Üniversite Araştırmaları Dergisi, Aralık 2021, Cilt 4, Özel Sayı, Sayfa: ÖS9-29
Journal of University Research, December 2021, Volume 4, Special Issue, Page: ÖS9-29
Özgün Makale / Original Article

Osmanlı'nın İlk Sivil Mühendis-Matematikçilerinden Mehmet Misbâh'ın Matematik Çalışmaları ve Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası'nda Yayımlanan Makaleleri

Müjdat Takıcak[1*], Semiha Betül Takıcak[2]

[1,2]Kastamonu Üniversitesi Felsefe Bölümü, Kastamonu, Türkiye
ORCID: M. Takıcak (0000-0002-7809-5156), S.B. Takıcak (0000-0002-8196-5589)

Özet: Osmanlı'nın ilk sivil mühendislik eğitimi veren kurumlarından olan Hendese-i Mülkiye Mektebi'nde yetişen Mehmet Misbâh, mezun olduktan sonra iki yıl süre ile okulun öğretmen ihtiyacını karşılamak üzere Paris'e gönderilmiştir. Yurda döndükten sonra, Mühendis Mekteb-i Âlîsi'nde ve Kondüktör Mektebi Âlîsi'nde matematiğe ve geometriye dair dersler vermiştir. Osmanlı'nın ilk sivil mühendislik okullarından olan bu kurumlar, Cumhuriyet Dönemi'nde, sırasıyla, İstanbul Teknik Üniversitesi ve Yıldız Teknik Üniversitesi'ne dönüşmüşlerdir. Arşiv belgelerinde Mehmet Misbâh'ın analitik geometri kitabının var olduğu söylense de bu kitabın nüshasına ulaşılamamıştır. Misbâh Efendi'nin Namık Ekrem (1878-1917) ile birlikte kaleme aldığı, ulaşılabilen tek kitabı Hesaba Dair Fâideli Mesâil I, ilköğretim düzeyinde basit sorular ve çözümler içermektedir. Ayrıca Misbâh Efendi'nin, dönemindeki saygın süreli yayınlarda çoğunluğu matematiğe ilişkin olmak üzere, yirmiyi aşkın makalesi mevcuttur. Bu çalışmalardan özellikle *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanan makaleleri, üst düzey matematiksel muhtevaya sahip olmaları açısından dikkate değerdir. Mehmet Misbâh'ın, matematiksel açıdan değerlendirilen söz konusu makalelerinde, matematiğe herhangi bir orijinal bir katkı tespit edilememiştir. Bu makaleler, daha çok öğrencilerin derslerde zorlandıkları konuları açıklığa kavuşturma amacıyla yazılmış, derse yardımcı ek kaynak gibi düşünülebilir. Mehmet Misbâh, her ne kadar *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanan makalelerinde yeni bir yaklaşım ortaya koymamış olsa da Misbâh'ın ele aldığı konulara olan hâkimiyeti, üniversite düzeyinde matematik öğretmenliği yapabilecek kabiliyette olduğunu göstermektedir. Ayrıca elde edilen tüm bu veriler ışığında, Mehmet Misbâh'ın döneminin ilk sivil mühendis-matematikçilerden biri olduğunu söylemek mümkündür.

Anahtar kelimeler: Mühendis Mehmet Misbâh; Osmanlılar'da matematik; Osmanlılar'da sivil mühendislik; *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası*; matematik tarihi, Osmanlı İmparatorluğu.

Mathematical Studies of Mehmet Misbâh, One of the First Civilian Engineer-Mathematician of the Ottomans, and his Articles Published In Journal of The Darulfunun Faculty of Science

Abstract: Mehmet Misbâh, who was educated at Hendese-i Mülkiye Mektebi (The Civilian School of Engineering), one of the first institutions providing civilian engineering education in the Ottoman Empire, was sent to Paris after his graduation for two years to fill the permanent teaching posts at the school. After he returned to the country, he gave lectures on mathematics and geometry at the Mühendis Mekteb-i Âlîsi (The Academy of Emgineering) and Kondüktör Mektebi Âlîsi (Conductors School of Higher Education). These institutions were the first civilian engineering school of the Ottoman Empire which were transformed into Istanbul Technical University and Yıldız Technical University, respectively, in the Republican period. Although it is said that Mehmet Misbâh's analytical geometry book exists in the archives, a copy of this book could not be found. Misbâh Efendi's only accessible book, *Hesaba Dair Fâideli Mesâil I*, coauthored with Namık Ekrem (1878-1917), contains simple questions and solutions at the primary level. In addition, Misbâh Efendi has more than twenty articles, mostly on mathematics, appeared in the prestigious periodicals of his time. His articles published in *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası (Journal Of The Darülfünun Faculty Of Science)*, are exceptionally notable for having high-level mathematical content. No original contribution could be found in Mehmet Misbâh's articles when these were evaluated mathematically. These articles can be considered as supplementary resources for the lectures and mostly written with the aim of clarifying the mathematical issues that his students had difficulty during the lectures. Mehmet Misbâh did not adopt a new approach in his articles published in *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası (Journal Of The Darülfünun Faculty Of Science)*, but nevertheless his mastery of mathematical subjects displays that he was capable of teaching mathematics at the university level. In addition, in the light of all the data, it might be safe to state that Mehmet Misbâh was one of the first civilian engineers-mathematicians of his time.

Key words: Engineer Mehmet Misbâh; mathematics in the Ottomans; civilian engineering in the Ottomans; *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası;* history of mathematics, Ottoman Empire.

*Yazışma Adresi / Address for Correspondence:
M. Takıcak, Email: mtakicak@kastamonu.edu.tr

Geliş Tarihi / *Received Date:* 06.07.2021
Kabul Tarihi / *Accepted Date*: 10.08.2021

Doi: 10.32329/uad.963361

1. GİRİŞ

18. yüzyılın sonlarından itibaren önce askerî, sonra sivil alanda eğitim odaklı reform hareketleri başlatan Osmanlı'da, 19. yüzyılın son çeyreğine kadar sivil mühendislik eğitimi veren müessese kurulmamıştır. Ancak 19. yüzyıldan itibaren ülkede geniş bir uygulama alanı

bulan modern teknolojiler, devletin mühendis ihtiyacını artırmıştır. İlk etapta bu gereksinim, askerî mühendisler ve yabancı uzmanlarla karşılanmış, ilerleyen zamanlarda isim değiştirerek birbirinin devamı niteliğindeki okullarla, sivil mühendislik eğitiminin kurumsal bir hüviyet kazanması sağlanmıştır. Sivil mühendis yetiştirmek üzere 1874 yılında, Darülfünûn-ı Sultanî (Mektebî Sultanî veya bugünkü adıyla Galatasaray Lisesi) bünyesinde, Mülkiye Mühendis Mektebi (Mühendisîn-i Mülkiye Mektebi) açılmış, bir yıl sonra adı Turuk-u Maâbir Mektebi (Yollar ve Geçitler Okulu) olarak değiştirilmiştir. Zaman zaman eğitime ara veren Turuk-u Maâbir Mektebi faaliyetlerini, 1883 yılında "Hendese-i Mülkiye Mektebi" adıyla kurulan, yeni sivil mühendislik mektebi bünyesinde sürdürmüştür (Kaçar vd., 2012, s. 140-146).

Osmanlı, 1795 yılında Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn'un açılmasıyla askerî alanda modern tarzda eğitim veren mühendislik okuluna kavuşmuştur. Bu okulun eski kılıçhanelerinden biri boşaltılarak sınıf haline getirilmiş ve 1884 yılında da sivil mühendis yetiştirmek üzere Hendese-i Mülkiye Mektebi öğrencilerine tahsis edilmiştir. Nâfia Nezâretinin (Bayındırlık Bakanlığı) sivil teknik eleman gereksinimini karşılamak üzere açılan Hendese-i Mülkiye, 1909 yılında askerî yönetimden ayrılarak Ticaret ve Nafia Nezareti'ne devredilmiş ve böylece müstakil bir kimlik kazanarak Mühendis Mekteb-i Âlîsi adını almıştır. Sivil mühendis yetiştirmeye Cumhuriyet'ten sonra da devam eden okul, 1928 yılında Yüksek Mühendis Mektebi, 1941'de Yüksek Mühendis Okulu, 1944'te de İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ) adını almıştır (Acar & Bir & Kaçar, 2016, s. 1, 6, 10-14, 22).

Kuruluşunda, askerî eğitimin gölgesinde açılan sivil mühendislik eğitimi veren bu kurumlardaki matematik eğitimine ilişkin elimizdeki bilgiler sınırlıdır. Osmanlı'da sivil mühendislik eğitimi veren kurumlardaki hocalar, bu hocaların matematik bilgi düzeyi, kitapları, makaleleri ve okuttukları derslerin muhtevasına dair aydınlatılmaya muhtaç pek çok konu başlığı bulunmaktadır. Bu şahsiyetlerden biri de Mühendis Mehmet Misbâh'tır. Eldeki bu makalede, Hendese-i Mülkiye Mektebi'nde yetişmiş, mezun olduktan sonra da aynı okulun isim değiştirmiş hâli olan, Mühendis Mekteb-i Âlîsi'nde matematik ve geometriye dair dersler vermiş Mehmet Misbâh ve çalışmaları incelenecektir. İlk olarak, Mühendis Misbâh hakkında bazı biyografik bilgiler verilecek, ardından *Darülfünûn Fünun Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanmış makaleleri matematiksel açıdan değerlendirilecek ve son olarak da ulaşılabilen eserleri tanıtılacaktır.

Mehmet Misbâh'ın dönemindeki dört farklı süreli yayımda yirmiyi aşkın makalesi tespit edilmiştir. Fazlıoğlu'nun, Misbâh'ın özellikle *Darülfünûn Fen Fakültesi Mecmuası*'ndaki çalışmalarına dikkat çekmesi, bu makalelerin incelenmesini gerekli kılmıştır:

> *"Salih Zeki, Poincaré'den yaptığı çeviriler ve Darülfünûn Fen Fakültesi Mecmuası'nda yayımladığı telif makaleler ile Osmanlı'da modern matematik felsefesi alanında ciddi bir birikim oluşturmuştur. Bu alanda Mühendis Misbâh, Mehmet Nadir, Ali Allahyar. Hüsnü Hamit Sayman gibi matematikçilerin aynı mecmuada yayımlanan çalışmaları da dikkate değerdir (Fazlıoğlu, 1998, s. 256)."*

2. MÜHENDİS MEHMET MİSBÂH HAKKINDA BİYOGRAFİK NOTLAR

Mühendis Misbâh Efendi (fotoğrafı için bkz.: Ek) Trablusşam[1] doğumludur ve aslen Arap'tır. 1327/1911 yılında Mühendis Mektebi'nden mezun olmuştur (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 203, 623, 667). Mezun olduğu yıl Mühendis Mektebi'nin öğretmen ihtiyacını karşılamak için Avrupa'ya tahsile gönderilmiştir (BOA, İTÜ.MÜM., 1327/1911: 9/14/1). 1329/1913 tarihli bir arşiv belgesine göre, istifa eden geometri öğretmeni Celâl Bey yerine, Paris'te tahsilde olan Misbâh Efendi'nin tayin edilmesine karar verilmiştir (BOA, İTÜ.MÜM., 1329/1913: 19/6/1). Aynı yıla ait başka bir belgede de düzlem geometri ve analitik geometri derslerini, Avrupa'daki tahsilini tamamlayıp yurda dönen Misbâh Efendi'nin vereceği bildirilmektedir (BOA, İTÜ.MÜM., 1329/1913: 20/61/1). Buradan hareketle, Misbâh Efendi'nin iki yıl Paris'te öğrenim gördüğünü söylemek mümkündür. Yine arşiv belgelerinde Misbâh Efendi'nin, 1917 yılında evlilik merasimi için Suriye'deki ailesini İstanbul'a getirmesi için kendisine Mühendis Mektebi tarafından bir miktar para verildiği (BOA, İTÜ.MÜM., 1333/1917: 34/19/1-8), 1919 yılında ise izinsiz görev yerini terk ettiği için görevine son verildiği ve okuttuğu derslerin Mustafa Hulki ve Mühendis Rüşdü Bey'e devredildiği bildirilmektedir (BOA, İTÜ. MÜM., 1335/1919: 47/23/1). Misbâh Efendi'nin 1920'de Mühendis Mektebi'ne gönderdiği bir dilekçeden Suriye hükümetine bağlı bir şirkette görev yaptığı anlaşılmaktadır (BOA, İTÜ.MÜM., 1336/1920: 48/66/1-8). Arşiv belgelerindeki tarihlerden hareketle, 1911 yılında Mühendis Mektebi'nden mezun olan Misbâh Efendi'nin, aynı yıl öğrenimi için Paris'e gittiği, 1913 yılında yurda döndüğü, 1919 yılına kadar da 6 yıl süre ile Mühendis Mektebi'nde hocalık yaptığı anlaşılmaktadır.[2]

Mühendis Mektebi'nin askerî bir okul olmaktan çıkıp sivil bir hüvviyet kazandığı dönemde, okul ciddi malî sıkıntılar yaşamış, öğrencilerin kitapsız, elbisesiz ve hatta öğretmensiz kaldığı dönemler olmuştur. O sırada üst sınıf öğrencilerinden olan Misbâh Efendi ve arkadaşları, alt sınıfların hocası olmayan derslerine girerek öğrencilerin eksik derslerini tamamlamaya çalışmışlardır (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 611). Misbâh'ın öğrenciliğinde dahi, okulunun matematik öğrenim hayatına katkı sağlamaya çalışması dikkate değerdir.

Mezun olduktan sonra, okulda ilk olarak "Mühendis

[1] Bugün, Lübnan'ın Şimal vilayetinin merkezi ve Beyrut'un 85 km kuzeyinde yer alan şehir.

[2] İTÜ kurum arşivinin, Devlet Arşivleri Başkanlığı'na devredilme işlemleri henüz tamamlanmadığından, Mühendis Misbâh hakkında detaylı biyografik bilgiye ulaşılamamıştır.

Mektebi Muavinliği" daha sonra "Mühendis Mektebi Muallimliği" görevlerini yürüten Misbâh, öğrencileri arasında sevilen ve takdir edilen bir öğretmen olmuştur. Öğrencileri hatıratlarında kendisinden, "çok iyi bir zât", "mektebin daimî ve çok muktedir hocalarından" şeklinde bahsetmişlerdir (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 615, 619). Bir öğrencisi kendisi hakkında şunları nakletmiştir (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 623):

> *"Misbâh Bey, Araptı. Nakliye dersi okuturdu. Öğrenci kendisini çok severdi. Her akşam gri renkli bonjuru ile Tokatlıyan'da görülürdü. Hâtırımda kaldığına göre iki çift kundurasından bir gün sarı renkte olanı, diğer gün siyahını giyerdi. Bu yüzden öğrenciler arasında "bugün hangi rengi giyecek" diye bahse tutuşurduk. Mütarekeden sonra, Suriye Hükûmetine geçti. İyi bir matematikçi ve öğretici idi."*

Mühendis Misbâh Efendi, Mühendis Mekteb-i Alî'sinde ve ilk dönem Yüksek Mühendis Mektebi'nde hendese-i tahlîliyye (analitik geometri), cebir, cebr-i adi (temel cebir), hendese tatbikatı (uygulamalı geometri), hesap, hendese-i tersimiyye (tasarı geometri) ve hendese (geometri) dersleri vermiştir (Kaçar vd., 2012, s. 190-192; Bilge vd., 2010, s. 61).

Mühendis Misbâh'tan, 1336/1920 tarihinde, Osmanlı Mühendis ve Mimarlar Cemiyetine kaydolan üyelerin isimleri arasında, "Muallim Mühendis Misbâh Bey (Trablusşam) Mühendis ve Kondüktör Mektepleri sâbık muallimleri" şeklinde bahsedilmektedir (Okay, 2008, s. 130). Bu ifadeden Mühendis

Misbâh'ın Mühendis Mektebi dışında Kondüktör Mektebi'nde de ders verdiği anlaşılmaktadır. Osmanlı sivil yüksek teknik eğitiminde Nafıa Nezareti'nin (Bayındırlık Bakanlığı'nın) mühendislere yardımcı unsurlar yetiştirmek üzere kurmuş olduğu Kondüktör Mektebi Âlîsi, 1911 yılında Divanyolu'nda bir zamanlar Sağlık Müzesi olarak kullanılan binada, bazı küçük değişikliklerle Paris'teki École de Conducteur'ün programının tatbik edilmiş ve öğrencilere bayındırlık işleri hakkında genel bilgiler verilmiştir. 1924'te Nafıa Fen Mektebi adını alan bu okul, 1938-1939'dan itibaren mühendis yetiştirmeye başlamış ve Yıldız Teknik Üniversitesi'nin temelini oluşturmuştur (Kaçar vd., 2012, s. 155).

Bu verilerden hareketle, Mehmet Misbâh'ın, İstanbul Teknik Üniversitesi'nin ve Yıldız Teknik Üniversitesi'nin Osmanlı Dönemi'ndeki öncü kuruluşlarında matematik ve geometri öğretmenliği yaptığını söylemek mümkündür.

3. 2. MEHMET MİSBÂH'IN DARÜLFÜNÛN FÜNUN (FEN) FAKÜLTESİ MECMUASI'NDA YAYIMLANAN MAKALELERİ VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Mühendis Misbâh'ın *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın ilk altı sayısında yayımlanan "Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele", "Asgar-ı Nâmütenâhi", "Tahlil-i Riyâzîden Bir Mesele", "Eşkal-i Hendesiyenin Mütehavvilleri", "Mu'adelât-ı 'Adediye", "Münhaniyât-ı Ricliyye", "Pascal Müseddesi Üzerine", "Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı" isimli makaleleri bu araştırmanın konusunu teşkil etmektedir (Günergun, 1995, s. 310, 312, 313, 315, 316, 317, 320). Söz konusu makaleler Osmanlıca aslından matematiksel olarak tarafımızca incelenmiştir.

3.1. "Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele"

Mühendis Misbâh'ın "Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Nisan 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, birinci sayısında yayımlanmıştır. Günümüz Türkçesi ile başlığı "Analize Ait Bir Problem" olan makalesinde Misbâh, başlıkta bahsettiği problemi açık bir dille ifade etmemiştir.

Karayollarının ve demiryollarının tasarımında yolların virajları sabit ve değişken yarıçaplı eğrilerle belirlenir ve mühendislik eğitiminde matematiğin bu uygulamalı alanı sıklıkla kullanılmaktadır (Uren & Price, 1994). Makalenin içeriğinden anlaşıldığına göre mühendislik eğitiminde kullanılmakta olan bu dairesel eğriler makalenin konusunu oluşturmaktadır. Misbâh'ın mühendishanede hoca olması ile bu durum örtüşmektedir.

Misbâh makalesinin giriş cümlesinde konu ile ilgili şu bilgileri vermektedir:

> *"Yarıçap eğrileri [ile] teğetlerin bir sabit doğru ile oluşturdukları açıların, fonksiyonları belli olan eğrilerin yerlerinin tespiti arzulanmaktadır. Sabit doğruyu x ekseni olmak üzere alacak olursak, eğrilik yarıçapı r ve teğetin x ekseni ile teşkil ettiği açı α olduğuna göre r ile α arasında $r = f(\alpha)$ $r = f(\alpha)$ gibi bir ilişki mevcut olmalıdır.*
>
> *dk, eğrinin yayının diferansiyelini göstemek üzere $r = \frac{dk}{d\alpha}$ ve $dx = dk.\cos a, dy = dk \sin a$ ilişkileri bilinmektedir. dx, dy ifadelerinde dk yerine $rda = f(a)\, da$ koyacak olur isek:*
>
> $dx = f(a) \cos a\, da, \;\; dy = f(a) \sin a\, da$
>
> *ve her iki tarafın integrali alınmak üzere ve x_0, y_0 sabit sayıları göstermek üzere:*
>
> $$x - x_0 = \int f\,(a) \cos a \; da, \;\; y - y_0 = \int f\,(a) \sin a\, da \tag{1}$$
>
> *elde edilir. İşte bu kurallar eğrinin herhangi bir noktasının x_0, y_0 konumlarını a parametresine tabi olarak verir. $f(a)$'nın çeşitli şekillerine çeşitli eğriler denk gelir (Misbâh, 1916 a, s. 50)."*

Misbâh makalesinin girişinde açık bir şekilde ifade etmese de dairesel eğrileri araştıracağını belirtip diferansiyel hesap kullanarak (1) numaralı genel eğri denklemine ulaşmıştır. Denklemde yer alan $f(a)$ fonksiyonunu değiştirmek suretiyle bazı özel eğrilere ulaşılabildiğini dile getirmektedir. Makalesinde $f(a)$ yerine farklı değerler vermek suretiyle elde ettiği sekiz eğriyi inceleyen Misbâh;

b sabit sayıyı göstermek üzere,

- $f(a) = b$ ile daireye
- $f(a) = \frac{b}{sin^3 a}$ ile x eksenine paralel bir parabole

- $f(a) = \frac{b}{cos^2 a}$ ile zincir eğrisine[3]
- $f(a) = bk^{ma}$ ile logaritma helezonlarına
- $f(a) = b^a$ ile bir dairenin involütüne
- $f(a) = b \sin a$ ile sikloid eğrisine
- $f(a) = b \sin ma$ ile episikloid eğrisine
- $f(a) = \frac{t}{(1-k^2 \cos^2 a)^{\frac{3}{2}}}$ ile elipse, hiperbole, daireye ve iki dik doğruya

ulaşmıştır.

Misbâh'ın (1) numaralı denklemden bu eğrileri nasıl elde ettiğini iki örnekte inceleyelim. Öncelikle Misbâh, denklemde $f(a)$ yerine b sabit sayısını yazmak suretiyle daire denklemine şu şekilde ulaşmıştır:

"$f(a) = b$ [b sabit sayı]. Bu halde eğrilik yarıçapı sabit olan eğriler araştırılacaktır.

(1) denklemlerinden:

$$x - x_0 = \int b \cos a \; da = b \sin a\,, \qquad y - y_0 = \int b \sin a \; da = -b \cos a$$

ve buradan:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = b^2$$

elde edilir. Bu denklem de daireyi ihtiva eder. Dairenin yarıçapı b ve merkezi rastgele bir noktadır. Bu sonuç zaten malumdur (Misbâh, 1916 a, s. 50-51)."

Misbâh $f(a)$ yerine b sabit sayısını yazdıktan sonra elde ettiği eşitliklerde $sin^2 x + cos^2 x = 1$ trigonometri kuralını uygulayarak çember denklemine ulaşmıştır.

Misbâh sikloid eğrisine ise $f(a)$'ya $b \sin a$ değerini vererek şu şekilde ulaşmaktadır:

"$f(a) = b \sin a$ olsun bu halde (1) denklemlerinden:

$$x - x_0 = b \int \sin a \cos a \, da\,, \qquad y - y_0 = b \int \sin^2 a \, da$$

veyahut birinci integral doğrudan doğruya ve ikincisi iki çarpan usulüne göre icra edildiğinde:

$$x - x_0 = -\frac{b}{4} \cos 2a\,, \qquad y - y_0 = \frac{b}{4}(2a - \sin 2a)$$

elde edilir.

Eğrinin cinsinin belirlenmesini kolaylaştırmak için $x_0 = \frac{b}{4}$, $y_0 = 0$ yerleştirelim. Bu halde eğrinin denklem parametresi: [$2a = \beta$ konulması ile]

$$x = \frac{b}{4}(1 - \cos \beta), \qquad y = \frac{b}{4}(\beta - \sin \beta)$$

olur.

Bu denklemlerin, $\frac{b}{4}$ yarıçapına sahip bir dairenin y ekseni üzerinde yuvarlanmasıyla onun bir noktasının çizeceği sikloid eğrisini verdikleri kolaylıkla görülebilir (Misbâh, 1916 a, s. 56)."

Misbâh "Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele" isimli makalesinde bilinen bazı düzlemsel eğrilere

$$x - x_0 = \int f(a) \cos a \; da, \quad y - y_0 = \int f(a) \sin a \, da$$

parametrik denklemi yardımıyla ulaşmıştır. Makalede orijinal bir katkı söz konusu olmayıp mühendislik eğitiminde öğrencilerin ihtiyaç duyacakları dairesel eğriler incelenmiştir.

3.2. "Asgar-ı Nâmütenâhî"

Mühendis Misbâh'ın "Asgar-ı Nâmütenâhî" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Haziran 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, ikinci sayısında yayımlanmıştır.

Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı "Sonsuz Küçükler" olan makalesini yazma amacını ilk sayfanın dipnotunda şu sözlerle ifade etmektedir:

"Asgâr-ı nâmütenâhîler hakkında öğrenciler arasında bazen doğru olmayan fikirler ortaya çıkıyor. İşbu makale bunun önünü almak için yazılmıştır (Misbâh, 1916 b, s. 178)."

Alıntıdan da anlaşıldığı üzere sonsuz küçükler hakkında öğrenciler arasında mevcut bulunan kafa karışıklıklarının önüne geçmek maksadıyla bu makaleyi yazdığını belirten Misbâh sonsuz küçük düşüncesinin nasıl ortaya çıktığını şu sözlerle dile getirmiştir:

"Asgar-ı Nâmütenâhî fikri, sonsuza kadar bölünebilmeden ortaya çıkmıştır. Herhangi bir şeyi elimize alalım. Fikirleri tespit etmek için bunun iki tarafından sınırlandırılmış bir doğru parçası olduğunu varsayalım. Bu doğru parçasını iki eşit kısma ayırırsak her biri yarım dereceden küçük iki doğru parçası elde edilir. Bunlardan birisini alıp onu da iki eşit kısma ayırmakla her bir parçanın dörtte birine eşit küçük parçalar elde edilir. Aynı işlemi bu küçük parçalar üzerinde tekrar etmekle ve bu şekilde devam etmekle gittikçe küçülen küçük parçalara tesadüf olunur. Bu bölünme işleminin sonsuza kadar icrası mümkün değilse de hakiki sahanın dışına çıkabilme özelliğinden kolaylıkla faydalanabilen zihin, bu bölünme için bir sınır düşünemez. Ve onu düşünce dünyasında sonsuza uzatır. İşte bu şekilde sonsuza uzadığı düşünülen bir bölme eylemi neticesinde elde edilecek küçük parçalar acaba ne kadar küçük olacaktır? Bunların küçüklükleri için bir sınır konulamayacağı ilk bakışta görünebilir. Çünkü herhangi bir büyüklükte parça elde edildikten sonra bunların da ikişer ikişer eşit parçalara ayrıldığı düşünülerek bu şekilde onlara göre yarım derece küçük parça düşünülebilir. Bir sınır kabul etmeyen işbu minimum değer (asgariyyet) acaba nerede sona erecektir? Bir kere bahsi geçen parça hiçbir zaman varlık sahasından yokluk sahasına geçemez. Çünkü bu parçalar ne kadar küçük olursa olsun onları yan yana getirecek ilk doğru parçasına daima ulaşılabilir. Var olmayandan mevcut teşkil olunamayacağından birbirine yapışık duran asıl doğru parçasını meydana getirecek olan işbu küçük

[3] Osmanlı matematik yazınında Misbâh Efendi dışında, yine sivil mühendis-matematikçilerden Aram Margosyan (Kökcü, 2013, s. 143, 154) ve Tayyar Efendi de zincir eğrisi ile ilgili çalışmaları mevcuttur. Özellikle Tayyar Efendi'nin Almanya menşeili bir dergide, "Matematikte Zincir Eğrisi" adı ile bilinen problemin enteresan grafik çözümünü yayımlamıştır (Karaçay & Kartekin, 1958, s. 334). Zincir eğrisinin mühendislikte de uygulamalarının olması nedeniyle başka Osmanlı mühendis-matematikçilerinin de konu ile ilgilenmiş olması muhtemeldir.

parçalar var olmayan değildir. Bunların herhangi bir az uzunluktan küçük olabilecekleri, oluşum şekillerin de açık olacağından küçük parçamız için iki önemli özellik elde edilmiş olur. Birincisi bunları herhangi bir birime göre ifade edecek sayının her sayıdan küçük olması, ikincisi de bu sayının hiçbir zaman sıfır olmamasıdır. İşte her sayıdan küçük olabilecek ve hiçbir zaman sıfır olamayacak işbu tuhaf özellikteki sayılara asgar-ı nâmütenâhî ismini vereceğiz (Misbâh, 1916 b, s. 178-179)."

Bu paragrafta Misbâh, varlık dünyasında yer alan bir büyüklüğün sürekli ikiye bölünmesi ve bu bölünme işleminin devam etmesi neticesinde elde edilecek olan çok küçük parçaların mahiyeti hakkında düşüncelerini bildirmektedir. Ne kadar küçük olursa olsun fiziksel bir büyüklüğün varlık dünyasından yokluk dünyasına geçemeyeceğini belirten Misbâh konuya felsefî bir yaklaşım getirmiştir.

Peki büyüklüğü her sayıdan küçük olarak adlandırılan sonsuz küçük parçaların sayısı ne olacaktır? Misbâh konuya dair düşüncelerini şu şekilde dile getirmektedir:

"Mademki bölünme eylemi sonsuza kadar uzatılmıştır, bu halde parça sayısı sınırlı olamaz. Yani daha önce verilen her sayıdan büyük olabilir. Çünkü her bölünme eyleminin neticesinde evvelkisinden iki kat sayıda parça elde ediliyor. Böylece parça sayısı $2,\ 2^2=4,\ 2^3=8,\ldots$ olur. n tam sayı olmak şartıyla, n defa bölünmeden sonra 2^n sayıda küçük parça ortaya çıkacaktır. Bölünme eyleminin sınırsız sayıda icra edildiği farz edildiğinden n her sayıdan büyük olmalıdır. Bu halde 2^n sayısı da her sayıdan büyük olur. Bu ise onun sonsuz (nâmütenâhî) olacağını gösterir. Buradan görülür ki sonsuz bölünme aynı zamanda bizi hem küçük hem de büyük sonsuzun karşısında bulundurmaktadır. Veyahut [bizi] Pascal'ın dediği gibi yokluk ile sonsuzun arasına getiriyor (Misbâh, 1916 b, s. 179)."

Bir bütünün sürekli bölünmesi neticesinde sonsuz küçük büyüklükte parçaların varlığından bahseden Misbâh, söz konusu bu küçük parçaların sonsuz büyük sayıda olduğunu belirtmektedir.

Misbâh sonsuz küçükleri doğru parçası üzerine icra ettiği düşüncelerle açıklamıştı, makalenin devamında ise eğer istenirse yüzeyde ve hacimde de sonsuz küçüklerin kullanılabileceğini fakat sonsuz küçük bir uzunluğun, sonsuz küçük bir yüzey veya sonsuz küçük bir hacimle kıyaslanamayacağını ifade etmektedir (Misbâh, 1916 b, s. 179). Misbâh sonsuz küçük parçalar üzerinde yapılacak işlemlerle ilgili görüşlerini şu şekilde dile getirmektedir:

"Bir sonsuz küçük uzunluk, bir uzunluk parçasının sonsuz parçalanmasından ortaya çıkan parçalar olduğundan, onlar bir yüzey parçası üzerine sonsuz bölünmenin uygulanmasıyla elde edilecek sonsuz küçüklerle kıyaslanamaz. Bunların her biri ayrı ayrı cins eşyaya aittir. Aynı cins eşyaya mensup asgar-ı nâmütenâhîler, bunların diğer sayılardan farkı sadece minimum değerde bütün sınırı aşmış değişken sayılar olmaları olduğundan, bir diğeri ile toplanabilir, çıkarılabilir, çarpılabilir ve bölünebilir. Fakat farklı cinsten asgar-ı nâmütenâhîler aynı hesabın parçaları olamazlar (Misbâh, 1916 b, s. 179)."

Misbâh, sonsuz küçüklerin elde edilebilmesi için sadece bölme işleminin kullanılabileceğini çıkarma işleminin kullanılamayacağını şu sözlerle delillendirmektedir:

"Asgar-ı nâmütenâhîler yokluğa pek yakın olan ve fakat hiçbir vakit yok olmayan sayılardır. Bunlar yokluk çukurunun etrafında dolaşırlar fakat içine düşmezler. Asgar-ı namütenahilere dört işlemden sadece bölme işlemi ile ulaşılır. Çıkarma işlemi ile asgar-ı nâmütenâhî doğamaz. ... Bölmeden başka hesaplama işlemleri hiçbir zaman asgar-ı nâmütenâhî fikrine meydan veremez (işlemin asgar-ı nâmütenâhîler üzerine icra edildiği varsayılıyor). Bir sayıdan ona çok yakın bir sayının çıkarılmasıyla asgar-ı nâmütenâhî teşkili mümkün olabilir ise de bu işlem sonsuza kadar devam eden bir işlem değildir. Bir sayının diğer bir sayıya yakınlaşması ikincisinin birincisine eşit olması ile sonuçlanır. ...Bu takdirde gittikçe küçülen sonuç sıfır olur. Asgar-ı nâmütenâhîler ise bilfiil sıfır kalınamayan ve yok olmaksızın yokluğa doğru sonsuza kadar yaklaşan sayılardı. Bununla, iki sayıyı çıkarmakla asgar-ı nâmütenâhînin elde edilemeyeceği düşünülmemelidir. Mesela bir B sayısını alalım. Bundan sonsuz küçük daha büyük bir C sayısını da alsak $C-B$ bir asgar-ı nâmütenâhîdir. Fakat bu işlem asgar-ı nâmütenâhî kavramı tesis edildikten sonra ona istinaden icra edilmiştir. ...Asgar-ı nâmütenâhî kavramının tesisinden önce böyle bir C sayısı düşünülemez (Misbâh, 1916 b, s. 180)."

Makalesinin girişinde asgar-ı nâmütenâhî kavramını daha çok felsefî bir yorumla değerlendiren Misbâh, daha sonra asgar-ı nâmütenâhînin matematiksel izahını şu şekilde yapmaktadır:

"Bir B sayısının diğer bir C sayısına bölümünden ortaya çıkan D sonucunu dikkate alalım. Bu bölme işlemi $\frac{B}{C}=D$ işareti ile yazılır. Bir an için C'yi tam sayı ve B, C sayılarını pozitif varsayalım. D öyle bir sayıdır ki onun C ile çarpımı yani C defa kendisi ile toplamından ortaya çıkan sayı B'dir. B sabit kalmak üzere C'yi (tam sayı kalmak üzere) artıralım. Bu halde D sonucunun küçüleceği ortadadır. C büyüdükçe küçülür. Çünkü mesela $C=h$ olduğunda elde edilen bölüm öyle bir sayıdır ki onun h defa kendisi ile toplamından B sayısı çıkar. $h'>h$ olmak üzere $C=h'$ olursa yeni bölüm kendi kendisiyle h' defa toplandığı zaman B'yi veren bir sayıdır. h''nün h'den büyük olmasından bu yeni bölüm ne evvelkine eşit olabilir ne de ondan büyük olabilir. Tabii daha küçüktür. Şimdi C sayısının o kadar artıralım ki onun değeri daha önce verilen her sayıdan büyük olsun. Bu halde C nâmütenâhî olmuştur denir. Acaba bölüm ne kadar küçülmüştür? İspat edeceğiz ki bölüm evvelce verilen her sayıdan küçük olacaktır. Burada olduğu gibi istediğimiz kadar küçük bir n sayısını alalım. C artırılarak her sayıdan daha büyük bir sayı olduğu zaman $\frac{B}{C}$'nin n'den küçük olabileceği ispat etmek istiyoruz. $\frac{B}{n}=l$ olsun. Bu halde $\frac{B}{l}=n$ olur. $C=l$ olduğu zaman bölüm n'ye eşit olu-

yor. Halbuki C evvelce verilen her sayıdan büyük olabileceğinden $C > l$ olup, $\frac{B}{C} < \frac{B}{l}$ veyahut $n > D$ olduğu görülür. Demek ki C her sayıdan büyük olduğu zaman D her sayıdan küçük olur. B, C daima mevcut olduğu için D yok olamaz. İşte bu takdirde bölüm asgar-ı nâmütenâhîdir denir. C tamsayı varsayılmıştı. C tamsayı olmasa, C'den küçük ve ona en yakın tam sayı C' olduğuna göre C'nin her sayıdan büyük olarak artırılması halinde ondan 1 sayısı kadar küçük bir sayı farklı olan C' de her sayıdan büyük olarak artar. $\frac{B}{C'}$ önceki ispat gereğince her sayıdan küçük olacağından, $C > C'$ olmasından, D'den küçük olan $\frac{B}{C'}$ bölümü de her sayıdan küçüktür (Misbâh, 1916 b, s. 180-181)."

B ve C sayıları sabit kalmak üzere onların işaretlerinin pozitif olmadığı durumlarda Misbâh, D'nin sadece işaretinin değişeceğini ama mutlak değerce aynı kalacağını, dolayısıyla mutlak değerce her sayıdan büyük olacak şekilde artan bir sayı ile bölündüğü zaman bölümün mutlak değerinin her sayıdan küçük olacak şekilde azalacağını (Misbâh, 1916 b, s. 181) belirttikten sonra asgar-ı nâmütenâhîye dair şu genel sonucu ifade etmiştir:

"Sınırlı bir sayının sonsuz büyük bir sayıya bölümünden ortaya çıkacak olan bölüm asgar-ı nâmütenâhîdir (Misbâh, 1916 b, s. 182)."

Misbâh sonsuz küçüklerin ne kadar küçük olduğunu şu sözlerle ifade etmektedir:

"Asgar-ı nâmütenâhî pek küçüktür. Fakat yok değildir. O mutlak değerce her sayıdan küçük olan bir sayıdır. Fakat hiçbir zaman sıfır olamaz. ...Asgar-ı nâmütenâhî yokluk ifade etmez. Asgar-ı nâmütenâhî sabit bir sayı değildir. Asgar-ı nâmütenâhî değişkendir. Sabit olma özelliği sadece sınırlı sayılarda olabilir. Asgar-ı nâmütenâhî sabit ve sınırlı bir sayı değildir. O en aza doğru sürekli yaklaşır. Sıfırın etrafında durmaksızın dolaşır ve fakat ne yokluk ifade eden sıfırın ve ne de sınırlı sayı sahasının kapıları kendisine kapalıdır (Misbâh, 1916 b, s. 182)."

Asgar-ı nâmütenâhînin yokluğu ifade etmediğini ama sürekli yokluğa doğru yaklaştığını söyleyen Misbâh konuyu edebi bir cümle ile şu şekilde izah etmiştir:

"Asgar-ı nâmütenâhî, beyâbân-ı asgariyette bir nigâh-ı hasret ile vâha-i ma'dûmiyete bakarak dolaşan felâketzede bir 'adettir (Misbâh, 1916 b, s. 182)."[4]

Makalenin devamında yazar, asgar-ı nâmütenâhîlerin bazılarının sıfıra daha yakın olduğunu, başka bir ifadeyle sıfıra daha yüksek bir hızla yaklaştığını ve bunlar arasında kıyaslama yapılabileceğini şu sözlerle dile getirmektedir:

"İki $\frac{B}{C}$, $\frac{2B}{C}$ kesirlerini ele alalım. $\frac{B}{C} = D$, $\frac{2B}{C} = D'$ olsun. C ne olursa olsun $2D = D'$ olacağı aşikârdır. C her değerden büyük olduğu vakit hem D hem de D' bölümleri birer asgar-ı nâmütenâhî olacaktır. ...C ne olursa olsun daima $2D = D'$ olacağından C bilcümle yüksek mertebenin üstüne çıktığı zaman E', E'nin 2 katı olan bir asgar-ı nâmütenâhî elde edilmiş olur (Misbâh, 1916 b, s. 182)."

Yazar bu iki asgar-ı nâmütenâhî örneğini makalenin devamında genelleştirerek ve somut dünyadan örnekler vererek anlatımını zenginleştirmiştir. Daha sonra asgar-ı nâmütenâhîlerin mertebeleri bahsine geçmiştir:

"Asgar-ı nâmütenâhîlerin çeşitli mertebeleri vardır. Bilinir ki 1'den küçük herhangi bir sayının karesi kendisinden küçüktür. ...Bu halde bir N asgar-ı nâmütenâhîsinin karesi kendisinden ve dolayısıyla her sayıdan daha küçük olacağından o da bir asgar-ı nâmütenâhîdir. Onu N^2 ile gösterelim. N, N^2 asgar-ı nâmütenâhîleri en küçükler sahasında aynı derecede midirler? Bu ciheti incelemek için yine N sayısına meydan veren $\frac{B}{C}$ kesrini dikkate alacağız. Daha C sınırlı iken $\frac{B}{C} = D$ olsun. $\frac{B^2}{C^2} = D^2 = \frac{B.D}{C}$ yazılabilir. Bu halde $D^2 = \frac{B.N}{C}$ olur. Bu kesri $\frac{N}{\frac{C}{B}}$ şeklinde yazabileceğimiz gibi $\frac{C}{B} = C_1$ yazacak olursak $\frac{N}{C_1}$ ile gösterebiliriz. C'nin sonsuz artması halinde onun bir B sınırlı sabit sayısı ile bölümü olan C_1 sayısı da sonsuz artacağından $\frac{N}{C_1}$ kesrinin nâmütenâhî ile çarpımı N'ye eşit olan bir en küçük olur. Veyahut diğer bir değişle yeni asgar-ı nâmütenâhî N asgar-ı nâmütenâhîsi eşit sonsuz parçaya bölündüğü zaman elde edilecek küçük parçalardan biridir. Bu halde N'ye nazaran asgar-ı nâmütenâhî olan ikinci bir asgar-ı nâmütenâhî elde edilmiş olur. ...Birinci asgar-ı nâmütenâhîsi ile aynı mertebeden olmayan işbu asgar-ı nâmütenâhîlere, N'ye nazaran daha yüksek mertebeden asgar-ı nâmütenâhîler denir. ...aynı mertebeden iki asgar-ı nâmütenâhî arasındaki oran sınırlı olduğu gibi bir asgar-ı nâmütenâhî ile daha yüksek bir mertebenden asgar-ı nâmütenâhî arasındaki oran nâmütenâhî, ve bilakis bir asgar-ı nâmütenâhî ile daha düşük mertebeden bir asgar-ı nâmütenâhî arasındaki oran asgar-ı nâmütenâhîdir (Misbâh, 1916 b, s. 184)."

Sonsuz küçüklerin mertebeleri ile iki sonsuz küçükler arasındaki oran hakkında bilgi verdikten sonra Misbâh, yukarıdaki paragrafta zikredilen düşüncelerin sonsuz küçüklerin basit hallerine ilişkin olduğunu, söz konusu oranların her zaman belli olmayabileceğini, böyle durumlarda limit kavramına müracaat edilmesi gerektiğini bildirmektedir. Makalenin devamında limit alma işlemlerinin farklı sonsuz küçükler üzerinde uygulamalarına yer vermiştir. (Misbâh, 1916 b, s. 185-186)

Makalesinin son bölümünde Misbâh sonsuz küçüklere dair bir takım anlamsız itirazların olduğunu şu sözlerle dile getirmektedir:

"Bu sayıların [asgar-ı nâmütenâhîlerin] vaktiyle pek çok itiraza hedef olmaları şaşırtıcıdır. Bu sayılarda bilmem ne gibi özellikler düşünülmüştür. Asgar-ı nâmütenâhî düşünürken zihne gelen tecrit özelliği, kalınlıksız bir cisimden ibaret olan yüzeyin veyahut yükseklik ve kalınlıktan yoksun bir cisim olan (eğer cisim denebilirse) doğrunun, mesafelerden âri olan noktanın tanımındaki tecritten daha büyük müdür? Kalınlığı olmayan bir cismi düşünmekte zorluk çekmeyen bir zihin, bilcümle en küçüklük sınırın-

[4] Sonsuz küçük, "en azlık" çölünde hasret dolu nazar ile yokluk vahasına bakarak dolaşan felakete uğramış bir sayıdır.

da değişken bir sayıyı niçin düşünemesin? Asgar-ı nâmütenâhîler böyle boyutların bazılarından vazgeçmeye aklın melekelerini zorlamaz (Misbâh, 1916 b, s. 186-187).”

Misbâh sonsuz küçük hesabın Antik Yunan döneminde de kullanıldığını, düşünüldüğü gibi yeni bir kavram olmadığını şu sözlerle dile getirmektedir:

“...Fakat zannedilmesin ki bu cihet asgar-ı nâmütenâhîlerden daha önceleri mevcut değildir. Euklides ve takipçileri bile bir miktar değişkeni dikkate almışlardı. ...asgar-ı nâmütenâhîlerin ilk kaşiflerinden sayılması gereken Archimedes’in parabol yayı ile sınırlı bir alanın hesabı gibi dahiyane ve bir çeşit asgar-ı nâmütenâhî hesabı olan yöntemler ile halletmesi bu yönteme bazı cihetlerden yaklaştığını gösterir. Buradan da görülür ki asgar-ı nâmütenâhînin düşünülmesi, ilk matematikçiler tarafından açıklanan soyutlamadan ne daha açık ne de daha kapalıdır (Misbâh, 1916 b, s. 187).”

Misbâh makalesini bitirirken sonsuz küçükler kavramının matematik eğitiminde izole bir kavram olarak görülmemesi gerektiğini, aksi takdirde öğrencilerin sonsuz küçük kavramını öğrenmekte zorluk yaşayacağını, oysa matematiğin diğer soyut kavramlarından çok da farklı olmadığı söyleyerek konunun pedagojik boyutuna da temas etmiştir.

Asgar-ı nâmütenâhî makalesinde Misbâh konuya dair orijinal herhangi bir yaklaşımda bulunmamıştır. Makalenin ilk sayfasının dipnotunda da belirttiği gibi sonsuz küçük kavramına yönelik öğrenciler arasındaki kavram yanılgılarının önüne geçmek için limit kavramını da kullanarak konuyu enine boyuna değerlendirmiştir.

3.3. “Tahlil-i Riyâzîden Bir Mesele”

Mühendis Misbâh’ın “Tahlil-i Riyazîden Bir Mesele” isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*’nın Haziran 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, ikinci sayısında yayımlanmıştır.

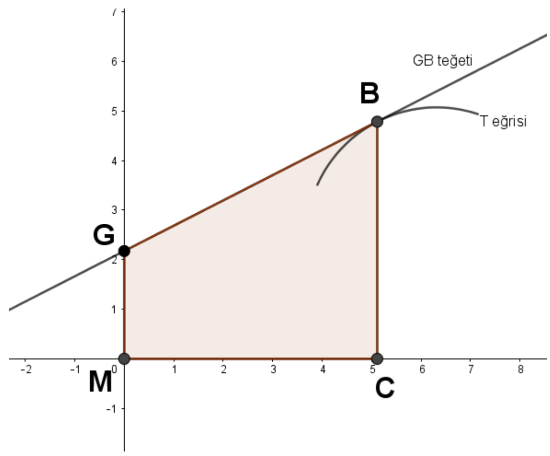
Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı “Analizden Bir Mesele” olan makalesinde şu şekilde ifade ettiği bir problemi çözümlemeye çalışmıştır:

“Öyle bir eğri bulalım ki onun herhangi bir noktasının teğetinin y eksenine kadar olan kısmı x, y eksenleri ve bir de o noktanın ordinatı ile sınırlandırılan yamuğun alanı, apsisin belirli bir fonksiyonu olsun (Misbâh, 1916 c, s. 206).”

Misbâh problemini bu şekilde tanımladıktan sonra söz konusu eğrinin nasıl elde edileceğini anlatmıştır. Problemde adını andığı değişkenleri somutlaştıran Misbâh çözüme şu şekilde giriş yapmıştır:

“Meseleye tevafuk edecek bir t eğrisini dikkate alalım. Bu eğrinin bir B noktasındaki teğetin y eksenini kestiği nokta G, ve B noktasının x ekseni üzerindeki izdüşümü (eksenleri dik varsayıyoruz) C olsa meselenin anlamı gereğince gerek mutlak değer ve gerek işaretçe yamuğunun alanı MC[5] apsisinin bir $f(x)$ fonksiyonu olacaktır (Misbâh, 1916 c, s. 206).”

Misbâh anlatımında herhangi bir şekil kullanmamıştır, bu durum çözümün anlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Konunun daha anlaşılır olması için makalede verilen bilgilerle çizilecek şekil şu şekilde olabilir:



Şekil 1. Elde Edilen Yamuğun Alanı[6]

Misbâh’ın anlatımından anlaşıldığına göre elde ettiği BG teğet doğrusunun denklemini, (y’nin türevi doğrunun eğimini vereceğinden)

$$y_0 - y = y'(x_0 - x)$$

genel doğru denklemini baz alarak şu şekilde ifade etmiştir:

“Şimdi BG teğetinin denklemi, x_0, y_0 ile b noktasının konumları verileceğine göre:

$$y_0 - y = y'(x_0 - x)$$

olur (Misbâh, 1916 c, s. 206).”

Misbâh yamuğa ait MC ve CB uzunluklarının bilindiğini ve MG kenarının uzunluğunun da elde edilen BG doğru denkleminde $x_0 = 0$ konulmak suretiyle tespit edilerek $MCBG$ yamuğunun alan bağıntısına şu şekilde ulaşılabileceğini bildirmektedir:

"MG’yi elde etmek için bu denklemde $x_0 = 0$ konulmalıdır. Bu halde:

$$y_0 = MG = y - y'x$$

olur.

$$MC = x, \quad CB = y$$

olduğu nazar-ı itibare alınırsa $MCBG$ yamuğunun alanı:

$$\frac{1}{2}x(y - y'x + y) = \frac{1}{2}(2xy - y'x^2)$$

dir (Misbâh, 1916 c, s. 206).”

Elde edilen bağıntı bir diferansiyel denklemdir. Misbâh gösterimde birtakım değişiklikler yapmak suretiyle denklemi, birinci mertebeden bir lineer diferansiyel denkleme dönüştürmüştür:

[5] Misbâh M noktasını tanıtmamıştır fakat konunun ilerleyişinden orijin yerine kullandığı anlaşılmaktadır.

[6] Şekil tarafımızca çizilmiştir. Misbâh’ın makalesinde herhangi bir şekil bulunmamaktadır.

"...Buradan istenen eğrilerin tayini:

$$2xy - y'x^2 = 2f(x)$$

Mu'adele-i tefazuliyesine[7] *ulaşılır.*

2 çarpanından vazgeçilir ve yamuğun alanının [hesaplanmasında] kolaylık için, 2 katı dikkate alınırsa mu'adele-i tefazuliye:

$$2xy - y'x^2 = f(x)$$

(1) şeklini alır. Bu denklem:

$$y' + \frac{-2}{x}y + \frac{f(x)}{x^2} = 0$$

şeklinde de yazılabileceğinden onun birinci mertebeden bir mu'adele-i tefazuliye-i hattiye[8] *olduğu anlaşılabilir (Misbâh, 1916 c, s. 206)."*

Misbâh, elde ettiği diferansiyel denklemi bilinen integral alma kuralları yardımıyla bulunabileceğini şu şekilde ifade etmektedir:

"Genel şekli:

$$y' + xy + x_1 = 0 \ [x, x_1, x \text{ in } fonksiyonlarıdır]$$

olan birinci mertebeden mu'adele-i tefazuliye-i hattiyenin tamâmi-i umumiyesini[9]*, s integralin sabit miktarı olmak üzere:*

$$y = e^{-\int x dx}\left[s - \int x_1 e^{\int x dx} dx\right]$$

kurallarıyla elde edilebileceği malumdur. Bu halde x, x_1 yerlerine sırasıyla $\frac{2}{x}, \frac{f(x)}{x^2}$ konularak mesele integrallere dönüştürülmüş olur (Misbâh, 1916 c, s. 207)."

Misbâh yukarıda belirtilen integralin çözümü ile istenen bağıntıya ulaşılabileceğini, ancak (1) denkleminin birinci tarafının yx^2'nin türev değeri ile benzerlik gösterdiğini, elde bulunan ifadenin ise $\frac{-y}{x^2}$'nin türevine eşit olduğundan integral almaksızın istenen bağıntıya doğrudan ulaşılabileceğini şu şekilde dile getirmektedir:

"Fakat burada (1) denkleminin birinci tarafın sahip olduğu özel şekil, onun doğrudan doğruya integraline bizi sevk eder. x^2y nin x e göre türevinin $2xy + x^2y'$ olduğu bilinmektedir. Bunun denklemin birinci tarafından farkı yalnız sabit terimin önünde $-$ işareti yerine $+$ işareti bulunmasıdır. Bu halde $2xy - y'x^2$ nin $-\frac{y}{x^2}$ kesrinin türevinin suretini vereceği görülür. Bunun üzerine her iki taraf $-x^4$ ile bölünerek denklemi:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{y}{x^2}\right) = -\frac{f(x)}{x^4}$$ [10]

veyahut

$$d\left(\frac{y}{x^2}\right) = -\frac{f(x)}{x^4}dx$$

şeklinde de yazabiliriz. Bu denklem integral ile eğrinin: $\frac{y}{x^2} = \int -\frac{f(x)}{x^4} + s$ denklemine ulaşılır (Misbâh, 1916 c, s. 207)."

Makalenin geri kalan kısmında Misbâh elde ettiği denklemde $f(x)$ yerine farklı değerler vermek suretiyle çeşitli eğrilere ulaşmıştır. Örneğin:

"$f(x) = gx^2$ olsun. (g sabit sayı) bu halde:

$$\int -\frac{f(x)}{x^4} = -\int \frac{g}{x^2} = \frac{g}{x}$$

olup eğrinin denklemi:

$$\frac{y}{x^2} = \frac{g}{x} + s$$

veyahut:

$$y = gx + sx^2$$

olur. Bu denklemin de ekseni y eksenine paralel olan bir parabolü göstereceği bilinmektedir. Bu özelliğin parabolün bilinen özelliklerinden zorluk çekmeden elde edilmesi mümkündür (Misbâh, 1916 c, s. 208)."

Yukarıdaki örnekte $f(x)$ yerine gx^2 değerini veren Misbâh parabol eğrisine ulaşmıştır. Misbâh bu makalesinde analize ait bir problemi ele alıp çözümlemiştir. Yaptığımız incelemeler neticesinde ne ele alınan problemde ne de verilen çözümde yeni bir yaklaşıma rastlanmamıştır.

3.4. "Eşkâl-i Hendesiyenin Mütehavvilleri"

Mühendis Misbâh'ın "Eşkal-i Hendesiyenin Mütehavvilleri" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Ağustos 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, üçüncü sayısında yayımlanmıştır.

Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı "Geometrik Şekillerin Dönüşümleri" olan makalesinde dönüşüm (mütehavvil : transformée) kavramını ve dönüşümlerin faydalarını inceledikten sonra düzlem üzerindeki geometrik şekillerde sıklıkla kullanılan bazı dönüşüm (tahvilat) formüllerinin uygulamasını yapmıştır. Bu bağlamda makalenin devamında aks (evirtim : inversion) kavramı ve ilgili formüllerini, iki nokta arasındaki uzaklığı veren aks formüllerini, makus eğrilerin teğetlik durumlarını ve son olarak soyut uzayda aksı incelemiştir.

Misbâh makalesinin girişinde dönüşüm (mütehavvil : transformée) kavramını şu şekilde açıklamıştır:

"Soyut uzayda (bu'd-ı mücerredde) alınan bir noktaya bilenen bir formül altında diğer bir nokta tekabül ettirilecek olursa, birinci noktanın bir geometrik şekil çizmek üzere hareketinde, ikinci nokta da diğer bir geometrik şekil çizer. İşte bu ikinci geometrik şekil, birincinin mütehavvilesi (dönüşümü) olur. Tariften anlaşılır ki geometrik bir şeklin sonsuz dönüşümleri mevcuttur. Çünkü iki şekil noktaları arasındaki irtibatın tabi bulunduğu formül istenilen şekilde alınabilir (Misbâh, 1916 d, s. 301)."

Misbâh dönüşüm kavramını açıklarken sözünü ettiği birinci ve ikinci şeklin konumlarını veren parametrik denklemlere şu şekilde ulaşmıştır:

"Analitik olarak birinci noktanın konumlarını x, y, z ile gösterecek olursak, ona tekabül eden ikinci noktanın x_1, y_1, z_1 konumları onlara formül irtibatı taksir eden bağıntılar ile bağımlı bulunacaktır. Bu halde f, g, h birtakım fonksiyonları göstermek üzere çoğunlukla:

---

7 Diferansiyel denklem.

8 Lineer diferansiyel denklem.

9 Lineer diferansiyel denklemin genel integrali.

10 $\frac{y}{x^2}$ 'nin türevi $\frac{d}{dx}\left(\frac{y}{x^2}\right) = \frac{2}{x^3}y + y'\left(\frac{-1}{x^2}\right) = \frac{2y}{x^3} - \frac{y'}{x^2}$ olduğundan (1) denkleminin her iki $-x^4$ 'e bölünerek istenen $2xy - y'x^2$ ifadesine ulaşıldığı tespit edilmiştir.

$x_1 = f(x,y,z)$, $y_1 = g(x,y,z)$, $z_1 = h(x,y,z)$ şeklinde üç bağıntı mevcut olmalıdır...Bu bağıntılar yardımıyla çoğunlukla x,y,z değişkenleri x_1,y_1,z_1'e tabi olarak elde edilebilir. Adı geçen bağıntıdan $x = f_1(x_1,y_1,z_1)$, $y = g_1(x_1,y_1,z_1)$, $z = h_1(x_1,y_1,z_1)$ elde edildiğini varsayalım. Eğer x,y,z noktası bir yüzey teşkil etmek üzere hareket eder ise, bunun konumları $t(x,y,z) = 0$ şeklinde bir bağıntıyı incelemelidir. Bu bağıntı ise yüzey denkleminden başka bir şey değildir. Şimdi bu denklemde x,y,z yerine onların x_1,y_1,z_1 cinsinden yukarıdaki eşitlikleri konulursa:

$$t[f_1(x_1,y_1,z_1), g_1(x_1,y_1,z_1), h_1(x_1,y_1,z_1)] = 0$$

veyahut:

$$d(x_1,y_1,z_1) = 0$$

şeklinde bir denkleme ulaşılır ki bu denklem, parametresi:

$$t(x,y,z) = 0$$

olan yüzeyin dönüşümü olan yüzeyin denklemidir. Çoğunlukla bir yüzeyin çeşitli noktalarının konumları eni k,v değişkenlerine tabi olarak elde edilir. Mesela:

$$x = ca(k,v), y = ci(k,v), z = cu(k,v)$$

şeklinde denklemler ile gösterilir. Bu üç denklem arasında k ve v'nin yok edilmesiyle yüzeyin x,y,z'ye tabi olarak denklemi elde edilebilir ise de gerek yok edilişin çoğu halde çok zor olmasından ve gerekse yukarıdaki fonksiyonların şekillerinde mevcut olan simetri ve sadelikten dolayı yukarıdaki denklemler yardımıyla çoğunlukla yüzeyin incelenmesi daha kolaylıkla olur. Bu yüzeyin bu şekildeki denklemlerine onun parametrik denklemi denir (Misbâh, 1916 d, s. 301-302).''

Parametrik denklem ile verilen bir yüzeyin dönüşümünün parametrik denklemini elde etmenin kolay olacağını belirten Misbâh konuyu şu şekilde ele almıştır:

"Parametrik denklemi ile verilen bir yüzeyin değişkeninin parametrik denklemini elde etmek kolaydır. Bunun için:

$$x_1 = f(x,y,z), \qquad y_1 = g(x,y,z), \qquad z_1 = h(x,y,z)$$

denklemlerinin ikinci taraflarında sırasıyla x,y,z yerine $ca(f,v), ci(f,v), cu(f,v)$ yazmak kâfidir. Bu halde değişkenin:

$$x_1 = ca_1(k,v), \qquad y_1 = ci_1(k,v), \qquad z_1 = cu_1(k,v)$$

şeklinde parametrik denklemine ulaşılır.

Eğer x,y,z noktası bir eğri çizer ise, bu halde onun konumları ya:

$$t(x,y,z) = 0 \quad t_1(x,y,z) = 0$$

şeklinde iki denklemi incelerler. Veyahut:

$$x = ta(k), \qquad y = ti(k), \qquad z = tu(k)$$

şeklinde üç denklem vasıtasıyla bir k parametresine tabi bulunurlar.

Yüzeyler için beyan edilen sebepten dolayı burada da çoğunlukla denklemin parametresi tercih olunur. Eğrinin denklemlerinin birinci veya ikinci şeklinde verilmiş olmasına nazaran değişkeni ya:

$$t(x,y,z) = 0 \quad t_1(x,y,z) = 0$$

denklemlerinde x,y,z yerine sırasıyla:

$$f_1(x_1,y_1,z_1), g_1(x_1,y_1,z_1), h_1(x_1,y_1,z_1)$$

konularak:

$$ta(x_1,y_1,z_1) = 0, \qquad ta_1(x_1,y_1,z_1) = 0$$

şeklinde iki denklem ile,

veyahut:

$$x_1 = f(x,y,z), \qquad y_1 = g(x,y,z), \qquad z_1 = h(x,y,z)$$

parametrelerinde x,y,z yerine sırasıyla

$$x = ta(k), \qquad y = ti(k), \qquad z = tu(k)$$

konularak:

$$x_1 = ta_1(k), \qquad y_1 = ti_1(k), \quad x_1 = tu_1(k)$$

şeklinde parametrik denklemi ile elde edilir (Misbâh, 1916 d, s. 302-303).

Parametrik denklemler yardımıyla bir yüzeyin dönüşümünün parametrik denklemine nasıl ulaşıldığını beyan ettikten sonra Misbâh, dönüşümlerin faydası konusuna değinmiştir:

"Herhangi bir geometrik şeklin bir özelliği bilinirse belli bir formül çerçevesinde onun teşkil edilen dönüşümünün o özelliğe benzer bir özelliği mevcut olmalıdır. İşte bu sayede bir geometrik şeklin bir özelliği ispat edildiği zaman dönüşüm düşüncesi yardımıyla diğer birtakım geometrik şekillere ait özellikler keşfedilebilir. Diğer taraftan bazen bir geometrik özelliğin ait olacağı şeklin herhangi bir formül altında değişkeni kolaylıkla incelenebilen...bir geometrik şekil ise, bu ikinci geometrik şeklin yukarıdaki özelliğe benzer olan özelliğinin incelenmesinden ve ispatından sonra önceki şekle geri dönülerek istenen özellik kolaylıkla görülebilir. Çoğunlukla bu hale, birinci şekle ait bazı çizimlerin icrasında denk gelinir. Eğer simetrik çizimlere dönüşüm kolaylıkla uygulanabilir ise onların asıl şekildeki alacakları şekil incelenmeksizin, istenen çizimin icrası kolaylaşır. İşte yukarıdaki faydalardan dolayı dönüşümler geometride çoğunlukla kullanılmaktadır (Misbâh, 1916 d, s. 303)."

Geometride dönüşüm kavramının geometrik işlemlerde sağladığı faydaya makalesinde değinmeyi ihmal etmeyen Misbâh, makalenin kalan kısmında düzlemsel geometrik şekillerde kullanılan bazı dönüşüm fomüllerine değinmiştir.

Matematik literatüründe İngilizcede *inversion*, Türkçede *evirtim* olarak bilinen, Osmanlı Türkçesinde *aks* ya da *akis* kelimeleriyle karşılanan kavramı (S. B. Takıcak, 2017, s. 182) Misbâh şu şekilde izah etmiştir:

"Bir düzlem üzerindeki x, y noktasına aynı düzlem üzerinde konumları:

$$x_1 = \frac{g^2 x}{x^2 + y^2}, \qquad y_1 = \frac{g^2 y}{x^2 + y^2}$$

(eksenler dik) olan bir x_1, y_1 noktasını çakıştıralım. Burada g sabit bir sayıyı gösterir. İşte bu dönüşümlere karşılık gelen vektör ile dönüşümlere Transformation par rayons

vecteurs réciproques veyahut inversion denir. Biz buna aks diyeceğiz. Ve bu formül altında bir şeklin teşkil edilen dönüşümüne onun ma'kûsu ismini vereceğiz. $x^2 + y^2, (x, y)$ *noktasının başlangıcı olan* r *uzunluğunun karesini verdiğinden aks formülleri:*

$$x_1 = \frac{g^2 x}{r^2}, \quad y_1 = \frac{g^2 y}{r^2}$$

şeklinde de yazılabilir.

İşbu denklemlerin karesini alıp taraf tarafa toplayacak olursak:

$$x_1^2 + y_1^2 = \frac{g^4(x^2+y^2)}{r^4} \quad ve \quad x^2 + y^2 = r^2 \quad ve \quad x_1^2 = y_1^2 + r_1^2$$

konularak:

$$r_1^2 = \frac{g^4 r^2}{r^4} = \frac{g^4}{r^2}$$

ve buradan $g^2 = r.r_1$ olduğu görülür.

Demek ki aks şu şekilde de tarif edilebilir: Bir noktaya onu sabit bir noktaya (burada eksenler başlangıç) ulaştıran doğru üzerinde ve başlangıca olan uzaklığı ile verilen noktanın başlangıç noktasına olan mesafesinin çarpım sonucu sabit bir miktara eşit olmak üzere bir diğer nokta tekabül ettirilir ise aks ile dönüşüm icra edilmiş olur.

$$x_1 = \frac{g^2 x}{r^2}, \quad y_1 = \frac{g^2 y}{r^2}$$

kurallarından r^2 *yerine* $\frac{g^4}{r_1^2}$ *konulur ve bunları* x, y *'ye göre halledecek olursak:*

$$x = \frac{g^2 x_1}{r_1^2}, \quad y = \frac{g^2 y_1}{r_1^2}$$

kuralları elde edilir. Bu halde x, y *noktası da aynı şekilde* x_1, y_1 *noktasına aynı formül ile bağlıdır.*

Binaenaleyh bir geometrik şekil, ikinci bir geometrik şeklin ma'kusu olursa, ikinci geometrik şekil de birincinin ma'kusudur. Ve böyle iki geometrik şekle de birbirinin ma'kusu şekiller denir. Eksenlerin başlangıcı olan m *noktasına da kutb-ı aks ve* g^2 *sabit sayısına kuvvet-i aks ismi verilir (Misbâh, 1916 d, s. 304-305)."*

Misbâh makalenin devamında iki nokta arasındaki uzaklığı veren aks formüllerini, makus eğrilerin teğetlik durumlarını ve son olarak soyut uzayda aksı incelemiştir. İki nokta arası uzaklığı veren aks fomülleri için Misbâh şu bilgileri vermektedir:

"Koordinat noktaları sırasıyla $(x, y), (x', y')$ *olan iki nokta arasındaki* l *uzaklığı:*

$$l^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 - 2xx' - 2yy'$$

kuralları ile elde edilir. Burada: $x^2 + y^2$ *yerine* r^2, $x'^2 + y'^2$ *yerine* r'^2 *koyacak ve* r, r' *'nün ma'kusları* r_1, r'_1 *olduğuna göre:*

$$rr_1 = g^2, \qquad r'r'_1 = g^2$$

$$x = \frac{g^2 x_1}{x_1^2}, \quad y = \frac{g^2 y_1}{y_1^2}, \quad x' = \frac{g^2 x'_1}{x'^2_1}, \quad y' = \frac{g^2 y'_1}{y'^2_1}$$

olduğunu dikkate alacak olursak:

$$l^2 = \frac{g^4}{r_1^2} + \frac{g^4}{r'^2_1} - \frac{2g^4 x_1 x'_1}{r_1^2 r'^2_1} - \frac{2g^4 y_1 y'_1}{r_1^2 r'^2_1} = \frac{g^4}{r_1^2 r'^2_1}[r_1^2 + r'^2_1 - 2x'x'_1 - 2y'y'_1]$$

veyahut:

$$x, y, x', y'$$

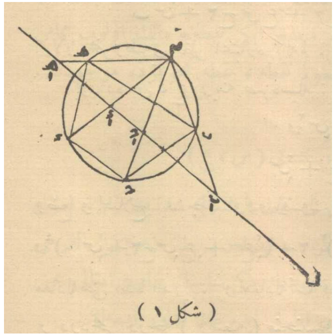
noktaları arasındaki mesafeyi l *ile göstererek:*

$$l^2 = \frac{g^4 l_1^2}{r_1^2 r'^2_1}$$

ve buradan:

$$l = \frac{g^2 l_1}{r_1 r'_1}$$

kuralları elde edilir. Bu kural birbirinin ma'kusu olan iki doğru parçasının uzunlukları arasındaki ilişkiyi teşkil eder.



Şekil 2. Bir Dairenin İçine Çizilen $becf$ Dörtgeni

Adı geçen kuraldaki aşağıdaki özelliğin ispatını inceleyelim. Şöyle ki bir n *dairesi içine çizilen bir* $bcef$ *dörtgenin kenarları ve köşegenleri arasında:*

$$bc.eh + bh.ce = be.ch$$

bağıntısı mevcuttur. Filvaki, kesişim noktasını bu daire üzerinde aldığımıza göre dairenin ma'kusu bir $b_1\ c_1\ e_1\ h_1$ *doğrusu olur. Mesafe kuralı bize:*

$$bc = \frac{g^2.b_1c_1}{mb_1.mc_1}, \quad eh = \frac{g^2.e_1h_1}{me_1.mh_1}, \quad bh = \frac{g^2.b_1h_1}{mb_1.mh_1}$$

$$ce = \frac{g^2.c_1e_1}{mc_1.me_1}, \quad be = \frac{g^2.b_1e_1}{mb_1.me_1}, \quad ch = \frac{g^2.c_1h_1}{mc_1.mh_1}$$

verip bu halde ispatı istenen bağıntı:

$$\frac{g^4}{mb_1.mc_1.me_1.mh_1}[b_1c_1.e_1h_1.b_1h_1.c_1e_1] = \frac{g^4}{mb_1.mc_1.me_1.mh_1}[b_1e_1.c_1h_1]$$

veyahut:

$$b_1c_1.e_1h_1 + b_1h_1.c_1e_1 = b_1e_1.c_1h_1$$

olur. b_1, c_1, e_1, h_1 *noktalarının bir doğru üzerinde bulunduklarını dikkate alarak bu bağıntıyı kolaylıkla ispat edebiliriz. Bunun için:*

b_1e_1 *yerine* $b_1h_1 + h_1e_1$, c_1h_1 *yerine* $c_1b_1 + b_1h_1$ *koymak kafidir. Bu halde bağıntı:*

$$b_1c_1.e_1h_1 + b_1h_1(c_1b_1 + b_1h_1 + h_1e_1) = (b_1h_1 + h_1e_1).(c_1b_1 + b_1h_1)$$

şeklini alır. Bu da aşikardır (Misbâh, 1916 d, s. 307-308)."

Misbâh makalesini, önemli olarak nitelendirdiği "Aks ile dönüşümler açıyı muhafaza eder. Yani, iki eğri veya yüzey herhangi bir açı tahtında kesişirler ise onların ma'kusları da aynı açı tahtında kesişirler (Misbâh, 1916 d, s. 312)" özelliği ve bu özelliğin ispatı ile bitirmiştir.

Makalesinde geometride transformée (mütehavvile/dönüşüm) konusunu ele alan Misbâh herhangi bir yeni yaklaşım ortaya koymamıştır ancak konuya hâkim olduğu anlaşılmaktadır.

3.5. "Mu'adelât-ı 'Adediye"

Mühendis Misbâh'ın "Mu'adelât-ı 'Adediye" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Ağustos 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, üçüncü sayısında yayımlanmıştır. Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı "sayısal denklemler"[11] olan makalesinde katsayıları tam sayı olan ve kökleri pozitif tam sayı olan denklem takımlarını ve çözümlerini incelemiştir. Misbâh, makalesinin başında hangi tür denklemleri inceleyeceğini şu sözlerle dile getirmiştir:

> *"Mu'adelat-ı adediye (sayısal denklemler) diye, katsayıları tam sayı olup hesabı yapılabilen işlemler ile gerek yekdiğerine ve gerek bilinen sayılara rabt edilen bilinmeyenleri içeren ve yalnız pozitif tam sayı kökleri inceleyen denklemlere denir. Sayısal denklemleri takımları, kök incelemesini teşkil edebilmeleri için daima bilinmeyenlerin sayısından eksik sayıda denklemlerden müteşekkil olmalıdır. Sayısal denklemlerinde, bilinmeyenler yerlerine konulduğu zaman denklemi eşit sayılara dönüştüren sayılara denklemlerin kökleri denir. Yine sayısal denklemleri, bilinmeyenlerin derecelerine göre, birinci, ikinci vd. dereceden olabilir.*
>
> *Mesela: $2x + 5 = 9$ sayısal denkleminin kökü 2'dir. Çünkü x yerine 2 koyacak olursak birinci tarafta 9 sayısına ulaşılır.*
>
> *$3x + 4 = 1$ sayısal denkleminin kökü yoktur. Çünkü denklemin birinci tarafta 1 sayısını verecek x'in tam sayılı hiçbir değeri yoktur.*[12]
>
> *n bilinmeyenli n tane denklem takımı ya sınırlı sayıda kök takımına sahip olur, veyahut çoğunlukla karşılaşıldığı şekilde hiçbir kök takımına sahip olamaz.*
>
> *Bilinmeyenlerin sayısı denklem sayısından fazla olsa, denklem kök takımlarına sahip olduğu takdirde bu takımlar belli bir formül altında yekdiğerine bağlı bulunurlar. İşte kök takımlarını veren kuralın incelenmesi ve sonuçlandırılması, sayısal denklemlerde en fazla uğraşılan meseledir (Misbâh, 1916 e, s. 328)."*

Sayısal denklemleri ve kök durumları hakkında bilgi veren Misbâh, bu makalede sadece iki bilinmeyenli denklemleri inceleyeceğini söylemiştir. Ayrıca iki bilinmeyenli sayısal denklemlerin ya $bx + cy = d$ veyahut $bx - cy = d$ şeklinde olacağını belirttikten sonra makalenin devamında $bx - cy = d$ şeklindeki denklemlerin çözümü ile ilgilenmiştir. $bx + cy = d$ türünden iki bilinmeyenli denklemlere makalesinde değinmemiştir.

Misbâh $bx - cy = d$ şeklindeki denklemlerde b ve c katsayılarından en az birinin 1 olmasına durumuna ait üç özel hali şu şekilde incelemiştir:

> *"1) $b = c = 1$ hali: Bu halde denklem $x - y = d$ şeklini alır. Burada x'in d'ye eşit veyahut d' den büyük olması gerekeceği tabiidir. Bu halde x, d ve d'den büyük olan değerlerin hepsini ($x = d$ için $y = 0$ kökü vardır, sıfır kökleri dikkate alıyoruz) alacağı gibi y sıfırdan itibaren sayıların hepsini alabilir. g sıfır olabilecek herhangi bir tam sayıyı göstermek şartıyla denklemin kök takımlarının tamamı $x = d + g,\ y = g$ kuralı ile elde edilir.*
>
> *2) $c = 1,\ b \neq 1$ hali: Burada denklem $bx - y = d$ şeklinde olarak incelenmesi, x'in denkleme denk gelecek değerleri $bx \geq d$ eşitsizliğini inceleyecek değerler arasında araştırılmalıdır.*
>
> *d'nin b üzerine bölümünden ortaya çıkacak sonuç g ve kalan jj olsun ($b > d$ ise $b = 0$ olur) bu halde $d = bg + j$ $d = bg + j$ yazılabilir. $bx \geq d$ olması için $y = 0$ yani d'nin b ile bölünmesi halinde $x \geq g$ ve $j \neq 0$ halinde $x > g$ olmalıdır.*
>
> *Bu halde denklemin kök takımlarının hepsi; d, b ile bölünebiliyor ise sonuç g olduğuna göre; k sıfır olabilecek bir tam sayı vermek üzere:*
>
> $$x = g + k,\ y = bk \tag{1}$$
>
> *ve d, b ile bölünemiyorsa sonuç g ve kalan j olduğuna göre k aynı şartlarda incelenmek üzere:*
>
> $$x = (g + 1) + k,\ y = b - j + kb = b(k + 1) - j \tag{2}$$
>
> *kuralları ile elde edilir.*
>
> *Örnek-1: $4x - y = 20$ denklemini dikkate alalım. Burada 20, 4 ile bölünebilir olup, sonucu 5'tir. Bu halde (1) kurallarını uygulayıp $x = 5 + k, y = 4k$ kuralları ile kök takımlarının tamamı elde edilebilir. Örneğin $k = 0$ değerine $x = 5,\ y = 0$ ve $k = 1$ değerlerine de $x = 6,\ y = 4$ vd. kök takımları tekabül eder.*
>
> *Örnek-2: $5x - y = 22$ denklemini inceleyelim. 22, 5 ile tam bölünemediğinden (2) kurallarını uygulayacağız. 22'nin 5 ile bölümünden ortaya çıkan sonuç 4 ve kalan 2 olduğundan; kök takımları:*
>
> $$x = 5 + k, \qquad y = 5(k + 1) - 2 = 5k + 3$$
>
> *kurallarında ortaya çıkar.*
>
> *Mesela $k = 0$ değerine $x = 5,\ y = 3$ değerleri tekabül eder.*
>
> *3) $b = 1, c \neq 1$ hali: bu halde denklem $x - cy = d$ şeklinde olur. Denklemi $x = d + cy$ şekline getirelim. Görülüyor ki y sıfır dâhil olmak şartıyla her değeri alabilir. x de sırasıyla $d, d + c, d + 2c$ vd. değerlerini verir. Bu halde bütün kök takımları, k sıfır olabilecek herhangi bir tam sayıyı vermek şartıyla $y = k,\ x = d + ck$ kurallarında dâhildirler (Misbâh, 1916 e, s. 329-330)."*

Misbâh $bx - cy = d$ türü iki bilinmeyenli denklemlerde b ve c katsayılarından en az birinin 1 olması durumunu incelemiş ve 3 ayrı kök bulma kuralını tanıtmıştır. Fakat bu kuralların ispatını vermemiştir. Dolayısıyla makalenin bu bölümünün pedagojik yönü zayıftır.

---

[11] Osman Bahadır, Ord. Prof. Mehmet Emin Kalmuk'un (1869-1954), Mühendis Mektebi Mecmuası'nda 1934 yılında yayımlanan "Herhangi bir dereceden muadele-i adediyenin halli" başlıklı makalesini, "Herhangi bir dereceden sayısal denklemlerin çözümü" şeklinde günümüz Türkçe'sine aktarmıştır. (Bahadır, 2017) Bu bağlamda, "mu'adelât-ı 'adediye" ifadesini "sayısal denklemler" olarak günümüz Türkçe'sine aktarmak uygun olacaktır.

[12] Bu denklemin tam sayı kökü -1'dir. Misbâh "tam sayı kökü yoktur" cümlesinden "pozitif tam sayı kökü yoktur" anlamını kastetmiş olmalıdır.

Misbâh *genel hal* başlığı altında, $bx - cy = d$ türü iki bilinmeyenli denklemlerde b ve c katsayılarının 1'den farklı olmaları durumunu incelemiştir. Misbâh öncelikle b ve c katsayılarının aralarında asal olup olmama durumlarını dikkate almıştır:

> *"Genel hal: Şimdi b, c katsayılarından hiçbirinin 1'e eşit olmaması halini inceleyeceğiz. b, c ile ya aralarında asaldır (mütebâyin), ya da değildir. Eğer b, c ile aralarında asal değilse $xb - cy = d$ şeklinde bir eşitlik teşkil edebilmesi için mutlaka d sayısının b, c sayılarının en büyük ortak bölenleri ile bölünebilmesi gerekir. Aksi takdirde denklem hiçbir kök takımını kabul etmez. Bu şartın incelenmesi halinde b, c, d işbu en büyük ortak bölen ile bölündüğü zaman b', c', d' bölümlerini vermek üzere $b'x - c'y = d'$ şeklinde bir denkleme ulaşılır. Burada b', c' sayılarının aralarında asal olacakları tabiidir. Bu yeni denklemin kök takımlarının tamamı denklemimizin kök takımlarının aynıdır. Bu halde daima x, y'nin katsayıları aralarında asal olan denklem ile iştigal edilecektir. Bu halde biz daima b, c sayılarını aralarında asal farz edebiliriz (Misbâh, 1916 e, s. 330).*

b ve c katsayıları aralarında asal olmasa dahi denklemin kökleri değişmeyecek şekilde aralarında asal hale getirilebileceğini vurgulayan Misbâh b ve c katsayılarının aralarında asal olduklarını varsayarak işlemlerine devam edeceğini belirtmiştir. Makalesinin devamında söz konusu denklemlerin köklerinin sayısının sonsuz olduğunun ispatını şu şekilde yapmıştır:

> *"Şimdi öncelikle $bx - cy = d$ denkleminin d ne olursa olsun sonsuz kök takımına sahip olduğunu ispat edeceğiz. Filvaki, mademki b, c ile aralarında asaldır. b'nin $b, 2b, 3b \dots (c-1)b$ katlarının c ile bölümünden kalanlar çeşitlidir. Çünkü mb, nb $(c > m, c > n)$ katlarının c bölümünden aynı kalan ortaya çıktığını farz edelim. Bu halde $m > n$ varsayımı ile $mb - nb = (m-n)b$'nin c ile bölünebilmesi gerekir. b, c ile aralarında asal olduğundan onun $(m-n)b$ çarpım sonucunu bölmek için, $m - n$'yi bölmek gerekir. Halbuki m, n'nin ve binaenaleyh $m - n$'nin c'den küçük olmasından m, n'ye eşit olmadıkça bu mümkün değildir. Buradan görülür ki $b, 2b \dots (c-1)b$ katlarının c ile bölümünden kalanlar arasında yekdiğerine eşit olanlar mevcut değildir. Bu halde bunlar çeşitlidir. Bu kalanların hepsi c'den küçük olmakla beraber sayıları da $c - 1$olduğundan c'den küçük olan sayıların hepsini teşkil eder. Önceki teoremden aşağıdaki sonuç çıkarılır:*
>
> *b, c ile aralarında asal olduğu zaman $c > m$ olmak üzere c ile bölümünden istenilen bir j kalanını veren bir mb sayısı daima mevcuttur (Misbâh, 1916 e, s. 331)."*

Paragrafın sonunda elde ettiği önemli sonuç ile Misbâh genel hal için kök bulma kuralını şu şekilde izah etmektedir:

> *"Şimdi bu açıklandıktan sonra d'nin c ile bölümünden kalanı j farz edelim. Denklemi $bx - d = cy$ şekline koyduktan sonra $misl\ c + j$ olacak bir mb mislini (katını) elde edebiliriz.[13] $(c > m)$ burada ya $mb > d$ veyahut $d > mb$ 'dir.*
>
> *1) Eğer $mb > d$ ise $mb - d$, $misl\ c$ olacağından onun c c ile bölümünden ortaya çıkanı n ile gösterdiğimize göre $x = m,\ y = n$ değerleri denklemin bir kök takımını teşkil ederler. b'nin mb'den başka $misl\ c + j$ olacak bir katını arayalım, o kat $m'b$ olsun. Bu halde $(m' - m)b = misl\ c$ olur. Buradan b'nin c ile aralarında asal olmasından $m' - m$ 'nin misli c olması ve binaenaleyh k, sıfır olabilecek bir tam sayıyı vermek üzere m' 'nün $m' = m + ck$ $m' = m + ck$ şeklinde olması gerekir. y ise:*
>
> $$\frac{(m+ck)b - d}{c} = \frac{mb - d + ckb}{c}$$
>
> *ve:*
>
> *$mb - d = nc$ konularak:*
>
> $$\frac{nc + ckb}{c} = n + kb$$
>
> *kuralları ile elde edilir. Bu halde denklemin sonsuz kök takımı olup bunlar da m, n yukarıda izah edilen sayıları ve k sıfır olabilecek herhangi bir sayıyı vermek üzere:*
>
> $$x = m + ck, \quad y = n + bk \qquad (3)$$
>
> *kurallarında dahil olurlar.*
>
> *2) $mb < d$ olsun, bu halde $mb - d$ çıkarması icra edilemez. Binaenaleyh b'nin yine c ile bölümünden j kalanını veren daha büyük katları aranmalıdır. Bunlar da :*
>
> $$(m + ck)b = mb + ckb$$
>
> *kurallarında dahildir. d'nin cb ile bölümünden ortaya çıkan bölümü k_1 ve kalanı j_1 olsun. Bu halde:*
>
> $$d = bck_1 + j_1$$
>
> *ve:*
>
> $$mb + cbk - d = mb + ckb - bck_1 - j_1 = bc(k - k_1) + mb - j_1$$
>
> *elde edilir.*
>
> *Burada $mb > j_1$ veyahut $j_1 > mb$ olduğuna göre iki hal mevcuttur. $mb > j_1$ ise gerek mb'nin ve gerek j_1'in bc'den küçük olmasından $mb - j_1 < mc$ olup bu halde k'in alabileceği en küçük değer k_1 olduğu görülür.*
>
> *Binaenaleyh denklemin kök takımlarının hepsi; l sıfır olabilecek bir tam sayıyı n de $\frac{(m+ck_1)b-d}{c}$*
>
> *bölümünü vermek üzere:*
>
> $$x = m + c(k_1 + l), \qquad y = n + bl$$
>
> *kurallarında dahil olurlar.*
>
> *$mb < j_1$ olsun. Bu halde k'nin alabileceği en küçük değer $k_1 + 1$ 'dir. Binaenaleyh denklemin kök takımlarının toplamı: l sıfır olabilecek bir tam sayıyı ve n de:*
>
> *$\frac{[m+c(k_1+1)]b-d}{c}$ bölümünü göstermek şartıyla:*
>
> $$x = m + c(k_1 + 1 + l), \quad y = n + bl$$
>
> *kurallarında dahil olurlar.*

[13] Günümüzde, "A'nın m'ye bölümünden kalan B'dir" türünden bir matematiksel ifade modüler aritmetikte $A \equiv B(Mod\ m)$ şeklinde yazılmaktadır. Misbâh ise bu türden bir ifadeyi "$misl\ m + B = A$" şeklinde ifade etmektedir. Makale boyunca yapılan alıntılarda Misbâh'ın gösterimine sadık kalınacaktır.

Sonuç olarak: $mb < d$ halinde d'nin bc ile bölümünden ortaya çıkacak kalanın mb'den küçük veya büyük olmasına göre k_1, d'nin bc ile bölümünden ortaya çıkacak bölümünü ve l sıfır olabilecek herhangi bir tam sayıyı göstermek şartıyla m, n yukarıda verilen manaları muhafaza etmek üzere:

$$x = m + c(k_1 + l) \quad (4)$$
$$y = n + bl$$
$$n = \frac{(m + ck_1)b - d}{c}$$

veyahut:

$$x = c(k_1 + 1l) \quad (5)$$
$$y = n + bl$$
$$n = \frac{[m + c(k_1 + 1)]b - d}{c}$$

kurallarında dahil olurlar (Misbâh, 1916 e, s. 331-333).”

Misbâh yukarıdaki paragrafta b ve c katsayılarının aralarında asal olmaları durumunda $bc - cy = d$ türünden denklemlerin köklerinin nasıl bulunacağına dair kuralları modüler aritmetik konusunu dâhil ederek açıklamıştır. Denklemlerin köklerinin bulunabilmesi için 5 kural belirleyen Misbâh, bu kuralların ispatlarını yapmamıştır. Makalesinin devamında ise söz konusu denklemlerin köklerinin bulunmasına dair elde ettiği 5 kurala uygun örnek uygulamalar yapmıştır. Örneğin $3x - 5y = 7$ denkleminin köklerini kurallara uygun olarak şu şekilde tespit etmiştir:

“Örnek 1: $3x - 5y = 7$ denklemini dikkate alalım. İleride göreceğimiz yöntem yardımıyla nasıl atanacağını öğreneceğimiz m sayısı burada 4'dür. Yani $4x3$ sayısı 3'ün $3, 3x2, 3x3, 3x4$ katları arasında 5 ile bölümünden 7'nin verdiği 2 kalanını veren katıdır. $12 > 7$ olduğundan (3) denklemini kullanacağız. Bu halde $n = \frac{12-7}{5} = 1$ olduğunu dikkate alarak k herhangi bir tam sayıyı (sıfır olabilecek) göstermek şartıyla denklemin kök takımlarının hepsi:

$$x = 4 + 5k, \qquad y = 1 + 3k$$

kurallarıyla elde edilir (Misbâh, 1916 e, s. 333).”

4 ve 5 numaralı kurallar için de örnek soru çözen Misbâh, çok büyük katsayılı denklemler için bahsi geçen bu 5 kuralın işe yaramayacağını, bunun yerine *ardışık bölme* olarak isimlendirdiği yöntemin kullanılmasının uygun olacağını ifade etmiştir. Öklid'in bölme algoritmasını kullandığı bu yönteme dair ayrıntılı bilgilendirmeyi yaptıktan sonra konuya uygun örnek denklemler çözmek suretiyle makalesini sonlandırmıştır.

Misbâh bu makalesinde sayısal denklemlerini tüm ayrıntılarıyla ele almıştır. Yeni bir yaklaşım ortaya koymamasına rağmen konuyu öğrencilerin anlayabileceği açıklıkta ifade etmiştir.

3.6. Münhaniyyât-ı Ricliyye

Mühendis Misbâh'ın “Münhaniyyât-ı Ricliyye” isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Kasım 1332 (1916) tarihli, birinci yıl, dördüncü sayısında yayımlanmıştır. Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı “Pedal Eğrileri” (S. B. Takıcak, 2017, s. 290) olan makalesinde pedal eğrilerinin öneminden, nasıl çizileceğinden ve bazı önemli özelliklerinden bahsetmiştir. Pedal eğrisinin ne olduğuna ve önemine dair açıklaması şu şekildedir:

“Bir eğrinin bir noktaya göre münhaniyyat-ı ricliyyesi (pedal eğrisi) diye bu noktanın eğrinin çeşitli teğetleri üzerindeki izdüşümlerinin geometrik yerine denir. Münhaniyyat-ı ricliyye, eğrilerin özelliklerinin incelenmesinde ziyadesiyle faydalıdır. Bir eğrinin münhani-i ricliyyesi bu eğrinin bir çeşit değişkenidir. Fakat bu değişkendeki özellik ve münhaniyye-i ricliyyenin genellikle münhaniyye-i asliyyeye (asıl eğri) sıkı bir şekilde olan bağlılığı, iki eğrinin özelikleri arasında çoğunlukla pek basit bir ilişkinin mevcutiyetine sebebiyyet veriyor. İşte bu ilişki sayesindedir ki, münhaniyye-i ricliyyenin özellikleri bilinen bir eğri olması halinde münhaniyye-i asliyenin birçok özelliği sonuç olarak elde edilebilir (Misbâh, 1916 f, s. 379).”

Misbâh giriş paragrafından sonra pedal eğrilerine dair önemli bir özelliğe dikkate çekerek şu açıklamaları yapmıştır:

“Yalnız şunu nazar-ı dikkatten kaçırmamak gerekir ki bir eğrinin birçok çeşit münhaniyye-i ricliyyesi vardır. Bir t eğrisinin bir b noktasına göre münhaniyye-i ricliyyesi b noktasının yerine tabidir. b'nin yer değişikliğinde münhaniyye-i ricliyye sadece vaziyyet değil şeklen ve cinsen büyük oranda dönüşebilir. İşbu eğri cebrî ise, onun derecesi değişebilir. Aynı bir eğrinin çeşitli noktalara göre münhaniyye-i ricliyyesi doğru, daire ve yüksek dereceden bir eğri olabilir. İleride görülecek üzere münhaniyye-i ricliyyenin denklemi, eğrinin denklemi ile ona ilhak edebilecek ve onun türevlerini içerecek diğer iki denklem arasında iki değişkenin yok edilmesi ile elde edileceğinden eğri denkleminin cebrî olmayan bir unsura malik olmaması halinde yok edilerek elde edilebilecek denklem de gayri cebrî unsurlardan mahrum olur. Bu halde cebrî bir eğri hangi noktaya nazaran olur ise olsun, münhaniyye-i ricliyyesi yine bir münhaniyye-i cebrîdir. Eğri gayri cebrî ise onun münhaniyye-i ricliyyesi yine genellikle gayri cebrîdir (çok özel bazı haller dışında). Görülüyor ki münhaniyye-i ricliyyenin şekil ve cinsinde b noktasının konumunun büyük bir etkisi vardır. Bu halde bir eğrinin özelliklerini incelenmesinde yardım edebilecek bir münhaniyye-i ricliyyenin teşkilinde işbu noktanın seçilmesi pek önemli bir meseledir (Misbâh, 1916 f, s. 379).”

Misbâh bu paragrafta, eğri üzerinde alınacak herhangi bir b noktasının konumunun, ona bağlı çizilecek olan pedal eğrisinin komumu ve şeklini etkileyeceğini; ilk eğrinin cebirsel bir eğri olması durumunda pedal eğrisinin cebirsel olacağını, cebirsel olmaması durumunda ise pedal eğrisinin de cebirsel olmayacağı bildirmiştir.

Misbâh pedal eğrisinin denklemlerinin oluşum şekillerine dair şu bilgileri vermiştir:

"Evvela münhaniyyat-ı ricliyyenin denklemlerinin oluşum şeklini görelim. t eğrisinin denklemi $f(x,y)=0$ ve b noktasının konumları x', y' olsun. t eğrisine ait ve (n,h) konumlarına sahip bir noktayı dikkate alalım. Bu noktadaki teğetin denklemi:

$$(y-h)=-\frac{f'(n)}{f'(h)}(x-h)$$

veyahut:

$$(x-n)f'(n)+(y-h)f'(h)=0\text{'dır.} \tag{1}$$

Fakat burada n, h noktasının eğriye ait olduğu kabul edilmesinden

$$f(n,h)=0 \tag{2}$$

bağıntısı mevcut olacağını unutmamalıdır.

Şimdi b noktasının (1) teğeti üzerindeki izdüşümü bu noktadan bu teğet üzerine çizilmiş dikmenin teğet ile kesişim noktasıdır. İşbu dikmenin denkleminin:

$$(y-y')f'(n)+(x-x')f'(h)=0 \tag{3}$$

olduğu açıkça görülebilir. İşbu dikmelerin teğet üzerindeki konumlarının geometrik yeri olan münhaniyye-i ricliyyenin bir noktasının konumları (1) ve (3) denklemleri arasında x ve y bilinmeyenleri tespit edilerek bulunur. Fakat bu iki denklemde (2) bağıntısı ile bağlı olan (n,h) değişkenleri mevcut olduğundan (1), (2), (3) denklemleri arasında işbu değişkenlerin yok edilmesi ile elde edilecek denklem, münhaniyye-i ricliyyenin her noktasının x, y konumlarının inceleyeceği denklem ve binaenaleyh münhaniyye-i ricliyyenin denklemi olmuş olur (Misbâh, 1916 f, s. 380)."

Misbâh pedal eğrilerinin nasıl ortaya çıktığını izah ettikten sonra bazı eğrilerinin özel bazı noktalarına göre pedal eğrilerinin geometrik yöntemlerle doğrudan doğruya nasıl bulunabileceğini ve bunlardan bazılarını örneklendireceğini ifade etmiştir. Misbâh şu örnek pedal eğrilerini izah etmiştir:

"1) Bir doğrunun herhangi bir noktaya göre münhaniye-i ricliyesi o noktanın doğru üzerindeki izdüşümü olup bir nokta ile son bulur.

2) Bir dairenin merkezine göre münhaniye-i ricliyesi dairenin kendisidir. Çünkü merkezin teğetleri üzerindeki izdüşümleri teğet noktalarından ibarettir. Bir dairenin merkezinden başka noktaya göre münhaniye-i ricliyesi yüksek dereceden bir cebirsel eğridir.

3) Bir elipsin veya hiperbolün bir odağına göre münhaniye-i ricliyyesi, odak eksen (yani odakları içine alan eksen) çap olmak üzere çizilen dairedir. Bu analitik geometride görülen bir teoremdir.

4) Bir parabolün odağına göre münhaniye-i ricliyyesinin, tepedeki teğetten ibaret olduğu analitik geometride görülmüştür.

5) Bir parabolün re'sine (tepesine) nazaran münhaniye-i ricliyesi ... sissoid eğrisini verir (Misbâh, 1916 f, s. 381-383)."

Beş farklı pedal eğrisini örnek olarak veren Misbâh sissoid eğrisini şu şekilde elde etmiştir:

"Bir parabolün re'sine (tepe noktasına) göre münhaniye-i ricliyesini inceleyelim. Parabolün ekseni ve tepesindeki teğetine nisbet edilen denklemi: $y^2-2gx=0$ olsun. Eğrinin tepesinin konumları $(0{,}0)$'dır. (başlangıç noktası) yukarıda görülen (1), (2), (3) denklemleri burada:

$$-2g(x-n)+2h(y-h)=0$$

veyahut:

$$-g(x-n)+h(y-h)=0 \tag{1}$$
$$-2gy-2hx=0$$

veyahut:

$$gy+hx=0 \tag{2}$$
$$h^2-2gn=0 \tag{3}$$

olur. Bu denklemler arasında n, h'yi yok edelim. İkinci denklemden:

$$h=-\frac{gy}{x}$$

dördüncü denklemden:

$$gh=\frac{gy}{x}\left(y+\frac{gy}{x}\right)+gx$$

ve buradan:

$$h=\frac{x^3+y^2x+gy^2}{x^2}$$

eşitliklerini üçüncüsünde yerlerine koymakla:

$$\frac{g^2y^2}{x^2}-\frac{2g(x^3+y^2x+gy^2)}{x^2}=0$$
$$-gy^2-2x^3-2y^2x=0$$

veyahut:

$$(x^2+y^2)x+\frac{g}{h}x^2=0 \tag{4}$$

elde edilir ki münhaniye-i ricliyyenin denklemi budur. Bu, dik bir sissoid eğrisini ortaya çıkarır (Misbâh, 1916 f, s. 382-383)."

Bir parabolün tepe noktasına göre çizilen pedal eğrisinin nasıl bir sisoid eğrisini ortaya çıkardığını izah eden Misbâh, makalesinin devamında bu eğrinin özelliklerini anlatmıştır. Ayrıca bu söz konusu pedal eğrisine, doğrudan doğruya parabolün özellikleri kullanılarak da ulaşabileceğini gösterdikten sonra makalesini sonlandırmıştır.

Misbâh makalesinde pedal eğrilerine dair yeni bir yöntem kullanmamıştır. Bilinen özellikleri daha açık bir şekilde ifade etmeye gayret etmiştir.

3.7. "Pascal Müseddesi Üzerine"

Mühendis Misbâh'ın "Pascal Müseddesi Üzerine" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Haziran 1333 (1917) tarihli, ikinci yıl, beşinci sayısında yayımlanmıştır.
Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı "Pascal Altıgeni Üzerine" olan makalesinde, Pascal'a ait kullanışlı bir teoremin, bilinen bazı geometri teoremlerinin ispatında kullanılmasına dair ayrıntılı bilgi vermiştir. Misbâh söz konusu teoremi şu şekilde tanımlamıştır:

"Bir koniğin içine çizilmiş bir altıgenin karşılıklı kenarlarının kesişim noktaları, bir doğru üzerinde olan üç noktadır (Misbâh, 1917 a, s. 526)."

Misbâh, Pascal altıgeni olarak bilinen bu teoremin ispatının analitik geometri kitaplarının hemen hepsinde bulunduğunu, dolayısıyla bu ispatlara makalesinde yer vermeyeceğini, Pascal teoreminin sonuçlarına değineceğini bildirmiştir. Misbâh, Pascal altıgeni her ne kadar bir konik içine çizilse de teoremin ispatı için koniklerin tüm özelliklerinin bilinmesine ihtiyaç olmadığını ve sadece koniklerin denklemlerinin bilinmesinin yeterli olduğunu şu sözlerle dile getirmektedir:

> *"Şurasını da akılda tutalım ki ispatı için koniklerin çeşitli unsurlarının özelliklerini bilmeye gerek olmayan Pascal teoremi, sadece koniklerin genel denklemlerine dayanarak ispat edilmektedir. Bu teoremi ispat için yalnız koniklerin denklemlerinin ikinci dereceden olduğunu bilmek kâfidir. Koniklerin diğer özelliklerine ihtiyaç duymayan işbu teorem doğal olarak koniğin iki doğru heyetine müncer olması halinde uygulanabilir. Biz de aşağıdaki ispatlarımızda çoğunlukla bu özel halden faydalanacağız (Misbâh, 1917 a, s. 526-527)."*

Geometride bilinen teoremlerden birinin Pascal teoremi ile ilişkisini Misbâh şu şekilde kurmuştur:

> *"Rastgele iki t, t' doğrularını kesmek üzere keyfi üç BC, DC, GK kesenleri çizilir ise (Şekil 3) teşkil eden üç $BCDH, DHGK, BCGK$ dörtgenlerinin köşegenlerinin L, M, N kesişim noktaları bir tek doğru üzerindedir. Temel geometrik yöntemler ile analitik geometride basit olmayan denklemler yardımıyla birkaç yöntemle ispat edilen işbu teoremi biz burada Pascal teoreminin bir sonucu olarak çıkarsayacağız Şöyle ki, t, t' doğruları bir konik ve kenarları BH, HG, GC, CD, DK, KB olan $BHGCDKB$ altıgeni bir konik içine çizilmiştir. Bu altıgenin birinci BH kenarının karşılığı onun dördüncü CD kenarı, HG'nin karşılığı DK, GC'nin karşılığı da KB'dir. Bu halde işbu karşılıklı kenarların ikişer ikişer L, M, N kesişim noktalarının Pascal teoremi gereğince bir tek doğru üzerinde bulunması gerekip istenen hâsıl olur (Misbâh, 1917 a, s. 527)."*

Misbâh yukarıdaki paragrafta, projektif geometride bilinen bir özelliği, Pascal teoreminin bir sonucu olarak ispatlamıştır. Ayrıca 17. yüzyılın ünlü Fransız matematikçilerinden Desargues'un adı ile anılan bir teoremin ispatını da Pascal teoremini kullanarak yapmıştır. Misbâh teoremi şu şekilde ifade etmektedir:

> *"İki üçgenin köşelerini ikişer ikişer birleştiren doğrular bir noktada kesişirler ise, bu üçgenlerin paralel (yani paralel köşeleri içine alan) kenarlarının kesişim noktaları bir doğru üzerinde bulunan üç noktadır (Misbâh, 1917 a, s. 527)."*

Misbâh Pascal teoreminin özellikle doğrular ve dairelerden oluşan şekillere ait pek çok özellik ve teoremin ispatında kullanılabileceğini bildirmiştir. Örneğin Pascal teoremini kullanarak Brianchon teoreminin ve Desargues teoreminin ispat edilebileceğini dile getirmektedir. Misbâh bu makalesinde Brianchon teoreminin ispatını yapmaya gerek görmezken Desargues teoreminin ispatını yapmıştır.

3.8. Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı

Mühendis Misbâh'ın "Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı" isimli makalesi, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nın Ağustos 1333 (1917) tarihli, ikinci yıl, altıncı sayısında yayımlanmıştır.

Misbâh, günümüz Türkçesi ile başlığı "Kübiklerin Büküm Noktaları" olan makalesinde homojen koordinatlarda kübik eğrilerin büküm noktalarının sayısını ve bu noktalardan hangilerinin sanal hangilerinin gerçek büküm noktası olduğunu Hesse[14] ve Plucker[15] formüllerinden[16] faydalanarak incelemiştir. Misbâh makalesinde özel noktalara sahip olmayan eğrilerin dikkate alındığını, özel noktalara sahip eğrilerin Plucker formüllerine müracaat ederek çözümlenebileceğini belirtmiştir (Misbâh, 1917 b, s. 553).

Misbâh makalesine şu cümle başlamıştır:

> *"Malumdur ki bir cebirsel eğrilerin büküm noktaları, onun Hesse'si denilen bir eğri ile o eğrinin kesişim noktalarıdır (Misbâh, 1917 b, s. 553)."*

Misbâh'ın bu açıklaması ile Dickson (1914)'un makalesinde "Teorem 1" ile isimlendirdiği "Tekil noktası olmayan bir kübik eğri $f = 0$'ın Hesse eğrisinin $h = 0$ ile kesişimi $f = 0$'ın bir bükülme noktasıdır" ifadesi ile örtüşmektedir. Misbâh yararlandığı batılı kaynakların ismini vermemiştir. Fakat Dickson'un bu makalesi ile Misbâh'ın makalesinin bazı noktalarının ortak olması, Misbâh'ın söz konusu makaleden haberdar olabileceğini düşündürtmektedir.

Misbâh bu makalede 3. dereceden denklemlere sahip eğrilerin $3x3(3-2) = 9$ tane olan büküm noktalarının hangilerinin gerçek ve hangilerinin sanal olacağını, geometrik ve cebirsel incelemelerle analiz ederek tespit edeceğini belirtmiştir (Misbâh, 1917 b, s. 553). Ele alacağı konunun dönüm noktalarına (nokât-ı mükerrer veya nokta-i iyâd) sahip olmayan kübikler olduğunu hatırlatarak, homojen koordinatlarda kullanacağı denklemi şu şekilde açıklamıştır:

> *"z aynı türden değişkenin dâhil edilmesi ile denklemi türdeş kılınmış olan bir $f(x,y,z) = 0$ kübiğini dikkate alalım. Bu eğrinin Hesse denklemi $g(x,y,z) = 0$ olsun. $X = b_0x + c_0y + d_0z,\ Y = b_1x + c_1y + d_1z,\ Z = b_2x + c_2y + d_2z$ değişkenli kuralları ile kübikle onun Hesse'sinin değişkenlerini teşkil edelim. Bu çeşit değişken Descartes'ın koordinat sistemine göre:*
>
> $$X = \frac{b_0x + c_0y + d_0}{b_2x + c_2y + d_2},\quad Y = \frac{b_1x + c_1y + d_1}{b_2x + c_2y + d_2}$$
>
> *dönüşümünden ibarettir. İşbu dönüşümün sonucu olarak eğri ile Hesse'sinin elde edilecek dönüşümlerinin denklemleri:*
>
> $$h(x,y,z) = 0 \quad k(x,y,z) = 0$$

[14] Otto Hesse (1811-1874) Alman matematikçi.
[15] Julius Plucker (1801-1868) Alman matematikçi.
[16] Misbâh'ın "düstûr" şeklinde ifade ettiği kavramı "formül" olarak günümüz Türkçe'sine çevirmek mümkündür. (Çoker & Karaçay, 1983, s. 166)

olsun. g ve k fonksiyonlarının, f ve h fonksiyonlarının tabi oldukları dönüşümlere göre alınan ikinci derece kısmı türevlerini içeren birer determinanttan ibaret oldukları malumdur. X, Y, Z değişkenleri x, y, z değişkenlerine doğrusal (hattî) ifadelerle bağlı olduklarından işbu doğrusal ifadelerin katsayılarından ortaya çıkan determinant sıfır olmak üzere (bizde bu şartın tahakkuk ettiğini varsayıyoruz) x, y, z ifadeleri de X, Y, Z'den doğrusal fonksiyonları olur. Bu halde $f = 0$, $g = 0$ denklemlerinin gerçek kök takımlarına $h = 0$, $k = 0$ denklemlerinin gerçek kök takımları tekabül eder. Diğer bir değişle $f = 0$ eğrisinin ne kadar gerçek büküm noktası varsa $h = 0$ değişken eğrisinin de o kadar gerçek büküm noktası vardır (Misbâh, 1917 b, s. 553-554)."

Mihbah $f = 0$ eğrisinin gerçek büküm noktası sayısı ile $h = 0$ değişkenli eğrisinin büküm noktası sayılarının aynı olduklarını ve $h = 0$ eğrisinin gerçek büküm noktalarını inceleyeceğini belirtmiştir. Misbâh, $b_0, c_0, \dots, d_0$ katsayılarından ortaya çıkacak olan determinantın sıfır olmaması şartıyla, $h(x, y, z) = 0$ eğri denkleminin üç asimptotundan ikisinin sanal olacağını, üçüncüsünün ise gerçek olacağını, ayrıca üçüncüsüne denk gelen asimptot doğrusunun sınırlı alan dahilinde olması şartını sağlayacak şekilde seçilebileceğini beyan etmiştir (Misbâh, 1917 b, s. 554).

Misbâh özel noktalara sahip olmayan ve sadece bir gerçek asimptot doğrusu kabul eden bir kübiğin nasıl olabileceğini şu şekilde izah etmiştir:

"Şimdi, özel noktalara sahip olmayan ve yalnız bir gerçek asimptot doğrusu kabul eden bir kübiğin ne şekilde olabileceğini düşünelim. Asimptot doğrusu (Şekil 4) BC (بب) doğrusu olsun. Eğri, bu asimptot olan bir kısım ile onun başka bir asimptota sahip olmamasından ve kapalı diğer bir kısımdan müteşekkil olacaktır. Eğrinin tekrarlanan noktalara sahip olmaması cihetiyle kapalı kısım, birinci açık kısmı kesmeyecektir. Asimptot doğrusu eğriyi sonsuzda çakışık iki noktada kesen bir doğru gibi düşünüleceğinden bu doğrunun eğri ile üçüncü kesişim noktasının gerçek olması gerekir. Hâlbuki kapalı olan kısmı kesen bir doğru onu çift sayıda noktada keseceğinden eğrinin asimptot doğrusu ile üçüncü kesişim noktasının onun açık olan T (ب) tarafı üzerinde bulunması ve kapalı olan diğer kısmın asimptotu kesmemesi icap eder. Bir doğru üçüncü dereceden köke ayrılmayan (yani daha küçük dereceden eğrilere ayrılmayan) bir eğriyi en fazla üç gerçek noktada kesebileceğinden eğrinin kapalı olan kısmının girintili ve çıkıntılı olmaması ve binaen aleyh yumurta gibi bir K şeklinde bulması lazım gelir. İşte hakiki ve sınırlı alan içinde bulunan bir asimptot doğru kabul eden tekrarlı noktalara sahip olmayan bir kübik, şekil 4'de gösterilen T, K (ب,ب) şeklinde iki kısımdan oluşmalıdır. Yumurta şeklinde olan K kısmı bir büküm noktasına sahip olamaz. T tarafı ise BC asimptot doğrusunu D gibi bir noktada keseceğinden onun asimptot doğrusunun bir tarafından diğer tarafına geçmesi icap edip bu ise ancak üç defa kökünün yer değiştirmesiyle ve binaen aleyh H, G, F gibi üç gerçek büküm noktası vermekle mümkün olabilir. Bahsi geçen geometrik düşünceler $h(X, Y, Z) = 0$ değişkeninin daima gerçek üç büküm noktasına sahip olduğunu ve onun üçten fazla sayıda gerçek büküm noktaları kabul edemeyeceğini gösterir. $h(X, Y, Z) = 0$ eğrisinin gerçek büküm noktalarına, $f(x, y, z) = 0$ kübiğinin gerçek büküm noktaları denk geleceği, değişkenimizin özel şekli icabatından olmakla, genel şekilde olarak alınan $f(x, y, z) = 0$ kübiğinin daima üç gerçek büküm noktasına sahip olduğu ve üçten fazla gerçek büküm noktası kabul edemeyeceği bellidir. Kübiğimizin genel olmasından dolayı bu netice her kübiğe uygundur. Kübiğimizin özel noktasız kübik olduğunu unutmayalım (Misbâh, 1917 b, s. 554-555)."

Misbâh, özel noktalara sahip olmayan ve bir gerçek asimptota sahip olabilen kübiğin nasıl olabileceğini izah ettikten sonra "Bir kübiğin iki büküm noktasını birleştiren doğru diğer bir üçüncü büküm noktasından geçer (Misbâh, 1917 b, s. 557)" teoremini ispat etmiştir.

Misbâh makalenin devamında önce "bir kübiğin gerçek büküm noktalarının sayısı en az üçtür (Misbâh, 1917 b, s. 557-561)" önermesinin daha sonra da "*bir kübiğin gerçek büküm noktalarının sayısı üçten fazla olamaz (Misbâh, 1917 b, s. 561-564)*" önermesinin ispatını yapmıştır.

Misbâh, analiz alanında öğrenciler için anlaşılması zor bir konu olan üçüncü dereceden eğrilerin büküm noktalarının hangilerinin gerçek hangilerinin sanal olduğuna dair hazırladığı makalede, döneminin Batılı kaynakları ile benzer bir söyleme sahip olması, bu kaynaklardan yararlanmış olabileceğini düşündürtmektedir. Fakat Misbâh kaynaklarının isimlerini makalesinde vermemiştir.

4. MEHMET MİSBÂH'IN MATEMATİĞE İLİŞKİN DİĞER ÇALIŞMALARI

Misbâh Efendi, 1910 yılında, henüz beşinci sınıf öğrencisi iken, bazı matematiksel problemlere dair küçük bir kitap yayımlamıştır. Kitap matbaada basılmış ancak satılamadığından bir daha basılamamıştır (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 203). Söz konusu esere ulaşılamamıştır.

Misbâh Efendi'nin nüshasına ulaşılamayan bir diğer eseri, *Hendese-i Halliyye* (Analitik Geometri) kitabıdır. Arşiv belgelerine göre, Misbâh'ın söz konusu kitabının iki adedinin bedeli ödenerek Harbiye Mektebi kütüphanesine konulması için bir memur gönderilmiştir (BOA, İTÜ.MÜM., 1335/1919: 46/73/1-2). Misbâh'ın Mühendis Mektebi'nde analitik geometri derslerine girmesi ve Darülfünûn Fen Fakültesi Mecmuası'nda yayımlanan bazı makalelerinin analitik geometri konulu olması bu bilgiyi destekler mahiyettedir.

Mühendis Mektebi ikinci sınıf öğrencilerinden Muhyiddin Sırrı Şamlı'nın[17] (1330/1912'de sağ), çeşitli geometri problemlerini anlattığı *Mesâil-i Hendesiye* adında bir eseri taş basma yayımlamaya başlamıştır. Eserinin düzlem geometri problemlerine ilişkin olan ilk cildi, içerik

[17] Daha sonra Mühendis Mektebi'nde öğretmen olarak görev yapmıştır.

olarak birinci sınıf öğrencilerine ve idadî (lise) öğrencilerine yönelik olarak düşünülmüştür. Misbâh Efendi yine öğrenci iken, bu esere önsöz yazmıştır (Uluçay & Kartekin, 1958, s. 203; İhsanoğlu, vd., 2011, s. 78). Muhyiddin Sırrı'nın "İfâde-i Merâm" başlığından sonra, "Mukaddime" başlığı ile 14 sayfada kaleme aldığı önsözde Misbâh, matematiksel gerçekliğin mümkünlüğü, matematikte ispatın önemi ve mahiyeti, hareket ve geometri arasındaki ilişki gibi matematik felsefesine dair konuları ele almıştır (Muhyiddin Sırrı Şamlı, 1329H/1911, s. ب ب).

Mehmet Misbâh'ın nüshasına ulaşabildiğimiz tek kitabı, Bakırköy Mekteb-i İdadisi hocalarından Namık Ekrem[18] ile birlikte yazdıkları *Hesaba Dair Fâideli Mesâil I* adlı ders kitabıdır. Kitapta, çeşitli matematik hesapları ve çözümleri verilmektedir (İhsanoğlu, vd., 2011, s. 102). Yazarlar önsözde, ülkedeki geri kalmışlığın nedenini, bilim ve fennin ülkede olmayışına bağlamışlar ve bir ülkede bilim ve fen gelişmediği takdirde ticaret, sanat ve ziraatın da gelişmeyeceğini, devletlerin gelişmesinin ancak fen ve matematik sayesinde olacağını dile getirmektedirler. Fen ve doğa bilimleri ile matematiğe önem verilerek iyi niyetle çalışıldığı takdirde Avrupalıların ulaştığı medeniyet seviyesine ulaşmanın mümkün olduğunu belirtmektedirler (Ayan, 2002, s. 80-81; Mehmet Misbâh & Namık Ekrem, 1326/1910, s. 4-5). Yazarlar ayrıca, Meşrutiyetin ilanı ile birlikte memuriyete eleman alınırken artık sınavlar yapılacağını, bu sınavlarda başarılı olmak için de bilim ve matematik öğrenimine önem verilmesi gerektiğini, yazdıkları kitabın da bu tarz sınav ve yarışmalarda sorulabilecek uygulamalı soruları içerdiğini belirtmektedirler (Ayan, 2002, s. 121-122; Mehmet Misbâh & Namık Ekrem, 1326/1910, s. 3, 6). Eserde, kesirler, ondalık kesirler, oran-orantı, faiz hesaplama, dört işlem problemleri gibi çeşitli konular soru cevap tarzında işlenmiş, konu anlatımında yer verilmemiştir. Kitapta verilen soru ve cevaplardan bazıları şu şekildedir[19]:

> *"Soru: B noktasından biri saatte 4, diğeri 9 kilometre süratle iki araba hareket ediyor. Saatte 4 kilometre giden araba 4 saat önce hareket ederek Y noktasına gelse, bu iki araba kaç saat sonra karşılaşırlar?*
>
> *Cevap: Önce BY uzaklığını hesaplamalıyız. 1 saatte 4 kilometre giden araba 4 saatte 16 kilometre gider. O halde $BY = 16$ olur. Bu iki arabanın karşılaşması için saatte 9 kilometre giden araba, öndeki araba ile aralarındaki mesafe olan 16 kilometreyi alması gerekir. Bir saatte $9 - 4 = 5$ kilometrelik mesafeyi kat ettiğinden, aralarındaki mesafeyi $16/5$ saat sonra kapatır. Yani $3\ 1/5$ saat sonra karşılaşırlar (Mehmet Misbâh & Namık Ekrem, 1326/1910, s. 13)."*

Görüldüğü gibi soru ve çözümü bugün ilköğretim matematiği düzeyindedir.

> *"Soru: Bir fabrikada çalışan 25 işçinin bir kısmı, günlük 20 kuruş, diğer kısmı 15 kuruş almaktadır. 6 günlük ücretleri 2640 kuruş olduğuna göre, her bir grup kaç kişiden oluşmaktadır (Mehmet Misbâh & Namık Ekrem, 1326/1910, s. 19)."*

İki bilinmeyenli denklem sistemi ile çözülebilecek bu soruyu yazarlar, denklem kurmadan basit dört işlem hesabı yardımı ile çözmüşlerdir.

> *"Soru: Bir lastik top, her atılışında düştüğü yüksekliğin 2/3'ü kadar yükseldiği bilindiğine göre, bu top 810 metre yükseklikten düşse kaç sıçrayış sonunda 360 metre yüksekliğe kadar çıkabilir (Mehmet Misbâh & Namık Ekrem, 1326/1910, s. 40)?"*

Yine benzer şekilde, çözümde herhangi bir cebirsel denklem kurma işlemine girişmeden basit dört işlem hesabı ile soru çözülmüştür.

Misbâh'ın en çok makalesinin yayımladığı dergi olan *Genç Mühendis*, Osmanlı Mühendis İktisat Cemiyeti'nin yayın organıdır. Dergi, 1909-1914 yılları arasında 62 sayısı çıkmıştır. On beş günde bir yayımlanan derginin yazar kadrosu arasında Mühendis Mektebi öğrencileri ve hocaları yer almaktadır. Cebir, analiz, inşaat, elektrik gibi konuların ele alındığı dergi, mühendislik öğrencilerinin derslerine yardımcı olmak ve mühendislik alanındaki yeni gelişmeleri öğrencilere duyurmak amacı ile yayımlanmıştır. *Genç Mühendis* dergisinde Mehmet Misbâh'ın, henüz öğrenci iken kaleme aldığı çok sayıda yazısı ve problem çözümü yer almaktadır. Mehmet Misbâh'ın, dergide yayımlanan makalelerinin künyesi şu şekildedir (Duru, 2017, s. 39, 151, 152; Okay, 2007, s. 12, Okay, 2004, s. 21-26):

- Mehmet Misbâh, "Planimetre ile Mesaha", sayı 25, ss:2-3, 14 Şubat 1910/1 Şubat 1325
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi: Hesâb Mesaili", sayı 25, s. 9, 14 Şubat 1910/1 Şubat 1325
- Mehmet Misbâh, "Planimetre", sayı 27, ss:6-8, Nisan 1326/14 Nisan 1910
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi" sayı 28, ss. 9-10, 14 Mayıs 1910/1 Mayıs 1326
- Mehmet Misbâh, "Cebir", sayı 28, ss. 10-11, 14 Mayıs 1910/1 Mayıs 1326
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 29, ss. 9, Haziran 1326/1910
- Mehmet Misbâh, "Hendese Meselesi", sayı 29 ss. 12, Haziran 1326/1910

[18] Âyân-zâde Namık Ekrem (1878-1917), Urfa, Birecik doğumludur. Asıl adı Mehmet Ekrem'dir. Namık Kemal'e olan hayranlığından dolayı, Namık önadını almıştır. Muhtelif liselerde matematik hocalığı yapmıştır. Öğrencilerinin faydalanması için Mehmet Misbâh ile hesaba dair bir eser kaleme almıştır (Bilgin, 2019, s. 4-5). Erzurum, Van, Bitlis maarif müfettişliklerinde bulunmuş, Kerkük Sultanîsi müdürü iken tifodan ölmüştür. İstanbul'da yayımlanan Avamm gazetesinin bir süre başyazarlarını yapmıştır. Hatipliği ile meşhurdur. Şiirlerinin, siyasi ve fikrî yazılarının dışında fen bilimlerine ilişkin altı kitabı mevcuttur (İhsanoğlu vd., 2006, s. 567-569). Ayrıntılı bilgi için bakınız: Ayata, Y. (2002). Âyanzade Namık Ekrem Hayatı, Sanatı ve Eserleri (Yayımlanmış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara; Ayata, Y. (2009). Âyanzade Namık Ekrem: Eğitime Adanmış Bir Ömür. Adana: Asitan Kitap.

[19] Buraya, sadeleştirilmiş metin alınmıştır.

- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 30, ss. 9-10, Temmuz 1326/1910
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 33, ss. 9-10, Ekim 1910/Teşrin-i Evvel 1326
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 34, ss. 9-10, Kasım 1910/Teşrin-i Sani 1326
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 35, ss. 9-11, N: 35 Kânun-ı Evvel 1326/Aralık 1910
- Mehmet Misbâh, "Felsefe-i Riyâziyyat", sayı 36, ss. 5-8, Ocak 1911/Kanun-ı Sâni 1326
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 40, s. 15, Mayıs 1911/1327
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 41, s. 16, Haziran 1327/1911
- Mehmet Misbâh, "Kısm-ı Riyazi", sayı 42, s. 17-20, Temmuz 1327/1911
- Mehmet Misbâh, "İlâ-gayri'n-nihâye Kabiliyet-i İnkısâmı", sayı 45, ss:1-5, Teşrin-i Evvel 1327/Ekim 1911

Mühendis Misbâh'ın makalelerini yayımlandığı bir diğer dergi *Fenn* gazetesidir. *Fenn* gazetesi, 1911 yılının Mart-Haziran ayları arasında matematik ve doğa bilimlerinden ve özellikle bunlara dair uygulamalar ve öğretim yöntemlerini ele alan bilimsel bir yayımdır. Sadece 13 sayı çıkarılabilmiş derginin ilk sayısı 23 Mart 1911, 13. ve son sayısı ise 15 Haziran 1911 tarihinde yayımlanmıştır. (Yurtoğlu, 2015,s. 43) Misbâh'ın, *Fenn* gazetesindeki yazılarının künye bilgisi şu şekildedir:

- Mehmet Misbâh, "Riyâziyât", sayı 4, ss. 3, 31 Mart 327/13 Rebiulâhir 329.
- Mehmet Misbâh, "Riyâziyât", sayı 5, ss. 2- 3, 7 Nisan 327/20 Rebiulâhir 329.

Misbâh makale dizisinde, matematik ve doğa bilimleri arasındaki ilişkiyi, matematiksel önermeye ve deneye dayanan doğa kanunu arasındaki farkı, bilim olarak matematiğe yöneltilen eleştirileri ve kendisinin bunlara verdiği cevapları ele almaktadır. Makalede, bilim ve siyaset alanındaki tanınmış kişilerin matematiğin önemini anlatan sözlerinin ardından, düşünmeyi bozduğu ve zihni yorduğu şeklinde matematiğe yöneltilen eleştirilere karşı çıkılmakta ve bunlar, gerçek olmayan sözde kusurlar olarak nitelendirilmektedir. Matematik zihni bozmak, paslandırmak bir yana mantık cilası ile parlatmak özelliğine sahiptir. Matematikle uğraşanların zihni doğru düşünmeye alışır. Makalede, matematik öğretmenlerine ve öğrencilerine bir dizi tavsiye bulunan Misbâh, matematiği doğru öğrenmek için matematik sembollerinin anlamlarını, dış nesnelerle ilişkilerini göz önüne almak gerektiğini ve hepsinden önemlisi de bir matematik dalını, o dalın tarihçesini ve matematik içindeki yerini ve yararını gözeterek öğrenilmesi gerektiğini belirtmektedir (Yurtoğlu, 2015, s. 62-63).

Mehmet Misbâh'ın makalelerini yayımladığı bir diğer dergi, 1909 yılında yayın hayatına başlayan *Mi'at-ı Maarif* adlı, sadece 4 sayı çıkarabilmiş dergidir. Misbâh'ın *Hesaba Dair Fâideli Bir Mesâil* adlı kitabı birlikte yazdıkları Namık Ekrem, derginin müdürü ve başyazarı olarak zikredilmektedir. Kapağında, "İlmî, edebî, fennî, iktisadî Osmanlı risalesi" olarak tanımlanan derginin yazar kadrosunda İbnülemn Mahmut Kemal, Darülfünûn ve Mekteb-i Mülkiye müdürü Celâl gibi dönemin önemli şahısları ile birlikte tek yazı ile Mehmet Misbâh da yer almaktadır. Misbâh'ın makalesinin künyesi şu şekildedir:

- Misbâh (Hendese-i Mülkiyeden) ; Havâdis-i Medeniyeden: Acib Binalar, *Mi'at-ı Maarif* . sayı 3, s. 35-36 : (10 Şubat, 1909), Ruşen Matbaası

Misbâh makalesinde, Amerika'nın Chicago ve New York şehirleri arasında yüksek bina dikmek yarışı olduğundan, Amerika hükümetinin yüksek bina dikmeye bir standart getirmeye çalıştığından, bir sigorta şirketinin de New York'ta 48 kat ve 233 metre yüksekliğinde böyle bir bina inşaatına başladığından bahsetmektedir (Ayata, 2002, s. 276, 282, 287).

5. DEĞERLENDİRME

Paris'te eğitim almış olan Mühendis Mehmet Misbâh, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda toplam sekiz makale yayımlamıştır. Bu makaleler, analitik geometri, geometri, analiz ve matematik felsefesi alanlarındadır. Bu makalelerden "Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele", "Tahlil-i Riyazîden Bir Mesele", "Münhaniyyât-ı Ricliyye" ve "Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı" isimli makaleler ile geometri alanında yazılan "Eşkal-i Hendesiyenin Mütehavvilleri" isimli makale bugünkü manada lisans seviyesinin üstünde makalelerdir. Makalelerde birkaç tane basit basım hataları dışında matematiksel açıdan bir yanlış tespit edilmemiştir.

"Tahlil-i Riyâzîye Ait Bir Mesele" isimli makalede bilinen bazı düzlemsel eğrilere $x - x_0 = \int f(a) \cos a \; da, \;\; y - y_0 = \int f(a) \sin a \; da$ parametrik denklemi ile nasıl ulaşıldığı izah edilmiştir. Denklemde yer alan $f(a)$ fonksiyonu değiştirilmek suretiyle daire, parabol, zincir eğrisi, logoritma helezonları, bir dairenin involütü, sikloid eğrisi, episikloid eğrisi, elips gibi eğri denklemleri elde edilebilmiştir. Yapılan işlemlerde herhangi bir orijinal yaklaşımın söz konusu olmadığı görülmüştür.

"Asgar-ı Nâmütenâhî" isimli makale sonsuz küçükler hesabı üzerine öğrencilerin kafa karışıklıklarının giderilmesi amacıyla kaleme alındığı bizzat makalenin yazarı tarafından makalenin ilk sayfasının dipnotunda belirtilmiştir. Sonsuz küçük kavramı önce felsefi açıdan ele alınmış, akabinde matematiksel açıdan değerlendirilmiştir. Sonsuz küçüklerin mertebeleri ve bu mertebelerin birbirine oranları, sonsuz küçük sayıların limit değerleri ve konunun tarihçesi anlatılmıştır. Yapılan analiz sonucu herhangi bir orijinal yaklaşıma rastlanmamıştır.

"Tahlil-i Riyazîden Bir Mesele" isimli makalede analize ait bir problem Misbâh tarafında ele alınmıştır. Problem çözümünde şekil kullanmaksızın sözel anlatımın tercih edilmiş olması makalenin anlaşılmasını zorlaştırmaktadır. Bu bağlamda makalenin pedagojik yönü zayıftır. Ayrıca ele alınan problemde ve önerilen çözümde herhangi bir orijinalliğe rastlanmamıştır.

"Eşkal-i Hendesiyenin Mütehavvilleri" başlıklı makalede geometride dönüşüm konusu Misbâh tarafından değerlendirilmiştir. Öncelikle dönüşüm (mütehavvil) kavramı ele alınmış arkasından inversion (evirtim : aks/akis) kavramı ve formülleri incelenmiş daha sonra bu formüllerin uygulamaları yapılmamıştır. Zor bir konuyu açık bir şekilde ifade etmeye çalışan Misbâh konuya yeni bir bakış açısı getirmemiştir.

"Mu'adelât-ı 'Adediye" isimli makalede, katsayıları tam sayı olan ve kökleri pozitif tam sayı olan denklemler tanıtılmış ve iki bilinmeyenli denklemler ile çözümleri tüm ayrıntılarıyla açıklanmıştır. Orijinal bir çözüm yönteminin uygulanmadığı bu çalışmada, denklemlerin köklerini pratik yoldan hesaplayabilecek kurallar tanıtılmıştır. Ayrıca çok büyük katsayılara sahip olunan denklemler için de pratik çözüm yöntemleri önerilmiştir. Kendisi mühendis kökenli olan ve mühendishane öğrencilerinin matematik derslerine giren Misbâh'ın konuyu ele alış tarzı ile sayısal denklemlerinin mühendislik hesaplamalarında sıklıkla kullanılmış olması arasında paralellik görülmektedir.

"Münhaniyyât-ı Ricliyye" isimli makalede, bir eğrinin herhangi bir noktasının çeşitli teğetleri üzerindeki izdüşümlerinin çizdiği eğri *münhaniyyât-ı ricliyye (pedal eğrileri)* olarak tanımlanmıştır. Bu eğrilerin örnekleri ve temel özellikleri tanıtılmıştır. Orijinal herhangi bir bilginin yer almadığı bu makalede Misbâh, konuyu öğrencilerin anlayabileceği açıklıkta ele almıştır.

"Pascal Müseddesi Üzerine" isimli makalede, Pascal'ın herhangi bir konik içine çizilen altıgene dair teoremi tanıtılmıştır. Bu teoremin sonuçlarının Brianchon ve Desargues teoremleri gibi geometrinin bazı özel teoremlerinin ispatlarında çok faydalı bir şekilde kullanılabileceği gösterilmiştir. Yapılan analiz sonucunda Misbâh'ın bu makalesinde orijinal bir yaklaşım benimsemediği görülmüştür.

"Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı" isimli makalede üçüncü dereceden eğriler hakkında bilgi verilmiş, özel noktalara sahip olmayan eğrilerin büküm noktalarının 9 olması gerektiği ve bunlardan üç tanesinin de gerçek olması gerektiği ispat edilmiştir. Misbâh her ne kadar yararlandığı kaynakların ismini makalesinde vermemiş olsa da, Dickson'un 1914 yılında *Annals of Mathematics* isimli matematik dergisinde yayımladığı "Düzlem Eğrinin Büküm Noktaları (The Points of Inflexion of a Plane Curve)" isimli makalesinin içeriği ile Misbâh'ın söz konusu makalesinin içeriği büyük ölçüde örtüşmektedir. Dolayısıyla Misbâh makalesinde yeni bir yaklaşım ortaya koymamıştır. Bu bulgu Günregun'un, *Darülfünûn Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanan makalelerdeki problem çözümünün yazara ait olup olmadığının bildirilmemesine yönelik eleştirisini desteklemektedir (Günergun, 1995, s. 289).

Darülfünûn Fen Fakültesi Mecmuası'nın yazar kadrosu arasında, Salih Zeki, Mehmet Nadir gibi döneminin önemli matematikçileriyle birlikte, Darülfünûn'da değil de Mühendis Mektebi'nde görev yapmakta olan Mehmet Misbâh da bulunmaktadır (Günergun, 1995, s. 289). Ayrıca Misbâh, Osmanlı'nın ilk sivil mühendislik okullarından olan Hendese-i Mülkiye'de mühendislik öğrenimini tamamlamış, Paris'teki eğitiminin ardından aynı okulun isim değiştirmiş hali olan Mühendis Mektebi'nde altı yıl boyunca matematiğin çeşitli alanlarında dersler vermiştir. Bu bağlamda Mehmet Misbâh'ın, üniversite düzeyinde matematik öğretmenliği yapabilecek donanımda olduğunu söylemek mümkündür.

Mühendis Mehmet Misbâh *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayımlanan 8 makalesinin tamamında öğrenciler tarafından anlaşılması güç problemleri ve çözümleri ele almıştır. Hiçbir makalesinde orijinal bir katkı yoktur. Söz konusu makaleler bugün kullandığımız terminoloji ile araştırma makalesi olmaktan uzaktır. Bu durum yükseköğretimde görev yapan hocaların bilimsel araştırma yapmaktan ziyade öğretmenlik görevlerini ifa ettiklerini örneklendirmektedir.

Her ne kadar makalelerinde yeni bir yaklaşım ortaya koymasa da Misbâh'ın ele aldığı konulara hâkimiyeti ve ele alış tarzı yükseköğretimde hocalık yapabilecek düzeyde olduğunu göstermektedir. Ayrıca söz konusu dönemde devletin hem ekonomik hem de siyasi açıdan zor durumda olması, hem de modern bilimlerin ülkeye girişinin üzerinden çok fazla zaman geçmemiş olması bu durumu anlaşılır kılmaktadır.

Teşekkür

Arşiv belgelerinin bize ulaştırılmasını sağlayan sayın Oğuz Köklü'ye, arşiv belgelerinin temin edilmesi hakkında fikir veren sayın Orhan Sakin ve sayın Halil Köse'ye, bu belgelerin okunması sırasında destek olan sayın Alaattin Dolu'ya teşekkürlerimizi sunuyoruz.

KAYNAKÇA

Arşiv Kaynakları

Başbakanlık Osmanlı Arşivi (BOA) İ.T.Ü. Kurum Arşivi

İTÜ.MÜM., 9/14/1, 7 Eylül 1327/20 Eylül 1911

İTÜ.MÜM., 19/6/1, 2 Eylül 1329/15 Eylül 1913

İTÜ.MÜM., 46/73/1-2, 9 Şubat 1335/9 Şubat 1919

İTÜ.MÜM., 20/61/1, 3 Kânûn-ı Evvel 1329/16 Aralık 1913

İTÜ.MÜM., 34/19/1-8, 1 Nisan 1333/1 Nisan 1917

İTÜ.MÜM., 47/23/1, 9 Şubat 1335/9 Şubat 1919

İTÜ.MÜM., 48/66/1-8, 29 Eylül 1336/29 Eylül 1920

Basılı Kaynaklar

Acar, Ş., Bir, A., & Kaçar, M. (2016). Osmanlı'da sivil mühendis yetiştirmek üzere açılan hendese-i mülkiye mektebi. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, 17*(2), 1-26.

Ayata, Y. (2002). *Âyanzade Namık Ekrem hayatı, sanatı ve eserleri* (yayımlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Ayata, Y. (2009). *Âyanzade Namık Ekrem: Eğitime adanmış bir ömür.* Adana: Asitan Kitap.

Bahadır, O. (2017). *Öncü Osmanlı matematikçisi Ahmet Hamdi Efendi.* Haziran 3, 2021 tarihinde Sarkaç: https://sarkac.org/2017/09/oncu-osmanli-matematikcisi-osman-bahadir/ adresinden alındı.

Bilge, M., Zorlu, T., Barutçu, B., & Neftçi, A. (2010). 1909-1929 yıllarına ait İTÜ arşiv katalogları ışığında mühendislik eğitimi tarihimize bir bakış. *İTÜ Vakfı Dergisi* (56), 53-63.

Çoker, D., & Karaçay, T. (1983). *Matematik terimleri sözlüğü.* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları-Sevinç Basımevi.

Dickson, L. E. (1914). The points of inflexion of a plane cubic curve. *Annals of Mathematics*, 16(1/4), second series, 50-66.

Duru, Z. (2017). *Kerim Erim'in matematik çalışmalarının bilim tarihi açısından değerlendirilmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İstanbulÜnivarsitesi, İstanbul.

Ekrem, N., & Misbah, M. (1326H/1910). *Faideli mesail hesaba dair 1.* İstanbul: Necm-i İstikbâl Matbaası.

Fazlıoğlu, İ. (1998). Osmanlılar'da hesap. *İslam Ansiklopedisi, 17*, 244-257. https://islamansiklopedisi.org.tr/hesap--matematik#2-osmanlilarda-hesap adresinden alındı.

Günergun, F. (1995). Darülfünun fünûn (fen) fakültesi mecmuası (1916-1933). F. Günergun (Ed.), *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* (s. 285-349). İstanbul: İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, M., Gündüz, G., & Bulut, V. (2006). *Osmanlı tabii ve tatbiki bilimler literatürü tarihi* (Cilt I). İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, S., Gündüz, G., & Bulut, V. (2011). *Osmanlı bilim literatürü tarihi zeylleri* (Cilt II). İstanbul: IRCICA.

Kaçar, M., Zorlu, T., Barutçu, B., Bir, A., Ceyhan, C., & Neftçi, A. (2012). *İstanbul Teknik Üniversitesi ve mühendislik tarihimiz.* İstanbul: İTÜ Vakfı.

Kökcü, A. (2013). Osmanlı'da bir müsbet bilimci: Aram Magosyan. *Dörtöğe*, 2(4), 139-147.

Misbâh, M. (1916 a). Tahlil-i riyâzîye ait bir mesele. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(1), 50-61.

Misbâh, M. (1916 b). Asgâr-ı nâmütenâhî. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(2), 178-188.

Misbâh, M. (1916 c). Tahlil-i riyâzîden bir mesele. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(2), 206-210.

Misbâh, M. (1916 d). Eşkâl-i hendesiyenin mütehavvilleri. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(3), 301-314.

Misbâh, M. (1916 e). Mu'adelât-ı 'adediye. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(3), 329-340.

Misbâh, M. (1916 f). Münhaniyyât-ı ricliyye. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, *1*(4), 380-391.

Misbâh, M. (1917 a). Pascal müseddesi üzerine. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, 2 (5), 527-533.

Misbâh, M. (1917 b). Mik'abiyelerin Nokât-ı İn'itâfı. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*, 2(6), 553-563.

Okay, C. (2007). *Atatürk dönemi mühendis mektebi.* İstanbul: İTÜ.

Okay, C. (2008). *Osmanlı mühendis ve mimar cemiyeti belgeleriyle.* Ankara: TMMOB Mimarlar Odası Ankara Şubesi.

Şamlı, M. S. (1329H/1911). *Mesâil-i hendesiye.* İstanbul: Mahmud Bey Matbaası.

Takıcak, S. B. (2017). *Osmanlılar'da analitik geometri: Hendese-i halliyye ve hendese-i tahlîliyye* (Yayımlanmamış doktora tezi). Ankara Üniversitesi, Ankara.

Uluçay, Ç., & Kartekin, E. (1958). *Yüksek mühendis okulu (Yüksek mühendis ve yüksek mimar yetiştiren müesseselerin tarihi).* İstanbul: Berksoy Matbaası.

Uren, J., & Price, W. F. (1994). *Surveying for engineers.* London: Macmillian Press.

Yılmaz, B. (2019). Kerkük'te yatan bir Türk şairi Birecikli Namık Ekrem. *Türkmeneli Edebiyat ve Sanat, 12*(137), 4-7.

Yurtoğlu, B. (2015). Fenn gazetesindeki bilimsel makaleler ve Salih Zeki'nin Darülfünun'daki 'Birinci Konferans'ı. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, 17*(1), 42-88.

6. EK

Mühendis Mehteb-i Âlîsi, 1918, (Ön sıra, soldan sağa: Mühendis Mehmet Misbâh, Mühendis Mahmud Şükrî Bey, Mühendis Burhaneddin Bey, Prof. Forcheimer, Prof. Von Terzaghi, Mühendis Sadık Bey, Mühendis İlyas Curak, Mühendis Hulki Erem) (Kaçar vd., 2012, s. 199).