

Süleyman Demirel Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi  
Y.2007, C.12, S.1 s.63-81.

## MARKOWITZ KUADRATİK PROGRAMLAMA İLE OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ

### OPTIMAL PORTFOLIO SELECTION WITH MARKOWITZ QUADRATIC PROGRAMMING

Yrd.Doç.Dr.Ali Cüneyt ÇETİN\*

#### ÖZET

*Bu çalışmada, Markowitz kuadratik programlama ile portföy seçim modelinin İMKB 30 endeksinde yer alan şirketler üzerinde uygulaması yapılmıştır. Çalışmada İMKB 30 şirketlerinin 03/01/2005 – 01/07/2005 arasındaki günlük getiri değerleri kullanılarak beklenen getiri ve varyans-kovaryans matrisi elde edilmiş ve model çözülmüştür. Ayrıca standart kuadratik programlama modeli kullanılarak İMKB 30 endeksi ile aynı risk düzeyinde daha yüksek getirili portföy ağırlıkları bulunmuştur. Sonuçta, yatırımcıların piyasada alacağı risk değeri göz önünde bulundurularak optimal portföy oluşturmalarına yardımcı olacak senaryolar elde edilmiştir.*

#### ABSTRACT

*In this study, Markowitz portfolio selection model is applied to the ISE 30 companies. In the study, using daily return values of ISE 30 companies during January 2005-June 2005, expected return and variance-covariance matrices were obtained and the model was solved. Furthermore, using standart quadratic programming model, portfolio weights which have the same risk level with ISE 30 index but have higher return than ISE 30 index were determined. With respect to investor's thoughts, the risk rate is taken. Finally, scenarios are obtained for helping investor's portfolio selection decisions.*

Portföy Seçimi, Kuadratik Programlama, Markowitz Ortalama-Varyans Analizi, İMKB 30 Endeksi, Optimizasyon.

Portfolio Selection, Quadratic Programming, Markowitz Mean-Variance Analysis, ISE 30 Index, Optimization.

### 1. GİRİŞ

Sermaye piyasalarında kullanılan endeksler, temsil ettikleri hisse senetlerinin belli oranlarla ve belli formüllerle bir araya getirilmeleri ile

\* Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, Muhasebe ve Finansman Anabilim Dalı Öğretim Üyesi.

hesaplanırlar. Pek çok kurumsal ve kişisel yatırımcı, endeksin getiri-risk düzeyinde getiri sağlayıp risk üstlenmek istemektedir. Oysa buna ulaşmak isteyen yatırımcı çok sayıda hisse senedini farklı oranlarda elinde bulundurmaya zorundadır. Ayrıca hisse senetlerinin fiyatları değiştikçe yatırımcılar ellerindeki portföyün yapısını da değiştirmek zorunda kalacaktır<sup>1</sup>.

Yatırımcıların tasarruflarını sermaye piyasalarında kullanmaya başlamaları ile birlikte portföy ve portföy yönetimi teknikleri ve modellerine duyulan ilgi ve ihtiyaç artmıştır. Portföy yönetimi; yatırımcının elindeki fonları, mevcut menkul kıymet alternatifleri arasında, belirli bir risk düzeyinde, en fazla getiriye, veya belirli bir getiri düzeyinde en az riski sağlayacak şekilde paylaşmasıdır.

Optimal portföy seçimi; menkul kıymet analizi, portföy analizi ve portföy seçimi olmak üzere üç safhada gerçekleşmektedir. Portföy optimizasyonu işlemi, belli girdiler ve kısıtlar veri iken yatırımcının ihtiyaçlarını en iyi biçimde karşılayacak menkul kıymet bileşiminin bulunmasına yönelik matematiksel bir problemdir<sup>2</sup>.

Modern Portföy Teoreminin kurucusu sayılan Harry S. Markowitz, 1952 yılında yayınladığı Portföy Seçimi başlıklı makalesinde, yatırımcıların oluşturduğu portföyde yer alan menkul kıymetlerin, belirli risk seviyelerinde mümkün olan maksimum getiri oranını nasıl sağlanacağı hakkında bilgi vermektedir. Bu nedenle Markowitz'in ortalama-varyans modeli bu çalışmanın temel konusu olmaktadır.

Markowitz ortalama-varyans analizi portföyü oluşturan menkul kıymet getirileri ile getirilerin sapmasını girdi olarak alır. Menkul kıymetler arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek için kovaryans da analizin girdisidir. Yapılan analizin girdileri, menkul kıymetlerin geçmişte sağladığı performansa dayanabileceği gibi, analistlerin gelecekle ilgili beklentileri de olabilir. Ancak Markowitz, analizde geçmiş getirileri kullanmaktadır. Geçmişte gerçekleşen getirilerin aritmetik ortalaması beklenen getiri olarak tanımlanmaktadır. Etkin sınır oluşturmak üzere kuadratik (karesel) programlama teknikleri kullanılmıştır. Etkin sınır belli bir beklenen getiri düzeyi için standart sapma veya varyans ile ölçülen riski en küçükleyen ve belli bir risk düzeyi için beklenen getiriyi en çoklayan uygulanabilir portföyleri tanımlar. Etkin sınır, yatırımcının portföyünü belirlerken karşılaştığı risk ve getiri arasındaki değiş-tokuşu ifade eder<sup>3</sup>.

Markowitz'in Modern Portföy Teoremi, portföyde çeşitlendirmenin yanı sıra menkul kıymetlerin aralarındaki ters yönlü korelasyonların da riski önemli ölçüde azaltacağını söylemektedir. Buna göre portföyü oluşturan

<sup>1</sup> Aydın ULUCAN, "Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçim Modelinin, Sermaye Piyasasında Endeks İle Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı", *Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, Cilt 20, Sayı 2, 2002, s. 1.

<sup>2</sup> Murat ATAN, "Karesel Programlama İle Portföy Optimizasyonu", *VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*, İstanbul Üniversitesi, 26 - 27 Mayıs, 2005, s. 1.

<sup>3</sup> ATAN, s. 2.

varlıklar portföyün riskini azaltacaktır.

Söz konusu teoremden başka bir konu ise etkin sınır üzerindedir. Yatırımcılar alternatif yatırım olanaklarında aynı riske sahip farklı getiri sağlayan portföy seçebileceklerdir. Buna göre etkin sınır üzerinde oluşturulan portföylerin hesaplanmasında, portföyü oluşturan hisse senetlerinin geçmişteki getirileri, standart sapmaları, senetler arasındaki korelasyon katsayıları, varyans-kovaryans matrislerine ihtiyaç vardır<sup>4</sup>. Bu tür istatistiksel değerlerin bulunması için gerekli formüller aşağıda gösterilmiştir.

Ortalama Getiri	$E(R_i) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{it}$
Varyans	$\sigma_{R_i}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_{it} - E(R_i))^2$
Standart Sapma	$\sigma = \sqrt{\sigma_{R_i}^2}$
Korelasyon Katsayısı	$\rho_{i,j} = \frac{Cov(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j}$
Kovaryans	$Cov_{i,k} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{it} - E(R_i))(R_{kt} - E(R_k))$ veya $Cov(r_i, r_j) = (\sigma_i \sigma_j)(\rho_{i,j})$

Bu çalışmada hesaplamalar için gerekli olan veri elde edildikten sonra matematiksel hesaplamalar Microsoft Excel yardımıyla yapılacaktır. Teorik olarak çok düşük riske hatta risksiz yatırıma olanak verecek portföy oluşturulabilir dahi pratikte İMKB’de risksiz portföy oluşturulması olanaksızdır. Bunun nedeni çoğu hisse senedi arasında pozitif korelasyon görülmesidir. Buna ek olarak ekonomik ve siyasi istikrarsızlık hisse senedi fiyatlarını önemli ölçüde etkilemektedir<sup>5</sup>.

## 2. İLGİLİ LİTERATÜR

Markowitz’in ortalama-varyans modeli ve Wolfe’un oluşturduğu etkin çözümü, modern portföy teorisini yeniden yapılandırmaktadır. Daha önceleri portföy analizinde esas ağırlık bireysel varlık seçimi ile ilgili iken, Markowitz’in bu çalışmasından sonra risk-getiri değişimi çerçevesinde

<sup>4</sup> Güray KÜÇÜKKOCAOĞLU, “ Optimal Portföyün Seçimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi Üzerine Bir Uygulama”, *Active – Bankacılık ve Finans Dergisi*, 26, Eylül-Ekim 2002, s. 1.

<sup>5</sup> KÜÇÜKKOCAOĞLU, s. 2.

portföy içindeki varlıkların birbiri ile olan etkileşimi ortaya konularak çeşitlendirme ve portföyün tümünün değerlendirilmesi ele alınmıştır<sup>6</sup>.

Markowitz'in ortalama-varyans modeli, ortalama getiriler vektörüne ve kovaryanslar matrisine sahip  $n$  adet menkul kıymet içeriyordu. Modelin içerdiği portföy ise elde tutulan menkul kıymetlerin vektörüdür ve vektörün bileşenleri toplamı bire eşittir. Menkul kıymetlerin beklenen getirileri ve varyansları hesaplanmaktadır. Doğrusal kayıtlamalar kümesi altında, etkin sınırlar maximum beklenen getirisi ve minimum varyansı olan portföyler kümesidir. Ayrıca, bu model sıfırdan sonsuza değişen bir parametreye bağlı yapıda ifade edilmiştir. Daha sonraki formülasyonlara, işlem maliyetlerini de içeren doğrusal bir ifade de eklenmiştir<sup>7</sup>.

Söz konusu analizin en güç yanlarından birisi  $n$  adet beklenen getiri ve  $n(n+1)/2$  adet varyans-kovaryansı hesaplamaktır. Bu nedenle, faktör ve/veya indeks modelleri geliştirilmiştir<sup>8</sup>. Ayrıca senaryo modelleri ve çoklu grup modelleri üzerinde çalışılan konular olmuştur<sup>9</sup>.

Markowitz'in portföy seçim modeli, pratikte uygulanabilir olabilmesi için gerçek hayat koşullarını da içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu alanda Pogue'nin işlem maliyetleri, kısa satışlar, borçlanma politikaları ve vergileri de kapsayan çalışması, modelin gerçekçi yapıya sokulmasını iyi ifade ettiği için önemlidir. Yine, Francis'in bankaların aktif-pasif yönetiminde portföy analizini incelediği makalesi de, Markowitz portföy analizinin banka sistemi içinde uygulanabilirliği üzerine anlamlı bir çalışmadır<sup>10</sup>.

Üzerinden 50 yıl geçmesine rağmen yatırım planlamasında halen en kullanışlı ve popüler sayısal yöntem Markowitz'in ortalama-varyans modelidir. Bu model uygulamada ve teoride bazı bilim çevrelerince halen geliştirilmektedir. Geliştirmeler, yukarıda değinildiği gibi gerçek hayatı daha iyi ifade eden yeni kısıtların eklenmesi şeklinde ve bunun yanı sıra, çok önemli optimizasyon ve simetrik olmayan risklerin modele eklenmesi şeklinde de yapılmaktadır<sup>11</sup>.

<sup>6</sup> Nihat BOZDAĞ, Şenol ALTAN, Sibel DUMAN, "Minimaks Portföy Modeli İle Markowitz Ortalama Varyans Portföy Modelinin Karşılaştırılması", **VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu**, İstanbul Üniversitesi, 26 - 27 Mayıs, 2005, s. 2.

<sup>7</sup> Bkz., G. A. POGUE, "An Extension of the Markowitz Portfolio Model to Include Variable Transactions Costs, Short Sales, Leverage Policies and Taxes" **J. Finance** **25**, 1970, s. 1005-1028.

<sup>8</sup> Bkz., W. F. SHARPE, *Portfolio Theory and Capital Markets*, Mc Graw Hill, New York, 1970; K. J. COHEN ve J. A. POGUE, "An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio Selection Models", **Journal of Business** **40**, 1967, s. 166-193; B. ROSENBERG, "Extra Market Components of Covariance in Security Returns", **J. Financ. Quant. Anal.** **9**, 1974, s. 263-273.

<sup>9</sup> Bkz., H.MARKOWITZ ve A.F.PEROLD, "Portfolio Analysis with Factors and Scenarios", **J.Finance**, 1981 ; E.J.ELTON ve M.J.GRUBER, "Estimating the Dependence Structure of Share Prices-Implications for Portfolio Selection", **J. Finance** **28**, 1973, s. 1203-1232.

<sup>10</sup> Bkz., POGUE, s. 1005-1028 ; J.C. FRANCIS, "Portfolio Analysis of Small, Medium, and Large Sized Banks", **J.Monetary Econ.**, **4**, 1978, s. 459-480.

<sup>11</sup> ULUCAN, s. 2.

### 3. KUADRATİK PROGRAMLAMA MODELİ VE OPTİMAL PORTFÖY OLUŞTURMADA KULLANIMI

Markowitz geliştirdiği standart kuadratik programlama formundaki ortalama-varyans modeli, hedeflenen beklenen getiri düzeyini karşılayacak minimum varyanslı (minimum riskli) portföyü bulmaya çalışır. Modelde amaç fonksiyonu, minimize edilecek portföy varyansdır ve şu şekilde gösterilir.

$$\min. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov_{ij}$$

Bu matematiksel ifadede,  $n$  : mevcut varlık sayısını,  $Cov_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  varlıkları arasındaki kovaryans değerini ( $i = 1, \dots, n$ ), ( $j = 1, \dots, n$ ),  $x_i$  : karar değişkenlerini göstermek için kullanılmıştır.

Standart Markowitz modelinde iki temel kısıt vardır. Bunlardan birincisi, hedeflenen beklenen getiri düzeyinin karşılanmasını sağlayacak aşağıdaki matematiksel ifadedir.

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i \geq R$$

Burada  $\mu_i$  :  $i$  varlığının beklenen getirisini ( $i = 1, \dots, n$ ),  $R$  : hedeflenen beklenen getiri düzeyini göstermek için kullanılmıştır. Modeldeki ikinci temel kısıt ise, portföyde bulunan varlıkların ağırlıkları toplamının 1 olmasını sağlayan aşağıdaki ifadedir.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Karar değişkenlerinin negatif olamama kısıtı da eklendiğinde aşağıdaki genel model elde edilir.

$$\min. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov_{ij}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n$$

Burada,

$n$  mevcut varlık sayısı,

$\mu_i$   $i$  varlığının beklenen getirisi ( $i = 1, \dots, n$ ),

$Cov_{ij}$   $i$  ve  $j$  varlıkları arasındaki kovaryans değeri ( $i = 1, \dots, n$ ), ( $j = 1, \dots, n$ ),

$i = j$  için  $i$  varlığının varyans değeri,

$R$  hedeflenen beklenen getiri düzeyi,

$x_i$   $i$  varlığının portföy içindeki oranıdır, (karar değişkeni) ( $i = 1, \dots, n$ ).

Standart Markowitz modelindeki  $n$ . yatırım enstrümanını endeks olarak alıp, diğer  $n-1$  yatırım enstrümanından endeksle risk ya da getiri düzeyi aynı olan portföyü oluşturmak için, modeli aşağıdaki değişiklikleri içerecek şekilde değiştirilmiştir.

Amaç fonksiyonunda halen  $n$  adet enstrümanın (sonucusu endeks) riskini minimize etmektedir ve değiştirilmemiştir.

Standart modeldeki ilk temel kısıt olan ve hedeflenen beklenen getiri düzeyinin karşılanmasını sağlayan  $\sum_{i=1}^n x_i \mu_i \geq R$  kısıtı,  $n$  enstrüman yerine  $n-1$

enstrüman için beklenen getiri düzeyi de  $n$ . enstrümanın beklenen getiri düzeyi olarak alınıp  $\sum_{i=1}^{n-1} x_i \mu_i = \mu_n$  şeklinde yeniden düzenlenecektir.

Böylelikle,  $n-1$  adet yatırım enstrümanı arasından oluşturulacak portföyden elde edilecek getirinin endeksin beklenen getirisinin altında kalmaması sağlanacaktır.

Portföyde yer alan varlıkların ağırlıkları toplamının 1 olmasını sağlayan modeldeki ikinci temel kısıt da,  $n$  enstrüman yerine  $n-1$  enstrüman içereceğinden,  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$  kısıtı,  $\sum_{i=1}^{n-1} x_i = 1$  olarak değişecektir.

Amaç fonksiyonunda riski minimize edilen  $n$  adet enstrümandan,  $n-1$  tanesinin ağırlıkları toplamı 1 olarak yukarıda kısıtta tanımlandıktan sonra,  $n$ . enstrüman olan endeksin de bu  $n-1$  enstrümana ağırlık olarak karşı olarak gelmesi için  $x_n = -1$  kısıtının modele eklenmesi gerekmektedir. Böylece  $x_n$  değişkeni diğer değişkenlerin aksine sınırsız olarak tanımlanacaktır. Diğer bir değişle,  $x_n$  üzerinde negatif olamama kısıtı bulunmayacaktır.

Yapılan değişiklik ve eklemeleri içeren kuadratik programlama modeli aşağıda görülmektedir.

$$\min. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov_{ij}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i \mu_i = \mu_n$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_i = 1$$

$$x_n = -1$$

$$x_n \text{ sınırsız}$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n$$

Burada,

$n$  mevcut varlık sayısı,

$\mu_i$   $i$  varlığının beklenen getirisi ( $i = 1, \dots, n$ ),

$Cov_{ij}$   $i$  ve  $j$  varlıkları arasındaki kovaryans değeri ( $i = 1, \dots, n$ ), ( $j = 1, \dots, n$ ),

$i = j$  için  $i$  varlığının varyans değeri,

$x_i$  karar değişkenleri, varlığın portföy içindeki oranıdır. ( $0 \leq x_i \leq 1$ ),

( $i = 1, \dots, (n-1)$ )

$x_n$  Karşılaştırılacak varlığın portföydeki oranı.  $-1$  sabit değerini almalıdır.

$\mu_n$  Karşılaştırılacak varlığın (endeksin) beklenen getirisidir.

Bir sonraki kısımda, yukarıda açıklanan modelin İMKB-30 endeksi ve onu oluşturan hisse senetleri üzerinde uygulaması yapılacak ve optimal portföy oluşturulacaktır.

#### 4. OPTİMAL PORTFÖYÜN OLUŞTURULMASI

Markowitz'in Optimal Portföy Teoremi'nden yola çıkarak İMKB'de oluşturulacak optimal portföy yatırımı için gerekli görülen veri, araçlar ve yapılacak işlemler şunlardır.

1- 01/07/2005 tarihinde İMKB Ulusal-30 Endeksini oluşturan firmalar ve bu firmaların 03/01/2005 - 01/07/2005 tarihleri arasındaki günlük düzeltilmiş ikinci seans kapanış fiyatları<sup>12</sup>.

İMKB Ulusal-30 Endeksini oluşturan firmaların 03/01/2005 - 01/07/2005 tarihleri arasındaki 127 günlük düzeltilmiş fiyat kapanışlarını kullanarak dönem sonu getirileri ve standart sapmaları MS Excel'de bulunmuştur (Tablo 1),

Dönem sonu getiriler bulunurken hisselerin günlük yüzde değişimlerinin bulunması ve bu yüzde değişimlerin toplamlarının alınması

<sup>12</sup> Veriler (<http://analiz.ibsyazilim.com/isapi/at01/fiyat01inp.asp>)'den alınmıştır.

$$\text{Günlük Getiri} = \frac{N_{1\text{gün}} - N_{0\text{gün}}}{n_{0\text{gün}}}$$

gerekmektedir. Getirilerin günlük yüzde değişimleri aşağıdaki formülle bulunmuştur.

Standart sapma ise Excel’de 126 günlük getirilerin tamamını seçtikten sonra hedef hücelere standart sapma formülü yazılarak hem günlük hem de altı aylık dönemin standart sapması bulunur. Burada 126 rakamı günlük yüzde getiriler bulunduktan sonra ortaya çıkan değerlerin sayısıdır.

- 2- Hisse senetleri arasındaki korelasyonun bulunması ve korelasyon matrisinin oluşturulması (Tablo 2),
- 3- Standart sapmaların ve korelasyon matrisinin yardımıyla kovaryans matrisinin oluşturulması (Tablo 3),
- 4- Kovaryans matrisi ile farklı ağırlıkların oluşturduğu portföyün varyansının, standart sapmasının ve getirisinin hesaplanması,
- 5- Excel’in Araçlar menüsünde bulunan Çözücü fonksiyonunun kullanımı

Portföy içerisinde 30 tane hisse senedini bulundurduğu için kuadratik programlamayı gerektirmektedir. Markowitz kuadratik programlama ile portföy seçiminde bulunmak için MS Excel hesap tablosu yazılımı içinde yer alan Çözücü eklentisi kullanılmıştır. Böylece eşit ağırlıklı yatırım portföyü (Tablo 4), açığa satış<sup>13</sup> imkanı olan farklı ağırlıktaki yatırım portföyü (Tablo 5), açığa satış imkanı olmayan farklı ağırlıktaki yatırım portföyü (Tablo 6) oluşturulmuştur.

6- Eşit ağırlıklı portföyün, optimal portföyün, İMKB Ulusal-30 Endeksi’nin, İMKB Ulusal-100 Endeksi’nin getirilerinin ve olası yatırım sonuçlarının karşılaştırılması (Tablo 7).

Tablo 5, Farklı ağırlığa sahip hisse senedi yatırıma olanak verildiği ve açığa satış işleminin mevcut olduğu durumda portföye yatırımı yapılan hisse senetlerinin ağırlıklı ortalamaları için bir sınır olmadığını göstermektedir.

Varyans-Kovaryans matrisini oluştururken yatırım için seçilen İMKB Ulusal-30 hisselerinin portföy içindeki ağırlıklarında bir sınırlama söz konusu değildir. Bu tür bir yatırımda beklenen getirinin maksimum, riskin ise minimum olması beklenir. Çalışmada seçilen portföyün riski, eşit ağırlıklı yatırım yapılan portföyün riski ile eşit olacak şekilde bulunmuştur.

Hesaplamalar Excel’in Çözücü fonksiyonu ile yapılmıştır. Çözücü fonksiyonu kullanılırken, portföyün riskinin (varyansının) minimize edilmesi beklenmektedir. Bunun için yapılması gereken, Çözücü’nün içinde bulunan hedef hücreyi portföyün varyansı olarak seçmek, portföye yatırımı yapılan hisse senetlerinin ağırlıklı ortalamalarının toplamını 1’e eşitlemek ve beklenen getirinin ne olacağını seçmek gerekmektedir. Seçilen beklenen

<sup>13</sup> Açığa Satış (Short Selling): Sahip olunmayan menkul kıymetlerin ödünç alınmak sureti ile satılmasıdır.



getirinin oluşturacağı risk, çözücü tarafından getiriye göre minimum varyans oluşturacak şekilde hesaplanmaktadır. Buna göre çözücüye girilen farklı getiriler, farklı varyans verecektir.

Eşit ağırlıklı portföy için bulunan varyansın günlük olarak 0,00021 olduğu göz önünde bulundurulursa, açığa satış işleminin mevcut olduğu bir durumda portföyün günlük varyansının da en az 0,00021'e (altı aylık standart sapmasının %16,24'e) eşit olması beklenebilir.

Farklı ağırlığa sahip açığa satış olanağı mevcut portföyün Çözücü yardımıyla oluşturulması sonucunda günlük varyansı 0,0011 ve altı aylık standart sapması %16,24 olan bir portföy kurulmuş ve böyle bir riske sahip portföyün beklenen günlük getirisi 0,00516, altı aylık getirisi %65,02 olarak bulunmuştur.

Tablo 6, Farklı ağırlığa sahip hisse senedi yatırımına olanak verildiği ve açığa satış işleminin olanaksız olduğu durumda portföye yatırımı yapılan hisse senetlerinin ağırlıklı ortalamaları için belirli bir sınırlamanın olduğunu göstermektedir. Sınırlama her bir hisse senedine yapılan yatırımın  $w_i \geq 0$  ( $i=1,2,3,\dots,30$ ) olması gerektiğini böylece açığa satışa izin verilmediğini göstermektedir.

Varyans-Kovaryans matrisini oluştururken yatırım için seçilen İMKB Ulusal-30 hisselerinin portföy içindeki ağırlıklarında bir sınırlama  $w_i \geq 0$  söz konusudur. Bu tür bir yatırımda beklenen getirinin maksimum, riskin ise minimum olması beklenir.

Çalışmada seçilen açığa satışa izin vermeyen portföyün riski, eşit ağırlıklı yatırım yapılan portföyün riski ile eşit olacak şekilde bulunmuştur. Çözücü fonksiyonu kullanılırken, portföyün riskinin (varyansının) minimize edilmesi beklenmektedir. Bunun için yapılması gereken, Çözücü'nün içinde bulunan hedef hücreyi portföyün varyansı olarak seçmek, portföye yatırımı yapılan hisse senetlerinin ağırlıklı ortalamalarının toplamını 1'e eşitlemek ve beklenen getirinin ne olacağını seçmek gerekmektedir.

Tüm bunlara ilaveten portföyü oluşturan hisse senetlerinin ağırlıkları  $w_i \geq 0$ , Çözücü'ye sınırlama olarak girilecektir. Seçilen beklenen getirinin oluşturacağı risk, Çözücü tarafından, getiriye göre minimum varyans oluşturacak şekilde hesaplanmaktadır. Buna göre Çözücüye girilen farklı getiriler, farklı varyans verecektir. Varyansı minimuma indirmek ve bunu sadece Çözücü'nün seçeceği birkaç hisse senedi ile yapmak, portföyün varyansını büyüten hisse senetlerini portföyden çıkarmak bu aşamadaki en önemli işlemdir. Eşit ağırlıklı portföy için bulunan varyansın günlük olarak 0,00021 olduğu göz önünde bulundurulursa, açığa satış işleminin mevcut olmadığı bir durumda portföyün günlük varyansının da en az 0,00021'e (standart sapmasının %16,24'e) eşit olması beklenebilir.

Farklı ağırlığa sahip açığa satış olanağı olmayan mevcut portföyün Çözücü yardımıyla oluşturulması sonucunda günlük varyansı 0,00021 ve altı aylık standart sapması %16,24 olan bir portföy oluşturulmuş ve böyle bir riske sahip portföyün beklenen günlük getirisi 0,00320, altı aylık getirisi

%40,32 olarak bulunmuştur (Tablo 8). Altı aylık %40,32 getiri sağlaması beklenen portföyü oluşturan hisse senetleri ve portföy ağırlıkları; Anadolu Efes  $w_1 = \%4,8$ , Doğan Holding  $w_2 = \%6,2$ , Enka  $w_3 = \%32,7$ , Finansbank  $w_4 = \%22,9$ , Ford Oto  $w_5 = \%07$ , Garanti Bank  $w_6 = \%2$ , Tüpraş  $w_7 = \%20,3$ , Turkcell  $w_8 = \%10,3$  olarak Çözücü tarafından seçilmiştir. Açığa satış olanağı olmayan portföyü oluşturan hisselerin toplam sayısı sekizdir. Buna göre İMKB Ulusal-30 Endeksi'ne yapılan bir portföy yatırımının sınırları açığa satışın mümkün olmadığı durumlarda yukarıdaki ağırlıklarla olacaktır.

### 5. SONUÇ

Bu çalışmanın amacı portföy çeşitlendirmesinin ve optimizasyonun İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda çalışabilirliğini test etmek, İMKB Ulusal-30 Endeksi'ne göre oluşturulan optimal portföyün İMKB Ulusal-100, İMKB Ulusal-30 endekslerine ve eşit ağırlıklı portföye göre karşılaştırmasını yapmaktır. Çeşitlendirilmiş portföyler yatırımın riskini en aza indirmeye yararken, karşılığında yüksek getiri sağlamaya çalışırlar. Burada amaç portföy oluştururken en iyi çeşitlendirmeyi yapabilmektir. İyi çeşitlendirme ise Markowitz'in Modern Portföy Teoremi ve etkin sınırdaki optimal portföyün seçimiyle olacaktır. Bu çalışmanın sonucunda optimize edilmiş etkin portföyün kurulduğuna inanılmaktadır. Bunu test etmek için Çözücü yardımıyla oluşturulan portföylerden açığa satış olanağı olmayan portföy, yatırım portföyü olarak seçilmiştir. Portföyün içeriği Çözücü tarafından bulunan hisse senetleri ve bunların ağırlıklarıdır. Buna göre portföy Anadolu Efes  $w_1 = \%4,8$ , Doğan Holding  $w_2 = \%6,2$ , Enka  $w_3 = \%32,7$ , Finansbank  $w_4 = \%22,9$ , Ford Oto  $w_5 = \%07$ , Garanti Bank  $w_6 = \%2$ , Tüpraş  $w_7 = \%20,3$ , Turkcell  $w_8 = \%10,3$  olarak belirlenmiştir.

Yatırım süresi 02/01/2006 - 30/06/2006 (122 gün) tarihleri ile sınırlı tutulmuştur. Altı aylık yatırımın sonucunda ortaya çıkan getiri oranı İMKB Ulusal-100 Endeksi, İMKB Ulusal-30 Endeksi, İMKB Ulusal-30 Endeksi'ndeki hisselerle oluşturulan eşit ağırlıklı portföyün sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

02/01/2006 - 30/06/2006 tarihleri arasındaki getiri oranları

Yatırım Araçları	Getiri	Standard Sapma
İMKB Ulusal-100 Endeksi	- 8,67 %	2,16 %
İMKB Ulusal-30 Endeksi	- 9,17 %	2,23 %
Eşit ağırlıklı portföy	- 10,82 %	0,82 %
<b>Yatırım için seçilen portföy</b>	<b>8,6 %</b>	<b>3,1 %</b>

2006 yılının ilk altı aylık döneminde İstanbul Menkul Kıymetler Borsası iyi bir performans sergileyememiş ve borsa endeks bazında zarar ettirmiştir. İMKB Ulusal-100 Endeksi -8,67%, İMKB Ulusal-30 Endeksi - 9,17%, Eşit ağırlıklı portföy yatırımını -10,82% kayba uğramıştır (Tablo 7). Hisse senetlerinde kaybın yaşandığı yıl yapılan bu yatırım getiri yerine götürüyle sonuçlanmıştır. Ancak İMKB Ulusal-30 endeksinden seçilerek

farklı ağırlıklara sahip sekiz hisse senedinden oluşturulan optimal portföyün getirisi ise (8,6%) olmuştur.

Sonuçta, Markowitz'in Modern Portföy Teoremi ve Optimizasyon, İstanbul Menkul Kıymetler Borsasındaki hisse senetlerine yapılacak yatırımlarda portföy oluşturmak için seçilen hisseler için kullanılabilir en iyi yöntemdir. Böylece hem bireysel yatırımcılar, hem de kurumsal yatırımcılar optimize edilmiş portföylerini oluşturduklarında yüksek getiri sağlamış olacaktırlar.

Tablo 1: İMKB Ulusal-30 Endeksi Hisse Senetleri  
03/01/2005-01/07/2005

HİSSE SENEDİ ADI	HİSSE SENEDİ KODU	Standart Sapma	Ortalama Getiri	Standart Sapma	Ortalama Getiri
		Günlük	Günlük	Altı Aylık	
AKBANK	AKB	0,02375	0,00029	26,66 %	3,65 %
AKSA	AKS	0,01698	-0,00102	19,06 %	-12,86 %
AKSIGORTA	AKG	0,02822	0,00092	31,68 %	11,55 %
ANADOLU EFES	AEF	0,02695	0,00124	30,25 %	15,57 %
ARÇELİK	ARC	0,02267	0,00073	25,44 %	9,23 %
BEKO	BEK	0,02341	-0,00108	26,28 %	-13,64 %
DOĞAN HOL.	DOH	0,02290	0,00152	25,71 %	19,21 %
DOĞAN YAY.	DOY	0,02412	0,00027	27,07 %	3,46 %
ENKA	ENK	0,01896	0,00152	21,28 %	19,19 %
EREĞLİ	ERE	0,02032	0,00101	22,80 %	12,74 %
FİNANSBANK	FIN	0,03358	0,00746	37,69 %	94,02 %
FORD OTO	FRO	0,02095	0,00069	23,52 %	8,74 %
GARANTİ BANK	GRN	0,02647	0,00272	29,72 %	34,31 %
HÜRRİYET	HGZ	0,02630	0,00039	29,52 %	4,96 %
İHLAS HOL.	IHL	0,03146	-0,00252	35,31 %	-31,73 %
İŞ C	ISC	0,02473	0,00089	27,76 %	11,16 %
İŞ GMYO	ISG	0,02535	0,00153	28,46 %	19,29 %
KARDEMİR D	KRD	0,02097	-0,00115	23,54 %	-14,47 %
KOÇ HOL.	KCH	0,02295	-0,00088	25,76 %	-11,05 %
MİGROS	MIG	0,02532	-0,00049	28,42 %	-6,11 %
PETROL OFİSİ	PTO	0,02269	0,00130	25,47 %	16,37 %
SABANCI HOL.	SHO	0,02134	0,00040	23,95 %	5,08 %
ŞİŞE CAM	SISE	0,02298	0,00080	25,79 %	10,06 %
TANSAŞ	TNS	0,02168	0,00104	24,34 %	13,09 %
TOFAŞ OTO	TFO	0,02257	-0,00098	25,34 %	-12,37 %
TÜPRAŞ	TUP	0,02704	0,00417	30,35 %	52,53 %
THY	THY	0,02209	-0,00002	24,79 %	-0,20 %
TURKCELL	TCL	0,02477	-0,00067	27,80 %	-8,39 %
ÜLKER GIDA	ULK	0,02318	-0,00162	26,02 %	-20,39 %
VESTEL	VES	0,01908	-0,00024	21,41 %	-3,01 %

Tablo 2 : Korelasyon Katsayıları

AKB	AKS	AKG	AEF	ARC	BEK	DOH	DOY	ENK	ERE	FIN	FRO	GRN	HGZ	IHL	ISC	ISG	KRD	KCH	MIG	PTO	SHO	SISE	TNS	TFO	TUP	THY	TCL	ULK	VES
1	0,54	0,63	0,27	0,62	0,61	0,28	0,42	0,25	0,50	0,38	0,32	0,52	0,60	0,47	0,68	0,49	0,45	0,08	0,40	0,29	0,60	0,67	0,44	0,52	0,09	0,49	0,15	0,50	0,45
0,54	1	0,51	0,08	0,45	0,53	0,20	0,41	0,23	0,42	0,35	0,43	0,44	0,48	0,19	0,58	0,45	0,42	-0,02	0,33	0,38	0,54	0,58	0,47	0,56	0,18	0,44	-0,10	0,54	0,51
0,63	0,51	1	0,27	0,65	0,67	0,35	0,54	0,25	0,52	0,49	0,40	0,58	0,63	0,40	0,66	0,61	0,46	0,07	0,33	0,37	0,64	0,63	0,55	0,62	0,25	0,52	0,03	0,54	0,54
0,27	0,08	0,27	1	0,25	0,25	0,29	0,18	0,02	0,11	0,21	0,11	0,28	0,21	0,21	0,30	0,23	0,09	0,14	0,25	0,23	0,21	0,23	0,21	0,17	0,21	0,14	0,16	0,11	0,13
0,62	0,45	0,65	0,25	1	0,66	0,32	0,51	0,26	0,50	0,42	0,40	0,47	0,61	0,41	0,60	0,65	0,57	0,08	0,32	0,28	0,61	0,54	0,49	0,56	0,22	0,54	0,06	0,49	0,47
0,61	0,53	0,67	0,25	0,66	1	0,24	0,43	0,24	0,56	0,41	0,35	0,51	0,56	0,37	0,70	0,63	0,47	0,03	0,28	0,34	0,71	0,69	0,61	0,64	0,17	0,57	-0,01	0,57	0,49
0,28	0,20	0,35	0,29	0,32	0,24	1	0,26	0,16	0,24	0,18	0,23	0,27	0,29	0,19	0,35	0,30	0,26	0,47	0,08	0,24	0,31	0,24	0,24	0,25	0,25	0,22	0,31	0,24	0,23
0,42	0,41	0,54	0,18	0,51	0,43	0,26	1	0,08	0,46	0,36	0,35	0,46	0,59	0,27	0,50	0,51	0,31	-0,05	0,37	0,30	0,59	0,52	0,41	0,44	0,26	0,34	0,02	0,46	0,46
0,25	0,23	0,25	0,02	0,26	0,24	0,16	0,08	1	0,32	0,15	0,27	0,11	0,29	0,29	0,31	0,21	0,30	0,11	0,19	0,17	0,26	0,27	0,21	0,22	0,06	0,19	-0,06	0,28	0,22
0,50	0,42	0,52	0,11	0,50	0,56	0,24	0,46	0,32	1	0,38	0,49	0,38	0,48	0,36	0,59	0,53	0,58	0,04	0,36	0,39	0,60	0,53	0,48	0,54	0,14	0,42	0,01	0,50	0,50
0,38	0,35	0,49	0,21	0,42	0,41	0,18	0,36	0,15	0,38	1	0,29	0,45	0,47	0,21	0,53	0,44	0,34	0,07	0,40	0,35	0,45	0,43	0,39	0,43	0,31	0,32	-0,04	0,29	0,39
0,32	0,43	0,40	0,11	0,40	0,35	0,23	0,35	0,27	0,49	0,29	1	0,35	0,39	0,24	0,48	0,41	0,48	0,09	0,28	0,44	0,47	0,38	0,41	0,61	0,19	0,39	-0,06	0,40	0,48
0,52	0,44	0,58	0,28	0,47	0,51	0,27	0,46	0,11	0,38	0,45	0,35	1	0,46	0,28	0,67	0,43	0,40	0,03	0,43	0,32	0,53	0,52	0,58	0,52	0,32	0,31	0,03	0,38	0,37
0,60	0,48	0,63	0,21	0,61	0,56	0,29	0,59	0,29	0,48	0,47	0,39	0,46	1	0,46	0,64	0,68	0,50	-0,03	0,34	0,26	0,52	0,73	0,50	0,53	0,18	0,56	-0,07	0,55	0,51
0,47	0,19	0,40	0,21	0,41	0,37	0,19	0,27	0,29	0,36	0,21	0,24	0,28	0,46	1	0,43	0,41	0,41	0,04	0,30	0,24	0,38	0,40	0,36	0,24	0,16	0,46	-0,10	0,45	0,27
0,68	0,58	0,66	0,30	0,60	0,70	0,35	0,50	0,31	0,59	0,53	0,48	0,67	0,64	0,43	1	0,57	0,47	0,06	0,44	0,37	0,67	0,70	0,68	0,64	0,26	0,53	0,04	0,57	0,60
0,49	0,45	0,61	0,23	0,65	0,63	0,30	0,51	0,21	0,53	0,44	0,41	0,43	0,68	0,41	0,57	1	0,46	0,01	0,30	0,36	0,51	0,60	0,52	0,50	0,23	0,58	-0,04	0,59	0,56
0,45	0,42	0,46	0,09	0,57	0,47	0,26	0,31	0,30	0,58	0,34	0,48	0,40	0,50	0,41	0,47	0,46	1	0,13	0,23	0,22	0,52	0,47	0,39	0,57	0,11	0,45	0,01	0,56	0,37
0,08	-0,02	0,07	0,14	0,08	0,03	0,47	-0,05	0,11	0,04	0,07	0,09	0,03	-0,03	0,04	0,06	0,01	0,13	1	-0,01	0,06	0,03	-0,04	-0,10	0,09	0,08	0,01	0,54	0,01	-0,07
0,40	0,33	0,33	0,25	0,32	0,28	0,08	0,37	0,19	0,36	0,40	0,28	0,43	0,34	0,30	0,44	0,30	0,23	-0,01	1	0,43	0,38	0,43	0,35	0,27	0,19	0,26	-0,10	0,23	0,36
0,29	0,38	0,37	0,23	0,28	0,34	0,24	0,30	0,17	0,39	0,35	0,44	0,32	0,26	0,24	0,37	0,36	0,22	0,06	0,43	1	0,40	0,33	0,30	0,35	0,31	0,36	0,02	0,30	0,37
0,60	0,54	0,64	0,21	0,61	0,71	0,31	0,59	0,26	0,60	0,45	0,47	0,53	0,52	0,38	0,67	0,51	0,52	0,03	0,38	0,40	1	0,64	0,56	0,64	0,23	0,53	-0,02	0,53	0,54
0,67	0,58	0,63	0,23	0,54	0,69	0,24	0,52	0,27	0,53	0,43	0,38	0,52	0,73	0,40	0,70	0,60	0,47	-0,04	0,43	0,33	0,64	1	0,51	0,63	0,16	0,58	-0,03	0,52	0,47
0,44	0,47	0,55	0,21	0,49	0,61	0,24	0,41	0,21	0,48	0,39	0,41	0,58	0,50	0,36	0,68	0,52	0,39	-0,10	0,35	0,30	0,56	0,51	1	0,48	0,27	0,45	-0,15	0,47	0,49
0,52	0,56	0,62	0,17	0,56	0,64	0,25	0,44	0,22	0,54	0,43	0,61	0,52	0,53	0,24	0,64	0,50	0,57	0,09	0,27	0,35	0,64	0,63	0,48	1	0,19	0,48	0,00	0,57	0,60
0,09	0,18	0,25	0,21	0,22	0,17	0,25	0,26	0,06	0,14	0,31	0,19	0,32	0,18	0,16	0,26	0,23	0,11	0,08	0,19	0,31	0,23	0,16	0,27	0,19	1	0,30	0,03	0,11	0,12
0,49	0,44	0,52	0,14	0,54	0,57	0,22	0,34	0,19	0,42	0,32	0,39	0,31	0,56	0,46	0,53	0,58	0,45	0,01	0,26	0,36	0,53	0,58	0,45	0,48	0,30	1	-0,04	0,49	0,49
0,15	-0,10	0,03	0,16	0,06	-0,01	0,31	0,02	-0,06	0,01	-0,04	-0,06	0,03	-0,07	-0,10	0,04	-0,04	0,01	0,54	-0,10	0,02	-0,02	-0,03	-0,15	0,00	0,03	-0,04	1	0,01	-0,18
0,50	0,54	0,54	0,11	0,49	0,57	0,24	0,46	0,28	0,50	0,29	0,40	0,38	0,55	0,45	0,57	0,59	0,56	0,01	0,23	0,30	0,53	0,52	0,47	0,57	0,11	0,49	0,01	1	0,55
0,45	0,51	0,54	0,13	0,47	0,49	0,23	0,46	0,22	0,50	0,39	0,48	0,37	0,51	0,27	0,60	0,56	0,37	-0,07	0,36	0,37	0,54	0,47	0,49	0,60	0,12	0,49	-0,18	0,55	1

Tablo 3: Kovaryans Matrisi

AKB	AKS	AKG	AEF	ARC	BEK	DOH	DOY	ENK	ERE	FIN	FRO	GRN	HGZ	IHL	ISC	ISG	KRD	KCH	MIG	PTO	SHO	SISE	TNS	TFO	TUP	THY	TCL	ULK	VES	
0,06%	0,02%	0,04%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,04%	0,03%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%	0,03%	0,02%
0,02%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,04%	0,02%	0,08%	0,02%	0,04%	0,04%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,05%	0,02%	0,04%	0,05%	0,04%	0,05%	0,04%	0,03%	0,00%	0,02%	0,02%	0,04%	0,04%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	
0,02%	0,00%	0,02%	0,07%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,00%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,00%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,02%	0,05%	0,03%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,04%	0,03%	0,04%	0,02%	0,01%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,00%	0,03%	0,02%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,02%	0,03%	0,05%	0,01%	0,02%	0,01%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,00%	0,03%	0,02%	
0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,05%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	
0,02%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,02%	0,01%	0,06%	0,00%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	
0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	
0,02%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,01%	0,04%	0,03%	0,02%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,03%	0,02%	0,05%	0,02%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%	0,03%	0,11%	0,02%	0,04%	0,04%	0,02%	0,04%	0,02%	0,01%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,04%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,04%	0,02%	0,07%	0,03%	0,02%	0,04%	0,03%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,04%	0,02%	0,05%	0,01%	0,04%	0,03%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,07%	0,04%	0,04%	0,04%	0,03%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	
0,03%	0,01%	0,04%	0,02%	0,03%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,04%	0,10%	0,03%	0,03%	0,03%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,02%	0,01%	0,03%	-0,01%	0,03%	0,02%	
0,04%	0,02%	0,05%	0,02%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,04%	0,02%	0,04%	0,04%	0,03%	0,06%	0,04%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,03%	0,04%	0,04%	0,04%	0,02%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,02%	0,04%	0,04%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,04%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,04%	0,06%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,00%	0,03%	0,03%	
0,02%	0,01%	0,03%	0,00%	0,03%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,02%	0,04%	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,00%	0,03%	0,01%	
0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,05%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%	0,00%	0,00%	
0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,02%	0,02%	0,03%	0,02%	0,01%	0,00%	0,06%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,01%	-0,01%	0,01%	0,02%	
0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,01%	0,00%	0,02%	0,05%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,05%	0,03%	0,03%	0,03%	0,01%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	
0,04%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,04%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,04%	0,03%	0,04%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,05%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,00%	0,03%	0,02%	
0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,04%	0,03%	0,02%	0,00%	0,02%	0,01%	0,03%	0,03%	0,05%	0,02%	0,02%	0,02%	-0,01%	0,02%	0,02%	
0,03%	0,02%	0,04%	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,04%	0,03%	0,03%	0,00%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,05%	0,01%	0,02%	0,00%	0,03%	0,03%	
0,01%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,03%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,00%	-0,01%		
0,03%	0,02%	0,03%	0,01%	0,03%	0,03%	0,01%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,00%	0,01%	0,02%	0,03%	0,03%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,00%	0,05%	0,02%	
0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	0,02%	0,01%	0,02%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,02%	0,03%	0,03%	0,01%	0,00%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,02%	-0,01%	0,02%	0,04%	

Tablo 4: Eşit Ağırlıklı (0,03 Oranında) Yatırım Yapılan Portföyün Kovaryans Matrisi ve Yatırımın Riski / Getirisi

AKB	AKS	AKG	AEF	ARC	BEK	DOH	DOY	ENK	ERE	FIN	FRO	GRN	HGZ	IHL	ISC	ISG	KRD	KCH	MIG	PTO	SHO	SISE	TNS	TFO	TUP	THY	TCL	ULK	VES
6,2E-07	2,4E-07	4,6E-07	1,9E-07	3,7E-07	3,7E-07	1,7E-07	2,7E-07	1,2E-07	2,7E-07	3,4E-07	1,7E-07	3,6E-07	4,1E-07	3,8E-07	4,4E-07	3,3E-07	2,4E-07	4,9E-08	2,7E-07	1,7E-07	3,3E-07	4,0E-07	2,5E-07	3,1E-07	6,2E-08	2,8E-07	9,6E-08	3,0E-07	2,2E-07
2,4E-07	3,2E-07	2,7E-07	3,8E-08	1,9E-07	2,3E-07	8,7E-08	1,8E-07	8,3E-08	1,6E-07	2,2E-07	1,7E-07	2,2E-07	2,4E-07	1,1E-07	2,7E-07	2,2E-07	1,7E-07	-8,0E-09	1,6E-07	1,6E-07	2,2E-07	2,5E-07	1,9E-07	2,4E-07	9,0E-08	1,8E-07	-4,5E-08	2,3E-07	1,8E-07
4,6E-07	2,7E-07	8,8E-07	2,3E-07	4,6E-07	4,9E-07	2,5E-07	4,0E-07	1,5E-07	3,3E-07	5,1E-07	2,6E-07	4,8E-07	5,2E-07	3,9E-07	5,1E-07	4,8E-07	3,0E-07	4,9E-08	2,6E-07	2,6E-07	4,3E-07	4,5E-07	3,7E-07	4,3E-07	2,1E-07	3,6E-07	2,5E-08	3,9E-07	3,2E-07
1,9E-07	3,8E-08	2,3E-07	8,0E-07	1,7E-07	1,7E-07	2,0E-07	1,3E-07	9,3E-09	6,9E-08	2,1E-07	6,9E-08	2,2E-07	1,6E-07	2,0E-07	2,2E-07	1,7E-07	5,3E-08	9,6E-08	1,9E-07	1,6E-07	1,3E-07	1,6E-07	1,4E-07	1,1E-07	1,7E-07	9,4E-08	1,2E-07	7,9E-08	7,1E-08
3,7E-07	1,9E-07	4,6E-07	1,7E-07	5,7E-07	3,9E-07	1,8E-07	3,1E-07	1,2E-07	2,5E-07	3,5E-07	2,1E-07	3,1E-07	4,0E-07	3,3E-07	3,7E-07	4,1E-07	3,0E-07	4,7E-08	2,0E-07	1,6E-07	3,3E-07	3,1E-07	2,6E-07	3,2E-07	1,5E-07	3,0E-07	3,5E-08	2,8E-07	2,2E-07
3,7E-07	2,3E-07	4,9E-07	1,7E-07	3,9E-07	6,0E-07	1,4E-07	2,7E-07	1,2E-07	2,9E-07	3,6E-07	1,9E-07	3,5E-07	3,8E-07	3,0E-07	4,4E-07	4,1E-07	2,6E-07	1,5E-08	1,8E-07	2,0E-07	3,9E-07	4,1E-07	3,4E-07	3,7E-07	1,2E-07	3,2E-07	-3,2E-09	3,4E-07	2,4E-07
1,7E-07	8,7E-08	2,5E-07	2,0E-07	1,8E-07	1,4E-07	5,8E-07	1,6E-07	7,7E-08	1,2E-07	1,5E-07	1,2E-07	1,8E-07	2,0E-07	1,5E-07	2,2E-07	1,9E-07	1,4E-07	2,7E-07	4,8E-08	1,4E-07	1,7E-07	1,4E-07	1,3E-07	1,4E-07	1,7E-07	1,2E-07	1,9E-07	1,4E-07	1,1E-07
2,7E-07	1,8E-07	4,0E-07	1,3E-07	3,1E-07	2,7E-07	1,6E-07	6,4E-07	3,9E-08	2,5E-07	3,2E-07	1,9E-07	3,2E-07	4,1E-07	2,3E-07	3,3E-07	3,4E-07	1,7E-07	-3,0E-08	2,5E-07	1,8E-07	3,3E-07	3,2E-07	2,3E-07	2,6E-07	1,9E-07	2,0E-07	1,3E-08	2,8E-07	2,3E-07
1,2E-07	8,3E-08	1,5E-07	9,3E-09	1,2E-07	1,2E-07	7,7E-08	3,9E-08	4,0E-07	1,4E-07	1,0E-07	1,2E-07	6,2E-08	1,6E-07	1,9E-07	1,6E-07	1,1E-07	1,3E-07	5,4E-08	1,0E-07	8,3E-08	1,2E-07	1,3E-07	9,5E-08	1,1E-07	3,6E-08	9,0E-08	-3,3E-08	1,4E-07	9,0E-08
2,7E-07	1,6E-07	3,3E-07	6,9E-08	2,5E-07	2,9E-07	1,2E-07	2,5E-07	1,4E-07	4,5E-07	2,9E-07	2,3E-07	2,2E-07	2,8E-07	2,6E-07	3,2E-07	3,0E-07	2,7E-07	2,1E-08	2,1E-07	2,0E-07	2,8E-07	2,7E-07	2,3E-07	2,7E-07	8,3E-08	2,1E-07	6,8E-09	2,6E-07	2,1E-07
3,4E-07	2,2E-07	5,1E-07	2,1E-07	3,5E-07	3,6E-07	1,5E-07	3,2E-07	1,0E-07	2,9E-07	1,2E-06	2,3E-07	4,4E-07	4,6E-07	2,5E-07	4,9E-07	4,1E-07	2,6E-07	5,9E-08	3,8E-07	2,9E-07	3,5E-07	3,6E-07	3,1E-07	3,6E-07	3,1E-07	2,6E-07	-3,3E-08	2,5E-07	2,7E-07
1,7E-07	1,7E-07	2,6E-07	6,9E-08	2,1E-07	1,9E-07	1,2E-07	1,9E-07	1,2E-07	2,3E-07	2,3E-07	4,8E-07	2,1E-07	2,3E-07	1,8E-07	2,7E-07	2,4E-07	2,3E-07	5,0E-08	1,6E-07	2,3E-07	2,3E-07	2,0E-07	2,1E-07	3,2E-07	1,2E-07	2,0E-07	-3,4E-08	2,1E-07	2,1E-07
3,6E-07	2,2E-07	4,8E-07	2,2E-07	3,1E-07	3,5E-07	1,8E-07	3,2E-07	6,2E-08	2,2E-07	4,4E-07	2,1E-07	7,7E-07	3,6E-07	2,6E-07	4,8E-07	3,2E-07	2,5E-07	2,2E-08	3,2E-07	2,1E-07	3,3E-07	3,5E-07	3,7E-07	3,4E-07	2,5E-07	2,0E-07	2,1E-08	2,6E-07	2,1E-07
4,1E-07	2,4E-07	5,2E-07	1,6E-07	4,0E-07	3,8E-07	2,0E-07	4,1E-07	1,6E-07	2,8E-07	4,6E-07	2,3E-07	3,6E-07	7,6E-07	4,2E-07	4,6E-07	5,0E-07	3,1E-07	-2,2E-08	2,5E-07	1,7E-07	3,2E-07	4,9E-07	3,1E-07	3,5E-07	1,4E-07	3,6E-07	-5,1E-08	3,7E-07	2,8E-07
3,8E-07	1,1E-07	3,9E-07	2,0E-07	3,3E-07	3,0E-07	1,5E-07	2,3E-07	1,9E-07	2,6E-07	2,5E-07	1,8E-07	2,6E-07	4,2E-07	1,1E-06	3,7E-07	3,6E-07	3,0E-07	3,2E-08	2,7E-07	1,8E-07	2,8E-07	3,1E-07	2,7E-07	1,9E-07	1,5E-07	3,5E-07	-9,0E-08	3,6E-07	1,8E-07
4,4E-07	2,7E-07	5,1E-07	2,2E-07	3,7E-07	4,4E-07	2,2E-07	3,3E-07	1,6E-07	3,2E-07	4,9E-07	2,7E-07	4,8E-07	4,6E-07	3,7E-07	6,7E-07	4,0E-07	2,7E-07	4,0E-08	3,1E-07	2,3E-07	3,9E-07	4,4E-07	4,0E-07	3,9E-07	1,9E-07	3,2E-07	2,7E-08	3,6E-07	3,1E-07
3,3E-07	2,2E-07	4,8E-07	1,7E-07	4,1E-07	4,1E-07	1,9E-07	3,4E-07	1,1E-07	3,0E-07	4,1E-07	2,4E-07	3,2E-07	5,0E-07	3,6E-07	4,0E-07	7,1E-07	2,7E-07	9,0E-09	2,1E-07	2,3E-07	3,0E-07	3,9E-07	3,2E-07	3,2E-07	1,7E-07	3,6E-07	-2,4E-08	3,8E-07	3,0E-07
2,4E-07	1,7E-07	3,0E-07	5,3E-08	3,0E-07	2,6E-07	1,4E-07	1,7E-07	1,3E-07	2,7E-07	2,6E-07	2,3E-07	2,5E-07	3,1E-07	3,0E-07	2,7E-07	2,7E-07	4,8E-07	6,8E-08	1,3E-07	1,2E-07	2,6E-07	2,5E-07	1,9E-07	3,0E-07	6,7E-08	2,3E-07	3,0E-09	3,0E-07	1,6E-07
4,9E-08	-8,0E-09	4,9E-08	9,6E-08	4,7E-08	1,5E-08	2,7E-07	-3,0E-08	5,4E-08	2,1E-08	5,9E-08	5,0E-08	2,2E-08	-2,2E-08	3,2E-08	4,0E-08	9,0E-09	6,8E-08	5,8E-07	-3,4E-09	3,4E-08	1,5E-08	-2,2E-08	-5,5E-08	5,0E-08	5,3E-08	4,6E-09	3,4E-07	6,8E-09	-3,1E-08
2,7E-07	1,6E-07	2,6E-07	1,9E-07	2,0E-07	1,8E-07	4,8E-08	2,5E-07	1,0E-07	2,1E-07	3,8E-07	1,6E-07	3,2E-07	2,5E-07	2,7E-07	3,1E-07	2,1E-07	1,3E-07	-3,4E-09	7,1E-07	2,7E-07	2,3E-07	2,8E-07	2,1E-07	1,7E-07	1,4E-07	1,6E-07	-7,1E-08	1,5E-07	1,9E-07
1,7E-07	1,6E-07	2,6E-07	1,6E-07	1,6E-07	2,0E-07	1,4E-07	1,8E-07	8,3E-08	2,0E-07	2,9E-07	2,3E-07	2,1E-07	1,7E-07	1,8E-07	2,3E-07	2,3E-07	1,2E-07	3,4E-08	2,7E-07	5,7E-07	2,1E-07	1,9E-07	1,6E-07	1,9E-07	2,1E-07	2,0E-07	1,2E-08	1,8E-07	1,8E-07
3,3E-07	2,2E-07	4,3E-07	1,3E-07	3,3E-07	3,9E-07	1,7E-07	3,3E-07	1,2E-07	2,8E-07	3,5E-07	2,3E-07	3,3E-07	3,2E-07	2,8E-07	3,9E-07	3,0E-07	2,6E-07	1,5E-08	2,3E-07	2,1E-07	5,0E-07	3,4E-07	2,9E-07	3,4E-07	1,4E-07	2,8E-07	-1,2E-08	2,9E-07	2,4E-07
4,0E-07	2,5E-07	4,5E-07	1,6E-07	3,1E-07	4,1E-07	1,4E-07	3,2E-07	1,3E-07	2,7E-07	3,6E-07	2,0E-07	3,5E-07	4,9E-07	3,1E-07	4,4E-07	3,9E-07	2,5E-07	-2,2E-08	2,8E-07	1,9E-07	3,4E-07	5,8E-07	2,8E-07	3,6E-07	1,1E-07	3,3E-07	-1,8E-08	3,1E-07	2,3E-07
2,5E-07	1,9E-07	3,7E-07	1,4E-07	2,6E-07	3,4E-07	1,3E-07	2,3E-07	9,5E-08	2,3E-07	3,1E-07	2,1E-07	3,7E-07	3,1E-07	2,7E-07	4,0E-07	3,2E-07	1,9E-07	-5,5E-08	2,1E-07	1,6E-07	2,9E-07	2,8E-07	5,2E-07	2,6E-07	1,7E-07	2,4E-07	-8,7E-08	2,6E-07	2,2E-07
3,1E-07	2,4E-07	4,3E-07	1,1E-07	3,2E-07	3,7E-07	1,4E-07	2,6E-07	1,1E-07	2,7E-07	3,6E-07	3,2E-07	3,4E-07	3,5E-07	1,9E-07	3,9E-07	3,2E-07	3,0E-07	5,0E-08	1,7E-07	1,9E-07	3,4E-07	3,6E-07	2,6E-07	5,6E-07	1,3E-07	2,6E-07	2,4E-09	3,3E-07	2,9E-07
6,2E-08	9,0E-08	2,1E-07	1,7E-07	1,5E-07	1,2E-07	1,7E-07	1,9E-07	3,6E-08	8,3E-08	3,1E-07	1,2E-07	2,5E-07	1,4E-07	1,5E-07	1,9E-07	1,7E-07	6,7E-08	5,3E-08	1,4E-07	2,1E-07	1,4E-07	1,1E-07	1,7E-07	1,3E-07	8,1E-07	2,0E-07	2,4E-08	7,5E-08	7,1E-08
2,8E-07	1,8E-07	3,6E-07	9,4E-08	3,0E-07	3,2E-07	1,2E-07	2,0E-07	9,0E-08	2,1E-07	2,6E-07	2,0E-07	2,0E-07	3,6E-07	3,5E-07	3,2E-07	3,6E-07	2,3E-07	4,6E-09	1,6E-07	2,0E-07	2,8E-07	3,3E-07	2,4E-07	2,6E-07	2,0E-07	5,4E-07	-2,3E-08	2,8E-07	2,3E-07
9,6E-08	-4,5E-08	2,5E-08	1,2E-07	3,5E-08	-3,2E-09	1,9E-07	1,3E-08	-3,3E-08	6,8E-09	-3,3E-08	-3,4E-08	2,1E-08	-5,1E-08	-9,0E-08	2,7E-08	-2,4E-08	3,0E-09	3,4E-07	-7,1E-08	1,2E-08	-1,2E-08	-1,8E-08	-8,7E-08	2,4E-09	2,4E-08	-2,3E-08	6,8E-07	8,2E-09	-9,6E-08
3,0E-07	2,3E-07	3,9E-07	7,9E-08	2,8E-07	3,4E-07	1,4E-07	2,8E-07	1,4E-07	2,6E-07	2,5E-07	2,1E-07	2,6E-07	3,7E-07	3,6E-07	3,6E-07	3,8E-07	3,0E-07	6,8E-09	1,5E-07	1,8E-07	2,9E-07	3,1E-07	2,6E-07	3,3E-07	7,5E-08	2,8E-07	8,2E-09	5,9E-07	2,7E-07
2,2E-07	1,8E-07	3,2E-07	7,1E-08	2,2E-07	2,4E-07	1,1E-07	2,3E-07	9,0E-08	2,1E-07	2,7E-07	2,1E-07	2,1E-07	2,8E-07	1,8E-07	3,1E-07	3,0E-07	1,6E-07	-3,1E-08	1,9E-07	1,8E-07	2,4E-07	2,3E-07	2,2E-07	2,9E-07	7,1E-08	2,3E-07	-9,6E-08	2,7E-07	4,0E-07
8,5E-06	5,3E-06	1,1E-05	4,8E-06	8,3E-06	8,7E-06	5,1E-06	7,4E-06	3,3E-06	6,8E-06	9,8E-06	5,9E-06	8,7E-06	9,6E-06	8,2E-06	1,0E-05	9,1E-06	6,5E-06	1,8E-06	6,3E-06	5,8E-06	8,1E-06	8,6E-06	7,1E-06	8,1E-06	4,8E-06	7,1E-06	9,8E-07	7,7E-06	6,0E-06

Portföy Varyansı: 0,00021

Portföy Standart Sapması: 0,01447

Portföy Getirisi: 0,00061

Tablo 5 : Açığa Satış İşleminin Mevcut Olduğu Durum; Portföyün Kovaryans Matrisi ve Yatırımın Riski / Getirisi

AKB	AKS	AKG	AEF	ARC	BEK	DOH	DOY	ENK	ERE	FIN	FRO	GRN	HGZ	IHL	ISC	ISG	KRD	KCH	MIG	PTO	SHO	SISE	TNS	TFO	TUP	THY	TCL	ULK	VES
0,10	-0,03	-0,16	0,10	0,13	-0,23	0,07	0,00	0,37	0,21	0,25	0,12	0,22	-0,16	-0,11	-0,36	0,02	-0,13	0,00	-0,19	0,02	0,00	0,32	0,19	-0,27	0,13	0,08	0,10	-0,01	0,21
5,3E-06	-5,9E-07	-6,6E-06	1,7E-06	4,2E-06	-7,6E-06	9,8E-07	5,8E-08	4,1E-06	4,9E-06	7,5E-06	1,9E-06	7,0E-06	-5,7E-06	-3,7E-06	-1,4E-05	4,8E-07	-2,8E-06	1,7E-08	-4,5E-06	3,4E-07	6,8E-08	1,1E-05	4,1E-06	-7,4E-06	7,0E-07	2,0E-06	8,8E-07	-1,7E-07	4,1E-06
-5,9E-07	2,2E-07	1,1E-06	-9,6E-08	-6,2E-07	1,3E-06	-1,4E-07	-1,1E-08	-7,7E-07	-8,3E-07	-1,4E-06	-5,0E-07	-1,2E-06	9,1E-07	3,0E-07	2,4E-06	-9,0E-08	5,2E-07	7,9E-10	7,6E-07	-9,0E-08	-1,3E-08	-2,0E-06	-8,8E-07	1,6E-06	-2,9E-07	-3,6E-07	1,2E-07	3,7E-08	-9,4E-07
-6,6E-06	1,1E-06	2,0E-05	-3,3E-06	-8,7E-06	1,6E-05	-2,4E-06	-1,4E-07	-8,0E-06	-9,9E-06	-1,9E-05	-4,6E-06	-1,5E-05	1,2E-05	6,2E-06	2,7E-05	-1,2E-06	5,5E-06	-2,8E-08	7,2E-06	-8,5E-07	-1,4E-07	-2,1E-05	-1,0E-05	1,7E-05	-4,0E-06	-4,1E-06	-3,8E-07	3,6E-07	-9,7E-06
1,7E-06	-9,6E-08	-3,3E-06	7,4E-06	2,0E-06	-3,6E-06	1,2E-06	2,9E-08	3,2E-07	1,3E-06	4,7E-06	7,6E-07	4,4E-06	-2,3E-06	-2,0E-06	-7,2E-06	2,7E-07	-6,2E-07	3,5E-08	-3,3E-06	3,2E-07	2,8E-08	4,5E-06	2,3E-06	-2,8E-06	2,0E-06	6,8E-07	1,1E-06	-4,6E-08	1,4E-06
4,2E-06	-6,2E-07	-8,7E-06	2,0E-06	8,7E-06	-1,1E-05	1,4E-06	8,9E-08	5,4E-06	6,2E-06	1,1E-05	3,0E-06	8,2E-06	-7,4E-06	-4,2E-06	-1,6E-05	8,1E-07	-4,5E-06	2,2E-08	-4,6E-06	4,2E-07	8,9E-08	1,2E-05	5,8E-06	-1,0E-05	2,3E-06	2,8E-06	4,4E-07	-2,1E-07	5,5E-06
-7,6E-06	1,3E-06	1,6E-05	-3,6E-06	-1,1E-05	2,9E-05	-1,9E-06	-1,4E-07	-9,0E-06	-1,3E-05	-1,9E-05	-4,7E-06	-1,6E-05	1,2E-05	6,7E-06	3,3E-05	-1,4E-06	6,8E-06	-1,2E-08	7,3E-06	-9,4E-07	-1,9E-07	-2,7E-05	-1,3E-05	2,1E-05	-3,2E-06	-5,3E-06	7,0E-08	4,6E-07	-1,0E-05
9,8E-07	-1,4E-07	-2,4E-06	1,2E-06	1,4E-06	-1,9E-06	2,2E-06	2,3E-08	1,7E-06	1,5E-06	2,2E-06	8,9E-07	2,4E-06	-1,8E-06	-9,4E-07	-4,7E-06	1,9E-07	-1,0E-06	6,5E-08	-5,5E-07	1,8E-07	2,3E-08	2,6E-06	1,4E-06	-2,3E-06	1,3E-06	5,8E-07	1,2E-06	-5,3E-08	1,4E-06
5,8E-08	-1,1E-08	-1,4E-07	2,9E-08	8,9E-08	-1,4E-07	2,3E-08	3,5E-09	3,2E-08	1,1E-07	1,8E-07	5,2E-08	1,6E-07	-1,4E-07	-5,5E-08	-2,6E-07	1,3E-08	-4,9E-08	-2,7E-10	-1,1E-07	9,1E-09	1,7E-09	2,3E-07	9,7E-08	-1,6E-07	5,4E-08	3,6E-08	3,0E-09	-4,0E-09	1,1E-07
4,1E-06	-7,7E-07	-8,0E-06	3,2E-07	5,4E-06	-9,0E-06	1,7E-06	3,2E-08	4,9E-05	9,5E-06	8,7E-06	4,8E-06	4,6E-06	-8,2E-06	-6,8E-06	-2,0E-05	6,3E-07	-5,7E-06	7,2E-08	-6,5E-06	6,3E-07	9,0E-08	1,4E-05	5,9E-06	-9,7E-06	1,6E-06	2,4E-06	-1,1E-06	-2,9E-07	6,3E-06
4,9E-06	-8,3E-07	-9,9E-06	1,3E-06	6,2E-06	-1,3E-05	1,5E-06	1,1E-07	9,5E-06	1,8E-05	1,4E-05	5,2E-06	9,4E-06	-8,2E-06	-5,2E-05	9,5E-07	-6,5E-06	1,6E-08	-7,4E-06	8,4E-07	1,2E-07	1,6E-05	8,1E-06	-1,4E-05	2,0E-06	3,0E-06	1,3E-07	-3,1E-07	8,3E-06	
7,5E-06	-1,4E-06	-1,9E-05	4,7E-06	1,1E-05	-1,9E-05	2,2E-06	1,8E-07	8,7E-06	1,4E-05	7,1E-05	6,2E-06	2,2E-05	-1,6E-05	-6,1E-06	-4,0E-05	1,6E-06	-7,6E-06	5,4E-08	-1,7E-05	1,5E-06	1,9E-07	2,6E-05	1,3E-05	-2,2E-05	9,0E-06	4,7E-06	-7,8E-07	-3,6E-07	1,3E-05
1,9E-06	-5,0E-07	-4,6E-06	7,6E-07	3,0E-06	-4,7E-06	8,9E-07	5,2E-08	4,8E-06	5,2E-06	6,2E-06	6,4E-06	5,2E-06	-4,0E-06	-2,1E-06	-1,1E-05	4,4E-07	-3,2E-06	2,2E-08	-3,4E-06	5,7E-07	5,9E-08	7,0E-06	4,2E-06	-9,4E-06	1,7E-06	1,7E-06	-3,8E-07	-1,5E-07	4,9E-06
7,0E-06	-1,2E-06	-1,5E-05	4,4E-06	8,2E-06	-1,6E-05	2,4E-06	1,6E-07	4,6E-06	9,4E-06	2,2E-05	5,2E-06	3,4E-05	-1,1E-05	-5,7E-06	-3,5E-05	1,1E-06	-6,3E-06	1,8E-08	-1,2E-05	9,6E-07	1,5E-07	2,2E-05	1,4E-05	-1,9E-05	6,5E-06	3,2E-06	4,3E-07	-3,3E-07	8,7E-06
-5,7E-06	9,1E-07	1,2E-05	-2,3E-06	-7,4E-06	1,2E-05	-1,8E-06	-1,4E-07	-8,2E-06	-8,2E-06	-1,6E-05	-4,0E-06	-1,1E-05	1,7E-05	6,3E-06	2,3E-05	-1,2E-06	5,5E-06	1,2E-08	6,7E-06	-5,5E-07	-1,0E-07	-2,2E-05	-8,1E-06	1,3E-05	-2,5E-06	-4,0E-06	7,4E-07	3,3E-07	-8,2E-06
-3,7E-06	3,0E-07	6,2E-06	-2,0E-06	-4,2E-06	6,7E-06	-9,4E-07	-5,5E-08	-6,8E-06	-5,2E-06	-6,1E-06	-2,1E-06	-5,7E-06	6,3E-06	1,2E-05	1,3E-05	-5,9E-07	3,8E-06	-1,2E-08	5,0E-06	-4,1E-07	-6,4E-08	-9,7E-06	-4,9E-06	5,0E-06	-1,9E-06	-2,7E-06	9,2E-07	2,3E-07	-3,6E-06
-1,4E-05	2,4E-06	2,7E-05	-7,2E-06	-1,6E-05	3,3E-05	-4,7E-06	-2,6E-07	-2,0E-05	-2,2E-05	-4,0E-05	-1,1E-05	-3,5E-05	2,3E-05	1,3E-05	7,9E-05	-2,2E-06	1,1E-05	-5,2E-08	1,9E-05	-1,7E-06	-2,9E-07	-4,5E-05	-2,4E-05	3,5E-05	-8,0E-06	-8,2E-06	-9,1E-07	7,5E-07	-2,1E-05
4,8E-07	-9,0E-08	-1,2E-06	2,7E-07	8,1E-07	-1,4E-06	1,9E-07	1,3E-08	6,3E-07	9,5E-07	1,6E-06	4,4E-07	1,1E-06	-1,2E-06	-5,9E-07	-2,2E-06	1,8E-07	-5,2E-07	5,5E-10	-6,2E-07	7,8E-08	1,1E-08	1,9E-06	8,9E-07	-1,3E-06	3,4E-07	4,3E-07	-3,8E-08	-3,8E-08	9,4E-07
-2,8E-06	5,2E-07	5,5E-06	-6,2E-07	-4,5E-06	6,8E-06	-1,0E-06	-4,9E-08	-5,7E-06	-6,5E-06	-7,6E-06	-3,2E-06	-6,3E-06	5,5E-06	3,8E-06	1,1E-05	-5,2E-07	7,1E-06	-3,1E-08	3,0E-06	-3,0E-07	-6,9E-08	-9,1E-06	-4,1E-06	9,3E-06	-1,0E-06	-2,1E-06	-3,6E-08	2,2E-07	-3,9E-06
1,7E-08	7,9E-10	-2,8E-08	3,5E-08	2,2E-08	-1,2E-08	6,5E-08	-2,7E-10	7,2E-08	1,6E-08	5,4E-08	2,2E-08	1,8E-08	1,2E-08	-1,2E-08	-5,2E-08	5,5E-10	-3,1E-08	8,4E-09	2,4E-09	2,8E-09	1,2E-10	-2,5E-08	-3,7E-08	-4,9E-08	2,5E-08	1,3E-09	1,3E-07	-1,6E-10	-2,4E-08
-4,5E-06	7,6E-07	7,2E-06	-3,3E-06	-4,6E-06	7,3E-06	-5,5E-07	-1,1E-07	-6,5E-06	-7,4E-06	-1,7E-05	-3,4E-06	-1,2E-05	6,7E-06	5,0E-06	1,9E-05	-6,2E-07	3,0E-06	2,4E-09	2,4E-05	-1,1E-06	-9,2E-08	-1,5E-05	-6,9E-06	8,1E-06	-3,2E-06	-2,2E-06	1,3E-06	1,7E-07	-6,9E-06
3,4E-07	-9,0E-08	-8,5E-07	3,2E-07	4,2E-07	-9,4E-07	1,8E-07	9,1E-09	6,3E-07	8,4E-07	1,5E-06	5,7E-07	9,6E-07	-5,5E-07	-4,1E-07	-1,7E-06	7,8E-08	-3,0E-07	2,8E-09	-1,1E-06	2,6E-07	1,0E-08	1,2E-06	6,1E-07	-1,1E-06	5,6E-07	3,2E-07	2,6E-08	-2,3E-08	7,5E-07
6,8E-08	-1,3E-08	-1,4E-07	2,8E-08	8,9E-08	-1,9E-07	2,3E-08	1,7E-09	9,0E-08	1,2E-07	1,9E-07	5,9E-08	1,5E-07	-1,0E-07	-6,4E-08	-2,9E-07	1,1E-08	-6,9E-08	1,2E-10	-9,2E-08	1,0E-08	2,4E-09	2,3E-07	1,1E-07	-1,9E-07	3,9E-08	4,6E-08	-2,7E-09	-3,8E-09	1,1E-07
1,1E-05	-2,0E-06	-2,1E-05	4,5E-06	1,2E-05	-2,7E-05	2,6E-06	2,3E-07	1,4E-05	1,6E-05	2,6E-05	7,0E-06	2,2E-05	-2,2E-05	-9,7E-06	-4,5E-05	1,9E-06	-9,1E-06	-2,5E-08	-1,5E-05	1,2E-06	2,3E-07	5,2E-05	1,5E-05	-2,8E-05	4,1E-06	7,3E-06	-5,4E-07	-5,6E-07	1,3E-05
4,1E-06	-8,8E-07	-1,0E-05	2,3E-06	5,8E-06	-1,3E-05	1,4E-06	9,7E-08	5,9E-06	8,1E-06	1,3E-05	4,2E-06	1,4E-05	-8,1E-06	-4,9E-06	-2,4E-05	8,9E-07	-4,1E-06	-3,7E-08	-6,9E-06	6,1E-07	1,1E-07	1,5E-05	1,6E-05	-1,2E-05	3,7E-06	3,1E-06	-1,5E-06	-2,8E-07	7,8E-06
-7,4E-06	1,6E-06	1,7E-05	-2,8E-06	-1,0E-05	2,1E-05	-2,3E-06	-1,6E-07	-9,7E-06	-1,4E-05	-2,2E-05	-9,4E-06	-1,9E-05	1,3E-05	5,0E-06	3,5E-05	-1,3E-06	9,3E-06	-4,9E-08	8,1E-06	-1,1E-06	-1,9E-07	-2,8E-05	-1,2E-05	3,8E-05	-4,0E-06	-5,1E-06	-6,1E-08	5,1E-07	-1,5E-05
7,0E-07	-2,9E-07	-4,0E-06	2,0E-06	2,3E-06	-3,2E-06	1,3E-06	5,4E-08	1,6E-06	2,0E-06	9,0E-06	1,7E-06	6,5E-06	-2,5E-06	-1,9E-06	-8,0E-06	3,4E-07	-1,0E-06	2,5E-08	-3,2E-06	5,6E-07	3,9E-08	4,1E-06	3,7E-06	-4,0E-06	1,2E-05	1,8E-06	2,9E-07	-5,7E-08	1,7E-06
2,0E-06	-3,6E-07	-4,1E-06	6,8E-07	2,8E-06	-5,3E-06	5,8E-07	3,6E-08	2,4E-06	3,0E-06	4,7E-06	1,7E-06	3,2E-06	-4,0E-06	-2,7E-06	-8,2E-06	4,3E-07	-2,1E-06	1,3E-09	-2,2E-06	3,2E-07	4,6E-08	7,3E-06	3,1E-06	-5,1E-06	1,8E-06	3,0E-06	-1,7E-07	-1,3E-07	3,4E-06
8,8E-07	1,2E-07	-3,8E-07	1,1E-06	4,4E-07	7,0E-08	1,2E-06	3,0E-09	-1,1E-06	1,3E-07	-7,8E-07	-3,8E-07	4,3E-07	7,4E-07	9,2E-07	-9,1E-07	-3,8E-08	-3,6E-08	1,3E-07	1,3E-06	2,6E-08	-2,7E-09	-5,4E-07	-1,5E-06	-6,1E-08	2,9E-07	-1,7E-07	6,6E-06	-5,0E-09	-1,9E-06
-1,7E-07	3,7E-08	3,6E-07	-4,6E-08	-2,1E-07	4,6E-07	-5,3E-08	-4,0E-09	-2,9E-07	-3,1E-07	-3,6E-07	-1,5E-07	-3,3E-07	3,3E-07	2,3E-07	7,5E-07	-3,8E-08	2,2E-07	-1,6E-10	1,7E-07	-2,3E-08	-3,8E-09	-5,6E-07	-2,8E-07	5,1E-07	-5,7E-08	-1,3E-07	-5,0E-09	2,2E-08	-3,2E-07
4,1E-06	-9,4E-07	-9,7E-06	1,4E-06	5,5E-06	-1,0E-05	1,4E-06	1,1E-07	6,3E-06	8,3E-06	1,3E-05	4,9E-06	8,7E-06	-8,2E-06	-3,6E-06	-2,1E-05	9,4E-07	-3,9E-06	-2,4E-08	-6,9E-06	7,5E-07	1,1E-07	1,3E-05	7,8E-06	-1,5E-05	1,7E-06	3,4E-06	-1,9E-06	-3,2E-07	1,6E-05
<b>8,5E-06</b>	<b>-1,5E-06</b>	<b>-1,7E-05</b>	<b>1,1E-05</b>	<b>1,3E-05</b>	<b>-1,2E-05</b>	<b>7,7E-06</b>	<b>2,2E-07</b>	<b>4,4E-05</b>	<b>2,2E-05</b>	<b>6,7E-05</b>	<b>1,2E-05</b>	<b>3,3E-05</b>	<b>-1,4E-05</b>	<b>-1,8E-06</b>	<b>-3,7E-05</b>	<b>2,0E-06</b>	<b>-6,5E-06</b>	<b>2,3E-07</b>	<b>-1,3E-05</b>	<b>2,6E-06</b>	<b>2,1E-07</b>	<b>3,2E-05</b>	<b>2,0E-05</b>	<b>-1,5E-05</b>	<b>2,4E-05</b>	<b>6,3E-06</b>	<b>6,6E-06</b>	<b>-2,5E-07</b>	<b>1,5E-05</b>

Portföy Varyansı: 0,00021

Portföy Standart Sapması: 0,01447

Portföy Getirisi: 0,00516





Tablo 7 : Açığa Satışın Olmadığı Durumda Oluşturulan Portföy'ün  
02/01/2006 - 30/06/2006 Tarihleri Arasındaki Getirisi

	Altı Aylık Getiri	Ağırlık	Portföye Katkısı
ANADOLU EFES	23,78 %	0,05	1,15 %
DOĞAN HOL.	36,86 %	0,06	2,30 %
ENKA	-10,51 %	0,33	-3,43 %
FİNANSBANK	31,61 %	0,23	7,24 %
FORD OTO	-6,19 %	0,01	-0,04 %
GARANTİ BANK	-18,01 %	0,02	-0,37 %
TÜPRAŞ	11,07 %	0,20	2,25 %
TURKCELL	-4,85 %	0,10	-0,50 %
Portföyün Getirisi			<b>8,60 %</b>

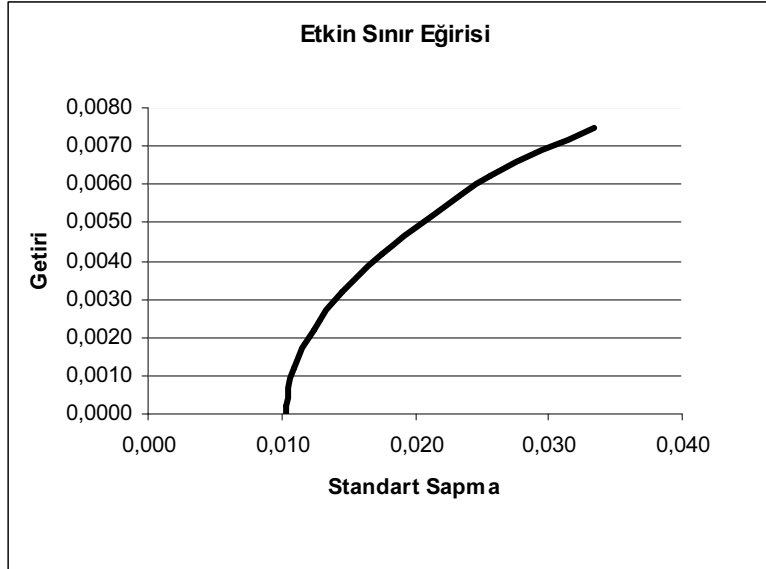
Eşit Ağırlıklı Yatırımla Oluşturulan Portföy'ün  
02/01/2006 - 30/06/2006 Tarihleri Arasındaki Getirisi

	Altı Aylık Getiri	Ağırlık	Portföye Katkısı
AKBANK	-26,24 %	0,033	-0,87 %
AKSA	-23,30 %	0,033	-0,77 %
AKSİGORTA	-56,02 %	0,033	-1,85 %
ANADOLU EFES	23,78 %	0,033	0,78 %
ARÇELİK	2,22 %	0,033	0,07 %
BEKO	-25,08 %	0,033	-0,83 %
DOĞAN HOL.	36,86 %	0,033	1,22 %
DOĞAN YAYIN	10,24 %	0,033	0,34 %
ENKA	-10,51 %	0,033	-0,35 %
EREĞLİ	-11,13 %	0,033	-0,37 %
FİNANSBANK	31,61 %	0,033	1,04 %
FORD OTO	-6,19 %	0,033	-0,20 %
GARANTİ BANK	-18,01 %	0,033	-0,59 %
HÜRRİYET	-39,56 %	0,033	-1,31 %
İHLAS HOL.	-21,48 %	0,033	-0,71 %
İŞ C	-36,28 %	0,033	-1,20 %
İŞ GMYO	-10,71 %	0,033	-0,35 %
KARDEMİR D	0,83 %	0,033	0,03 %
KOÇ HOL.	-23,88 %	0,033	-0,79 %
MİGROS	5,14 %	0,033	0,17 %
PETROL OFİSİ	-0,30 %	0,033	-0,01 %
SABANCI HOL.	-44,76 %	0,033	-1,48 %
ŞİŞE CAM	-1,94 %	0,033	-0,06 %
TANSAŞ	-19,90 %	0,033	-0,66 %
TOFAŞ OTO	44,47 %	0,033	1,47 %
TÜPRAŞ	11,07 %	0,033	0,37 %
THY	-42,85 %	0,033	-1,41 %
TURKCELL	-4,85 %	0,033	-0,16 %
ÜLKER GIDA	-35,78 %	0,033	-1,18 %
VESTEL	-35,44 %	0,033	-1,17 %
Portföyün Getirisi			<b>-10,82 %</b>

İMKB Ulusal-30 Endeksi'nin 02/01/2006 - 30/06/2006 arası getirisi **-9,17 %**İMKB Ulusal-100 Endeksi'nin 02/01/2006 - 30/06/2006 arası getirisi **-8,68 %**

Tablo 8: Açığa Satışın Olmadığı Durumda Oluşturulan Portföy ve Etkin Sınır Eğrisi

Portföy Getirisi Günlük	Portföy St. Sapması Günlük	Portföy Varyansı Günlük	Altı aylık Beklenen Getiri	Altı aylık Standart Sapma
0,00846	<b>Çözüm Bulunamadı</b>			
0,007462	0,033442	0,00112	0,94018	0,37539
0,006201	0,025663	0,00066	0,78130	0,28807
0,004200	0,017461	0,00030	0,52920	0,19600
<b>0,003200</b>	<b>0,014474</b>	<b>0,00021</b>	<b>0,40320</b>	<b>0,16246</b>
0,002220	0,012372	0,00015	0,27972	0,13888
0,001220	0,010936	0,00012	0,15372	0,12276
0,000220	0,010314	0,00011	0,02772	0,11578
0,000022	0,010349	0,00011	0,00277	0,11616



#### KAYNAKÇA

1. Aydın ULUCAN, “ Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçim Modelinin, Sermaye Piyasasında Endeks İle Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı”, **Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi**, Cilt 20, Sayı 2, 2002.
2. B. ROSENBERG, “Extra Market Components of Covariance in Security Returns”, **J. Financ. Quant. Anal.** **9**, 1974.
3. E.J.ELTON ve M.J.GRUBER, “Estimating the Dependence Structure of Share Prices-Implications for Portfolio Selection”, **J. Finance** **28**, 1973.
4. G. A. POGUE, “An Extension of the Markowitz Portfolio Model to Include Variable Transactions Costs, Short Sales, Leverage Policies and Taxes” **J. Finance** **25**, 1970.
5. Güray KÜÇÜKKOCAOĞLU, “ Optimal Portföyün Seçimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi Üzerine Bir Uygulama”, **Active – Bankacılık ve Finans Dergisi**, 26, Eylül-Ekim 2002.
6. J.C. FRANCIS, “Portfolio Analysis of Small, Medium, and Large Sized Banks”, **J.Monetary Econ.**, **4**, 1978.
7. Murat ATAN, “Karesel Programlama İle Portföy Optimizasyonu”, **VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu**, İstanbul Üniversitesi, 26 - 27 Mayıs, 2005.
8. Nihat BOZDAĞ, Şenol ALTAN, Sibel DUMAN, “Minimaks Portföy Modeli İle Markowitz Ortalama Varyans Portföy Modelinin Karşılaştırılması”, **VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu**, İstanbul Üniversitesi, 26 - 27 Mayıs, 2005.
9. H.MARKOWITZ ve A.F.PEROLD, “Portfolio Analysis with Factors and Scenarios”, **J.Finance**, 1981.
10. K. J. COHEN ve J. A. POGUE, “An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio Selection Models”, **Journal of Business** **40**, 1967.
11. W. F. SHARPE, *Portfolio Theory and Capital Markets*, Mc Graw Hill, New York, 1970.
12. (<http://analiz.ibsyazilim.com/isapi/at01/fiyat01inp.asp>)