Süleyman Demirel Üniversitesi,
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,
15-1(2011),56-59

Enine İvme ve Sademe Formülleri Üzerine Bir Eleştiri

Banihan GÜNAY*
Akdeniz Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, ANTALYA
Alınış Tarihi: 22.12.2010, Kabul Tarihi:18.03.2011

Özet: Bu makalede, enine ivme, dever, ve sademe ile ilgili olarak, genelde Türkçe kaynaklarda karşılaşılan gözden kaçmış bir yanlış tanımlanacaktır. Bu bağlamda, yatay kurp boyunca hareket eden bir aracın maruz kaldığı merkezkaç ve yerçekimi ivmeleri fizik bilgileri ışığında irdelenip, ilgili formüllerde bir takım düzeltmeler yapılacaktır. Ayrıca, 'sademe' sözcüğünün anlamında da bir değişiklik önerilecektir.

Anahtar Kelimeler: Merkezkaç kuvveti, Yerçekimi ivmesi, Geçiş eğrileri, Dever

A Critique on the Formulae for Radial Acceleration and Its Rate of Change

Abstract: The paper attempts to identify an overlooked mistake in the literature mainly appears in Turkish textbooks. By means of physics, radial acceleration and gravitational pull experienced by a vehicle negotiating a horizontal curve are scrutinised, and a number of alterations to the formulation are recommended. Besides, a change is proposed to the meaning of (the existing Turkish word) 'sademe'.

Keywords: Centrifugal force, Gravitational acceleration, Transition curves, Superelevation

Giriş

Bilindiği üzere, enine ivme, dever, sademe ve geçiş eğrisi uzunluğu hesabı gibi konular kitaplarda (örn. Sütaş ve Öztaş, 1986; Umar ve Yayla, 1989; Yayla, 2008) özetle şöyle işlenmektedir:

Dever verilmiş bir yatay kurpta hareket etmekte olan bir araca, yatayda (dışa doğru) v^2/R merkezkaç ve düşeyde de (aşağı doğru) g yerçekimi ivmeleri etki etmekte olup (*Şekil 1*), v^2/R merkezkaç ivmesi, zıt yönde $g \tan\alpha$ ile kısmen ya da tamamen dengelenmektedir (*Şekil 2*). Buradaki v, α , ve R değerleri sırasıyla aracın hızı, dever miktarı, ve kurp yarıçapı olup bu değerlerin özel bir kombinasyonunda ilişki

$$\frac{v^2}{R} = g \tan\alpha \qquad (1)$$

şeklini alır ki bu duruma 'teorik dever' hali denir. Örneğin $v = 20$ m/s, $R = 100$ m, ve $\alpha = 22.18^\circ$ gibi.

Bu durumdaki bir araç dairesel kurp boyunca, (teorik de olsa) tekerlekler ile yol yüzeyi arasında herhangi bir yanal sürtünme kuvvetine ihtiyaç duymadan yoluna devam edebilir (elbette ki yol ekseni doğrultusundaki yuvarlanma sürtünmesi sıfırdan büyük olmak şartıyla).

Hatta Leeming (1942)'ye atfen denilebilir ki, teorik dever koşulları gerçekleştiği anda, sürücünün direksiyonu tutmasına bile gerek kalmaz. Çünkü aracın ön tekerlekleri sola ya da sağa dönük değildir ve araç (izafi konik düzlemde) düz gitmektedir. Teorik dever şartını sağlayan v, R veya α değerlerinden herhangi birisinin bu kombinasyonu bozması durumunda, örneğin, $v_{proje} > v_{teorikDever}$ veya $\alpha_{proje} < \alpha_{teorikDever}$ gibi, aşağıdaki (2) eşitliği ile gösterilen dengelenmemiş bir ivme oluşur.

$$a_{net} = \frac{v^2}{R} - g \tan\alpha \qquad (2)$$

Bu eşitliğin faydalı bir kullanım alanı geçiş eğrisi uzunluk hesaplarıdır. Bilindiği gibi aliymandaki (yarıçapın sonsuz ve yol yüzeyine verilen yanal drenaj eğiminin sıfır kabül edilmesinden kaynaklanan) $a_{net} = 0$ değerinden, dairesel yaydaki $a_{net} = \frac{v^2}{R} - g \tan\alpha$ değerine geçerken, konfor açısından bu ivme değişiminin belirli bir sınırın üzerinde olması istenmez. Yani

$$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{v^2}{tR} - \frac{g \tan\alpha}{t} \qquad (3)$$

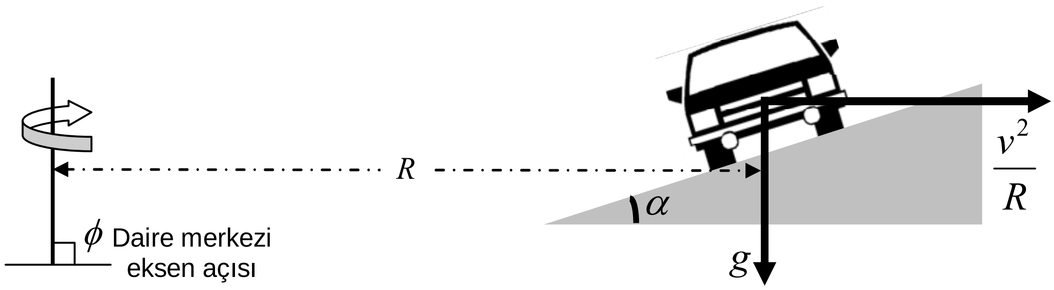
olup, bu eşitlikte $t = \frac{L_g}{v}$ değeri yerine konursa

$$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{v^3}{RL} - \frac{vg \tan\alpha}{L_g} \qquad (4)$$

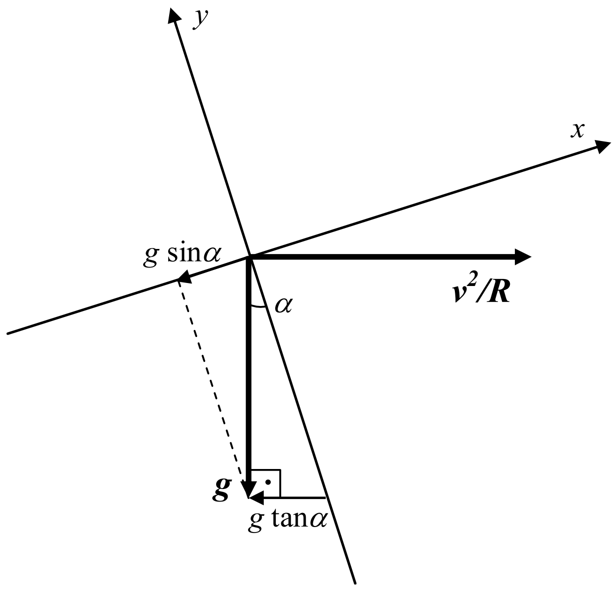
eşitliği elde edilir. Burada L_g = geçiş eğrisi uzunluğudur.

Pratikte, $\frac{\Delta a}{\Delta t}$ oranının 0.3 ile 0.6 ms^{-3} değerleri arasında kalması istenir (Umar ve Yayla, 1989; Yayla, 2008; Garber ve Hoel, 2009; Whyte ve Paul, 2003).

* banihangunay@akdeniz.edu.tr



Şekil 1. *Dever verilmiş bir yatay kurp*



Şekil 2. *Şekil 1'deki araca etki eden merkezkaç (v^2/R) ve yerçekimi (g) ivmeleri*

$\frac{\Delta a}{\Delta t} > 0.6$ m/s^3 durumu konfor açısından sakıncalı olmakta, $\frac{\Delta a}{\Delta t} < 0.3$ m/s^3 durumu ise gereğinden büyük geçiş eğrisi uzunluğu verdiği için güvenlik açısından risk taşımaktadır. Çünkü sürücüler aşırı yavaş değişen eğriliği farkedememekte ve bir anda kendilerini geçiş eğrisinin sonunda (daire yayının başında) buluvermektedirler.

Gerekli L_g uzunluğu

$$L_g = \frac{v^3}{(0.3 \sim 0.6)\,R} - \frac{vg\tan\alpha}{(0.3 \sim 0.6)} \tag{5}$$

olarak hesaplanmakta, genel bağıntı ise, hızın 'km/h', deverin de '$\frac{d}{100}$' cinsinden yazılmasıyla

$$\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{V^3}{46.7 \times R \times L_g} - \frac{V \times d}{36.7 \times L_g} \tag{6}$$

şeklini almaktadır. Ancak yazar, bir sonraki bölümde de tartışılacağı üzere, bu formülasyonun çok daha farklı bir şekilde ele alınması gerektiğine inanmaktadır.

Eleştiri Argümanları

Şekil 1 deki araca etki eden yerçekimi ivmesinin (yol yüzeyine paralel) x eksenindeki bileşeni olan $g\sin\alpha$ nın yatayda bir de $g\tan\alpha$ bileşeninin (*Şekil 2*) varlığını öngörmek yanlıştır. Yani bir kuvvetin (veya ivmenin) 'bileşeninin bileşeni' olamaz. Diğer bir değişle, g yerçekimi ivmesinin araca yatayda (v^2/R doğrultusunda ve zıt yönde) bir tesiri yoktur. Dolayısıyla, v^2/R merkezkaç ivmesinin yatayda $g\tan\alpha$ ile kısmen (veya tamamen) dengelenmesi de söz konusu değildir. Aslında $g\tan\alpha$ ivmesi geometrik uzunluk olarak doğru olsa bile, fizik kuralları açısından anlamsızdır. Hatta, deversiz sademe ve deverli sademe gibi iki ayrı sademe formülüne de gerek olmamalıdır.

Şöyle ki, merkezkaç kuvvetinin (veya ivmesinin) miktarı bu kuvvetin (veya bu ivmenin) bir cisme etki ediş biçimine bağlı değildir, yani merkezkaç ivmesi sadece ve sadece hız (v) ve yarıçapın (R) bir fonksiyonu olup, cismin kağıt düzlemine dik bir eksen etrafında eğik (α) olup olmamasıyla alakalı değildir. Dolayısıyla, α nın değişen değerleri için v^2/R hiç değişmeyip aynen mevcuttur.

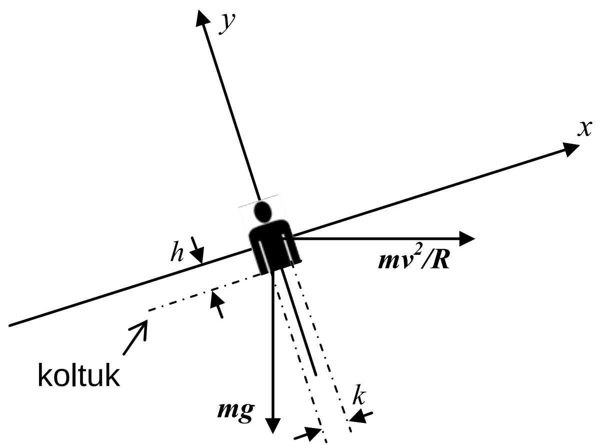
Teorik dever durumunda da net ivme, (1) eşitliğinin öngördüğü gibi sıfır değil, hiç eksiksiz, v^2/R kadardır. Bir anlık söz konusu araç, eni, boyu ve ataleti olan 4 tekerlekli bir nesne degil de noktasal bir cisim olarak düşünülürse, ve teorik dever verilmiş (yanal sürtünmenin gözardı edildiği) bir yatay kurpta hareket ediyor farzedilse olay biraz daha kolay anlaşılacaktır. Bu noktasal cisme v^2/R aynen etki edecek $g\tan\alpha$ gibi bir dengeleme söz konusu olmayacaktır. Burada eğik sarkaç benzetmesi yapılabilir.

Eğer aracın ağırlık merkezi ile dairenin merkezini birleştiren doğru (R) yatay değil de eğik olsa idi (Şekil 1'deki ϕ açısının 90º den farklı olma durumu), o zaman g yerçekimi ivmesi bir dengeleme ivmesi doğururdu ve v^2/R de bir azaltmaya gidilirdi. Örneğin, $\phi > 90^\circ$ için (işte o zaman) $a_{net} = \frac{v^2}{R} - g\tan\phi$ olurdu (α nın yerini alan ϕ ye dikkat ediniz). Fakat $\phi = 90^\circ$ durumunda (dever olsun veya olmasın) v^2/R aynen vardır. Dolayısıyla akla şöyle bir soru gelebilir:

Teorik dever durumunda araç içerisindeki yolcuların enine ivmeyi hissetmeyişi nasıl açıklanır?

Yanıt olarak şunlar söylenebilir: Dever v^2/R yi azaltmaz ama mv^2/R nin insan vücudunda meydana getirdiği devrilme momenti etkisini azaltır veya (teorik dever uygulamasında olduğu gibi tümden yok eder). Buradaki m kütleyi göstermektedir. Teorik dever durumunda faydalı moment ile devirme momentleri eşitlenir ve yolcuların hissetmediği şey enine ivme değil, bu ivmenin 'sonuçlarından' birisi olan devirme etkisidir.

Biraz daha açmak gerekirse, araç koltuğunda oturan[1] bir kişinin bel üstünde kalan vücut parçasının ağırlık merkezine, yolcunun ataletinden kaynaklanan mv^2/R kuvveti uygulanmakta ve yolcuyu oturduğu koltukta kurp dışına doğru devirmeye çalışmaktadır (*Şekil 3*).



Şekil 3. *Gövde momenti*

Bu kuvvetin oluşturduğu moment

$$m\frac{v^2}{R}\cos\alpha \times h \tag{7}$$

bunu dengleyen moment de

$$\left(mg\sin\alpha \times h\right) + \left(mg\cos\alpha \times \frac{k}{2}\right) + \left(m\frac{v^2}{R}\sin\alpha \times \frac{k}{2}\right) \tag{8}$$

olur. Burada

h = oturan bir yolcunun bel üstü vücut parçasının ağırlık merkezinin, oturduğu koltuk yüzeyine olan dik uzaklığı (moment kolu), ve

k = oturan kişinin bel/kalça kalınlığıdır.

Teorik dever durumunda bu iki moment dengelenmekte, herhangi bir devrilme konforsuzluğu hissedilmemektedir. Yani v^2/R nin tesiri, iddia edildiği üzere, (1) eşitliğinin öngördüğü g'nin tanjant bileşeni olan $g\tan\alpha$ ile değil, (8) de gösterilen moment ile dengelenmektedir. Bu momente şimdilik '*gövde momenti*' diyelim. Denge halinde ilgili eşitlik

$$\frac{v^2}{R}\cos\alpha \times h = \left(g\sin\alpha \times h\right) + \left(g\cos\alpha \times \frac{k}{2}\right) + \left(\frac{v^2}{R}\sin\alpha \times \frac{k}{2}\right) \tag{9}$$

olur.

Son olarak, konunun daha iyi anlaşılması için şoyle bir benzetme yapılabilir: Teorik dever verilmiş bir kurpta araç içindeki (yola paralel) bir yüzeyde duran su dolu bir bardağı bardağı merkezkaç kuvveti ile devirmek mümkün değildir ama su, bardak tabanına normaldekinden daha fazla basınç uygular. Benzer bir durum jet uçağı pilotlarının damarlarındaki kan için de söylenebilir. Çok aşırı merkezkaç kuvveti oluşması durumunda kan ayaklara doğru akın eder ve beyinde oksijen eksikliği görülür. Pilot oturduğu koltuk üzerinde, uçağın eğik (α = teorik dever) oluşundan dolayı devrilme veya savrulma hissetmez ama beynindeki oksijen eksikliğinden bayılma hissi oluşur.

Sunulan bu argümanlar ışığında bir sonraki bölümde bazı değerlendirme ve düzeltmeler yapılacaktır.

Öngörülen Düzeltmeler

Birçok kitapta halen var olan (6) numaralı formül, deversiz kurplar için geçerliliğini korumakta olup geçiş eğrisi uzunluğu hesabında ($\alpha = 0$ olduğu için) aynı bilindiği şekliyle kullanılabilir. Yani deversiz kurplarda, kurp boyunca v^2/R tam tesir edecek ama bu değere

[1] Kişinin oturuyor olması şart değildir. Tek fark ayakta duran bir yolcu için momentler ayak tabanına göre alınmalıdır.

aliymandaki $a = 0$ dan geçiş (0.3 – 0.6 m/s^3) gibi tahammül edilebilir bir oranda, tedricen olacaktır. Dolayısıyla,

$$L_g = \frac{v^3}{(0.3 \sim 0.6)\, R} \tag{10}$$

kadarlık bir geçiş eğrisine gereksinim vardır.

Teorik dever halinde, eğer amaç merkezkaç ivmesine tedrici bir artış vermek ise aynen

$$L_g = \frac{v^3}{(0.3 \sim 0.6)\, R} \tag{11}$$

kadarlık bir geçiş eğrisi gerekir, ama aracın eğik oluşundan dolayı v^2/R merkezkaç ivmesinin insan vücudu üzerindeki gövde momenti etkisi hissedilmeyeceğinden dolayı L_g daha az olabilir. Bu durumda L_g yi bulmak için $\frac{v^2}{R} - g \tan\alpha$ yaklaşımı değil de yukarıda izah edilen nedenlerden ötürü şöyle farklı bir yaklaşım gerekmektedir:

Teorik dever durumunda L_g veriş amacı artık $a = 0$ ile $a = \frac{v^2}{R}$ arasında tedrici bir artış sağlamak değil, yol yüzeyinde $d = 0$ dan $d = d$ deverine ani bir basamak çıkışı olamayacağı gibi tali sebeplerdir. Zaten yarış pisti harici yollarda teorik dever pek uygulanmaz. Bu durumda, $(d_{teorik} - d_{proje})$ den kaynaklanan gövde momentinin tedrici artışını makul tutatacak bir L_g hesaplanmalıdır. Yani (6) numaralı formuldeki (deverden gelen) $\frac{V \times d}{36.7 \times L_g}$ terimi çıkartılıp, onun yerine bu tali sebeplerden kaynaklanan, ve içinde h ve k olan (bkz. Şekil 3) başka bir terim konmalıdır. Dolayısıyla deverli sademe formülü de bu şekilde bertaraf olmak zorunda kalacaktır. Ayrıca, zaten standartlarda (örn. Brockenbrough, 2009) var olan, yol eksenine paralel doğrultuda maksimum %1'lik bir eğim ile deverin inşaası gibi bir kıstasın devreye girmesi de söz konusu olabilir.

Son olarak (yeri gelmişken) ilginç bir yorum daha yapılabilir: Türkçeye Osmanlıcadan 'sademe' olarak giren sözcük, aslında net yanal ivmenin birim zamandaki değişim oranını ifade etmek yerine, 'yanal darbe', 'yanal şok', ya da 'yanal devirme' anlamlarında kullanılmalı, ve bir süreci değil, daire yayının başlangıcındaki bir anı temsil etmelidir. Boşta kalan kavram için de, İngilizcede olduğu gibi, enine ivmenin zamana göre değişim oranı (veya türevi) denmelidir. Çünkü deversiz dairesel bir kurbaya, geçiş eğrisiz bir giriş olursa $a = 0$'dan $a = \frac{v^2}{R}$'ye ani bir geçiş olur ki bu, kelimenin tam anlamıyla bir sademedir. Geçiş eğrisi ile bu sademe ortadan kalkar. Sademe sözcüğüne yüklediğimiz bu yeni anlamını kullanacak olursak, geçiş eğrili deversiz bir kurpta artık sademe yok ama enine ivmenin $a = 0$'dan $a = \frac{v^2}{R}$'ye tedrici bir artışı vardır.

Sonuç

Sonuç olarak, $\frac{\Delta a}{\Delta t}$ sademe değil, net ivmenin zaman içindeki değişim oranı olmalıdır. Zaten yaygın yabancı literatürde de, bu bağlamda, $\frac{\Delta a}{\Delta t}$ için tek kelimelik bir isim yoktur. Dolayısıyla, şu ana kadar bilinenlerin aksine, sademe, t süresi içinde L_g boyunca ivmenin değişim oranı değil, (eğer varsa) bir anlık dışa fırlama veya devrilme etkisi olmalıdır.

Kaynaklar

Brockenbrough, R.L. 2009. Highway Engineering Handbook, 3rd Edition, McGrawHill, New York.

Garber, N., Hoel, L. 2009. Traffic and Highways Engineering - SI Version, Nelson Engineering, of 2nd Revised (International Student) Edition.

Leeming, J.J. 1942. Road curvature and superelevation, ICE Engineering Division Papers, 1(3), 1-26.

Sütaş, İ., Öztaş, G. 1986. Karayolu İnşaatında Uygulama ve Projelendirme, Teknik Kitaplar Yayınevi, İstanbul.

Umar, F., Yayla, N. 1989. Yol İnşaatı, İTÜ Yayınları, İstanbul.

Yayla, N. 2008. Karayolu Mühendisliği, Birsen Yayınevi, İstanbul.

Whyte, W., Paul, R. 2003. Basic Surveying, 4th Edition, Laxton's.