



Derleme/Review

Anadolu Tarım Bilim. Derg./Anadolu J Agr Sci, 30 (2015) 300-306

ISSN: 1308-8750 (Print) 1308-8769 (Online)

doi: 10.7161/anajas.2015.30.3.300-306



Toprakta ısı iletkenliğine etki yapan ısısal parametrelerin teorik incelemesi

İmanverdi Ekberli*, Coşkun Gülser, Nutullah Özdemir

Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Toprak Bilimi ve Bitki Beslem Bölümü, Samsun,

*Sorumlu yazar/corresponding author: iman@omu.edu.tr

Geliş/Received 08/06/2015

Kabul/Accepted 30/10/2015

ÖZET

Toprakta ısı iletkenliğinin teorik olarak belirlenmesi sıcaklık alanı ve sıcaklık alanına etki yapan ısı özellikleri ile ilişkilidir. Toprakta ısı özelliklerinin incelenmesi, toprak sıcaklığının tahmin edilmesi ve optimum toprak sıcaklığın oluşturulması için önemlidir. Bu çalışmada zamana ve mesafeye bağlı olarak sıcaklık alanı, sıcaklık gradyeni, ısı iletkenliği ve ısısal yayılım teorik olarak incelenmiştir. Aynı zamanda, ısı akımı için Fourier kuralı ve bir boyutlu ısı iletkenlik denklemi toprak sıcaklığına uygulanmış, toprakta sıcaklığın harmonik değişimini ifade eden çözüm gösterilmiştir.

Anahtar Sözcükler:
Bir boyutlu ısı iletkenlik denklemi
Fourier kuralı
Isısal özellikler
Toprak sıcaklığı

Theoretical investigation of heat parameters influencing heat conductivity in soil

ABSTRACT

Theoretical determination of heat conductivity in soil is related with heat area and heat parameters influencing heat area. Investigation of heat properties in soil is important for predicting soil temperature and obtaining optimum soil temperature. In this study, heat area, heat gradient, heat conductivity and heat diffusivity of soils with respect to time and length are theoretically investigated. Also, Fourier law for heat flow and one dimensional heat conductivity equation have been applied to soil temperature, the solution expressing harmonic change of soil temperature has been shown.

Keywords:
One dimensional heat conductivity equation
Fourier law
Heat properties
Soil temperature

© OMU ANAJAS 2015

1. Giriş

Toprak altındaki ortam özelliklerinin değişimi üzerine önemli düzeyde etki yapan ısı iletiminin teorik ve pratik incelenmesi Fourier (1822)'in ısı iletimine ait teorik kuramının Kelvin (1861) tarafından yeraltındaki ısı iletimi olaylarına uygulaması ile başlamıştır. Bullard (1939) tarafından ise, yer altı sıcaklık rejimi üzerine yer altı ve taban suyu su akımının etkisi araştırılmıştır.

Son iki yüz yılda ise mühendis ve yer bilimciler tarafından farklı ortamlarda ısı iletimi teorisi yüksek düzeyde geliştirilmiş (Kurylyk ve ark., 2014) ve tarım (Balland ve ark., 2006; Mellander ve ark., 2007; Kahimba ve ark., 2009), jeoteknik mühendisliği (Lunardini, 1981; Krzewinski ve Tart, 1985; Andersland ve Ladanyi, 1994), paleoklimatoloji / termik jeofizik (Beltrami ve ark., 1995; Bodri ve Cermak, 2007; Lesperance ve ark., 2010), hidrolojik (Williams ve Smith, 1989; Luo ve ark., 2003; Woo, 2012) gibi bilim alanlarında ise uygulanmıştır.

Ortamda dönüşümsüz ve bağımsız süreç olan ısının yayılması, ısı iletiminin veya ısı değişimi teorisinin konusunu oluşturmaktadır. Ortamın ayrı-ayrı zerrecikleri ve bölgeleri arasındaki dahili enerji değişimi ısı taşınımı sürecini ifade etmekte olup, ısı iletkenliği (katı ortamda), konveksiyon (sıvı ve gaz ortamında) ve ısısal yayılım (elektromanyetik dalgaların yardımıyla ısının yayılımı) ile oluşmaktadır. Isı yayılımının basit süreçleri olan ısı iletkenliği, konveksiyon ve ısısal yayılım, doğada ve teknikte çok sık olarak birlikte gerçekleşmektedir. Isı iletkenliğinin büyük bir kısmı, cisimde veya cisimler arasında moleküler ısı taşınımı olup, tam bir biçimde ancak katı cisimlerde gerçekleşmekte ve sıcaklık değişimi sonucunda oluşmaktadır.

Isı değişimi süreçlerinin, agregat durumu değişen veya değişmeyen homojen (saf) madde ve çeşitli karışım gibi farklı ortamlarda gerçekleşmesi mümkündür. Buna bağlı olarak ısı değişimi farklı biçimde ortaya çıkmakta ve farklı denklemlerle ifade edilmektedir. Birçok ısı taşınımı

süreçleri kütle taşınımı ile aynı zamanda gerçekleşmektedir. Örneğin, toprakta suyun buharlaşması durumunda ısı değişimi ile birlikte, buhar-iyon karışımının da taşınımı söz konusu olmaktadır. Bu durumda taşınım hem moleküler ve hem de konvektif (ısı iletkenliği ve konveksiyonla birlikte gerçekleşen ısı taşınımı süreci) olup, kütle taşınımı da konvektif kütle değişimi olarak tanımlanmaktadır. Kütle ortamında yayılmış (dağılmış) maddelere bağlı ilave ısı taşınması mümkün olduğundan, kütle değişimi ısı değişimini zorlaştırmaktadır (Luikov ve Mikhailov, 1959; 1965; Isacenko ve ark., 1981).

Genel olarak, çeşitli maddelerin karışımında, sıcaklık dışındaki başka fiziksel zerreciklerin heterojen dağılımı da ısı taşınımına neden olmaktadır. Örneğin, karışım bileşenlerinin yoğunluk farklılıkları ilave moleküler ısı taşınımını (difüzyon sıcaklık etkisi- difüzyon termo efekti) ortaya çıkarmaktadır. Difüzyon sıcaklık etkisinde ortaya çıkan ısı taşınımı ihmal edilecek düzeyde az olmaktadır. Isı değişiminin teorik araştırılmasında, sürecin gerçekleştiği ortamın modele uyumlu olması açısından, ortamın aralıksız, homojen, izotrop (ortamın herhangi bir noktasındaki fiziksel özelliklerinin yöne bağlı olmaması) yapıya sahip olması gibi varsayımlar kabul edilmektedir. Toprakta ısı taşınımının araştırılmasında, ortamın homojen, taşınım sürecinin de sürekli olması göz önüne alınmaktadır.

Tarım, meteoroloji, mühendislik vb. alanlarda ısı taşınım modelinin uygulanması, ısı iletkenliği ve ısısal yayılım katsayılarının deneysel (Çanakci ve ark., 2007; Nikiforova ve ark., 2013) veya teorik olarak detaylı biçimde (Usowicz ve ark., 2006) belirlenmesine önemli düzeyde bağlı olmaktadır. Usowicz ve ark. (2013) yaptıkları bir çalışmada, agregalaşmamış (<0.25 mm) ve değişik boyutlarda agregalaşmış (0.25–0.5, 0.5–1, 1–3, 3–5, 5–10 mm) topraklarda su içeriğinin bir fonksiyonu olarak ısı iletkenliğini belirleyerek, gerçek ve model değerlerini karşılaştırmışlardır. Isı iletkenliğinin tahmin edilmesinde gözeneklilik, penetrasyon direnci, kum içeriği gibi kolaylıkla ölçülebilir parametreleri kapsayan regresyon denklemlerinde kullanılması mümkündür (Usowicz ve ark., 2008). Toprağın ısı iletkenliği, ısısal yayılım, ısı kapasitesi gibi termal özellikleri sıcaklığın dağılımında ve ısı taşınımında önemli olmaktadır (Chung ve Horton, 1987). Zhou ve ark. (2007) tarafından, bitki örtüsü altındaki toprağa NPK ve hindi gübresi uygulanmasında sıcaklık değişimi incelenmiş, 10 cm ve 25 cm toprak derinlikte ısısal yayılımının minimum olarak $0.0013 - 0.0016 \text{ cm}^2 \text{ san}^{-1}$ ($1.3 \cdot 10^{-7} - 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ san}^{-1}$) ve maksimum olarak $0.013 - 0.015 \text{ cm}^2 \text{ san}^{-1}$ ($13 \cdot 10^{-7} - 15 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ san}^{-1}$) arasında olduğu saptanmıştır. Bazı kaynaklarda ise ısısal yayılımının $3 \cdot 10^{-7} - 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ san}^{-1}$ aralığında değiştiği gösterilmiştir (de Vries, 1975; Horton ve ark., 1983; Hinkel, 1997). Literatür bilgilerine göre, ısı iletkenliği ise $0.2 - 4.0 \text{ Watt} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$ (veya $0.00048 - 0.0096 \text{ Kalori} \cdot \text{san}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$) arasında değişmektedir (de Vries, 1963; Wu ve Nofziger, 1999). Toprak sıcaklığı değerlerine göre belirlenmesi mümkün olan ısı iletkenliği, bitki büyüme mikro klimasını da etkilemektedir (Ghuman ve Lal, 1985). Bazı araştırmalarda ölçülen toprak sıcaklığına bağlı olarak ısı özellikleri parametreleri ve

toprak profili boyunca sıcaklığın tahmin edilmesi incelenmiştir (Ekberli ve Gülser, 2014; Ekberli ve Sarılar, 2014; 2015).

Tarımsal faaliyetlerin toprak içi ısı taşınımına etkilerinin belirlenmesi ve sayısal olarak değerlendirilmesine ait mevcut yaklaşımlar ve toprak analiz yöntemleri geliştirilmemiştir. Bu yöntemler, farklı toprak tipleri ve iklim koşulları için uzun dönem ortalama toprak ısısal özelliklerinin ölçümünde veya toprak sıcaklık modellerinin analizindeki geleneksel vurguyu yansıtmaktadırlar (Arshad ve Azooz, 1996; Hinkel ve ark., 2001; Ekwue ve ark., 2005; Tikhonravova, 2007). Bu araştırmaların büyük çoğunluğu çıplak topraklarda yapılmış ve bu alandaki yöntem ve teknikleri içeren bir çok çalışma ve derleme bulunmaktadır (Feddes, 1973; de Vries, 1975; Hillel, 1982; Marshall ve ark., 1996; Rees ve ark., 2000).

Isı taşınımının süreklilik gösteren kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilmesi, i) yüzey sıcaklığına ve ii) zamana bağlı olarak dikey toprak profili boyunca sıcaklığın değerlendirilmesine imkan sağlamaktadır. Zambra ve Moraga (2013)'ya göre, zamana bağlı ısı taşınımı denkleminin yardımıyla topraktaki fiziksel, biyolojik ve kimyasal süreçlerinde göz önüne alınması mümkündür.

Bu çalışmanın amacı, ortamda (toprakta) sıcaklık alanının ve sıcaklık gradyanının; ısı akımının Fourier kuralına göre ısı iletkenliğinin ve ısısal yayılım katsayısının; toprak yüzeyinde sıcaklığın harmonik değişimi durumunda ısı iletkenliği denkleminin uygulanabilirliğinin irdelenmesidir.

2. Sıcaklık alanının oluşumu ve sıcaklığa etki eden faktörler

2.1. Sıcaklık alanı

Cismin zerreciklerinin veya farklı sıcaklığa sahip cisimlerin birbirine dokunmasında meydana çıkan enerjinin yayılması ısı taşınımı sürecini oluşturmaktadır. Isı taşınımı cisimlerdeki mikro zerreciklerinin hareketine bağlı olmaktadır. Gazlarda enerjinin taşınımı molekül ve atomların difüzyonu, sıvı ve katı cisimlerde ise esnek (elastik) dalgaların yer değişimi sonucunda oluşmaktadır (Luikov ve Mikhailov, 1965; Luikov, 1967; Kane ve ark., 2001). Sıvı ve gazlarda ısı konveksiyonunun ihmal edilmesi durumunda tam ısı akımı mümkün olmaktadır.

Genel olarak tüm fiziki süreçler bu süreçlere önemli etki yapan fiziki parametrelerin mekan ve zamana göre değişimi sonucunda oluşmaktadır. Isı taşınımı süreci başka ısı değişimi çeşitleri gibi cismin farklı sıcaklığa sahip noktaları arasında olabilmektedir.

Isı taşınımının analitik incelenmesi sıcaklığın mekan (x, y, z uzay koordinatlarına) ve zamana (τ) göre değişiminin belirlenmesine bağlı olup, $t = f(x, y, z, \tau)$

(1) denkleminin yapılmasını gerektirmektedir. (1) denklemin incelenen sistemin tüm noktalarında ve her bir zaman anında (aralığında) sıcaklık değerlerinin toplamını gösteren sıcaklık alanının matematiksel ifadesi olmaktadır.

Sıcaklığın zamana bağlı olan değerlerine uygun olarak sabit ve değişken sıcaklık alanı tespit edilmektedir. Cismin farklı noktalarında her hangi zaman aralığında sıcaklığın

değişmesi durumunda, (1) denklemi sıcaklık alanının genel ifadesini göstermektedir. Bu durumda ısı taşınımının dinamiği değişken olup, değişken sıcaklık alanı söz konusu olmaktadır.

Cismin her bir noktasında her bir zaman aralığında sıcaklığın aynı olması durumunda sabit sıcaklık alanı oluşmaktadır. Bu durumda sıcaklık ancak koordinatların fonksiyonu olarak, üç boyutlu (uzay) sıcaklık alanını ifade etmektedir: $t = f_1(x, y, z)$, $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$. Sıcaklık iki veya

bir koordinatın fonksiyonu ise, uygun olarak iki ($t = f_2(x, y, \tau)$; $\frac{\partial t}{\partial z} = 0$) veya bir ($t = f_3(x, \tau)$;

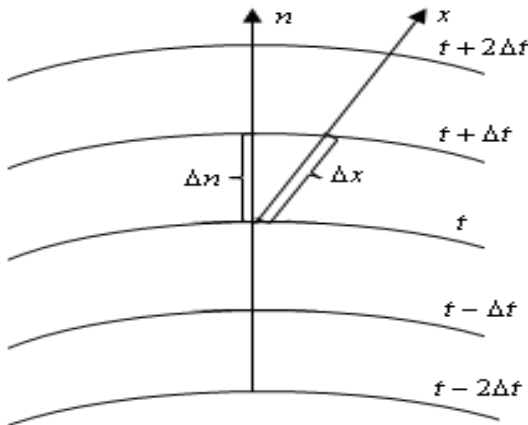
$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$) boyutlu sıcaklık alanı oluşmaktadır. Bir

boyutlu sabit sıcaklık alanının denklemi daha basit olup,

$t = f_4(x)$; $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$; $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0$ gibi ifade edilir.

2.2. Sıcaklık Gradyeni

Cismin eşit sıcaklığa sahip noktalarının birleştirilmesi sonucunda aynı sıcaklıklı veya izotermik yüzey elde edilir. Böylece, sıcaklık alanında aynı sıcaklığa sahip noktaların geometrik yerleşimi izotermik alanı oluşturmaktadır. Bu durumda, cismin herhangi bir noktasında aynı zamanda farklı sıcaklıkların oluşumu mümkün olmamaktadır. Dolayısıyla, izotermik alanlar kesişmemekte, ya cismin yüzeyinde sonlanmakta ya da tüm olarak cismin dahilinde yerleşmektedir. İzotermik yüzeylerin düzlemde kesişmesi, bu düzlemde izoterm ailesini oluşturmaktadır. İzoterm ailesi de izotermik yüzeylerin özelliklerini taşımaktadır. Yani, cismin dahilinde kesişmemekte ve kopmamakta, ya yüzeyde sonlanmakta ya da tüm olarak cismin dahilinde yerleşmektedir. Şekil 1’de sıcaklıkların bir birinden Δt kadar farklı olması durumunda izotermikler gösterilmiştir. Cisimde sıcaklığın değişimi yalnız izotermik yüzeylerin kesişmesi yönünde gerçekleşmektedir. Bu nedenle, birim uzunlukta sıcaklığın maksimum azalması izotermik yüzeylerin normali yönünde olmaktadır.



Şekil 1. İzotermikler

Sıcaklığın izotermik yüzeylerin normali yönündeki artışını gösteren sıcaklık gradyeni, izotermik yüzeylerin

normali doğrultusunda, sıcaklık artışı yönündeki vektördür. Sayısal olarak sıcaklığın normal yönündeki kısmi türevine eşit olmaktadır: $gradt = \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n}$ (2). Burada, \vec{n}_0 -

izotermik yüzeylere normal olan ve sıcaklığın artışı doğrultusunda yönelen birim vektör; $\frac{\partial t}{\partial n}$ -sıcaklığın n

normaline göre kısmi türevidir. İzotermik yüzeylerin farklı noktalarında, $\frac{\partial t}{\partial n}$ sıcaklık gradyeninin değerleri aynı

olmamaktadır. İzotermik yüzeyler arasındaki Δn mesafesinin küçük olduğu yerlerde sıcaklık gradyeninin değerleri yüksek olmaktadır. Bazı araştırmalarda $\frac{\partial t}{\partial n}$

sıcaklık gradyeninin skaler değerleri de sıcaklık gradyeni olarak kabul edilmektedir. $\frac{\partial t}{\partial n}$ kısmi türevi sıcaklığın

azalması yönünde negatiftir.

(2) denklemlerle gösterilen $gradt$ vektörünün Ox , Oy , Oz koordinat eksenleri üzerindeki izdüşümleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\begin{cases} (gradt)_x = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{x}) = \frac{\partial t}{\partial x} \\ (gradt)_y = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{y}) = \frac{\partial t}{\partial y} \\ (gradt)_z = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, \hat{z}) = \frac{\partial t}{\partial z} \end{cases} \quad (3)$$

2.3. Isı akımının Fourier Kuralı

Isının yayılması için gerekli olan koşul ortam sıcaklığının eşit olmamasıdır. İletkenlikle ısının taşınması için cismin farklı noktalarında sıcaklık gradyeninin sıfır olmaması gerekir. Fourier hipotezine göre, izotermik alanın dF kısmından $d\tau$ zaman aralığında geçen dQ_τ ısı miktarı

(Jule) $\frac{\partial t}{\partial n}$ sıcaklık gradyeni ile orantılıdır:

$$dQ_\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau \quad (4)$$

Deneyssel olarak tespit edilmiştir ki, (4) ifadesindeki λ orantı katsayısı cismin fiziksel parametresi olup, cismin ısı geçirmesi özelliğini karakterize eden ısı iletkenliğidir.

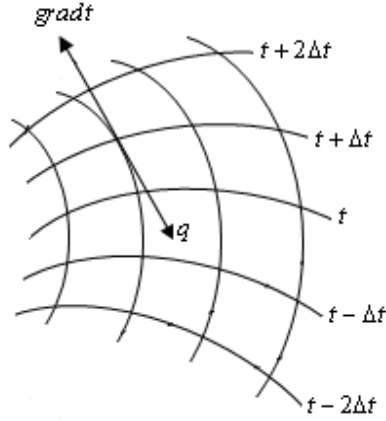
İzotermik yüzeyin birim alanından birim zamanda geçen ısı miktarı ısı akımının yoğunluğunu ($Watt/m^2$) ifade etmektedir:

$$q = \frac{dQ_\tau}{dF d\tau} = -\vec{n}_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} \quad (5)$$

Isı akımının q yoğunluk vektörü, izotermik yüzeyde normal üzere yönelmektedir. Ortamda sıcak bölgeden soğuk bölgeye doğru ısı akımı gerçekleştiği için, ısı akımının yoğunluk vektörünün pozitif yönü, sıcaklığın azalması yönü ile örtüşmektedir. Yani, \vec{q} vektörü ve

gradt bir doğru üzerinde olup, ters yönde yerleşmektedir. Bu nedenle, (4) ve (5) ifadelerinin sağ tarafında negatif işareti olmaktadır.

Teğetleri \vec{q} vektörü ile örtüşen doğrular ısı akımı doğrularını oluşturmaktadır. Isı akımı doğruları izotermik yüzeye ortogonaldır (Şekil 2).



Şekil 2. İzotermik yüzeyler ve ısı akımı doğruları

Isı akımının q yoğunluk vektörünün skaler değeri (\vec{n}_0 birim vektörünün göz önüne alınmaması durumu) (5) ifadesinden aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \quad (6)$$

Çok sayılı denemeler Fourier hipotezinin doğruluğunu göstermekte ve (4), (5) denklemleri ısı iletkenliğinin temel kuralı olup, “ısı akımı yoğunluğu sıcaklık gradyeni ile orantılıdır” biçiminde ifade edilmektedir.

Maksimum ısı akımı yoğunluğu izotermik yüzeylerin normali boyunca gerçekleşmekte ve (3) ve (6) ifadelerine göre Ox , Oy , Oz eksenleri üzerindeki izdüşümü aşağıdaki gibi olmaktadır

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \quad (7)$$

(7) denklemleri ile ifade edilen ısı akımları, ısı akımı yoğunluğu vektörünün bileşenleri olup, ortamda ısı akımı yoğunluğu vektörünün genel ifadesi $\vec{q} = iq_x + jq_y + kq_z$ (i, j, k - koordinat eksenleri üzerinde ortogonal vektörlerdir) olur.

Böylece, katı cismin herhangi bir yüzeyinden geçen ısı akımını belirlemek için, cismin dahilindeki sıcaklık alanının belirlenmesi gerekmektedir. Sıcaklık alanının bulunması, ısı iletkenliğinin analitik teorisinin temel problemi olmaktadır (Luikov, 1948; İsaçenko ve ark., 1981; Kreith ve Black, 1983).

2.4. Sıcaklık alanının ısı iletkenlik katsayısı

Isı iletkenlik katsayısının fiziksel anlamını açıklamak için, (5) denklemi bir boyutlu sabit sıcaklık alanına uygulanır. Bu durumda, sıcaklık izotermik yüzey

normallerinin yalnız bir koordinatına bağlı olarak, ısı akımı yoğunluğu vektörünün skaler değeri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \left(\frac{dt}{d\tau} = \frac{dt}{dy} = \frac{dt}{dz} = 0 \right) \quad (8)$$

Sıcaklık gradyeni değerinin sabit olması durumunda $\left(\frac{dt}{dx} = \text{sabit} \right)$, x mesafesinin artması ile sıcaklık değişimi doğrusal olarak, aşağıdaki biçimde olur:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \text{sabit} \quad (9)$$

Bu durumda ısı akımının $\frac{dQ_\tau}{d\tau}$ hızı sabit olduğundan

$\frac{dQ_\tau}{d\tau} = \frac{Q_\tau}{\tau} = \text{sabit}$ (10) (Q_τ - izotermik yüzeyin F alanından τ zamanında geçen ısı miktarı) bulunur. (5), (8)-(10) ifadelerine göre,

$$\frac{Q_\tau}{F\tau} = -\lambda \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \lambda \frac{t_1 - t_2}{x_2 - x_1} = \frac{t_1 - t_2}{\Delta x} \quad (t_1 > t_2, x_2 > x_1)$$

veya

$$\lambda = (Q_\tau / F\tau) / [(t_1 - t_2) / \Delta x] \quad (11) \text{ elde edilir.}$$

(6) ifadesinden ise $\lambda = \frac{|\vec{q}|}{|\text{grad}t|}$ (12) bulunur.

(11) ve (12) denklemlerine göre, birim uzunluklu normal boyunca sıcaklığın 1°C azalması durumunda, birim zamanda birim yüzeyden geçen ısı miktarı ısı iletkenliği katsayısını ifade etmektedir. Isı iletkenliği katsayısının birimi ise $[\lambda] = (\text{Joule}/\text{m}^2 \cdot \text{san}) / (^\circ\text{C}/\text{m}) = \text{Watt}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ veya $\text{Kkal}/\text{m} \cdot \text{saat} \cdot ^\circ\text{C}$ olmaktadır. Isı iletkenliği katsayısı ortamın fiziksel parametresi olup, ortamın sıcaklığına, basıncına ve çeşidine bağlı olmaktadır.

Genel olarak, farklı ortamlar için ısı iletkenlik katsayısı deneysel olarak farklı yöntemlerle belirlenmekte ve teorik araştırmalarda bu değerlerden kullanılmaktadır (Petuhov, 1952; Vargaftik, 1956; Çirkin, 1959; Çederberg, 1963; Misnar, 1968; Filippov, 1970). Isı değişimi gerçekleşen ortamda sıcaklığın eşit yayılmaması durumunda, sıcaklık ve ısı iletkenliği arasındaki ilişkinin belirlenmesi pratik olarak önemlidir. Deneysel olarak belirlenmiştir ki, birçok cisimlerin sıcaklık ve ısı iletkenliği arasındaki ilişki doğrusal olup, $\lambda = \lambda_0 [1 + b(t - t_0)]$ (burada, $\lambda_0 - t_0$ sıcaklığındaki ısı iletkenliğinin değeri; b ise deneysel olarak değerlendirilmesi gereken sabittir) gibi ifade olunmaktadır.

2.5. Sıcaklık alanının ısısal yayılım katsayısı

Sabit hacimde ($v = \text{CONST}$, izohor proses) cismin dahili enerjisinin hacimsel yoğunluğu u_v kabul edilirse, sıcaklık gradyeninin skaler değeri aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \left(\frac{\partial t}{\partial u_v} \right)_v \frac{\partial u_v}{\partial n} = \frac{1}{C_v} \frac{\partial u_v}{\partial n} \quad (13)$$

Burada, $C_v = \left(\frac{\partial u_v}{\partial t} \right)_v = c_v \rho$ - izohor hacimsel ısı kapasitesi, $\text{Joule/m}^3 \cdot ^\circ\text{C}$; c_v -özgül izohor ısı kapasitesi, $\text{Joule/kg} \cdot ^\circ\text{C}$; ρ - özgül ağırlık, kg/m^3 olmaktadır.

(13) ifadesi göz önüne alınırsa, ısı akımı yoğunluğu denklemi

$$q = -\bar{n}_0 \lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\frac{\lambda}{C_v} \frac{\partial u_v}{\partial n} = -a_v \frac{\partial u_v}{\partial n} \quad (14)$$

Burada, $a_v = \frac{\lambda}{C_v} = \frac{\lambda}{c_v \rho}$ - sabit cisim hacminde

($v = \text{const}$) ısısal yayılım katsayısıdır.

(14) denkleminde göre, cismin ısı akımı yoğunluğu cismin dahili enerjisinin hacimsel yoğunluğunun gradyeni ile doğrusal orantılıdır. Orantı katsayısı ise cismin sabit hacmindeki ısısal yayılım katsayısına eşit olmaktadır.

Sabit bir boyutlu ısı akımında ($q = \text{const}$, $\frac{\partial u_v}{\partial n} = \text{const}$), (11) denkleminde benzer biçimde, (14) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{Q_r}{F\tau} = a_v \frac{u_{v1} - u_{v2}}{x_2 - x_1} = \frac{t_1 - t_2}{\Delta x} \quad (15)$$

(15) ifadesine göre, a_v katsayısı, cismin dahili enerjisinin hacimsel yoğunluğunun normalin birim uzunluğu boyunca 1 Joule/m^3 azalması durumunda birim yüzeyden birim zamanda geçen ısı miktarına eşit olmaktadır. ısısal yayılım katsayısı fiziksel olarak, cismin dahili enerjisinin moleküler taşınımını karakterize etmekte olup, birimi ise $[a_v] = \frac{\text{Joule} \cdot \text{m}^4}{\text{m}^2 \cdot \text{san} \cdot \text{Joule}} = \frac{\text{m}^2}{\text{san}}$ olmaktadır.

Sabit basınç ($p = \text{const}$) durumunda, a_p (m^2/san) ısısal yayılım katsayısı $a_p = \frac{\lambda}{c_p \rho} = \frac{\lambda}{C_p}$ (burada, c_p ve C_p cismin uygun olarak özgül ve hacimsel izohor ısı kapasitesidir) ifadesi ile hesaplanır ve $C_p = c_p \rho = \left(\frac{\partial H_v}{\partial t} \right)$

(H_v -entalpinin hacimsel yoğunluğu, Joule/m^3) olmaktadır. a_p ısısal yayılım katsayısı fiziksel olarak, cismin entalpisinin moleküler hareketle taşınımını karakterize etmektedir.

Genel olarak, ısı akımı yoğunluğu denklemi veya ısı iletkenliği kuralı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$q = -\bar{n}_0 \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial H_v} \right)_p \frac{\partial H_v}{\partial n} = -a \frac{\partial H_v}{\partial n} \quad (16)$$

(16) ifadesine göre, ısısal yayılım katsayısı, cismi çevreleyen ortam koşuluna bağlı olarak ($v = \text{const}$ veya $p = \text{const}$) dahili enerjinin (a_v) veya entalpinin (a_p)

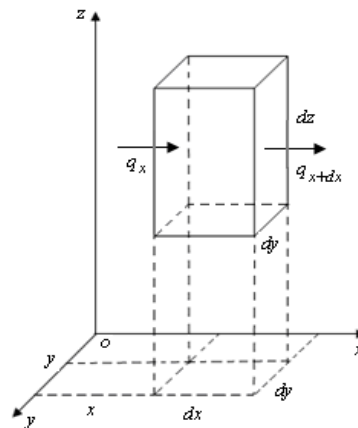
difüzyon katsayısı olmaktadır. Katı cisimler için c_v özgül izohor ısı kapasitesi, c_p özgül izohor ısı kapasitesinden az farklı olduğu için $c_v = c_p = c$ kabul edilmektedir. Katı cisimlerin ısı iletkenliğinin analitik teorisinde, cismi çevreleyen ortam koşuluna bağlı olmayarak, ısısal yayılım katsayıları eşit kabul edilmektedir: $a = a_p = a_v = \frac{\lambda}{c\rho}$.

3. Toprağın bir boyutlu ısı iletkenliği denklemi

Toprağın (ortamın) sıcaklık alanının analitik ifadesinin bulunması probleminin çözümü için, ısı iletkenliğinin diferansiyel denkleminin yapılması gereklidir. Ortam sıcaklığını karakterize eden, üç boyutlu koordinatların ve zamanın fonksiyonu olan fiziksel parametreler arasındaki matematiksel ilişkiler diferansiyel denklemlerle ifade edilmektedir. Her hangi bir zaman anında cismin herhangi bir noktasındaki sıcaklık değişimleri, yapılan diferansiyel denklemlerle karakterize edilebilmektedir. Genel olarak diferansiyel denklemlerin yapılmasında, sıcaklık alanının bir boyutlu olması (örneğin, ısının yalnız bir yönde, x eksenini boyunca değişimi), termo-fiziksel katsayıların koordinatlara ve zamana bağlı olmaması gibi sadeleştirmeler kabul edilmektedir.

Homojen, izotrop (ısı iletiminin yöne bağlı olmaması) ve sonsuz ortamda (toprak kesiminde) ısı iletkenliğinin diferansiyel denklemini oluşturmak için, tarafları dx, dy, dz , hacmi $dx dy dz$ ve yüzeyleri uygun koordinat yüzeylerine paralel olan elementer dik dörtgen prizmanın oluşturulması gerekmektedir (Şekil 3).

Elementer dikdörtgen prizmanın yz yüzeyinden ($dy dz$ alanından) birim zamanda giren ısı akımı miktarı $q_x dy dz$, birim zamanda giden ısı akımı miktarı ise $q_{x+dx} dy dz$ olur. $q_x > q_{x+dx}$ olması durumunda, elementer dik dörtgen prizma ısınmakta, enerjinin korunması kuralına göre giren ve giden ısı miktarlarının farkı ise elementer dik dörtgen prizmada biriken ısı miktarına ($\Delta Q = cm\Delta t = c\rho V\Delta t$, burada, ΔQ -biriken ısı miktarı; Δt - birim zamanda cisimdeki sıcaklık artımı; m - kütle; c -özgül ısı kapasitesidir) eşit olmaktadır:



Şekil 3. Küçük (Elementer) hacimden geçen ısı akımı

$$q_x dydz - q_{x+dx} dydz = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz \quad (17)$$

q_{x+dx} , x 'in fonksiyonu olup, dx aralığında sürekli olduğu için Taylor serisine ayrılması mümkündür:

$$q_{x+dx} \approx q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{(dx)^2}{2!} + \frac{\partial^3 q_x}{\partial x^3} \frac{(dx)^3}{3!} + \dots \quad (18)$$

(18) serisinin ikinci terimden sonraki terimlerinin çok küçük değerlere yaklaştığını göz önüne alarak, seriyi ilk iki

terimle sınırlandırarak $q_{x+dx} \approx q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$ (19) olur.

(19) ifadesi (17)'de yerine konursa,

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz \quad (20) \text{ elde edilir.}$$

Isı akımı yoğunluğunun Ox ekseninde üzerindeki

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \text{ izdüşümü denkleminde (20)'de göz önüne}$$

$$\text{alınırsa, } -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} \text{ olarak } c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

$$\text{veya } \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (0 \leq x < \infty, \tau > -\infty) \quad (21) \text{ biçiminde elde}$$

edilir. (21) ifadesi bir boyutlu ısı akımı için ısı iletkenliğinin diferansiyel denklemi olmaktadır.

(21) ısı iletkenliği denkleminin $t(0, \tau) = A \cos \omega \tau$ sınır koşulunu sağlayan çözümü

$$t(x, \tau) = t_0 + A e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} x} \cos \left(\sqrt{\frac{\omega}{2a}} x - \omega \tau \right) \quad (22) \quad (\text{burada,}$$

t_0 -toprak yüzeyinin ortalama sıcaklığı, °C; A -amplitüt, °C; $\omega = 2\pi/P$ -açısal frekans, san^{-1} ; a -ısısal yayılım katsayısı, $\text{cm}^2 \text{san}^{-1}$; x - mesafe, cm; τ -zaman, san; P -periyottur) olarak belirlenmektedir. Herhangi bir derinlikteki sıcaklık alanının ve toprakların herhangi bir derinliğindeki sıcaklığının ve toprakların bazı termo-fiziksel özelliklerinin belirlenmesinde (22) çözümünden kullanılması mümkün olmaktadır (Hillel, 1998; Nerpin ve Chudnovski, 1984; Monteith ve Unsworth, 1990; Cichota ve ark., 2004; Gülser ve Ekberli, 2004; Ekberli, 2006a; Ekberli, 2006b; Evet ve ark., 2012; Arkhangelskaya, 2014).

5. Sonuç

Toprak sıcaklığının matematiksel modellenmesinde, sıcaklık alanı ve sıcaklık gradyanının detaylı olarak belirlenmesi önemlidir. Modellenme sürecinde araştırmanın amacına uygun olarak, sıcaklık alanının fonksiyonel ifadesinin farklı biçimlerde sadeleştirilmesi söz konusu olabilir. Topraktaki sıcaklık gradyanının belirlenmesi ve ısı akımına Fourier kuralının uygulanması, modellemenin gerekli olan başlangıç aşamalarından biridir. Toprakta ısı iletiminin diferansiyel denkleminin yapılmasında, toprağın homojen ve izotrop (ısı iletiminin yöne bağlı olmaması) olması gibi varsayımların göz önüne alınması gerekmektedir. Isı iletkenliğinin çözümünde ve uygulanmasında, yüzey sıcaklığı değişimi, toprağın ısı iletkenliği, ısısal yayılımı

vb. gibi özelliklerinin belirlenmesi gerekir.

Kaynaklar

- Andersland, O.B., Ladanyi, B. 1994. An Introduction to Frozen Ground Engineering. Chapman & Hall, New York, 352 pp.
- Arkhangelskaya, T.A. 2014. Diversity of thermal conditions within the paleocryogenic soil complexes of the East European Plain: The discussion of key factors and mathematical modeling. Geoderma, 213: 608-616.
- Arshad, M.A., Azooz, R.H. 1996. Tillage effects on soil thermal properties in a semiarid cold region. Soil Sci. Soc. Am. J., 60: 561-567.
- Balland, V., Bhatti, J., Errington, R., Castonguay, M., Arp, P.A. 2006. Modeling snowpack and soil temperature and moisture conditions in a jack pine, black spruce and aspen forest stand in central Saskatchewan (BOREAS SSA). Can. J. Soil Sci. 86 (2): 203-217.
- Beltrami, H., Chapman, D.S., Archambault, S., Bergeron, Y. 1995. Reconstruction of high resolution ground temperature histories combining dendrochronological and geothermal data. Earth Planet. Sci. Lett., 136 (3-4): 437-445.
- Bodri, L., Cermak, V. 2007. Borehole Climatology: A New Method on How to Construct Climate. Elsevier, Amsterdam, 352 pp.
- Bullard, E.C. 1939. Heat flow in South Africa. Proc. R. Soc. Lond. 173(955): 474-502.
- Chung, S.O., Horton, R. 1987. Soil heat and water flow with a partial surface mulch. Water Resour. Res., 23(12): 2175-2186.
- Cichota, R., Elias, E.A., de Jong van Lier, Q. 2004. Testing a finite-difference model for soil heat transfer by comparing numerical and analytical solutions. Environmental Modelling & Software, 19: 495-506.
- Çanakci, H., Demirboğa, R., Karakoç, M.B., Şirin, O. 2007. Thermal conductivity of limestone from Gaziantep (Turkey). Building and Environment, 42: 1777-1782.
- Çederberg, N.V. 1963. Teploprovodnost gazov i jidkostey. Gosenergoizdat Press, Moskova-Leningrad, 408 s.
- Çirkin, B.S. 1959. Teplofiziceskiye svoystva veşestv. Fizmatgiz Press, Moskova, 356 s.
- de Vries, D.A. 1975. Heat Transfer in Soils. In de Vries, D. A. and Afgan, N. H. (eds.) Heat and Mass Transfer in the Biosphere. Scripta Book Co., Washington, DC., pp. 5-28.
- de Vries, D.A. 1963. Thermal properties of soils. In van Wijk, W. R. (ed.) Physics of Plant Environment. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, pp. 210-235.
- Ekberli, I., Sarılar Y. 2014. Investigating soil temperature variability and thermal diffusivity in grass covered and shaded areas by trees. Pochvovedeniye i Agrohimiya, Almatı, 4: 17-30.
- Ekberli, İ., Sarılar, Y. 2015. Toprak sıcaklığı ve ısısal yayılımının belirlenmesi. Anadolu Tarım Bilimleri Dergisi, 30(1): 74-85.
- Ekberli, I. 2006a. Determination of initial unconditional solution of heat conductivity equation for evaluation of temperature variance in finite soil layer. J. of Applied Sci., 6(7): 1520-1526.
- Ekberli, İ. 2006b. Isı iletkenlik denkleminin çözümüne bağlı olarak topraktaki ısı taşınımına etki yapan bazı parametrelerin incelenmesi. O.M.Ü. Zir. Fak. Dergisi, 21(2): 179-189.
- Ekberli, İ., Gülser, C. 2014. Estimation of soil temperature by heat conductivity equation. Vestnik Bashkir State Agrarian University (Вестник Башкирского Государственного Аграрного Университета), 2(30):12-15.
- Ekwue, E.I., Stone, R.J., Maharaj, V.V., Bhagwat, D. 2005. Thermal conductivity and diffusivity of four trinidadian soils as affected by peat content. Trans. of ASAE, 48: 1803-1815.
- Evet, S.R., Agam, N., Kustas, W.P., Colaizzi, P.D., Schwartz,

- R.C. 2012. Soil profile method for soil thermal diffusivity, conductivity and heat flux: Comparison to soil heat flux plates. *Advances in Water Resources*, 50: 41-54.
- Feddes, R.A. 1973. Some physical aspects of heat transfer in soil. *Acta Hort.* 27: 189-196.
- Filippov, L.P. 1970. *İssledovaniye teploprovodnosti jidkostey. İzd-vo MGU, Moskova*, 240 s.
- Fourier, J. 1822. *Theorie analytique de la chaleur (The Analytic Theory of Heat)*. Firmin Didot Père et Fils, Paris.
- Ghuman, B.S., Lal, R. 1985. Thermal conductivity, thermal diffusivity and thermal capacity of some Nigerian soils. *Soil Sci.*, 139: 74-80.
- Gülser, C., Ekberli, I. 2004. A comparison of estimated and measured diurnal soil temperature through a clay soil depth. *J. of Applied Sci.*, 4(3): 418-423.
- Hillel, D. 1982. *Introduction to Soil Physics*. Academic Press, San Diego, CA., 392 pp.
- Hillel, D. 1998. *Environmental Soil Physics*. Academic Press, New York, 771 pp.
- Hinkel, K.M. 1997. Estimating seasonal values of thermal diffusivity in thawed and frozen soils using temperature time series. *Cold Reg. Sci. and Technol.*, 26: 1-15.
- Hinkel, K.M., Paetzold, F., Nelson, F.E., Bockheim, J.G. 2001. Patterns of soil temperature and moisture in the active layer and upper permafrost at Barrow, Alaska: 1993–1999. *Global and Planetary Change*, 29: 293-309.
- Horton, R., Wierenga, P.J., Nielsen, D.R. 1983. Evaluation of methods for determining the apparent thermal diffusivity of soil near the surface. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 47: 25-32.
- İsacenko, V.P., Osipova, V.A., Sukomel, A.S. 1981. *Teploperedaçı. Energoizdat Press, Moskova*, 417s.
- Kahimba, F.C., Ranjan, R.S., Mann, D.D. 2009. Modeling soil temperature, frost depth, and soilmoisture redistribution in seasonally frozen agricultural soils. *Appl. Eng. Agric.* 25(6): 871-882.
- Kane, D.L., Hinkel, K. M., Goering, D.J., Hinzman, L.D., Outcalt, S.I. 2001. Non-conductive heat transfer associated with frozen soils. *Global and Planetary Change*, 29: 275-292.
- Kelvin, W. 1861. On the reduction of observations of underground temperature. *Trans. R. Soc. Edinb.* 22: 405-427.
- Kreith, F., Black, W.Z. 1983. *Bazıc Heat Transfer*. Mir Press, Moscow, 512 pp.
- Krzewinski, T.G., Tart, R.G. (Eds.), 1985. *Technical council on cold regions engineering. Thermal Design Considerations in Frozen Ground Engineering: A State of the Practice Report ASCE, New York, N.Y.*, 277 pp.
- Kurylyk, B.L., MacQuarrie, K.T.B., McKenzie, J.M. 2014. Climate change impacts on groundwater and soil temperatures in cold and temperate regions: Implications, mathematical theory, and emerging simulation tools. *Earth-Science Reviews*, 138: 313-334.
- Lesperance, M., Smerdon, J.E., Beltrami, H. 2010. Propagation of linear surface air temperature trends into the terrestrial subsurface. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 115(21): D21115.
- Luikov, A.V. 1948. *Teploprovodnost nestacionarıx proçessov. Gosudarstvennoye Energetičeskoye İzdatelstvo, Moskova-Leningrad*, 232 s.
- Luikov, A.V. 1967. *Teoriya teploprovodnosti. Vıssaya Şkola Press, Moskova*, 599 s.
- Luikov, A.V., Mikhailov, Y.A. 1965. *Theory of energy and mass transfers*. Oxford, UK: Pergamon Press.
- Luikov, A.V., Mikhailov, Y.A. 1959. *Teoriya perenosa energii i veşestva. İzdatelstvo Akademii Nauk BSSR, Minsk*, 332 s.
- Lunardini, V.J. 1981. *Heat Transfer in Cold Climates*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 731 pp.
- Luo, L.F., Robock, A., Vinnikov, K.Y., Schlosser, C.A., Slater, A.G., Boone, A., Braden, H., Cox, P., de Rosnay, P., Dickinson, R.E., Dai, Y.J., Duan, Q.Y., Etchevers, P., Henderson-Sellers, A., Gedney, N., Gusev, Y.M., Habets, F., Kim, J.W., Kowalczyk, E., Mitchell, K., Nasonova, O.N., Noilhan, J., Pitman, A.J., Schaake, J., Shmakin, A.B., Smirnova, T.G., Wetzell, P., Xue, Y.K., Yang, Z.L., Zeng, Q.C. 2003. Effects of frozen soil on soil temperature, spring infiltration, and runoff: results from the PILPS 2(d) experiment at Valdai, Russia. *Journal of Hydrometeorology*, 4(2): 334-351.
- Marshall, T.J., Holmes, J.W., Rose, C.W. 1996. *Soil Physics*. 3rd Edition. Cambridge Univ. Press, New York, 469 pp.
- Mellander, P., Lofvenius, M.O., Laudon, H. 2007. Climate change impact on snow and soil temperature in boreal Scots pine stands. *Clim. Chang.* 89(1–2): 179-193.
- Misnar, A. 1968. *Teploprovodnost tverdıx tel, jidkostey, gazov i ix kompoziciy*. Mir Press, Moskova, 460 s.
- Monteith, J.L., Unsworth, M.H. 1990. *Principles of Environmental Physics*. Edward Arnold, London, 291 pp.
- Nerpin, S.V., Chudnovskii, A.F. 1984. *Heat and Mass Transfer in the Plant-Soil-Air System*. Translated from Russian. Published for USDA and National Sci. Found., Washington, D.S., by Amerind Publishing Co. Pvt. Ltd., New Delhi, India, 355 pp.
- Nikiforova, T., Savitskiy, M., Limam, K., Bosschaerts, W., Belarbi, R. 2013. Methods and results of experimental researches of thermal conductivity of soils. *Energy Procedia* 42: 775-783.
- Petuhov, B.S. 1952. *Opıtnoye izuçeniye proçessov teploperedaçı. Gosenergoizdat Press, Moskova*, 344 s.
- Rees, S.W., Adjali, M.H., Zhou, Z., Davies, M., Thomas, H.R. 2000. Ground heat transfer effects on the thermal performance of earth-contact structures. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 4: 213-265.
- Tikhonravova, P.I. 2007. Effect of the water content on the thermal diffusivity of clay loams with different degrees of salinization in the transvolga region. *Eurasian Soil Sci.*, 40: 47–50.
- Usowicz, B., Lipiec, J., Ferrero, A. 2006. Prediction of soil thermal conductivity based on penetration resistance and water content or air-filled porosity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49: 5010-5017.
- Usowicz, B., Lipiec, J., Usowicz, J.B. 2008. Thermal conductivity in relation to porosity and hardness of terrestrial porous media. *Planetary and Space Science*, 56: 438-447.
- Usowicz, B., Lipiec, J., Usowicz, J.B., Marczewski, W. 2013. Effects of aggregate size on soil thermal conductivity: Comparison of measured and model-predicted data. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 57: 536-541.
- Vargaftik, N.B. 1956. *Teplofizičeskiye svoystva veşestv (spravoçnik)*. Gosenergoizdat Press, Moskova-Leningrad, 368 s.
- Williams, P.J., Smith, M.W. 1989. *The Frozen Earth: Fundamentals of Geocryology*. Cambridge University Press, Cambridge; New York, 306 pp.
- Woo, M. 2012. *Permafrost Hydrology*. Springer-Verlag, Berlin, 519 pp.
- Wu, J., Nofziger, D.L. 1999. Incorporating temperature effects on pesticide degradation into a management model. *J. Environ. Quality*, 28: 92-100.
- Zambra, C.E., Moraga, N.O. 2013. Heat and mass transfer in landfills: Simulation of the pile self-heating and of the soil contamination. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 66: 324-333.
- Zhou, X., Persaud, N., Belesky, D.P., Clark, R.B. 2007. Significance of transients in soil temperature series. *Pedosphere*, 17(6): 766-775.