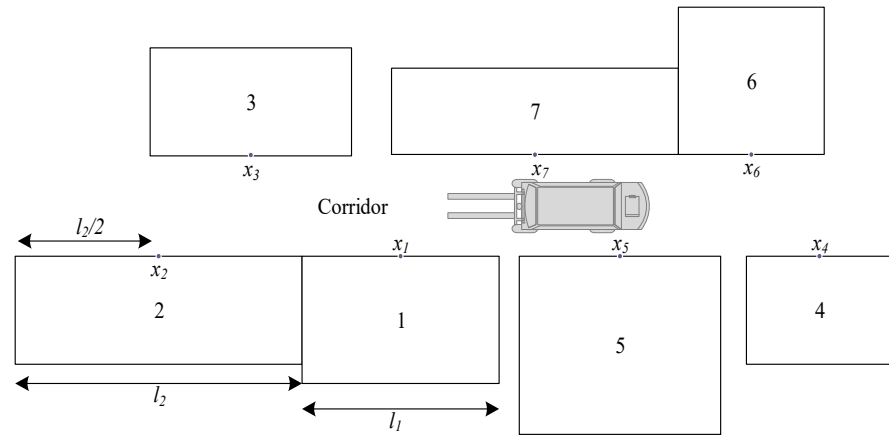


Figure A. Double row facility layout problem

### Article Info:

Research Article  
Received: 28.06.2021  
Accepted: 06.11.2021

### DOI:

10.17341/gazimmfd.958700

### Correspondence:

Author: Esra Duygu Durmaz  
e-mail:  
esradurmaz@gazi.edu.tr  
phone: +90 312 582 3823

**Purpose:** In this study, double row facility layout problem (DRFLP), which is a frequently used layout type in flexible manufacturing systems, is discussed. It is aimed to model and solve the DRFLP that takes into account the processing routes of products and the use of identical machines in a multi-product production environment.

### Theory and Methods:

Firstly, a mixed-integer mathematical model that allows only forward movement of products was proposed for DRFLP in a multi-product production environment with different processing routes.

Secondly, the problem was expanded with identical machines capable of performing the same operation. With the proposed model, the products choose the alternative route that will enable them to move a shorter distance during their forward movement.

### Results:

Randomly generated test problems were used to evaluate the proposed mathematical models and solved using GUROBI 8.1 solver with MATLAB R2018b. Optimal solutions were obtained for instances up to the size of 8 products and 25 machines in the first problem. For the second problem with identical machines, instances up to the size of 3 products, 20 machines, and 2 identical machine groups were solved optimally. The optimality gaps reached within a time limit were reported for larger problems.

### Conclusion:

This study discusses the effect of multiple processing routes and using identical machines on the arrangement of machines in DRFLP. It can be said that adding identical machines to the problem increases the complexity of the model. On the other hand, the large number of identical machines provides route flexibility in a multi-product environment with multiple flow-lines. However, a trade-off arises due to the high initial investment costs of the machines.



## Çok ürünlü özdeş makineli iki sıralı tesis düzenleme problemi için matematiksel model önerileri

Esra Duygu Durmaz\*, Ramazan Şahin

Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06570 Maltepe Ankara, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- İki sıralı tesis düzenleme problemi
- Çok ürünlü üretim ortamı için yeni matematiksel model önerileri
- Üretim ortamında özdeş makine kullanımı

#### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 28.06.2021

Kabul: 06.11.2021

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.958700

#### Anahtar Kelimeler:

İki sıralı tesis düzenleme problemi,  
matematiksel modelleme,  
çok ürünlü üretim ortamı,  
özdeş makineler

#### ÖZ

İki sıralı tesis düzenleme problemi (İSTDP), esnek imalat sistemlerinde sıklıkla kullanılan bir yerleşim biçimidir. Bu tesis düzeninde bölümler veya makineler, taşıma araçlarının ve çalışanların kullanımı için ayrılmış olan bir koridorun iki kenarı boyunca sıralanırlar. Problem, tesis içerisindeki taşıma maliyetlerini minimize etmek amacıyla, makinelerin koridorun hangi tarafında yer alacağını ve buldukları sıra üzerindeki kesin konumlarının belirlenmesini içermektedir. Bu çalışmada, farklı işlem rotalarına sahip çok ürünlü bir İSTDP üzerine odaklanılmıştır. Ele alınan problemde özdeş makinenin olmadığı ve özdeş makineye sahip senaryolar için yeni karma tam sayılı matematiksel modeller geliştirilmiştir. Geliştirilen modellerin etkinliği, rassal olarak üretilen test problemleri üzerinde değerlendirilmiştir. Küçük boyutlu problemlerde, her iki modelde de optimal çözümler elde edilmiştir. Büyük boyutlu problemlerde ise belirlenen çözüm süresi (21600 sn) sonunda bulunan çözüm değerleri raporlanmıştır. Burada özdeş makine içermeyen modelde, belirlenen çözüm zamanı sonunda oluşan % gap değerleri 8,05 ile 32,26 arasında değişirken, özdeş makineli model için bu değerler 5,26 ile 25,73 arasında gerçekleşmiştir.

## Mathematical model proposals for multi-product double row facility layout problem with identical machines

### H I G H L I G H T S

- Double row facility layout problem
- New mathematical model proposals for the multi-product production environment
- Use of identical machines in the production environment

#### Article Info

Research Article

Received: 28.06.2021

Accepted: 06.11.2021

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.958700

#### Keywords:

Double row facility layout problem,  
mathematical modelling,  
multi-product production environment,  
identical machines

#### ABSTRACT

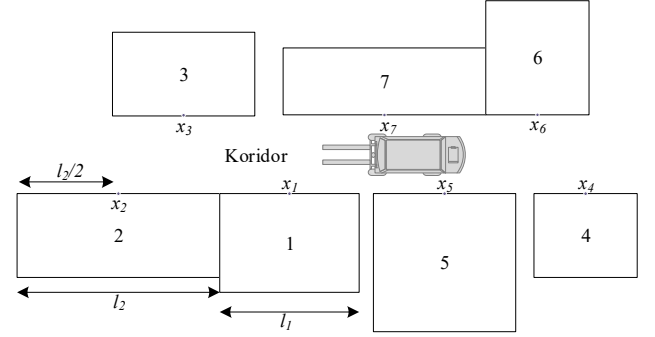
Double row facility layout problem (DRFLP) is a frequently used layout type in flexible manufacturing systems. In this layout, machines or departments are placed along both sides of a corridor, which is a path for the use of transportation vehicles and workers. The problem involves determining which side of the corridor the machines will be on and their exact locations on the row in order to minimize transportation costs within the facility. This study focuses on a multi-product DRFLP with different processing routes. New mixed integer mathematical models were developed for the scenarios with and without identical machines. The effectiveness of the models was evaluated on the randomly generated test problems. Optimal solutions were obtained in both models for small-sized problems. For large-sized problems, the solution values reached within pre-determined time limit (21600 s) were reported. While the gap (%) values at the end of the solution time determined in the model without identical machines ranged between 8.05 and 32.26, these values were between 5.26 and 25.73 for the model with identical machines.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Tesis düzenleme problemi (TDP) bir imalat veya hizmet işletmesi içerisinde kullanılan tüm ekipman ve bölümlerin aralarındaki nitel ve nicel ilişkiler dikkate alınarak koordineli bir şekilde yerleştirilmesiyle ilgilidir. Bölümler arası azaltılan malzeme taşıması ve hareketler, işletme maliyetlerini düşürerek verimliliğin artmasını sağlar. İmalat şirketlerinde üretim maliyetlerinin %20-50'si doğrudan malzemelerin taşınmasıyla ilgilidir ve iyi yapılmış bir yerleşim düzeni ile malzeme taşıma maliyetlerinde %10-30'luk bir iyileşme sağlanabilir [1]. TDP, uzun dönemli stratejik bir karar olmasının yanı sıra işletmelerin üretkenliği ve rekabet gücünü arttırabilmelerinin önemli bir yolu olduğu için klasik bir optimizasyon problemi olarak araştırmacılar ve akademisyenlerden büyük ilgi görmüştür. Literatürde çeşitli TDP'lerin çözümü için kesin çözüm yöntemleri [2, 3] ve sezgisel çözüm yöntemleri [4-7] öneren pek çok çalışma bulunmaktadır. Esnek imalat sistemlerinde genellikle sıra düzenlemesi olarak isimlendirilen tesis düzenleme şekli kullanılmaktadır. Bu tür üretim sistemlerinde, makineler arası transferler genellikle otomatik yönlendirmeli araçlar veya robotlar ile yapılmaktadır. Sıra düzenlemesi, taşıma araçları ve çalışanların hareketleri için ayrılan koridorlar ve koridorların kenarları boyunca paralel olarak yerleştirilen bölümlerden oluşmaktadır. Sıra tesis düzenleme problemleri yalnızca imalat sistemlerinde değil, depo düzenlemesi, reyon düzenlemesi, ofis yerleşimi, market raflarının düzenlenmesi gibi pek çok alanda ve farklı sektörlerde pratik uygulamalara sahiptir.

İki sıralı tesis düzenleme problemi (İSTDP), sıra tesis düzenleme problemlerinin özel bir halidir. Bu problemde amaç, bir koridorun iki kenarı boyunca bölümlerin yerleştirilmesidir. Problem ilk olarak 2010 yılında Chung ve Tanchoco [8] tarafından literatüre kazandırılmıştır. İSTDP'nin örnekleri esnek imalat sistemleriyle birlikte, sıvı kristal ekran (LCD) üretiminde [8] ve yarı-iletken üretim tesislerinde [9] görülebilir. Şekil 1'de bir örneği görülen bu yerleşimde, bölümlerin düzenlenmesi sırasında iki ardışık bölüm arasında açıklıklar olabileceği gibi, bölümler birbirine bitişik de konumlandırılabilir. Bölümler arasında, bölümün yapısı ve fiziksel özellikleri, bakım çalışmalarının yapılabilmesi için gereken alan ve operatörlerin bölümlere erişimi de düşünülerek olması gereken minimum açıklıklar belirlenebilir. Literatürde genellikle bu açıklık bir parametre olarak ele alınmakla birlikte bazı çalışmalarda makinelerin uzunlukları içerisine katıldığı varsayılmıştır [10-13]. İSTDP'de genel amaç, bölümlerin uzunlukları ve aralarındaki ağırlıklar göz önüne alınarak, tüm bölüm çiftlerinin merkezleri arasındaki mesafelerin ağırlıklı toplamını en aza indiren yerleşim planını elde etmektir. Burada belirtilen ağırlık, bölümler arasında taşınan malzeme ve ürün miktarı veya bölümler arası gidiş-geliş sayısı olarak düşünülebilir. Bu ağırlıklı toplam minimize edilerek, tesis içerisindeki taşımalarından oluşan hareketlilik ve dolayısıyla toplam taşıma maliyeti minimize edilmek istenmektedir.

İSTDP'nde taşımaların, Şekil 1'de görülebileceği gibi, bölümlerin X eksenindeki orta noktaları ( $x_i$  noktaları) arasında yapıldığı varsayılmaktadır.



Şekil 1. İki sıralı tesis düzenleme problemi (Double row facility layout problem)

Son yıllarda ürün yaşam döngülerinin kısalmasıyla, müşteri taleplerine hızlı cevap vermek isteyen firmalar, ürünlerini üretim hatlarından hızlı bir şekilde çıkarabilmeye odaklanmakta ve ürünlerin işlem sıralarına göre oluşturulan akış hatlarıyla bu problemin üstesinden gelmeye çalışmaktadırlar. Ancak bu durum, farklı operasyon sıralarına sahip birden fazla ürün tipinin aynı anda işlenmesi gereken üretim sistemlerinde önemli bir problem haline gelmiştir. Bunun sonucunda makinelerin birbirlerine göre konumları ve tesis içindeki yerleşimleri belirlenirken akış hatlarının da ele alınması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Literatürde akış hatlarına odaklanan çalışmalar genellikle ürünlerin tesisin bir tarafından üretim hattına girdiği ve diğer tarafından çıktığını varsayarak, ürünlerin geriye doğru hareketlerini yasaklamaya/kısıtlamaya yönelmiştir. Ayrıca tesis düzenlenmesinde esnekliğin sağlanabilmesi amacıyla sınırlı veya sonsuz sayıda özdeş makinelerin eklenmesi önerilmiştir.

Bu çalışmada, çok ürünli İSTDP üzerinde durularak, ürünlerin makineler arasında geriye dönük hareketlerine izin verilmeyen akış hatlarına odaklanılmış ve problem için yeni bir matematiksel model önerilmiştir. Sonrasında ise problem genişletilerek çok ürünli özdeş makineli İSTDP ele alınmıştır. Bu modelde, ürünlerin daha kısa mesafe taşınmasını sağlayacak alternatif rota seçimine izin veren kısıtlar eklenerek yeni bir karma tam sayılı matematiksel model önerisi yapılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, sıra tesis düzenleme problemleri için yapılan çalışmalardan ve sıra tesis düzenlemesinde akış hatlarının kullanılmasından bahsedilerek, İSTDP için detaylı bir literatür taraması sunulmuştur. Üçüncü bölümde, ele alınan problemler için önerilen matematiksel modeller detaylı olarak açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, rassal olarak üretilen problemler ve elde edilen sonuçlar raporlanmıştır. Son bölümde ise çalışmanın sonuçları değerlendirilerek gelecekte yapılabilecek çalışmalara yer verilmiştir.

## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI (LITERATURE REVIEW)

İSTDP, en popüler sıra yerleşim problem türü olan Tek Sıra Tesis Düzenleme Problemi (TSTDP) ile yakından ilgilidir. TSTDP, bölümlerin bir koridorun bir tarafı boyunca, düz bir hat üzerinde düzenlenmesi problemidir. Basit akış yapısı, malzeme taşıma sistemlerine kolay entegre edilebilirliği ve tesisin U-tipi, dairesel, yarı-dairesel gibi farklı şekillerde tasarlanabilir olması sebebiyle, esnek imalat sistemlerinde yaygın bir kullanıma sahiptir. Bu düzenleme şekli, üretim sistemlerinde makinelerin düzenlenmesi [14, 15], market reyonlarının yerleştirilmesi, bir ofis veya hastanedeki bölümlerin yerleşimi [16], kitapların raflara yerleştirilmesi, depo tasarımı gibi alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır. Simmons [16] tarafından ilk kez tanıtılmasından bu yana kesin çözüm yöntemleriyle 42 bölümden oluşan TSTDP'leri için optimal çözümler elde edilirken, 81 bölüme kadar olan problemlerde optimale yakın çözümler elde edilmiştir. Probleme optimal çözüm arayan bu çalışmalarda, kesme düzlemi yaklaşımı [17], dal kesme algoritması [18], yarı belirli programlama [19-21] gibi kesin çözüm yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca probleme tavlama benzetimi [22], genetik algoritma [22, 23], karınca kolonisi algoritması [24], dağılım tahminleme algoritması [25], tabu arama algoritması [26], parçacık sürü optimizasyonu [27], baskılanamayan sıralamalı genetik algoritma II (NSGA II non-dominated sorted genetic algorithm II) [28] gibi sezgisel yaklaşımlar öneren pek çok çalışma yapılmıştır. Son zamanlarda yapılan çalışmalarda 1000 bölümden oluşan problemler için sezgisel algoritmalar yardımıyla yaklaşık çözümler sunulmuştur [29, 30]. TSTDP ile ilgili detaylı bilgiye ulaşmak isteyen okuyucular Keller ve Buscher [31] tarafından yayımlanan derleme makaleyi inceleyebilirler.

İSTDP hem makinelerin konumlarının birbirlerine göre belirlenmesini, hem de yerleştirilecekleri kesin noktaların bulunmasını içerdiğinden çözümü zor bir problemdir. Aynı zamanda hem kesikli hem de sürekli karar değişkenlerini birlikte içeren karmaşık bir problemdir. Bu nedenle, gerçek hayat uygulamalarında TSTDP'ne göre daha yaygın kullanıma ve daha etkin malzeme akış yapısına sahip olmasına rağmen, literatürde TSTDP kadar ilgi görmemiştir. NP-zor problem sınıfında olan bu problemin çözümünde, yaygın olarak kesin çözüm veren yaklaşımlar ve mat-sezgisel yaklaşımlar kullanılmıştır. Mat-sezgisel yaklaşımlar, bir optimizasyon probleminin çözümü için meta-sezgisel algoritmalar ile matematiksel programlama tekniklerinin entegre edilerek birlikte çalıştıkları yaklaşımlardır. Bu yaklaşımlar, meta sezgisel algoritmaların hızlı çözüm performansları ile matematiksel programlama tekniklerinin çözüm kalitesi avantajlarını birleştirirler. İncelenen pek çok çalışmada, genelde makinelerin hangi sırada yer alacağı sezgisel yöntemlerle belirlenirken, makinelerin buldukları sıradaki kesin konumlarını belirlemede doğrusal programlama yaklaşımları kullanılmıştır. İSTDP ilk olarak Chung ve Tanchoco [8] tarafından karma tam sayılı programlama modeli olarak formüle edilmiş ve makul hesaplama sürelerinde iyi başlangıç çözümleri elde etmek için beş farklı sezgisel

yöntem önerilmiştir. Bu matematiksel modeller en çok 10 bölümden oluşan problemlere optimal çözüm bulmuşlardır. Zhang ve Murray [32], Chung ve Tanchoco [8] tarafından önerilen bu matematiksel modelin bölümler arasında olması gereken minimum boşluk kısıtlamalarını hesaba katmayan bazı yerleşimlere yol açtığını göstererek düzeltilmiş bir matematiksel model önermişlerdir. Murray vd. [33] bölümler arası taşınan ürün miktarını gösteren akış matrisinin asimetrik olduğu, diğer bir deyişle iki bölüm arasındaki gidiş ve geliş sayısının eşit olmadığı İSTDP için Zhang ve Murray [32]'in sunduğu matematiksel modeli genişletmişlerdir. Problemin çözümü için yerel arama ile doğrusal programlamayı entegre ettikleri bir yaklaşım önermişlerdir. Amaral [10] daha kısa hesaplama sürelerinde daha büyük boyutlu İSTDP'nin çözümü için yeni bir karma tam sayılı matematiksel model geliştirmiş ve bu modelle 12 bölüme kadar olan problemlerde optimal çözümlere ulaşmıştır. Zuo vd. [34] İSTDP'nde toplam taşıma maliyetinin yanı sıra, kullanılan tesis alanının en küçüklüğünü de hedeflemişlerdir. Ayrıca koridor genişliğini de dikkate aldıkları bu çalışmada, pareto optimal çözümleri elde etmek için doğrusal programlama yaklaşımı temelli çok amaçlı tabu arama algoritması kullanmışlardır. Wang vd. [9], farklı zaman periyodlarında bölümler arası akışın farklı olduğu, dinamik İSTDP için bir karma tam sayılı matematiksel model geliştirmişlerdir. Problemin çözümü için tavlama benzetimi algoritmasıyla matematiksel modelleme yaklaşımını entegre etmişlerdir. Zuo vd. [35] çalışmalarında, ardışık bölümler arasında yer alan açıklıklara odaklanmışlar ve iki tip açıklık bulunduğunu ifade etmişlerdir. Bunlardan bir tanesi bölümlerin birbirlerini etkileyebileceği gürültü, havalandırma gibi fiziksel etmenlerin gerektirdiği zorunlu açıklık iken, diğeri bölümler arasında çalışanların hareketine veya ara stokların bulunmasına izin veren ek açıklıklardır. Bu çalışmalarında ek açıklıkların paylaşımlı olması durumunu ele alarak önceki çalışmalarıyla [34] aynı amaçlara sahip İSTDP'ni karma tam sayılı matematiksel modelle formüle etmişler ve problemi çözmek için sezgisel kurallar ile çok amaçlı tabu arama algoritmasını birlikte kullanmışlardır.

Amaral [11] geçerli eşitsizlikler kullanarak güçlendirilen ve simetrik çözümlerin değerlendirilmesini engelleyen simetri kırma kısıdı içeren, yeni bir karma tam sayılı matematiksel model önermiştir ve 13 bölümden oluşan problemlere kadar optimal çözümlere ulaşmıştır. Secchin ve Amaral [12], Amaral [10] tarafından sunulan matematiksel modelin bazı kısıtlarını değiştirip, geçerli eşitsizlikler ekleyerek modelin performansını artırmışlardır. Önerdikleri model, problemin çözümünde daha az düğüm inceleyen ve böylece daha kısa hesaplama sürelerinde çözüm sunan, daha sıkı bir matematiksel modele sahiptir. Yaptıkları çalışmada, büyüklüğü 15 bölüme kadar olan problemlere çözüm bulmuşlardır. Zuo vd. [36] İSTDP'ni ofisler ve hastaneler gibi hizmet tesislerinde yaygın bir yerleşim düzeni türü olan merkez adalar ile entegre etmiş ve doğrusal programlama ile melezleştirilmiş bir ayrıştırılmaya dayalı çok amaçlı evrimsel algoritma önermişlerdir. Bu problemde, bölümlerin yakınlığı da bir amaç olarak ele alınmıştır. Gülşen vd. [37] makine

kapasitelerini dikkate alan özdeş makineli bir İSTDP üzerinde çalışmışlardır. Bu problemde özdeş makinelerin kullanılması ve makine paylaşımıyla ürün akışının bölünerek alternatif rotalardan ilerleyebilmesi sağlanmıştır. Makinelerin birbirlerine göre konumları ve hangi sıra üzerinde yer alacakları bir sezgisel yöntem ile belirlenirken, makinelerin kesin konumlarının belirlenmesi aşamasında problemin doğrusal olmayan yapısı nedeniyle farklı bir sezgisel yöntem kullanmışlardır. Guan vd. [38] problemi iki alt probleme ayıran yeni bir karma tam sayılı model tanıtmışlardır. Daha önce bahsedilen çalışmalardan farklı olarak, kombinatoriyal alt problemde iki sıranın başlangıç noktalarını bulma problemini ele almışlardır.

İSTDP ile ilgili yapılan son çalışmalar ise, genellikle kesin çözüm yaklaşımlarına odaklanarak büyük boyutlu test problemleri için optimal değerleri veya iyi alt sınır değerleri bulmayı hedeflemiştir. Amaral [39] parçalı sıralamanın doğrusal genişletilmesine dayalı yeni bir karma tam sayılı model tanıtmış ve bu modeli literatürde daha önce sunulan matematiksel modellerden daha az sayıda ikili değişken içerecek şekilde yeniden modelleyerek daha hızlı çözüm sürelerinde sonuç almıştır. Amaral [40] bir diğer çalışmada, öncelikle bölümlerin rassal olarak sıralanmasını sağlayan bir çözüm geliştirici sezgisel ve her makinenin kesin konumlarını belirleyen bir doğrusal programlama modeli kullanan iki aşamalı bir yaklaşım kullanmıştır. Bu yaklaşımın dört farklı versiyonunun etkinliği 50 bölüme kadar büyüklükteki problemler için değerlendirilmiştir. Chae ve Regan [13] daha önce literatürde çalışılmış olan bir matematiksel model üzerine [12], sıkı kısıtlar ekleyerek küçük ve orta boyutlu problemlerde hızlı çözüm veren matematiksel modeli geliştirmiştir ve bu modelle daha büyük problemlerin de makul sürelerde çözülebileceğini belirtmişlerdir.

Akış hatlarını göz önüne alarak tesis düzenlemesi ile ilgili literatürdeki çalışmalar, genellikle ürünlerin geri hareketini kısıtlayarak özdeş makinelerle esneklik sağlamaya çalışmışlardır. Ancak, sıra tesis düzenleme problemlerinde bu durum sınırlı sayıda çalışmada ele alınmıştır. Chen vd. [41] tarafından yapılan çalışmada, özdeş makinelere de izin verilen problem için öncelikle tüm ürünlerin işlem sıralarını sağlayan bir akış ağı oluşturulmuş ve bu yapı doğrusal bir sıralamayla tek sıra tesis düzenine dönüştürülmüştür. Elde edilen çözümün iyileştirilmesi için alternatif akış ağlarının komşuluk arama stratejisi olarak kullanıldığı bir tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir. Lenin vd. [42] belli sayıda özdeş makine kullandıkları tek sıralı tesis düzenleme probleminde ürünlerin toplam akış mesafesini, son yerleşimde kullanılmış olan makine sayısını ve toplam makine yatırım maliyetini minimize etmek amaçlarını sağlayabilmek için bir genetik algoritma geliştirmişlerdir. Lenin vd. [43] bir önceki çalışmalarındaki probleme ek olarak toplam malzeme elleçleme maliyetini minimize etmeyi de ekleyerek tabu arama algoritmasıyla çözüm aramışlardır. Son olarak, Lenin ve Siva Kumar [44] geri hareketlere de izin veren çok ürünli çok sıralı tesis düzenleme problemini ele almışlardır. Toplam akış

mesafesinin yanı sıra, kullanılan alanın en küçüklenmesini de hedefleyen iki amaçlı problemin çözümü için harmoni arama algoritmasını önermişlerdir. İlgili literatür incelendiğinde, akış hatlarını sıra tesis düzenleme problemlerine entegre eden az sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Bir önceki paragrafta bahsedilen bu makalelerde, tek sıralı ve çok sıralı tesis düzenlemelerine odaklanılarak NP-zor olan bu problemin sezgisel algoritmalar yardımıyla yaklaşık çözümleri elde edilmiştir. Bu çalışmada ise, uygulama açısından oldukça yaygın olan iki sıralı tesis düzenlemesi özelinde çok ürünli üretim ortamı ve özdeş makinelerin kullanımı ele alınmıştır. Akış hatlarının düz bir şekilde sağlanabilmesi için geri dönüşleri engelleyen yeni bir matematiksel model önerilerek probleme optimal çözümler bulmaya odaklanılmıştır.

### 3. PROBLEM TANIMI VE ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODELLER (PROBLEM DEFINITION AND PROPOSED MATHEMATICAL MODELS)

Çalışma kapsamında çok ürünli üretim ortamında, ürün rotalarını dikkate alarak özdeş makineler içeren ve içermeyen iki problem üzerinde durulmuştur. Problemlerin amacı, tesis içerisindeki tüm ürünlerin kat ettikleri mesafenin toplamını en küçüklemektir. Çalışmada ele alınan problemlerin varsayımları şu şekildedir:

- Koridor genişliği göz ardı edilmiştir.
- Makinelerin arasında yer alması gereken minimum boşluklar, makine uzunluklarına dâhil edilmiştir.
- Makineler dikdörtgen biçimlidir ve düşey uzunlukları göz ardı edilmiştir.
- Makinelere yükleme ve boşaltma işlemleri, makine yatay uzunluklarının orta noktasından gerçekleştirilmektedir.
- Farklı ürün tiplerinin rotaları ve her ürün tipine ait müşteri talebi başlangıçta bellidir.
- Ürünler makineler arasında geriye doğru hareket edemezler.
- Ürünlerin aynı sıra üzerinde ardışık makinelere, atlamalı hareketle (by-pass) ileri yöndeki makinelere ve merkez noktası ileri yönde olan karşı sıra üzerindeki makinelere hareketine izin verilmektedir.

#### 3.1. Çok Ürünli İki Sıralı Tesis Düzenleme Modeli (Multi-Product Double Row Facility Layout Model)

Çok ürünli iki sıralı tesis düzenleme probleminin matematiksel modelinde, Amaral [10] tarafından verilen matematiksel model üzerinde bazı değişiklikler yapılarak yeni bir model önerilmektedir. Amaç fonksiyonu yeniden düzenlenmiş ve ürünlerin geri hareketini engelleyen yeni bir kısıt eklenmiştir. Modele ait parametre ve karar değişkenleri aşağıda verilmiştir.

*Parametreler:*

$$N = \{1, \dots, n\} \quad : \text{Makineler kümesi}$$

$$P = \{1, \dots, m\} \quad : \text{Ürünler kümesi}$$

$s$  : ürün rotalarındaki makine sayısı  
 $l_i$  :  $i$  makinesinin genişliği  
 $t_p$  :  $p$  ürününün talebi  
 $\pi_p$  :  $p$  ürününün işlem görmesi gereken makine sıralaması  
 $L = \sum_{i=1}^n l_i$  : tüm makinelerin genişlikleri toplamı

*Karar Değişkenleri:*

$x_i$  :  $i$  makinesinin merkezinin X-koordinatı üzerindeki konumu  
 $d_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  makineleri arasındaki uzaklık  
 $\alpha_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{aynı sırada yer alan } i \text{ makinesi} \\ & j \text{ makinesinin solundaysa} \\ 0, & d. d. \end{cases}$

$$\text{En küçük } \sum_{p=1}^m \sum_{i=1}^{s-1} t_p (x_{\pi_p(i+1)} - x_{\pi_p(i)}) \quad (1)$$

*Kısıtlar*

$$d_{ij} \geq x_i - x_j, \quad i < j \quad (2)$$

$$d_{ij} \geq x_j - x_i, \quad i < j \quad (3)$$

$$d_{ij} - \alpha_{ij}(l_i + l_j)/2 - \alpha_{ji}(l_i + l_j)/2 \geq 0 \quad i < j \quad (4)$$

$$x_i + (l_i + l_j)/2 \leq x_j + L(1 - \alpha_{ij}), \quad i \neq j \quad (5)$$

$$-\alpha_{ij} - \alpha_{ji} + \alpha_{ik} + \alpha_{ki} + \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \leq 1, \quad i < j; k \neq i, k \neq j \quad (6)$$

$$-\alpha_{ij} + \alpha_{ji} + \alpha_{ik} - \alpha_{ki} - \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \leq 1, \quad i < j; k < j; i \neq k \quad (7)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} + \alpha_{ik} + \alpha_{ki} + \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \geq 1, \quad 1 \leq i < j < k \leq n \quad (8)$$

$$l_i/2 \leq x_i \leq L - l_i/2, \quad 1 \leq i \leq n \quad (9)$$

$$x_{\pi_p(i)} \leq x_{\pi_p(i+1)}, \quad 1 \leq p \leq m \quad (10)$$

$$\alpha_{ij} \in \{0,1\}, \quad i \neq j \quad (11)$$

Eş. 1’de verilen amaç fonksiyonunda, her ürün tipi için ürünün sırasıyla uğradığı makineler arasındaki mesafe ile ürüne ait talep miktarı çarpılmaktadır. Tüm ürünler için elde edilen bu değerler toplanarak amaç fonksiyonu değerine ulaşılmaktadır. Amaç fonksiyonu değerinin en küçüklenmesi ile ürünlerin tesis içerisinde kat ettikleri toplam mesafenin en az seviyede olması hedeflenmektedir. Makinelerin yüklem-boşaltma noktaları ( $x_i$  ve  $x_j$ ) arasındaki mesafenin ( $d_{ij}$ ) hesaplanmasında Eş. 2 ve Eş. 3 numaralı kısıtlar birlikte çalışmaktadır. Makinelerin konumlarına göre bu iki kısıttan birisinin sağ taraf değeri pozitif bir değer alırken, diğeri negatif değer almaktadır ve makineler arasındaki mesafenin

en az  $|x_i - x_j|$  kadar olması sağlanmaktadır. Eş. 4 numaralı kısıtta, aynı sıra üzerindeki iki makine arası mesafenin, en az makinelerin yarı uzunlukları toplamı kadar olması sağlanmaktadır. Eş. 5 numaralı kısıt ise aynı sıra üzerindeki iki makinenin konumlarının kesin olarak belirlenmesi sırasında çakışma olmasını önlemektedir. Eğer  $j$  makinesi  $i$  makinesinin sağında yer alıyorsa,  $\alpha_{ij} = 1$  değerini alacaktır ve makinelerin orta noktaları arası mesafe en az makinelerin yarı uzunlukları toplamı kadar olacaktır. Tam tersi durumda ise  $\alpha_{ij} = 0$  değerini alacak ve  $i - j$  makineleri arası mesafenin, en fazla makinelerin toplam uzunluğuyla sınırlandırılmış bir değer aralığında kalması sağlanacaktır. Eş. 6-Eş. 8 kısıtlarında, makinelerin birbirlerine göre konumları ilişkilendirilmektedir. Bu kısıt seti oluşturulurken, uygun bir çözümde  $i, j, k$  makinelerinden en az iki tanesinin aynı sıra üzerinde yer alacağı göz önüne alınmıştır. Örneğin,  $i$  makinesinin  $j$  makinesi ile aynı sıra üzerinde ve  $j$  makinesinin solunda yer aldığı,  $k$  makinesinin ise karşı sıra üzerinde bulunduğu bir yerleşim için Eş. 6-Eş. 8 sırasıyla şu şekilde sağlanacaktır:  $-1-0+0+0+0 \leq 1$ ;  $-1+0+0-0+0 \leq 1$ ;  $1+0+0+0+0 \geq 1$ . Üç makinenin de aynı sıra üzerinde,  $j$  makinesinin  $k$  makinesinin solunda,  $i$  makinesinin ise hem  $j$  hem  $k$  makinesinin solunda yer alması durumunda Eş. 6-Eş. 8 sırasıyla şu şekilde sağlanacaktır:  $-1-0+1+0+1+0 \leq 1$ ;  $-1+0+1-0-1+0 \leq 1$ ;  $1+0+1+0+1+0 \geq 1$ . Eş. 9 makinelerin, toplam makine uzunluğuyla sınırlandırılmış tesis alanı içerisinde yerleştirilmesini sağlamaktadır. Eş. 10 numaralı kısıt çalışma kapsamında eklenmiş olup, her ürünün işlenmesi gereken makinelerin sıralaması dikkate alınarak, sıralamadaki her  $(i+1)$ . makinenin bir önceki  $(i)$ . makineyle aynı veya daha büyük X koordinatındaki merkez noktası değerine sahip olmasını sağlamaktadır. Model  $n(n-1)$  adet 0-1 karar değişkenine,  $(n(n-1)/2) + n$  adet sürekli karar değişkenine ve  $(n(2n^2 - n - 1)/2) + m * s$  adet kısıda sahiptir.

### 3.2. Çok Ürünlü Özdeş Makineli İki Sıralı Tesis Düzenleme Modeli (Multi-Product Double Row Facility Layout Model with Identical Machines)

Çok ürünlü üretim ortamında, özdeş makinelerin olduğu durum ele alındığında, her ürünün belirlenmiş rota alternatiflerinden birisini seçmesi gerekecektir. Yani ürün özdeş makinelerden hangisini rotasına eklerse daha kısa yol alacağını karşılaştırarak, daha düşük mesafeyi veren makineyi kullanacaktır. Başlangıçta özdeş makineler göz önüne alınarak her ürünün rota alternatifleri oluşturulmakta ve modele parametre olarak verilmektedir. Buradaki her bir rota alternatifi, çok ürünlü İSTDTP modelindeki farklı ürünler gibi değerlendirilebilir. Ancak, Bölüm 3.1’de açıklanan modelden farklı olarak burada, her ürünün alternatif rotalarının ilk ve son bölümleri arasındaki en küçük mesafenin seçilmesi gerekecektir. Amaç, her ürününün kat ettiği toplam mesafeyi minimize etmek olacaktır.

*Parametreler:*

$$N = \{1, \dots, n\} \quad : \text{Makineler kümesi}$$

$P = \{1, \dots, m\}$  : Ürünler kümesi  
 $s$  : ürün rotalarındaki makine sayısı  
 $l_i$  :  $i$  makinesinin genişliği  
 $t_p$  :  $p$  ürününün talebi  
 $L = \sum_{i=1}^n l_i$  : tüm makinelerin genişlikleri toplamı  
 $r_p$  :  $p$  ürününün alternatif rota sayısı  
 $\pi_p^a$  :  $p$  ürününün  $a$  alternatif rotasında işlem görmesi gereken makine sıralaması

$$l_i/2 \leq x_i \leq L - l_i/2, \quad 1 \leq i \leq n \quad (20)$$

$$x_{\pi_p^a(i)} \leq x_{\pi_p^a(i+1)}, \quad 1 \leq p \leq m, i \in \pi_p^a \quad (21)$$

$$b_p \geq \min \{x_{\pi_p^a(s)} - x_{\pi_p^a(1)}\}, \quad 1 \leq p \leq m \quad (22)$$

$$\alpha_{ij} \in \{0,1\}, \quad i \neq j \quad (23)$$

#### Karar Değişkenleri:

$b_p$  :  $p$  ürününün kat edebileceği minimum mesafe  
 $x_i$  :  $i$  makinesinin merkezinin X-koordinatı üzerindeki konumu  
 $d_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  makineleri arasındaki uzaklık  
 $\alpha_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{aynı sırada yer alan } i \text{ makinesi} \\ & j \text{ makinesinin solundaysa} \\ 0, & d.d. \end{cases}$

Problemin amaç fonksiyonu Eş. 12'de görüldüğü şekilde oluşturulmuştur. Toplam akış mesafesi, her ürünün talep miktarıyla kat edebileceği minimum mesafe çarpılarak hesaplanmaktadır. Kat edilecek minimum mesafe, ürünün tüm alternatif rotalarının değerlendirilmesi sonucunda elde edilmektedir. Eş. 13-Eş. 20 numaralı kısıtlar Bölüm 3.1'de sunulan modelde anlatıldığı şekilde, iki sıra üzerinde makinelerin birbirlerine göre konumlarını belirleyen temel İSTDTP modeli kısıtlarıdır. Makinelerin sıra üzerindeki kesin konumlarının belirlenmesindeyse Bölüm 3.1'de verilen Eş. 10 yerine bu bölümde Eş. 21 kısıt olarak kullanılmıştır. Eş. 21 ile ürünlerin her bir alternatif rotasında, ürünün uğrayacağı makine sıralamasının ileri yönlü olması sağlanmaktadır. Burada  $\pi_p^a$  ile  $p$  ürününe ait  $a$  alternatif rotası ifade edilmektedir. Eş. 21, her  $p$  ürününe ait her  $a$  rotası için o rotadaki  $(i+1)$ . sıradaki makinenin  $(i)$ . sıradaki makine ile aynı hizada veya daha ileride yer almasını sağlamaktadır.

$$\text{En küçük } \sum_{p=1}^m t_p b_p \quad (12)$$

#### Kısıtlar

$$d_{ij} \geq x_i - x_j, \quad i < j \quad (13)$$

$$d_{ij} \geq x_j - x_i, \quad i < j \quad (14)$$

$$d_{ij} - \alpha_{ij}(l_i + l_j)/2 - \alpha_{ji}(l_i + l_j)/2 \geq 0 \quad i < j \quad (15)$$

$$x_i + (l_i + l_j)/2 \leq x_j + L(1 - \alpha_{ij}), \quad i \neq j \quad (16)$$

$$-\alpha_{ij} - \alpha_{ji} + \alpha_{ik} + \alpha_{ki} + \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \leq 1, \quad i < j; k \neq i, k \neq j \quad (17)$$

$$-\alpha_{ij} + \alpha_{ji} + \alpha_{ik} - \alpha_{ki} - \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \leq 1, \quad i < j; k < j; i \neq k \quad (18)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} + \alpha_{ik} + \alpha_{ki} + \alpha_{jk} + \alpha_{kj} \geq 1, \quad 1 \leq i < j < k \leq n \quad (19)$$

Eş. 22 numaralı kısıtla ürünün alternatif rotalarından minimum mesafeye sahip olanını seçmesi hedeflenmiştir.  $x_{\pi_p^a(s)}$  ile  $p$  ürününün  $a$  alternatif rotasının son makinesi  $(s)$ 'nin konumu ifade edilmektedir. Bu kısıdın doğrusallaştırılması için öncelikle bir yardımcı ikili karar değişkeni tanımlanmıştır ve Eş. 22 yerine aşağıda verilen Eş. 24-Eş. 26 numaralı kısıtlar yazılmıştır.

$$b_p \geq x_{\pi_p^a(s)} - x_{\pi_p^a(1)} - M * y_{pa}, \quad 1 \leq p \leq m, 1 \leq a \leq r_p \quad (24)$$

$$y_{p1} + \dots + y_{pa} = r_p - 1, \quad 1 \leq p \leq m \quad (25)$$

$$y_{pa} \in \{0,1\}, \quad 1 \leq p \leq m, 1 \leq a \leq r_p \quad (26)$$

Eş. 25 sayesinde yalnızca alternatif rota sayısının 1 eksiği ( $r_p - 1$ ) sayıda  $y_{pa}$  karar değişkeni 1 değeri alacaktır. Böylece  $b_p$  karar değişkeninin değer almasını sağlayacak kısıtlardan (Eş. 24) yalnızca bir tanesinin geçerli olması ve  $b_p$ 'nin minimum değeri alması mümkün kılınmaktadır. Eş. 26 ile  $y_{pa}$  değişkeninin yalnızca 0 veya 1 değerini alabileceği ifade edilmektedir. Model,  $n(n-1) + m * r$  adet 0-1 karar değişkenine,  $(n(n-1)/2) + n + m$  adet sürekli karar değişkenine ve  $(n(2n^2 - n - 1)/2) + m * s + 2 * m * r + m$  adet kısıda sahiptir.

#### 4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR (EXPERIMENTAL STUDIES)

Bu bölümde, Bölüm 3'te verilen matematiksel modellerin performans değerlendirmelerini yapabilmek için oluşturulan test problemleri açıklanmış ve elde edilen çözüm sonuçları raporlanmıştır. Önerilen matematiksel modeller, MATLAB R2018b programında GUROBI 8.1 çözücüsü için kodlanarak Intel Core i7 4790s 3.20 GHz CPU ve 8 GB RAM özellikli bilgisayarda çözdürülmüştür.

##### 4.1. Çok Ürünlü İki Sıralı Tesis Düzenleme Modeli için Deneysel Çalışmalar

(Experimental studies for Multi-Product Double Row Facility Layout Model)

İlk olarak Bölüm 3.1'de verilen özdeş makine içermeyen çok ürünlü model için farklı ürün ve makine sayılarına sahip 14 adet test problemi üretilmiştir. Tablo 1'de, üretilen test problemleri için her ürünün işlem görmesi gereken makine sıraları ve her ürün tipi için talep miktarları verilmiştir. Makinelerin uzunlukları 1 birim olarak kabul edilmiştir.

**Tablo 1.** Çok ürünlü İSTDP için ürün rotaları ve talep miktarları (Product routes and demands for multi-product DRFLP)

Pr.	Ürün	Rota	Talep	Pr.	Ürün	Rota	Talep
1	p1	1-5-4	20	11	p1	2-6-8-10-15-17-20	20
	p2	4-2-3	10		p2	2-3-9-10-11-13-20-19	10
2	p1	1-3-5-4-7	20		p3	3-4-7-8-9-12-18-16	30
	p2	2-5-4-6-8	10		p4	2-4-6-5-15-17-19-14	50
3	p1	1-3-6-4-7-9	20		p5	1-2-3-7-9-11-15-20	15
	p2	10-5-3-6-8-2	10		p6	4-5-6-7-8-10-16-17	25
4	p1	6-3-5	20		p7	1-5-7-9-10-12-13-19	40
	p2	1-3-6	10		p8	1-3-4-6-7-10-15-18-20	10
	p3	2-3-5	30	12	p1	1-2-6-8-10-15-17-20-21-24	20
	p4	4-2-6	50		p2	2-3-9-10-11-13-19-20-23-25	10
p1	2-6-5-8-7	20	p3		3-4-7-8-9-12-16-18-20-22	30	
p2	1-3-5-6-7	10	p4		2-4-5-6-14-15-17-19-20-21	50	
5	p3	1-2-3-4-8	30		p5	1-2-3-7-9-11-15-20-24-25	15
	p4	1-2-6-7-8	50		p6	4-5-6-7-8-10-16-17-22-24	25
6	p1	3-5-4-7-9-10	20		p7	1-5-7-9-10-12-13-19-21-23	40
	p2	5-4-7-9-10-8	10		p8	1-3-4-6-7-10-15-18-20-23-25	10
	p3	2-1-3-4-6-9	30	13	p1	1-2-6-8-30-10-15-17-20-21	20
	p4	1-3-7-6-9-10	50		p2	2-3-9-29-10-11-13-19-20-23	10
p1	3-2-4-1-8	20	p3		3-4-7-8-30-9-12-16-18-20	30	
p2	6-3-5-7-8	10	p4		2-4-5-6-26-14-15-17-19-20	50	
7	p3	2-5-4-7-8	30		p5	1-2-3-27-7-9-11-15-20-24	15
	p4	3-2-5-4-8	50		p6	4-5-6-7-8-10-28-16-17-22	25
8	p5	3-7-4-1-8	15		p7	1-5-7-9-10-28-12-13-19-21	40
	p6	6-3-2-5-8	25		p8	1-3-4-6-26-7-10-15-18-20	10
	p1	3-4-5-6-7-10	20		p9	1-5-7-8-10-28-16-17-19-21	20
	p2	5-4-7-8-9-10	10		p10	1-3-4-6-26-7-9-11-18-20	30
	p3	1-2-4-7-10-9	30	14	p1	1-2-6-8-30-10-15-17-20-21	20
	p4	2-1-6-7-8-9	50		p2	2-35-9-29-10-11-13-19-20-23	10
p5	1-2-3-4-6-7	15	p3		3-4-7-8-33-9-12-16-18-20	30	
p6	3-5-4-7-9-10	25	p4		2-4-5-6-26-14-15-17-19-20	50	
9	p1	1-3-5-7-9-11-13-15	20		p5	1-2-3-27-7-9-11-15-20-24	15
	p2	2-4-5-8-9-10-12-15	10		p6	34-5-6-7-8-10-28-16-17-22	25
	p3	1-3-4-5-6-7-9-12	30		p7	1-5-7-9-10-28-32-13-19-21	40
	p4	4-2-5-6-9-14-12-10	50		p8	1-3-4-6-26-7-10-15-18-20	10
	p5	2-5-6-7-9-8-11-13	15		p9	1-5-7-8-10-28-16-17-19-21	20
	p6	3-4-5-6-9-11-13-15	25		p10	1-31-4-6-26-7-9-11-18-20	30
10	p1	2-1-6-8-10-15	20				
	p2	2-3-9-10-11-13	10				
	p3	3-4-14-8-9-12	30				
	p4	2-4-5-6-15-11	50				
	p5	1-2-3-7-9-11	15				
	p6	4-6-5-7-8-10	25				
	p7	1-5-7-10-9-12	40				
	p8	1-3-4-6-7-10-15	10				

Modelin çözülmesi ile elde edilen sonuçlar Tablo 2’de sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, ilk 12 problemde optimal çözümlere ulaşıldığı görülmektedir. İlk 10 problem için oldukça kısa çözüm sürelerinde sonuç elde edilirken, tesisteki toplam makine sayısının artmasıyla çözüm sürelerinin uzadığı gözlemlenmiştir. Aynı makine sayısı ve farklı ürün sayısına sahip problemlerin yakın çözüm sürelerinde sonuç vermesi, ürün sayısının çözüm süresine etkisinin makine sayısının etkisine oranla daha düşük olduğunu göstermektedir. 13 ve 14 numaralı problemlerde, zaman limiti olarak belirlenen 6 saatlik (21600 sn.) çalışma süresi sonunda, sırasıyla %8,05 ve %32,26 gap ile optimale yaklaşılmıştır. Elde edilen çözümlere örnek olarak, Tablo 1

ve Tablo 2’de verileri yer alan 6 numaralı problemin çözümü sonucunda bulunan makine yerleşim planı ve ürün rotaları Şekil 2’de verilmiştir. Ürünlerin sol taraftan tesise giriş yaptığı bu düzenlemeye göre, tüm ürünler rotaları boyunca ilerlerken geriye doğru hareket etmemektedir.

#### 4.2. Çok Ürünlü Özdeş Makineli İki Sıralı Tesis Düzenleme Modeli için Deneysel Çalışmalar

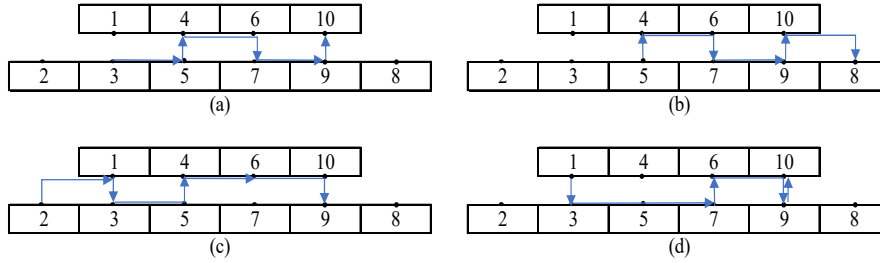
(Experimental studies for Multi-Product Double Row Facility Layout Model with Identical Machines)

Bölüm 3.2’de verilen çok ürünlü ve özdeş makineli matematiksel model için 10 adet test problemi üretilmiştir.



**Tablo 2.** Çok ürünlü İSTDP modeli için elde edilen sonuçlar (Obtained results for multi-product DRFLP model)

Problem	Ürün Sayısı	Toplam Makine Sayısı	Sonuç	Süre (s)	İterasyon Sayısı	GAP
1	2	6	30	0,12	53	%0
2	2	8	60	0,12	133	%0
3	2	10	80	0,19	1108	%0
4	4	6	150	0,11	28	%0
5	4	8	330	0,10	83	%0
6	4	10	360	0,12	362	%0
7	6	8	420	0,08	65	%0
8	6	10	655	0,13	99	%0
9	6	15	895	0,32	1212	%0
10	8	15	1170	0,33	3172	%0
11	8	20	1590	3,70	72450	%0
12	8	25	2085	3280	41720358	%0
13	10	30	2980	21600	145723230	%8,05
14	10	35	3465	21600	48720464	%32,26



**Şekil 2.** Problem 6 için elde edilen yerleşim planı: a) 1 numaralı ürünün rotası, b) 2 numaralı ürünün rotası, c) 3 numaralı ürünün rotası, d) 4 numaralı ürünün rotası

(Obtained layout for problem 6: a) route of product 1, b) route of product 2, c) route of product 3, d) route of product 4)

**Tablo 3.** Çok ürünlü özdeş makineli İSTDP için ürün rotaları ve talep miktarları (Product routes and demands for multi-product DRFLP with identical machines)

Problem	Ürün	Rota	Talep	Problem	Ürün	Rota	Talep
1	p1	1-3-4-5-7	20	8	p1	1-3-7-8-17-15-14	20
	p2	3-4-6-7-8	10		p2	12-5-7-9-8-11-13	10
2	p1	1-3-4-5-7	20		p3	20-1-18-16-15-14-19	30
	p2	2-4-6-7-8	10	9	p1	1-3-7-8-17-15-14-24-29-22	20
3	p1	1-3-4-8-7-9	20		p2	12-5-7-9-8-26-23-11-13-20	10
	p2	10-5-3-4-8-9	10		p3	21-25-28-16-15-14-19-24-29-20	30
4	p1	1-3-5-8-7-9	20		p4	3-7-8-17-15-14-24-29-22-20	50
	p2	10-3-5-4-8-9	10	10	p1	1-3-7-8-17-15-14-24-29-22	20
5	p1	1-3-6-8-10-15-14	20		p2	12-5-7-9-8-26-23-11-13-20	10
	p2	12-5-7-9-10-11-13	10		p3	21-25-1-16-15-14-19-24-29-20	30
6	p1	1-3-6-8-10-15-14	20		p4	3-7-8-17-15-14-24-29-22-20	50
	p2	12-5-7-9-1-11-13	10				
7	p1	1-3-7-8-17-15-14	20				
	p2	12-5-7-9-8-11-13	10				
	p3	20-19-18-16-15-14-13	30				

Problemlere ait veriler Tablo 3'te sunulmuştur. Bu problemde de makinelerin uzunlukları 1 birim olarak kabul edilmiştir.

Tablo 4'te ise her problem için tesiste bulunan özdeş makinelerin kümesi ve özdeş makineler kullanılmasıyla her ürün için oluşan alternatif rota sayıları görülmektedir.

Oluşturulan problemler için elde edilen sonuçlar Tablo 5'te verilmiştir. Tablo 5'teki sonuçlar incelendiğinde, ilk 8 problem için optimal çözümlere ulaşıldığı görülmektedir. 9

ve 10 numaralı problemler için ise, belirlenen zaman limiti olan 6 saat (21600 sn) sonunda modelin çalışması durdurulmuştur. Bu süre sonunda Problem 9 için %25,73 gap ile Problem 10 için ise %5,26 gap ile optimal çözüme yaklaşılmıştır. Burada benzer verilere sahip 5 ve 6 numaralı problemler incelendiğinde, özdeş makinelerin her iki ürün tipinde de kullanılmasıyla, alternatif rota sayısının daha yüksek olduğu 6 numaralı problemde daha hızlı çözüme ulaşılmıştır. Aynı şekilde, benzer verilerle oluşturulan 9 ve 10 numaralı problemlerde, 10. problemde 3. ürünün daha fazla alternatif rotaya sahip olması sonucu aynı sürede daha

fazla iterasyon yapılarak optimal çözüme daha çok yaklaşmıştır. Özdeş makinelerin artması ile problemde değerlendirilmesi gereken düğüm sayısı artarken, çözüme daha kolay ulaşılabilir. Her iki modelde de, ürünlerin geriye doğru hareketine izin verilmemektedir. Bu durum, bazen problemler için kısıt oluşturup çözüm değerlerini ve çözüm zamanlarını etkileyebilmektedir. Özdeş makinelerin

ve dolayısıyla alternatif rotaların fazla olması, iterasyon sayısını artırırken, çözümün kalitesinde iyileşmeye neden olabilmektedir.

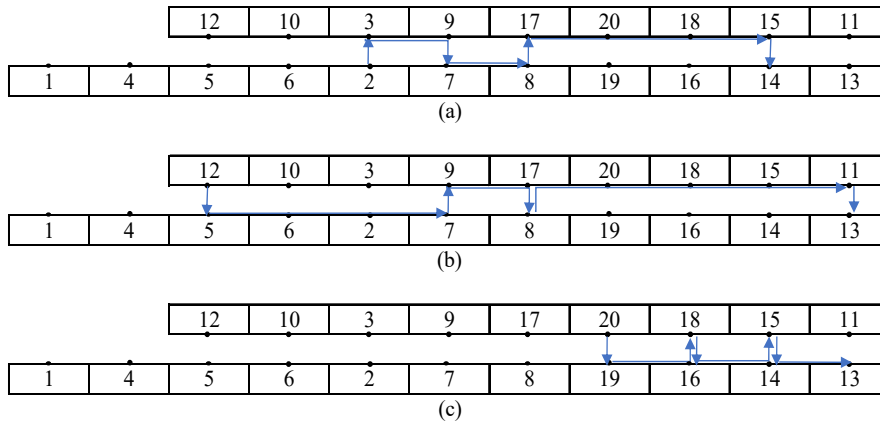
Elde edilen çözümlere örnek olarak, Tablo 3'te ve Tablo 4'te verileri yer alan 7 numaralı problemin çözümü sonucunda bulunan makine yerleşim planı ve ürün rotaları Şekil 3'te

**Tablo 4.** Çok ürünlü özdeş makineli İSTDP için özdeş makine grupları ve oluşan alternatif rota sayıları  
(Identical machine groups and number of alternative routes for multi-product DRFLP with identical machines)

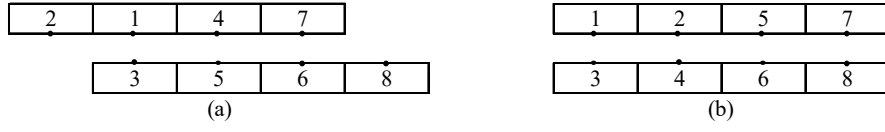
Problem	Özdeş Makine Grupları	Ürün	Alternatif Rota Sayısı	Problem	Özdeş Makine Grupları	Ürün	Alternatif Rota Sayısı
1	(1,2)	p1	2	8	(1,2,4) (5,6,10)	p1	3
		p2	1			p2	3
2	(1,2)	p1	2			p3	3
		p2	2	9	(1,2,4) (5,6,10) (21,27,30)	p1	3
3	(1,2) (5,6)	p1	2			p2	3
		p2	2			p3	3
4	(1,2) (5,6)	p1	4			p4	1
		p2	2	10	(1,2,4) (5,6,10) (21,27,30)	p1	3
5	(1,2,4)	p1	3			p2	3
		p2	1			p3	9
6	(1,2,4)	p1	3			p4	1
		p2	3	7	(1,2,4) (5,6,10)	p1	3
		p2	3			p2	3
		p3	1			p3	1

**Tablo 5.** Çok ürünlü özdeş makineli İSTDP modeli için elde edilen sonuçlar  
(Obtained results for multi-product DRFLP model with identical machines)

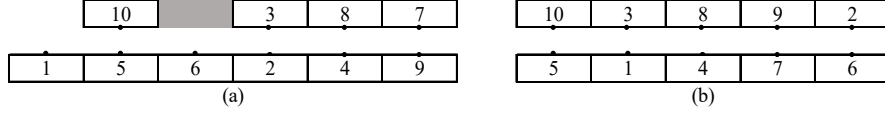
Problem	Ürün Sayısı	Toplam Makine Sayısı	Sonuç	Süre (s)	İterasyon Sayısı	GAP
1	2	8	70	0,22	542	%0
2	2	8	70	0,19	577	%0
3	2	10	80	0,28	2114	%0
4	2	10	100	0,19	756	%0
5	2	15	120	4,26	164875	%0
6	2	15	120	1,52	33836	%0
7	3	20	270	91,78	1112601	%0
8	3	20	370	635,67	12776973	%0
9	4	30	890	21600	120291706	%25,73
10	4	30	820	21600	161810000	%5,26



**Şekil 3.** Problem 7 için elde edilen yerleşim planı: a) 1 numaralı ürünün rotası, b) 2 numaralı ürünün rotası, c) 3 numaralı ürünün rotası (Obtained layout for problem 7: a) route of product 1, b) route of product 2, c) route of product 3)



**Şekil 4.** Problem 2 için elde edilen yerleşimler: a) özdeş makineli, b) özdeş makinesiz  
(Obtained layouts for problem 2: a) with identical machines, b) without identical machines)



**Şekil 5.** Problem 3 için elde edilen yerleşimler: a) özdeş makineli, b) özdeş makinesiz  
(Obtained layouts for problem 3: a) with identical machines, b) without identical machines)

**Tablo 6.** Özdeş makineli ve özdeş makinesiz durumların karşılaştırması  
(Comparison of cases with and without identical machines)

Problem	Ürün Sayısı	Toplam Makine Sayısı	Özdeş Makineli Sonuç	Özdeş Makinesiz Sonuç
1	2	8	70	70
2	2	8	70	80
3	2	10	80	70
4	2	10	100	100
5	2	15	120	120
6	2	15	120	90
7	3	20	270	260
8	3	20	370	250
9	4	30	890	880
10	4	30	820	840

verilmiştir. Ürünlerin sol taraftan tesise giriş yaptığı bu düzenlemeye göre, tüm ürünler rotaları boyunca ilerlerken geriye doğru hareket etmemektedir.

Özdeş makineli ve özdeş makine olmayan modeller arasındaki farklılıkları görebilmek adına, Tablo 5'te çözüm sonuçları verilen özdeş makineli problemler için özdeş makineler kaldırılarak model tekrar çalıştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 6'da verilmiştir.

Sonuçlar incelendiğinde, makinelerin özdeş olma durumunun kaldırılmasının, bazı problemlerde toplam kat edilen mesafeyi arttırırken, bazı problemlerde azalttığı görülmektedir. Bu durumun nedenlerinin detaylı olarak açıklanabilmesi için Şekil 4'te ve Şekil 5'te iki örnek yerleşim verilmiştir.

Problem 2 çözüldüğünde elde edilen yerleşimler, özdeş makineli durum için Şekil 4a'da, özdeş makinesiz durum için ise Şekil 4b'de verilmiştir. 1 numaralı ürün 1-3-4-5-7 rotasını, 2 numaralı ürün ise 2-4-6-7-8 rotasını izlemektedir. Şekil 4a'dan görüldüğü gibi, özdeş olan 1 ve 2 numaralı makineler, geriye gidişi yasaklayan kısıtların sağlanabilmesi için tesisin sol tarafına yerleştirilmiş ve her iki ürün de rotalarını takip ederken daha düşük mesafeyi veren 1 numaralı makineyi tercih etmiştir. 2 numaralı makinenin toplam kat edilen mesafede herhangi bir etkisi olmamıştır. Özdeş makinelerin kaldırıldığı durumda (Şekil 4b), ürünlerin rotası gereği 1 numaralı ürün 1 numaralı makineyi, 2

numaralı ürün ise 2 numaralı makineyi kullanmıştır. Bu durumda 2 numaralı makinenin de kullanılması nedeniyle toplam amaç fonksiyon değerinde artış olmuştur.

Şekil 5'te ise problem 3 için özdeş makineli (Şekil 5a) ve özdeş makinesiz (Şekil 5b) yerleşimler görülmektedir.

Özdeş makineli durumda alternatif rotalar oluşturulurken, tüm alternatif rotalar için ileri yönlü hareket kısıdının sağlanması gerekmektedir. Bu problemde 2 numaralı ürünün rotasında, 10 numaralı makine, özdeş olan 5 ve 6 numaralı makinelerden önce gelmek zorundadır. Bu kısıt nedeniyle, özdeş makineli durumda (Şekil 5a) yerleşimde bazı boşluklar oluşmaktadır ve bu durum ürünlerin toplam kat ettikleri mesafeyi arttırmaktadır. Özdeş makinesiz durumda ise kullanılmayan alternatif makineler tesisin sağ tarafına yerleşerek maliyet üzerinde etki etmemektedir.

## 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada farklı ürün rotalarına sahip çok ürünlü ve özdeş makineli üretim ortamında, iki sıralı tesis düzenleme problemi üzerinde durulmuştur. Problemin amacı, ürünlerin makineler arasında, rotalarının gerektirdiği hareketleri sırasında geriye dönmek hareketlerine izin verilmeden, tesis içinde kat ettikleri toplam mesafelerin minimize edilmesidir. Bu amaçla, öncelikle çok ürünlü üretim ortamı incelenmiş, sonrasında ise özdeş makineler eklenerek problem genişletilmiştir. Önerilen matematiksel modellerin

doğrulanması ve etkinliklerinin değerlendirilebilmesi için farklı boyutlarda rassal olarak üretilen 24 adet test problemi çözülmüştür. Çok ürünli İSTDTP modelinde, 8 ürün ve 25 makineden oluşan problemlere kadar optimal çözümler elde edilmiştir. 10 ürün-30 makineli ve 10 ürün-35 makineli problemler için ise 6 saatte sırasıyla %8,05 ve %32,26 gap ile optimale yaklaşık çözümler bulunmuştur. Bu modelde makine sayısının problemin çözüm süresine etkisinin, ürün sayısının etkisinden daha fazla olduğu gözlenmiştir. Çok ürünli özdeş makineli İSTDTP modelinde ise 3 ürün ve 20 makineye kadar olan problemlerde optimal sonuçlar bulunmuştur. 4 ürünli ve 30 makineli 9 ve 10 numaralı problemlerde ise 6 saatte %25,73 ve %5,26 oranında optimal çözümlere yaklaşılmıştır. Bu modelin benzer verilere sahip problemler için farklı çözüm sürelerinde sonuç vermesi, fazla sayıda alternatif rota oluşmasının problemin çözümünü kolaylaştırdığını göstermektedir.

Önerilen iki model farklı kısıtlar içerdiğinden, modellerin karmaşıklığı ve çözümleri birbirinden ayrılmaktadır. Bu nedenle iki modelin sonuçlarının karşılaştırılması yerine, ayrı ayrı değerlendirilmiş ve farklılıkları ortaya konulmuştur. Özdeş makinelerin probleme eklenmesinin, modelde karmaşıklığı artırarak çözümü zorlaştırdığı söylenebilir. Buna karşılık özdeş makinelerin fazla sayıda olması, çoklu akış hatlarının olduğu çok ürünli ortamda rota esnekliği sağlamaktadır. Özdeş makineler problemde daha çok değerlendirilmesi gereken düğüm oluştururken, problemin daha kısa sürede çözülmesine olanak sağlayabilmektedir. Her iki modelde de ürünlerin geriye taşınması yasaklanmıştır. Özdeş makinelerin olmadığı modelde bu durum, bazı problemlerin çözümsüz olmasına neden olabilmektedir. Özdeş makineler bu anlamda da katkı sağlamaktadırlar. Ancak özdeş makineler işletmeye yüksek ilk yatırım maliyetleri ve kullanım oranı düşüklüğü nedeniyle bir dezavantaj olabilmektedir. Özdeş makinelerin sisteme eklenmesi, makine arızaları veya çalışanlardan birinin rahatsızlanması halinde üretimin durmasını engelleyebilecektir. Aynı şekilde süreç içi stokların oluşmasını önlemede de faydalı olacaktır. Üretimin aksamaması, müşteri taleplerinin zamanında karşılanmasına ve firmanın gelir ve prestij kaybının engellenmesine yardımcı olacaktır.

Gelecek çalışmalarda makine maliyetleri de probleme dâhil edilebilir ve daha büyük boyutlu problemler için sezgisel yöntemler geliştirilerek, mat-sezgisel çözüm yaklaşımı sunulabilir. Ayrıca problemin gerçek hayata daha uygun hale getirilmesi amacıyla, koridor genişliğinin dikkate alınması ve çok amaçlı bir problem olarak ele alınması düşünülebilir.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Tompkins J.A., White J.A., Bozer Y.A., Tanchoco J.M.A., Facilities planning: John Wiley & Sons, 2010.
2. Solimanpur M., Jafari A., Optimal solution for the two-dimensional facility layout problem using a branch-and-bound algorithm, *Comput Ind Eng*, 55 (3), 606-619, 2008.
3. Karateke H., Şahin R., A two-stage approach for the multi-floor facility layout problem: Benders decomposition algorithm, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36 (2), 953-970, 2021.
4. Deb S.K., Bhattacharyya B., Fuzzy decision support system for manufacturing facilities layout planning, *Decis Support Syst*, 40 (2), 305-314, 2005.
5. Kang S., Kim M., Chae J., A closed loop based facility layout design using a cuckoo search algorithm, *Expert Syst Appl*, 93, 322-335, 2018.
6. Şahin R., A simulated annealing heuristic for the dynamic facility layout problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 23 (4), 863-870, 2008.
7. Niroomand S., Hadi-Vencheh A., Şahin R., Vizvári B., Modified migrating birds optimization algorithm for closed loop layout with exact distances in flexible manufacturing systems, *Expert Syst Appl*, 42 (19), 6586-6597, 2015.
8. Chung J., Tanchoco J.M.A., The double row layout problem, *Int. J. Prod. Res.*, 48 (3), 709-727, 2008.
9. Wang S., Zuo X., Liu X., Zhao X., Li J., Solving dynamic double row layout problem via combining simulated annealing and mathematical programming, *Appl. Soft Comput.*, 37, 303-310, 2015.
10. Amaral A.R.S., Optimal solutions for the double row layout problem, *Optim. Lett.*, 7 (2), 407-413, 2013.
11. Amaral A.R.S., A mixed-integer programming formulation for the double row layout of machines in manufacturing systems, *Int. J. Prod. Res.*, 57 (1), 34-47, 2018.
12. Secchin L.D., Amaral A.R.S., An improved mixed-integer programming model for the double row layout of facilities, *Optim. Lett.*, 13 (1), 193-199, 2018.
13. Chae J., Regan A.C., A mixed integer programming model for a double row layout problem, *Comput Ind Eng*, 140, 106244, 2020.
14. Heragu S.S., Kusiak A., Machine layout problem in flexible manufacturing systems, *Oper. Res.*, 36 (2), 258-268, 1988.
15. Solimanpur M., Vrat P., Shankar R., An ant algorithm for the single row layout problem in flexible manufacturing systems, *Comput. Oper. Res.*, 32 (3), 583-598, 2005.
16. Simmons D.M., One-dimensional space allocation: an ordering algorithm, *Oper. Res.*, 17 (5), 812-826, 1969.
17. Amaral A.R., A new lower bound for the single row facility layout problem, *Discrete Appl. Math.*, 157 (1), 183-190, 2009.
18. Amaral A.R., Letchford A.N., A polyhedral approach to the single row facility layout problem, *Math. Program.*, 141 (1), 453-477, 2013.
19. Anjos M.F., Vannelli A., Computing globally optimal solutions for single-row layout problems using semidefinite programming and cutting planes, *INFORMS Journal on Computing*, 20 (4), 611-617, 2008.

20. Anjos M.F., Yen G., Provably near-optimal solutions for very large single-row facility layout problems, *Optimization Methods & Software*, 24 (4-5), 805-817, 2009.
21. Hungerländer P., Rendl F., A computational study and survey of methods for the single-row facility layout problem, *Comput. Optim. Appl.*, 55 (1), 1-20, 2013.
22. Şahin R., Niroomand S., Durmaz E.D., Molla-Alizadeh-Zavardehi S., Mathematical formulation and hybrid meta-heuristic solution approaches for dynamic single row facility layout problem, *Annals of Operations Research*, 295 (1), 313-336, 2020.
23. Kothari R., Ghosh D., An efficient genetic algorithm for single row facility layout, *Optim. Lett.*, 8 (2), 679-690, 2014.
24. Guan J., Lin G., Hybridizing variable neighborhood search with ant colony optimization for solving the single row facility layout problem, *Eur. J. Oper. Res.*, 248 (3), 899-909, 2016.
25. Ou-Yang C., Utamima A., Hybrid estimation of distribution algorithm for solving single row facility layout problem, *Comput Ind Eng*, 66 (1), 95-103, 2013.
26. Samarghandi H., Eshghi K., An efficient tabu algorithm for the single row facility layout problem, *Eur. J. Oper. Res.*, 205 (1), 98-105, 2010.
27. Samarghandi H., Taabayan P., Jahantigh F.F., A particle swarm optimization for the single row facility layout problem, *Comput Ind Eng*, 58 (4), 529-534, 2010.
28. Durmaz E.D., Şahin R., NSGA-II and goal programming approach for the multi-objective single row facility layout problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (3), 941-955, 2017.
29. Cravo G.L., Amaral A.R., A GRASP algorithm for solving large-scale single row facility layout problems, *Comput. Oper. Res.*, 106, 49-61, 2019.
30. Palubeckis G., Single row facility layout using multi-start simulated annealing, *Comput Ind Eng*, 103, 1-16, 2017.
31. Keller B., Buscher U., Single row layout models, *European Journal of Operational Research*, 245 (3), 629-644, 2015.
32. Zhang Z., Murray C.C., A corrected formulation for the double row layout problem, *Int. J. Prod. Res.*, 50 (15), 4220-4223, 2012.
33. Murray C.C., Smith A.E., Zhang Z., An efficient local search heuristic for the double row layout problem with asymmetric material flow, *Int. J. Prod. Res.*, 51 (20), 6129-6139, 2013.
34. Zuo X., Murray C.C., Smith A.E., Solving an Extended Double Row Layout Problem Using Multiobjective Tabu Search and Linear Programming, *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, 11 (4), 1122-1132, 2014.
35. Zuo X.Q., Murray C.C., Smith A.E., Sharing clearances to improve machine layout, *Int. J. Prod. Res.*, 54 (14), 4272-4285, 2016.
36. Zuo X., Liu X., Zhang Q., Li W., Wan X., Zhao X., MOEA/D With Linear Programming for Double Row Layout Problem With Center-Islands, *IEEE Trans. Cybern.*, 1-13, 2019.
37. Gülşen M., Murray C.C., Smith A.E., Double-row facility layout with replicate machines and split flows, *Comput. Oper. Res.*, 108, 20-32, 2019.
38. Guan J., Lin G., Feng H.-B., Ruan Z.-Q., A decomposition-based algorithm for the double row layout problem, *Appl. Math. Modell.*, 77, 963-979, 2020.
39. Amaral A.R., A mixed-integer programming formulation of the double row layout problem based on a linear extension of a partial order, *Optim. Lett.*, 1-17, 2020.
40. Amaral A.R., A heuristic approach for the double row layout problem, *Annals of Operations Research*, 1-36, 2020.
41. Chen D.-S., Wang Q., Chen H.-C., Linear sequencing for machine layouts by a modified simulated annealing, *Int. J. Prod. Res.*, 39 (8), 1721-1732, 2001.
42. Lenin N., Kumar M.S., Islam M.N., Ravindran D., Multi-objective optimization in single-row layout design using a genetic algorithm, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 67 (5-8), 1777-1790, 2013.
43. Lenin N., Siva Kumar M., Ravindran D., Islam M.N., A tabu search for multi-objective single row facility layout problem, *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, 13 (01), 17-40, 2014.
44. Lenin N., Siva Kumar M., Harmony search algorithm for simultaneous minimization of bi-objectives in multi-row parallel machine layout problem, *Evolutionary Intelligence*, 1-28, 2020.

