

# İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Yeterliliklerinin İncelenmesi<sup>1</sup>

Ayşe Tekin Dede<sup>2</sup>

Süha Yılmaz<sup>3</sup>

## Özet

Modelleme yeterlilikleri gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel soruları oluşturulan matematiksel model içerisinde çözme, gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve çözümünü doğrulama yeterlilikleri olarak ifade edilmektedir (Blum ve Kaiser, 1997'den akt. Maaß, 2006). Çalışmanın amacı bir modelleme probleminin çözüm sürecinde, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerini incelemektir. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme problemi çözüm sürecindeki yaklaşımları video kameraya kaydedilerek tematik kodlama yoluyla analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen veriler doğrultusunda katılımcıların tüm yeterlilikler bağlamında çalıştıkları fakat gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliliklerine ilişkin yetersiz yaklaşım sergiledikleri belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematiksel modelleme, modelleme problemi, modelleme yeterlilikleri, ilköğretim matematik öğretmeni aday

## Abstract

Modelling competencies are the competencies to understand the real problem and to set up a model based on reality, to set up a mathematical model from the real model, to solve mathematical questions within this mathematical model, to interpret mathematical results in a real situation, and to validate the solution (Blum & Kaiser, 1997, cited in Maaß, 2006). The purpose of this study is to examine modelling competencies of primary mathematics student teachers in the solution process of a modelling problem. The approaches primary mathematics student teachers were videotaped and analyzed using thematic coding. In accordance with the data obtained from the study, it was identified that the participants showed approaches in the context of all competencies except the competencies to interpret mathematical results in a real situation. The participants showed inadequate approaches on interpreting the obtained mathematical results.

**Key Words:** Mathematical modelling, modelling problem, modelling competencies, primary mathematics student teachers

<sup>1</sup>Bu çalışma 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

<sup>2</sup>Arş. Gör., Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [ayse.tekin@deu.edu.tr](mailto:ayse.tekin@deu.edu.tr)

<sup>3</sup>Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [suha.yilmaz@deu.edu.tr](mailto:suha.yilmaz@deu.edu.tr)

## 1. Giriş

Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel bir probleme dönüştürülmesi, problemin çözülebilmesi için gerekli matematiksel modellerin oluşturulması ve sonuçların yorumlanması olarak tanımlanmaktadır (Berry & Nyman, 1998'den akt. Bukova Güzel, 2011). 1990'ların sonuna doğru farklı ülkelerde matematiksel modellemenin önemi anlaşılmış ve modellemeye öğretim programlarında kapsamlı bir şekilde yer verilmeye başlanmıştır (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; Lingefjård, 2006). Almanya, Amerika, Avustralya, İngiltere, İsveç ve daha pek çok ülkede ilköğretimden başlayıp ortaöğretim sonuna kadar matematiksel modelleme öğretim programlarında yer almaktadır (Blum, 2002; National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 1989, 2001; Niss, 1989; Skolverket, 2006'dan akt. Lingefjård, 2006; Galbraith, Stillman, Brown & Edwards, 2007; The New German Educational Standards and Curricula akt. Maaß, 2006). NCTM'nin 'Okul Matematiği İçin Prensipler ve Standartlar' kitabında (2000), okul öncesinden lise son sınıfa kadar olan öğretim programlarında öğrencilerin sayısal ilişkileri göstermek ve anlamak için problem çözümlerinde matematiksel modeller kullanmalarının gerekliliği vurgulanmaktadır. Ülkemizdeki ortaöğretim matematik dersi öğretim programında (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013a) matematiksel modellemeye ayrıntılı bir yer verilmesine karşılık, ortaokul matematik dersi öğretim programında ise (MEB, 2013b) yalnızca "... öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanmalıdır (s.1)." ifadesine yer verilip ayrıntılı açıklama yapılmamaktadır. Ancak Matematik Uygulamaları dersi kitapları (MEB, 2012a; 2012b) incelendiğinde, öğrencilerin bu dersi seçmeleri durumunda, bir kısmı modelleme yapmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözmeleri gerektiği görülmektedir. Buradan hareketle öğretimin temel amaçlarından birinin öğrencilerin iyi birer matematiksel modellemeci olarak yetiştirilmesi olduğu ifade edilebilir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmesi, geleneksel öğretim programının ve sınıflarda yaygın kullanılan açıklama-örnekleme-alıştırma sırasını takip eden kalıplaşmış öğretim sürecinin yerine öğrenme etkinliklerinin daha zengin dağıldığı bir öğretimi gerektirmektedir (Antoinus, Haines, Jensen, Niss & Burkhardt, 2007). Modellemeyi içeren öğretimde, ilgili konuların okul dışındaki gerçek yaşam durumlarında kullanılabilir olduğunu göstermek önem taşımaktadır (Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010; Lesh, Young & Fennwald, 2010). Dolayısıyla sadece okuldaki başarının yetersiz kaldığı ve gerçek yaşamda başarılı öğrencilerin yetiştirilmesinin önemli olduğu günümüz eğitim sisteminde, öğrencilerin okuldaki matematik derslerinden edindikleri bilgileri gerçek yaşamlarında anlamlı bir şekilde kullanmaları önem taşımaktadır.

Matematik derslerinin önemli bir bileşeni olarak görülen matematiksel modellemenin derslere entegre edilmesinde ve öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmesi için modelleme yeterliliklerinin geliştirilmesini sağlamada öğretmene büyük bir rol düşmektedir. Kaiser (2007) ile Borromeo Ferri ve Blum (2010), öğretmenlerin derslerinde modellemeden etkin bir şekilde yararlanabilmeleri için öncelikle öğretmen adaylarına

modelleme yeterliliklerinin öğretilmesi gerektiğini ifade etmektedirler. Buna bağlı olarak modelleme yeterliliklerinin öğretmen adaylarına kazandırılmasından önce, kendilerinin modelleme yeterliliklerinin ne kadarına sahip olduğunu ortaya çıkarmanın önemli olacağı düşünülmektedir. Bu kapsamda söz konusu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının, verilen bir modelleme probleminin çözüm sürecindeki modelleme yeterliliklerini ortaya çıkarmak amaçlanmaktadır.

### 1.1. Kuramsal Çerçeve

Modelleme yeterliliklerinin tam olarak anlaşılması, yeterliliklerin doğrudan modelleme süreci ile ilişkilendirilmesiyle sağlanmaktadır (Maaß, 2006). Modelleme süreci ise Borromeo Ferri (2006) ve Maaß (2006) tarafından şu şekilde açıklanmaktadır: Gerçek bir yaşam probleminin modellenmesi yapılırken, gerçeklik ve matematik dünyası arasında hareket edilmektedir. Modelleme süreci gerçek yaşam problemi ile başlamaktadır. Bu problemi sadeleştirmek, yapılandırmak ve ideal bir hale getirmek suretiyle gerçek bir model elde edilmektedir. Gerçek modeli matematikselleştirme yoluyla matematiksel modele ulaşılmaktadır. Matematik dünyası içerisinde çalışılarak, matematiksel bir çözüm bulunmaktadır. Bu çözüm ilk olarak yorumlanmakta ve ardından doğrulanmaktadır. Eğer çözüm veya seçilen yöntem gerçekliğe uygun değilse, belli basamaklar ya da belki tüm modelleme süreci üzerinde tekrar çalışılmasına gerek var demektir (Borromeo Ferri, 2006; Maaß, 2006).

Bu noktada modelleme yeterliliği ile modelleme sürecinin birbiriyle ilişkisini ortaya çıkarmak önem kazanmaktadır. Maaß (2006) modelleme yeterliliklerini, modelleme sürecini amaca yönelik ve uygun bir şekilde tamamlama yeterlilik ve yetenekleri olarak tanımlamakta ve bunun yanı sıra bu süreçte bireyin istekli olması gerektiğini ifade etmektedirler. Blum ve Kaiser (1997) çalışmalarında, modelleme sürecini nasıl anlamlandırdıklarına bağlı olarak modelleme yeterliliklerini, her bir yeterliliğin göstergesini de vererek açıklamaktadırlar (akt. Maaß, 2006) (bkz. Tablo 1).

**Tablo 1.** Modelleme Yeterlilikleri ve Göstergeleri (Blum & Kaiser, 1997'den akt. Maaß, 2006)

- 
- A. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterliliği**
- A1. Problem için varsayımlarda buluma ve durumu sadeleştirme
  - A2. Durumu etkileyen nicelikleri ayırt etme, bunları isimlendirme ve ilgili değişkenleri belirleme
  - A3. Değişkenler arasında ilişkiler oluşturma
  - A4. Problemi çözmek için uygun bilgiyi bulma ve ilgili olan/olmayan bilgileri ayırt etme
- B. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliliği**
- B1. İlgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematikselleştirme
  - B2. Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve bunların sayısı ile karmaşıklığını azaltma
  - B3. Uygun matematiksel gösterimleri seçme ve durumları grafiksel olarak sunma
-

Tablo 1'in devamı

**C. Oluşturulan matematikseli çözme yeterliliği**

- C1. Problemi daha küçük parçalara ayırma, benzer problemlerle ilişki kurma, problemi başka şekilde ifade etme ve inceleme, nicelikleri veya uygun verileri çeşitlendirme gibi buluşsal stratejileri kullanma
- C2. Problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanma

**D. Gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliliği**

- D1. Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
- D2. Özel bir durum için geliştirilmiş olan çözümleri genelleme
- D3. Uygun bir matematiksel dil kullanarak ve/veya çözümler hakkında iletişim kurarak bir probleme çözümler sunma

**E. Çözümü doğrulama yeterliliği**

- E1. Bulunan çözümleri eleştirel olarak kontrol etme ve çözümler üzerine yansımalarda bulunma
- E2. Çözümler durumu sağlamıyorsa, modelin bazı kısımlarını gözden geçirme ya da modelleme sürecinden tekrar geçme
- E3. Problemi çözmek için diğer yolları düşünme
- E4. Genel olarak modeli sorgulama.

Uluslararası literatürde yapılan çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda, modelleme yeterliliklerine ilişkin teorik çalışmaların yanı sıra öğrencilerin modelleme yeterliliklerini inceleyen çalışmaların da yer aldığı görülmektedir. Maaß'ın (2006) modelleme yeterliliklerini ayrıntılı bir şekilde tanıttığı çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerine uygulanan bir modelleme probleminin çözümünde, modelleme yeterlilikleri çerçevesindeki öğrenci hatalarına ve kavram yanlışlarına yer verdiği görülmektedir. Lise öğrencilerine uygulanan bir modelleme problemi üzerinden öğrencilerin başarılı olma durumlarının incelendiği çalışmada ise Sekerak (2010), öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin hangi seviyesinde olduğunu ortaya çıkarmaktadır. Sekiz, dokuz ve onuncu sınıf öğrencilerinin modelleme problemlerini çözerken karşılaştıkları sorunlara açıklık getiren Blum (2011), çalışmasında yeterliliklere paralel olarak öğrencilerin yaşadığı zorluklara yer vermiştir. Grünwald (2012), öğrencilerin modelleme yeterliliklerini geliştirmeyi amaçlayan bir proje kapsamında 6 hafta boyunca 9. sınıf öğrencileriyle modelleme problemi uygulamaları gerçekleştirmiş ve uygulamalar sonucunda öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin gelişim gösterdiğini göstermiştir. Hagen ve Borromeo Ferri (2012), 5. sınıf öğrencilerinin, uzunluk ve ağırlık kavramlarıyla ilgili modelleme problemlerinin çözüm sürecinde, modelleme yeterlilikleri ile ölçme hislerinin birbirini etkileme durumlarını araştırmışlardır. Ji (2012) çalışmasında, modelleme uygulamalarında deneyimli olan ve olmayan lise öğrencilerinin modelleme yeterliliklerinin durumunu ortaya çıkarmış ve bu öğrencilerin modelleme yeterlilikleri arasındaki farkları incelemiştir.

Ulusal literatürde ise özel olarak modelleme yeterliliklerine ilişkin olmasa da matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar olduğu görülmektedir. Bu çalışmaların ilkinde Kertil (2008) tez çalışması kapsamında ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerini matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelemiştir. Bir

diğer çalışmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki incelenmiştir (Bukova Güzel & Uğurel, 2009). Başka bir tez çalışmasında Doruk (2010) 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde öğrendikleri bilgileri günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişiminde, matematiksel modelleme uygulamalarında kullanılabilir bir araç olan model oluşturma etkinliklerinden (MOE'ler) yararlanmışlardır. Bukova Güzel (2011) çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemi oluştururken sergiledikleri yaklaşımları ve bu problemleri çözerken modelleme sürecini ne ölçüde yerine getirdiklerini araştırmıştır. Eraslan (2011), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının MOE'lerin matematik öğretimine etkisi hakkındaki görüşlerini incelemiştir. Tekin, Kula, Hıdıroğlu, Bukova Güzel ve Uğurel (2012) ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin görüşlerini ortaya çıkarmışlardır. Eraslan (2012) bir MOE'nin uygulama sürecinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının düşünme süreçlerini açığa çıkarmıştır. Tekin (2012) tez çalışmasında, ortaöğretim matematik öğretmenlerine derslerinde uygulayabilecekleri MOE'ler tasarlatmış ve bu MOE'leri tasarım prensipleri açısından değerlendirerek görüşlerini almıştır. Tekin Dede ve Bukova Güzel (2013a) çalışmalarında ortaöğretim matematik öğretmenlerinin MOE tasarım süreçlerini incelemişler ve söz konusu MOE'nin tasarım prensiplerini sağlama durumunu değerlendirmişlerdir. Tekin Dede ve Bukova Güzel (2013b) diğer bir çalışmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının MOE'lere yönelik görüşlerini incelemiştir.

Ulusal literatürde doğrudan modelleme yeterliliklerine ilişkin çalışma olmamasının yanı sıra, uluslararası literatürde ise ilgili çalışmaların yakın bir tarihten itibaren ele alınmaya başlandığı görülmektedir. Dolayısıyla ulusal literatürdeki boşluğu bir ölçüde giderebilmek amacıyla, verilen bir modelleme probleminin çözüm sürecinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerini ortaya çıkarmak önem kazanmaktadır.

## **2. Yöntem**

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının, Yakıt Problemi isimli modelleme probleminin çözüm sürecindeki modelleme yeterliliklerinin incelendiği bu çalışmada, var olan bir durum ortaya çıkarılmak istendiğinden, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

### **2.1. Katılımcılar**

Bu çalışmanın katılımcıları İzmir ilindeki bir devlet üniversitesinin son sınıfında öğrenim görmekte olan on dokuz ilköğretim matematik öğretmeni adaydır. Katılımcılar modelleme uygulamaları ile bu dersin öncesine kadar karşılaşmamış olmaları ve matematiksel modelleme problemlerinin grup çalışması ile gerçekleşmesi durumunda daha zengin çözümlerin ortaya çıkacağı (Chamberlin & Moon, 2008) ifade edilmesi sebebiyle, katılımcılardan çalışma gruplarını oluşturmaları istenmiştir. Bunun üzerine katılımcılar kendi istekleri doğrultusunda üç tane 5 kişilik, bir tane de 4 kişilik çalışma gruplarını oluşturmuşlardır. Söz konusu çalışmada öncelikle beş çalışma grubunun da genel

modelleme yeterlilikleri incelenmiş ve ardından daha detaylı ve derin bir şekilde inceleme yapmak amacıyla 5 kişilik bir çalışma grubunun çözüm yaklaşımları sunulmuştur.

## 2.2. Veri Toplama Süreci

On dokuz ilköğretim matematik öğretmeni adayı Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında, dokuz hafta süresince ilk araştırmacı tarafından matematiksel modelleme, modelleme problemleri ve modelleme döngüleri hakkında bilgilendirilmişlerdir. Söz konusu bilgilendirmelerin yanı sıra literatürden seçilen çok sayıda modelleme probleminin çözümü, bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü (Borromeo Ferri, 2006) çerçevesinde, hem ders esnasında hem de ev ödevi olarak gerçekleştirilmiştir. Dokuz haftalık uygulamalar sonrasında, özel olarak modelleme yeterlilikleri ile ilgili bilgilendirme yapılmadan katılımcıların mevcut modelleme yeterlilikleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Bu kapsamda modelleme problemleri yoluyla bireylerin modelleme yeterliliklerini açığa çıkarılabilmek (Maaß, 2006) amacıyla, Tekin (2012)'in tez çalışmasında matematik öğretmenlerinin geliştirdiği bir modelleme problemi olan Yakıt Problemi katılımcılara sunulmuş ve çözmeleri istenmiştir. Söz konusu modelleme probleminin seçilme nedeni, problem ifadesinde açık bir şekilde matematiksel bir model oluşturmasının gerekliliğine yer verilmiş olmasıdır. Bunun yanı sıra modelleme alanında uzman bir matematik eğitimcisiinden de söz konusu problemin uygulanabilirliğine ilişkin uzman görüşü alınmıştır. Katılımcılara verilen problem durumunun yazılı olduğu kağıtta Borromeo Ferri (2006)'nın bilişsel perspektif altında modelleme döngüsünün basamakları olan *Problemi anlama*, *Problemi sadeleştirme/planlama*, *Problemi matematikselleştirme*, *Matematiksel olarak çalışma*, *Yorumlama* ve *Doğrulama* basamakları doğrudan verilmiş ve katılımcılardan çözümlerini bu alt başlıklara göre gerçekleştirmeleri istenerek her bir basamağa ilişkin veri elde etmenin mümkün olması sağlanmıştır (bkz. Şekil 1). Katılımcıların problem çözüm süreçleri video kameraya kaydedilmiş ve çözüm sürecinin ardından yazılı yanıtların bulunduğu çözüm kâğıtları alınmıştır. Veri toplama araçları çözüm sürecinin video kayıtlarının transkriptleri ile çalışma grubunun yazılı kâğıtlarından oluşmaktadır. Problem çözüm sürecinde katılımcılara herhangi bir müdahalede bulunulmamış ve süre kısıtlaması yapılmaksızın problemi çözmeleri beklenmiştir.

Grup elemanları:

## YAKIT PROBLEMİ



Arazi geliştirilmeden birinde arazi, yolunu alan Ali Bey, çok büyük sikımı çektiği bir komuyu Ziraat Fakültesi'nde öğrenen İyener olan Melahat Bey ile yapılar. Komu yakıt göstergesi ile ilgili. Aracın yakıt göstergesinin bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmayacağını kestiremediğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalabilir. Ali Bey bu sikıntıyı gidermek için çok basit bir araçla yakıt durumunu öğrenip öğrenemeyeceğini sorar.



"Melahat Bey acaba elimde bir çubuk alsam ve bu çubuğu yakıt deposuna dik olarak batırsam. Çubuğun sızık kısmına bakarak depoda kaç litre yakıtımın kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için şöyle bir model geliştirilmesini istiyorum ki, çubuğun sızık kısmını ölçtüğümde depoda kaç litre yakıtımın kaldığını hesaplayabileyim."

## ÇÖZÜM

1. Problemi anlama:

3. Problemi matematikseldeleme:

4. Matematiksel olarak çözme:

5. Yorumlama:

2. Problemi basitleştirme / planlama:

6. Doğrulama:

**Şekil 1.** Yakıt Problemi'nin bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü çerçevesinde hazırlanan yazılı kağıdı

### 2.3. Verilerin Analizi

Katılımcıların video kayıtlarının transkriptlerinin analizinde tematik kodlamadan yararlanılmıştır. Çalışmada video kayıtlarının transkriptleri, her iki araştırmacı tarafından incelenmiştir. Söz konusu bu inceleme, daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama (Strauss & Corbin, 1990'dan akt. Yıldırım & Şimşek, 2008) biçimine girmektedir. Bu incelemelerin güvenilirliğini sağlamak amacıyla araştırmacıların yapmış oldukları analizler arasındaki uyum yüzdesi Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen hesaplama kullanılarak belirlenmiştir. Uyum yüzdesi, gözlemcilerin veya değerlendiricilerin uyuştukları madde sayısının toplam değerlendirme veya gözlem sayısına olan oranıdır ve elde edilen değer güvenilir kabul edilebilmesi için uyuşum yüzdesinin %70 üzerinde olması gerekmektedir (Şencan, 2005). Bu bağlamda uyum yüzdesini hesaplamak için grubun video kayıtlarının transkriptleri her iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı incelenmiş ve var olan kuramsal çerçeve altında araştırmacılar yeterliliklerin göstergelerine ilişkin katılımcı ifadelerini kodlamışlardır. Tablodaki katılımcı ifadeleri, transkript belgelerinde ifadelere karşılık gelen numaralar ile gösterilmiştir. Söz konusu numaralar ilgili yeterliliğin ne ölçüde sağlandığını değil yalnızca grup elemanları tarafından bu yeterliliğe ne kadar zaman ayrıldığını göstermektedir. Yapılan kodlamalar sonucunda tüm yeterliliklerin göstergelerine ilişkin uyuşum yüzdeleri %70 üzerinde çıkmıştır. Araştırmacıların yaptıkları değerlendirmenin bir örneği Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Araştırmacıların uyum yüzdeleri

Yeterlilikler	B			C	
	B1	B2	B3	C1	C2
1. Araştırmacının Değerlendirmesi	92, 93, 94, 110, 111	91, 92, 93, 94	83, 118, 119, 121, 149, 153, 156, 157, 160, 161, 174, 176, 183, 185, 186, 187, 194, 205, 208, 233, 241, 248, 250, 255, 263, 265, 266, 266, 264	118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 156, 157, 158, 159, 160, 161	156, 157, 158, 159, 160, 161, 190, 191, 192
2. Araştırmacının Değerlendirmesi	92, 93, 94, 110, 111, 158, 159	91, 92, 93, 94, 100	83, 118, 119, 121, 149, 153, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 174, 176, 180, 181, 182, 183, 185, 186, 187, 194, 205, 208, 233, 241, 248, 250, 255, 263	118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 209	156, 157, 158, 159, 160, 161, 191, 263
Uyuşum Yüzdesi	%71	%80	%76	%81	%70
Son Durum	92, 93, 94, 110, 111	91, 92, 93, 94	83, 118, 119, 121, 149, 153, 156, 157, 160, 161, 174, 176, 183, 185, 186, 187, 194, 205, 208, 233, 241, 248, 250, 255, 263	118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 156, 157, 158, 159, 160, 161	156, 157, 158, 159, 160, 161, 191

Katılımcıların yazılı kâğıtları da ilk araştırmacı tarafından doküman analizine tabi tutularak, modelleme yeterlilikleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Araştırma kapsamında bulgular sunulurken öncelikle dört çalışma grubunun da modelleme yeterliliklerine ilişkin ifade numaraları tablolara aktarılmıştır. Tabloda söz konusu veriler sunulurken, ilgili yeterliliğe ilişkin grup içinde kullanılan bütün ifadelerin numaralarına yer verilmiştir. Tabloda herhangi bir grubun herhangi bir yeterliliğe ilişkin ifade sayısının fazla çıkması, grubun söz konusu yeterliliği daha iyi sağladığını göstermemekte, sadece diğer gruplara göre daha fazla zaman ayırdıkları ve üzerinde daha fazla konuştukları anlamına gelmektedir. Benzer şekilde ilgili yeterliliğe ilişkin az sayıda ifade olması da o yeterliliğe ilişkin daha zayıf yaklaşımları sergilendiğini göstermemektedir. Tablolarda gruplar hakkında genel bilgi verildikten sonra daha derin ve kapsamlı bir bakış sağlamak amacıyla, her bir yeterliliğe ilişkin yaklaşım sergileyen tek bir grubun bulgularına yer verilmiştir. Bu esnada katılımcıların gerçek isimleri gizli tutulmuş, kendilerine ilişkin bilgiler verilirken ve bulgular sunulurken araştırmacıların belirlemiş olduğu takma isimler kullanılmıştır. Katılımcıların ifadelerine doğrudan yer verebilmek amacıyla transkriptlerden kesitlere yer verilmiş ve çözüm süresince yapılan çalışmaları bire bir gösterebilmek amacıyla da katılımcıların yazılı kâğıtlarından alıntılar sunulmuştur. Transkript kesitlerinde katılımcıların ifadelerini tamamlamak için köşeli parantezler [...] kullanılmıştır ve bu sayede katılımcıların ifade ettikleri daha net açıklanmaya çalışılmış ya da sözlü olarak değil de işaretle ifade ettikleri şeyler de vurgulanmaya çalışılmıştır. Bunun yanı sıra ilgili yeterlilikten bahsedilirken A1, A2, gibi kodlara (bkz. Tablo 1) yer verilmiştir.

### 3. Bulgular

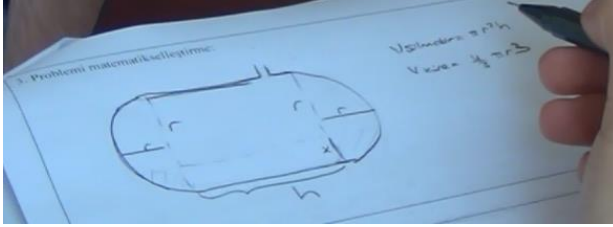
Bu bölümde öncelikle çalışmaya katılan tüm grupların çözüm yaklaşımları genel olarak ele alınarak her bir yeterliliğin göstergelerine ilişkin ifade numaraları verilmekte (bkz.



Tablo 2) ve sonrasında özel olarak Grup 4'ün problem çözümü, yeterlilikler çerçevesinde ayrıntılı olarak incelenmektedir.

### 3.1. Problem Çözüm Sürecinde Modelleme Yeterliliklerine İlişkin Grupların Yaklaşımları

Grup 1'de katılımcılar yakıt deposunun şeklini silindir ve silindirin her iki tarafında iki yarım küre olarak almışlar (bkz. Şekil 2) ve yakıt miktarını bu şekle göre hesaplamışlardır.



**Şekil 2.** Grup 1'in Çözümünde Ele Aldığı Yakıt Deposunun Şekli

Çözümlerini gerçekleştiren katılımcılar yakıt deposunun hacmini Şekil 3'te verildiği gibi bulmuşlar ve hem elde ettikleri çözümü baştan sona kontrol ederek hatalarını düzeltmişler hem de çözümlerini matematik dışı bağlamlarda yorumlamışlardır.

$$V_{\text{total}} = V_{\text{total küre}} + V_{\text{total silindir}} = \left[ \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\alpha}{180} - \frac{\pi}{3} (2rx - x^2)(r-x) \right] + r^2 h \left( \pi \frac{\theta}{180} - \alpha \beta \right)$$

$$V_{\text{total}} = \left[ \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\arccos\left(\frac{r-x}{r}\right)}{180} - \frac{\pi}{3} (2rx - x^2)(r-x) \right] + r^2 h \left( \pi \frac{\arccos\left(\frac{r-x}{r}\right)}{180} - \sin\left(\arccos\left(\frac{r-x}{r}\right)\right) \cdot \frac{r-x}{r} \right)$$

**Şekil 3.** Grup 1'in Depodaki Yakıt Miktarına İlişkin Oluşturduğu Matematiksel Modeli

Yakıt deposunun şeklini dik bir silindir olarak alan Grup 2, gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak deponun araçta dik konumda bulunamayacağını ifade etmişler ve bunun üzerine depoyu yatay konumda bir silindir olarak ele almışlardır. Çözümlerini bu yönde yapan katılımcıların elde ettikleri yakıt hacmi Şekil 4'te verilmiştir. Katılımcıların diğer gruplardan farklı olarak çözümlerini gerçek yaşamda yorumlamadığı yalnızca işlemlerin sağlamalarını yaptıkları belirlenmiştir.

$$\text{Hacim} = \left( \frac{\pi r^2 \cdot \arcsin\left(\frac{\sqrt{2ra - a^2} \cdot (r-a)}{r^2}\right)}{360} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2ra - a^2} \cdot (r-a)}{r} \right) \cdot h$$

**Şekil 4.** Grup 2'nin Depodaki Yakıt Miktarına İlişkin Oluşturduğu Matematiksel Modeli

Grup 3 çözüme yakıt deposunun yatay konumda bir silindir olacağına karar vererek başlamış ve bu doğrultuda çözümlerini gerçekleştirmişlerdir. Depodaki yakıt miktarını bulan katılımcılar (bkz Şekil 5), elde ettikleri çözümü hem gerçek yaşam bağlamında yorumlamışlar hem de baştan sona kontrollerini gerçekleştirerek modeli genel olarak sorgulamışlardır.

Şekil 5. Grup 3'ün Depodaki Yakıt Miktarına İlişkin Oluşturduğu Matematiksel Modeli

Tüm grupların yeterliliklere ilişkin ifadelerine Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3. Grupların Modelleme Yeterliliklerine İlişkin İfadeleri

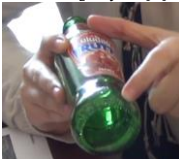
Yeterlilikler	A				B			C		D			E				
	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	C1	C2	D1	D2	D3	E1	E2	E3	E4	
<b>GRUP 1</b>	5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 21, 22, 47, 48, 49, 50, 51, 52	17, 24, 25, 26, 27, 28, 29	36, 37, 38, 39, 40	167, 168, 169, 172	46, 59, 60	54, 68, 69, 70, 71, 89	26, 57, 59, 60, 62, 69, 73, 78, 85, 86, 87, 101, 102, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 119, 120, 132, 135, 140, 150, 154, 156, 160, 189, 190, 209, 210, 219, 220, 219	101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 119, 120, 124, 125, 126, 127, 128, 154, 155	160, 165, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 259, 260, 265, 266, 287, 288, 289, 290, 271, 272, 292, 293, 294, 295, 301, 302	234, 225, 226, 235, 237, 239, 240, 241, 242, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 265, 266, 287, 288, 289, 290, 271, 272, 292, 293, 294, 295, 301, 302	---	---	165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195	165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195	165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195	165, 166, 167, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 180, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195	
<b>GRUP 2</b>	1, 2, 10, 11, 12, 13, 14	3, 25	51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59	37, 38, 39, 40, 92, 93, 94, 95	59, 60, 61, 62, 63	80	124, 125, 146, 147, 148, 149, 62, 119, 124, 125, 179, 188, 189, 194, 201, 202, 298, 299, 303, 304, 305, 306, 307	150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 188, 189, 190, 194, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208	201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 304, 305, 306, 307	---	---	248, 249, 250, 251	262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 275, 276, 277, 278, 279, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 297, 298, 299, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309	262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 275, 276, 277, 278, 279, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 297, 298, 299, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309	262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 275, 276, 277, 278, 279, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 297, 298, 299, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309	297, 298, 299, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309	
<b>GRUP 3</b>	12, 13	19, 26, 188	19, 26, 27, 58, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67	105, 106, 107, 108, 109	184, 185, 186, 187, 188, 189		61, 184, 185, 202, 203, 207, 223, 224, 205, 207, 223, 298, 299, 314	198, 199, 202, 203, 204, 205, 207, 223, 224	206, 207, 223	319, 320, 321	---	---	225, 226, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 292, 293, 294, 295, 296, 298, 299, 299, 372, 373, 374, 376, 378	266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 299, 299, 374, 376, 378	266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 299, 299, 374, 376, 378	266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 299, 299, 374, 376, 378	295, 296, 297, 298, 299, 372, 373, 374, 376, 378
<b>GRUP 4</b>	2, 3, 4, 5, 6	29, 30, 32, 65, 66, 67	29, 30, 32, 65, 66, 67, 119, 120, 121, 122, 123	110, 111	92, 93, 94, 110, 111	91, 92, 93, 94	83, 118, 119, 121, 149, 153, 156, 157, 160, 161, 174, 176, 183, 185, 186, 187, 204, 205, 208, 233, 241, 248, 250, 255, 263	118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 156, 157, 158, 159, 160, 161	156, 157, 158, 159, 160, 161, 191	229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 233, 264, 265, 266	230, 231, 232, 233, 234, 235	---	164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 202, 203, 204, 205	173, 174, 175, 176, 180, 181, 182, 202, 203, 204, 205, 206, 209, 210	173, 174, 175, 176, 180, 181, 182, 202, 203, 204, 205, 206, 209, 210	202, 203, 204, 205, 208, 209, 210	

Tablo 3 incelendiğinde, tüm grupların neredeyse her bir yeterliliğin göstergelerine ilişkin ifadelerinin bulunduğu görülmektedir. Grup 4 dışındaki hiçbir grubun özel bir durum için geliştirdikleri çözümleri genelleme (D2) yeterliliği bağlamında çalışmadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra her grup, problem çözüm sürecinin genelinde uygun bir matematiksel dil kullanarak veya iletişim kurarak probleme çözümler sunma (D3) adına yaklaşım sergilemiş olduğu için, tabloda söz konusu ifade numaralarına teker teker yer verilmemiştir. Yalnızca Grup 2'nin matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama (D1) adına ifadelerinin olmadığı belirlenmiştir.

### 3.2. Problem Çözüm Sürecinde Grup 4'ün Modelleme Yeterliliklerine İlişkin Yaklaşımları

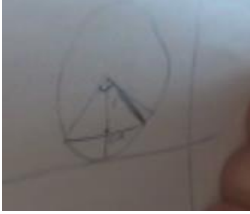
Uygulamanın başında Grup 4'e Yakıt Problemi verilmiş ve kendilerine süre kısıtlaması olmaksızın çözümlerinin yeterli olduğuna karar verdikleri ana kadar çözüme devam edebilecekleri söylenmiştir. Bunun üzerine ilk olarak Zeliha sesli olarak problemi grup arkadaşlarına okumuştur. Problem okunduktan sonra katılımcılar, problemin gerçek modelini oluşturmak amacıyla, hem problem durumunda verilen depo resmini hem de gerçek yaşam deneyimlerini göz önünde bulundurarak A1 yeterliliği bağlamında deponun yatay konumda bir silindir olabileceğini ifade etmişlerdir. Ardından A2 yeterliliği bağlamında ilgili değişkenler olarak silindirin tabanını, yüksekliğini ve batırılan çubuğun ıslak kısmının yüksekliğini belirledikleri ve A3 yeterliliği bağlamında değişkenler arasındaki ilişkileri sözel olarak ifade ettikleri belirlenmiştir.

- Elvan *Evet anladım. Bu depo yan duruyor değil mi? Normalde arabada da yan duruyor galiba değil mi?*
- Kübra *Şuradan batıracak [resimde deponun üzerindeki kısmı gösteriyor].*
- Elvan *Bir kere bence şurayla [silindirin tabanı] şurası [silindirin yüksekliği] arasında bir ilişki kurulması gerekiyor.*
- Zeliha *Aynı anda.*
- Elvan *Aynı cinsten yani.*
- ...
- Kübra *Silindirin hacmini kullanacağız ama yüksekliğine göre nasıl değişecek? Yükseklik arttıkça neyle doğru orantılı olarak artacak?*
- Emsal *Yükseklik değil de genişlikle.*
- ...
- Emsal *Batırılan çubuğun ıslaklık miktarı genişlikle alakalı. Genişliği ne kadar fazlaysa çubuğun ıslaklığı o kadar azalır.*
- ...
- Ayla *Aynen şuradaki değişim önemli.*
- Kübra *Hacim taban alanı çarpı yükseklik değil mi? Her şekilde bu burada da olsa burada da olsa [feliye şişenin üzerinde gösteriyor], yüksekliği aynı olur.*
- Ekran alıntısı



Katılımcılar B1 yeterliliği bağlamında belirledikleri değişkenleri matematikselleştirmişler ve B2 yeterliliği bağlamında alan hesabını yaparken nicelikler arasındaki ilişkileri sadeleştirme ve karmaşıklığı azaltma yoluna gitmişlerdir. Bu bağlamda sonradan göz önünde bulundurmaya karar verdikleri açığı da, önceden belirledikleri değişkenler cinsinden cebirsel olarak ifade etme yoluna gitmişlerdir. Bu esnada katılımcıların B3 yeterliliği bağlamında da uygun cebirsel ve geometrik gösterimlerden yararlandıkları görülmüştür.

Ekran  
alıntısı



Kübra Nur *Mesela çubuğun yakıt içinde kalan kısmı a olsun. Şurası [merkezden dolu kısma kadar olan mesafe] r-a olur.*

Elvan *Daire diliminin alanından şu üçgenin alanını çıkartırsak bunun alanını buluruz. Sonra da h ile mi çarpacağız?*

Emsal *Evet.*

...  
Elvan *Sonuçta ne yapıyorduk biz, daire diliminden şu üçgeni çıkararak şu alanı buluyorduk biz. Onun gibi bir şey oluyor bence de.*

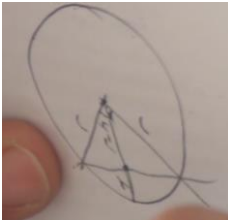
Kübra Nur *Açı değişiyor ya.*

Elvan *Açıyı neye bağlı bulacağız işte?*

...  
Emsal *Ama ıslaklığa göre değişecek, r'si de değişecek.*

Ayla *Islaklığa en başta bir h değeri veririz mesela, h'ye göre hepsi değişecek.*

...  
Ekran  
alıntısı



Elvan *Şu  $\alpha$ 'yı şeyden bulabiliriz.  $\cos \alpha = \frac{r-h}{r}$  olacağı için  $\alpha$ 'yı buradan yola çıkarak bulacağız.*

Kübra Nur *Evet evet. Ama alanı nasıl bulacağız?  $\alpha$ 'yı bulduk, alanı da ona bağlı?..*

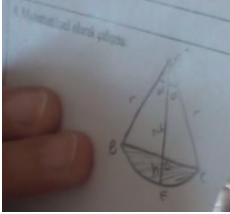
Ayla *Tamam tamam hesaplamana gerek yok. Alan neydi hani sinüslü formül vardı ya.  $\frac{1}{2}r(r-h) \sin \alpha$ .*

Elvan  *$\cos \alpha$ 'yı zaten biliyoruz.*

Ayla Bu üçgenin alanını bulmak istiyorsak o zaman,  $\frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin 2\alpha$ .

Zeliha  $r$  ve  $h$  ile uğraşmaktansa bu alan formülü daha iyi olur. [Tepedeki açının tamamına  $\alpha$  yerine  $2\alpha$  verdiler. Bu şekilde toplam alanı  $r(r-h) \sin \alpha$  buldular.]

...  
Ekran  
alıntısı

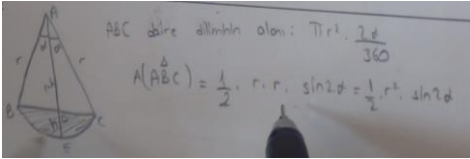


Elvan  $ABC$  daire diliminin alanı  $\pi r^2 \frac{2\alpha}{360}$ .

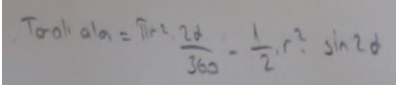
Zeliha Taralı alan =  $ABC$  daire diliminin alanı - Üçgenin alanı.

Kübra Nur  $ABC$  üçgeninin alanına bakacağız şimdi. Sonra taralı alanı bulmak için bu [ $ABC$  daire diliminin alanı] eksi bu [üçgenin alanı] diyeceğiz.

Ekran  
alıntısı



Ekran  
alıntısı



Yukarıdaki ifadelerde katılımcıların, C1 yeterliliği bağlamında, daire dilimi alanı ile üçgenin alanını hesaplayacağını ifade ederek problemi küçük parçalara ayırdıkları belirlenmiştir. A3 yeterliliği bağlamında  $\alpha$ 'yı farklı değişkenlerle ilişkilendirmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Ayrıca problemi çözmek için trigonometri bilgilerinden yararlanmaları katılımcıların C2 yeterliliği bağlamında çalıştıklarını da göstermiştir.

Yaptıklarını kontrol eden katılımcılar  $h$  değişkenini kullanmadıklarını ve yakıt miktarını deponun yarısından az aldıklarını fark ederek yarıdan fazla olma durumunda değişiklik olabileceğini göz önünde bulundurmışlardır. Bu esnada E1 yeterliliği bağlamında çözümü eleştirel olarak kontrol ettikleri ve çözüm üzerine yansımalarında buldukları belirlenmiştir. Bunun üzerine, E2 yeterliliği bağlamında çözümleri gözden geçirerek modelleme sürecinden tekrar geçtikleri ve E3 yeterliliği bağlamında problemi çözmek için diğer yolları göz önünde bulundurdıkları belirlenmiştir.

Emsal  $h$ 'ye bağlı bir formül bulsaydık iyiydi.

Elvan Bir şey söyleyeceğim de biz  $h$ 'yi ne yaptık?

Zeliha İşte  $h$ ,  $\sin 2\alpha$ 'da çıkacak.

Kübra Nur  $h$ 'yi unuttuk ya.

- Elvan *Unutmadık, şu  $\sin 2\alpha$ 'yı bulurken hesaplayacağız onu.*
- Kübra Nur *Bir şey söyleyeceğim, bu yarıdan sonra [yakıt yüksekliği merkezi geçtikten sonra] bu formül değişecek ama. Üçgenin alanına ekleyeceğiz yarıdan sonra.*
- Emsal *Bu sefer tamamından çıkartacağız bence.*
- Kübra Nur *Bir şey değişmeyecek ya. O zaman üçgenin  $\alpha$ 'sı başka tarafta olur.*

...  
Emsal *Bu sefer tamamından şurayı çıkartacağız.*

Ekran  
alıntısı



Kübra Nur *Ama bizim  $\alpha$  mız şu olacak yani.*

Ekran  
alıntısı



...  
Kübra Nur  *$\alpha$  burası olursa üçgen oluşturmaz o zaman. Eksi mi çıkar acaba üçgenin alanı?  $\alpha$  180'den büyük olursa eksi mi çıkar? Çıkabilir mi?*

...  
Kübra Nur *Tamam işte 180'den sonra eksi çıkıyor, değişmiyor formül. Eksi oluyor, çıkardığımız için de eklemiş oluyoruz. Tamam tamam, şimdi  $h$ 'yi nasıl bulacağız ona bakalım.  $r$ 'den çıkartacağız. [Daire diliminin içindeki üçgenin yarısını kullanarak  $r$  ile  $h$  arasında bağıntı oluşturmaya çalışıyorlar.]*

Düzenlemeleri yaptıktan sonra katılımcılar oluşturdukları matematiksel modeli uygun cebirsel ve geometrik gösterimlerden yararlanarak (B3) ifade etmişler ve yapılan kontroller sonucunda  $\alpha$  değişkenini bildikleri değişkenler cinsinden yazmaları gerektiğini fark etmişlerdir.

Ayla *İşte  $\alpha$ 'yı çekeceğiz sanırım buralardan. Evet  $\alpha$ 'yı çekip, burada yerine yazacağız. Arccos yapacağız yani mecburen.*

Emsal *Dairenin alanındaki  $\alpha$ 'yı nasıl çekeceğiz?*

Ayla *İşte onu diyorum zaten, diğerinde sorun yok, diğerinde  $\alpha$  gitti. Ama diğerinde arccos'tan şuradaki  $\alpha$ 'yı yerine koymamız lazım.*

Emsal *Başka bir yerde işlemleri yapıp yerine yazıverelim.  $\arccos \cos \frac{r-h}{r} = \alpha$ . [Oluşturdukları modelde  $\alpha$  gördükleri yere  $\arccos \frac{r-h}{r}$  yazıyorlar.]*

...

Ekran  
alıntısı

$$v = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})}{360} = \sqrt{h^2 + (r-h)^2} \cdot t$$

Elvan *O zaman  $\alpha$  kalmadı.  $r$  var,  $h$  var,  $t$  var.  $t$ 'yi biliyoruz o zaten belli.  $r$ ?*  
Kübra Nur  *$r$  de belli depo sonuçta. ...*

Yukarıdaki ifadeler incelendiğinde katılımcıların uygun matematiksel gösterimleri seçme (B3), problemi küçük parçalara ayırma (C1), problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanma (C2), çözümleri eleştirel olarak kontrol etme (E1), çözüm durumu sağlamıyorsa modelleme döngüsünden tekrar geçme (E2), problemi çözmek için diğer yollar düşünme (E3) ve genel olarak modeli sorgulama (E4) yeterlilikleri bağlamında çalıştıkları belirlenmiştir.

Katılımcılar özel bir durum için geliştirmiş oldukları çözümün genellenebilir olup olmadığına bakmak amacıyla (D2), deponun tam dolu olması durumunda modelin sağlanıp sağlanmayacağını kontrol etmek istemişlerdir. Bu bağlamda gerçek yaşam deneyimleri ve internette yaptıkları araştırmalar sonucunda, arazi aracının deponunun boyutlarına sayısal değerler vermişlerdir. Yaptıkları hesaplamalar doğrultusunda oluşturdukları modelin doğru olduğunu göstermişlerdir.

Zeliha  *$r=30$  cm olsun.  $h$ 'yi de vermek gerek.*  
Emsal *Tamamen dolu olmasına bakalım doğrulamak için.*  
Ayla *Tamam doğruluyoruz zaten işte.*

Ekran  
alıntısı

$$\begin{aligned} t &= 20m = 20m \\ r &= 30m = 30m \\ h &= 15m = 15m \\ T &= 2 \end{aligned}$$

Emsal *Şimdi doğrulatacağız ya, sonuçta  $r$ 'yi ve  $t$ 'yi bildikten sonra tamamen dolu olduğu durumu bulabiliriz ya, sonuçta burada  $h$ 'yi tamamen dolu olarak versek, ikisi birbirine eşit olacak. O şekilde baksak. Hani bu şekilde doğrulayıp doğrulayamadığımızı anlayamayız ki. [Belirledikleri sayısal değerleri modelde yerine yazıyorlar.]*

...  
Kübra Nur *Ay doğruymuş, oh be.*

Ekran  
alıntısı

The image shows a handwritten mathematical derivation on a screen. The main equation is:

$$V = \frac{(3.9 \cdot 2 \cdot \cos(4))}{365} = \frac{(36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot (-1))}{365} \cdot 10$$

Below this, there are two lines of calculations:

$$V = (12 - 0) \cdot 10 = 120 \text{ km}^2 = 240 \text{ Lb}$$

$$2 \cdot 1 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 240 \text{ km}^2 = 120 \text{ Lb}$$

Zeliha *Tamam böyle bulabilirsin diyelim.*  
 Kübra Nur *Hem de tıpa tıp aynı çıktı.*  
 Elvan *Doğruladık, demek ki kullanabilir.*

#### 4. Tartışma ve Sonuç

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının grup olarak gerçekleştirdikleri modelleme probleminin çözüm sürecinde sergiledikleri modelleme yeterliliklerini ortaya çıkarmanın amaçlandığı bu çalışmada, katılımcıların genel itibarıyla tüm ana yeterlilikler bağlamında çalıştıkları belirlenmiştir. Gerçek problemi anlama ve gerçekliğe dayalı bir model kurma yeterlilikleri bağlamında katılımcılar, gerçek yaşam deneyimleri yoluyla varsayımlarda bulunmuşlar ve bilgileri doğrultusunda durumu sadeleştirme yoluna gitmişlerdir. Maaß (2006)'ın da belirttiği üzere, problemin içeriğinin öğrencilerin dikkatini çekmesi ve onları motive etmesi sebebiyle gerçek model kurmada sıkıntı yaşamadıkları düşünülmektedir. 7. Sınıf öğrencilerinin tek bir modelleme probleminin çözüm sürecindeki yaklaşımlarını inceleyen Maaß (2006), söz konusu yeterlilik çerçevesinde öğrencilerin durumu sadeleştirmek yerine basitleştirdiklerini çünkü çözüm sürecinde çok basit işlemler yaptıklarını ifade etmektedir. Farklı olarak bu çalışmada katılımcıların, çözümde yalnızca ihtiyaç duyulan verileri kullandıkları ve bu şekilde çözümlerini gerçekleştirerek problemi basitleştirmeyip yalnızca problemi sadeleştirdikleri belirlenmiştir.

Katılımcılar uygun değişkenleri belirleyip aralarındaki ilişkileri oluşturduktan sonra, çözüm süreci devam ettikçe yaklaşımlarına bağlı olarak gerekli bilgileri ayırt etmişler ve dolayısıyla değişkenler ile arasındaki ilişkileri de düzenleme yoluna gitmişlerdir. Değişkenler arasındaki ilişkileri düzenleyen katılımcılar, gerçek modelden matematiksel model kurma yeterlilikleri bağlamında bu ilişkileri matematiksellemişlerdir. Bu süreçte gerektiğinde karmaşıklığı azaltma yoluna giderek cebirsel, şekilsel ve geometrik gösterimlerden yararlanmışlardır. Bu aşamada katılımcıların ifadelerinin sözel ifadelerden uzaklaştığı daha matematiksel ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Çözüm sürecindeki bu yaklaşımlar Borromeo Ferri (2006)'nın da ifade ettiği gibi matematiksel model kurma yeterliliklerini açık bir şekilde sağladıklarını göstermektedir. Ji (2012) ortaöğretim seviyesinde gerçekleştirdiği çalışmasında modelleme uygulamalarında deneyimi olan öğrencilerin gerçek modelden matematiksel model kurma yeterlilikleri çerçevesinde daha başarılı olduklarını belirtmektedir. Benzer şekilde bu çalışmada da katılımcıların 9 hafta süresince modelleme uygulamalarında deneyim kazanmış olmaları sebebiyle, söz konusu yeterlilikleri sağladıkları düşünülmektedir.



Matematiksel soruları oluşturulan matematiksel model içerisinde çözme yeterlilikleri bağlamında katılımcılar problemi daha küçük parçalara ayırmışlar ve matematiksel bilgiyi problemi çözmek için kullanmışlardır. Katılımcıların en az yaklaşımı, gerçek durumdan matematiksel sonuçları yorumlama yeterlilikleri bağlamında sergiledikleri belirlenmiştir. Bu bağlamda katılımcılar yalnızca özel bir durum için geliştirilmiş çözümü genelleme yoluna gitmişlerdir. Elde edilen matematiksel sonuçların gerçek durum ile bağdaştırılarak gerçek sonuçlar haline getirilmesi gerekmektedir (Borromeo Ferri, 2006). Katılımcılar yalnızca çözümü doğrularken elde ettikleri matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlamışlar fakat elde ettikleri çözümün gerçek yaşamda ne anlama geldiğini sorgulamamışlardır. Benzer olarak 8, 9 ve 10. sınıfların modelleme problemlerinin çözümündeki yaklaşımlarını inceleyen Blum (2011)'ın da, elde edilen çözümlerin gerçek yaşamda anlamlı olup olmadığına dikkat edilmediğini ifade ettiği görülmektedir.

Katılımcılar çözümü doğrulama yeterlilikleri bağlamında zengin yaklaşımlar göstermişlerdir. Çözüm sürecinde elde ettikleri ilk çözümü kontrol ettikleri ve bazı eksikliklerin olduğunu fark etmeleriyle birlikte, modelleme sürecinden tekrar geçerek, çözüm için farklı yolları düşündükleri ve genel olarak modeli sorguladıkları görülmüştür. Bu bağlamda Borromeo Ferri (2006)'nın belirttiği üzere genelde doğrulamanın sezgisel yolla yapıldığı düşüncesinin aksine, katılımcıların matematik dışı bilgiler göz önünde bulundurarak bilgiye dayalı doğrulama yaptıkları görülmüştür. Her ne kadar doğrulama yaklaşımlarına gerçek yaşam deneyimlerinden hareketle başlamış olsalar da, Borromeo Ferri (2006) ve Maaß (2006)'ın da belirttiği üzere matematiksel modeli verilen sayısal değerlere göre hesaplayarak doğrulama yoluna gitmişlerdir. Bu durumun elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamamış olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Literatürdeki ilgili bazı çalışmalarda modelleme problemlerinin çözüm sürecinde katılımcıların diğer yeterliliklerle karşılaştırıldığında, gerçek durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve çözümü doğrulamada yetersiz kaldıkları ifade edilmektedir (Blum, 2011; Ji, 2012; Maaß, 2006; Sekerak, 2010). Bu çalışmada ise, katılımcılara verilen problemde modelleme döngüsünün basamaklarına göre çözümü gerçekleştirmeleri istenmiş olması sebebiyle, söz konusu yeterlilikleri az da olsa ortaya çıkardıkları düşünülmektedir.

Katılımcıların modelleme döngüsü hakkında bilgi sahibi olmaları ve problem çözümünü bu döngünün basamaklarına göre gerçekleştirmiş olmaları, modelleme yeterlilikleri hakkında bilgilendirilmemiş olmalarına rağmen neredeyse tüm yeterlilikler bağlamında çalışmalarını sağlamıştır. Bu durum; Maaß (2006) ve Kaiser, Schwarz ve Tiedemann (2010)'ın çalışmalarındaki modelleme döngüsü ile ilgili sahip olunan bilginin modelleme yeterlilikleri üzerinde olumlu etkisi olduğu bulgusu ile paralellik göstermektedir. Bunun yanı sıra bireylerin modelleme döngüsü boyunca çalışmaları da kendi modelleme yeterliliklerinin gelişimine katkı sağladığı ifade edilmektedir (Blomhøj ve Jensen, 2003'ten akt. Maaß, 2006). Modelleme döngüsüne ilişkin bilgiye sahip olmanın yanı sıra, grup içinde çalışmanın da modelleme yeterliliklerinin ortaya çıkmasında katkı sağladığı ifade edilmektedir (Maaß, 2006). Bu çalışmada da katılımcıların grup içinde çalışmasının modelleme yeterliliklerini ortaya çıkarmalarına katkı sağladığını düşündürmektedir.

## 5. Öneriler

Çalışmanın bulguları doğrultusunda, öğretmen adaylarının modelleme yeterlilikleri hakkında bilgilendirilmeleri ve bu yeterlilikleri kazanmaları sağlanıp problem çözüm yaklaşımlarındaki değişimlerin incelenmesi önerilebilir. Modelleme döngüsü hakkındaki bilgi sayesinde daha zengin yaklaşımların sergilenmesi sağlanmış olduğu için, özel olarak modelleme yeterlilikleri ile modelleme döngüsünün ilişkisine dikkat çekerek söz konusu bilgilendirmelerin gerçekleştirilebileceği düşünülmektedir. Modellemeye ilişkin verilen eğitimin modelleme yeterliliklerinin ortaya çıkarılmasında etkili olduğu görülmesi sebebiyle, bu eğitimin öncesinde ve sonrasında yeterliliklerinin belirlenip katılımcıların görüşlerinin alınması sağlanarak daha geniş çapta çalışmaların yapılması da önerilmektedir. Bunun yanı sıra farklı modelleme problemlerinin çözüm sürecindeki modelleme yeterliliklerinin incelenmesi de önemli görülmektedir. Bu sayede yalnızca bir problem için değil, farklı problemlerde de öğrencilerin modelleme yeterliliklerini ne ölçüde ortaya çıkardıkları incelenerek bir örüntüye ulaşıp ulaşılamayacağı araştırılması önerilmektedir. Ayrıca yalnızca öğretmen adaylarına değil, matematik öğretmenlerine eğitim verilerek, ilköğretimde matematik uygulamaları derslerinde ve ortaöğretim seviyesindeki matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin gelişmelerini sağlamak üzere çalışmaların yapılmasıyla da literatürdeki ilgili alanın zenginleştirilebileceği düşünülmektedir.

---

## **Examination of Primary Mathematics Student Teachers' Modelling Competencies**

### **Extended Abstract**

Mathematical modelling is a cyclic process that requires mathematization real situation by transferring real life problems into mathematics world, solution of the obtained mathematical models, interpretation of solutions in the context of real world, and then validation of solutions. Students are required to use mathematical modelling competencies to be able to do mathematical modelling. Maaß (2006) states that modelling competencies include skills and abilities to perform modelling processes appropriately and goal-oriented as well as the willingness to put these into action. Modelling competencies are defined as the competencies (1) to understand the real problem and to set up a model based on reality, (2) to set up a mathematical model from the real model, (3) to solve mathematical questions within this mathematical model, (4) to interpret mathematical results in a real situation, and (5) to validate the solution by Blum and Kaiser (1997) (cited in Maaß, 2006). It is of importance that primary mathematics student teachers have modelling competencies which have influence on modelling based instruction and modelling problem solution process to be able to use modelling in their future teaching. In this regard, the purpose of this study is to examine primary mathematics student teachers' modelling competencies in the solution process of the Fuel Problem (Tekin, 2012).

Primary mathematics student teachers who were instructed on mathematical modelling, modelling problems and modelling cycles formed their working group in accordance with their willingness for the solution process. The problem solution process of the participants who solved the Fuel Problem in the framework of the modelling cycle under a cognitive perspective (Borromeo Ferri, 2006) was videotaped to elicit their modelling competencies. The case study method which is one of a qualitative research methods were utilized in this study and the video records were transcribed literally. The transcription of the solution process and the participants' written solutions were examined by both the researchers in a detailed way and so the participants' modelling competencies were tried to elicit. In accordance with the results of the study, it was identified that the participants worked on the problem in the context of all the main competencies. It was observed that the participant constructed a model based on reality through their real life experiences. The participants organizing the relations of the identified variables transferred from real model to mathematical model and it was seen they used different representation in this process. The participant solving the constructed mathematical model by dividing the problem into part problems were insufficient to interpret the results in the context of real life. Nevertheless it was understood that they identified the deficiencies by controlling the solution and evaluate their approaches according to the whole modelling cycle. Even if they did validation through their real life experiences, it was seen that they moved away real life because they calculated the mathematical model. That the participants were informed about modelling cycle showed they displayed rich approaches in the context of modelling competencies. In accordance with the results of the study, it was thought that primary mathematics student teachers could display richer approaches through having informed about modelling competencies and engaged more modelling problems.

## Kaynaklar/References

- Antonius, S., Haines, C., Jensen, T. H., Niss, M., & Burkhardt, H. (2007). Classroom activities and the teacher. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss, (Eds), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 295-308). New York: Springer.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. N., (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 15-30). New York: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. & Blum, W. (2010). Mathematical Modelling in Teacher Education – Experiences from a Modelling Seminar. *Proceedings of CERME 6* (pp. 2046-2055). Lyon.
- Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36.
- Bukova-Güzel, E., ve Uğurel, I. (2009). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki, *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-90.
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2008). How does the problem based learning approach compare to the model eliciting activity approach in mathematics instruction? *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*. 3 Mart 2012 tarihinde <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/chamberlin.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi* (Yayımlanmış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10 (1), 364-377.
- Eraslan, A. (2012). Prospective elementary mathematics teachers' thought processes on a model eliciting activity. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(4), 2953-2968.
- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J., & Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan, (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics* (pp. 130-140). Chichester, UK: Horwood Press.

- Grünewald, S. (2012). *Acquirement of modelling competencies – first results of an empirical comparison of the effectiveness of a holistic respectively an atomistic approach to the development of (metacognitive) modelling competencies of students*. 12th International Congress on Mathematical Education, 8 - 15 July, COEX, Seoul, Korea.
- Hagen, M. & Borromeo Ferri, R. (2012). *How do measurement sense and modelling competency influence each other? An intervention study about german middle class students dealing with length and weight*. 12th International Congress on Mathematical Education, 8 -15 July, COEX, Seoul, Korea.
- Ji, X. (2012). *A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence*. 12th International Congress on Mathematical Education, 8 -15 July, COEX, Seoul, Korea.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics: proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., Schwarz, B. & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 433-444). New York: Springer.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Yayımlanmış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Lesh, R., Young, R. & Fennewald, T. (2010). Modeling in K-16 mathematics classrooms and beyond. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 275 –283). New York: Springer.
- Lingefjård, T (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 96-112.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38 (2), 113-142.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2012a). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Uygulamaları I. Dönem Öğretmenler İçin Öğretim Materyali*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2012b). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Uygulamaları II. Dönem Öğretmenler İçin Öğretim Materyali*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013a). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013b). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara.
- Miles, M. B., & Huberman, M. A. (1994). *Qualitative analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13 (2), 105-112.

- Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Tekin, A. (2012). *Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tekin, A., Kula, S., Hıdıroğlu, Ç. N., Bukova Güzel, E., ve Uğurel, I. (2012). Determining the views of mathematics student teachers related to mathematical modelling. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 243-256.
- Tekin Dede, A., ve Bukova Güzel, E. (2013a). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçlerinin incelenmesi: Obezite problemi. *İlköğretim Online*, 12(4), 1100-1119.
- Tekin Dede, A., ve Bukova Güzel, E. (2013b). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 288-299.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
-