



LQR ve PID Kontrol Modelleri Temelinde DC Motorun Hız Kontrolü

Furkan Yeşil¹, Cemil Sungur², Süleyman Canan³

^{1*} Konya Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Konya, Türkiye, (ORCID: 0000-0001-6649-5227), furkan.yesil@elfatek.com.tr

² Konya Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Konya, Türkiye, (ORCID: 0000-0003-2340-6225), csungur@ktun.edu.tr

³ Arge Direktörü, Elfatek Elektronik Ltd., Konya, Türkiye, (ORCID: 0000-0001-5842-5683), suleyman@elfatek.com.tr

(2nd International Conference on Computer, Electrical and Electronic Sciences ICCEES 2021, September 1-3, 2021)

(DOI: 10.31590/ejosat.1028191)

ATIF/REFERENCE: Yeşil, F., Sungur, C. & Canan, S. (2021). LQR ve PID Kontrol Modelleri Temelinde DC Motorun Hız Kontrolü. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (30), 73-78.

Öz

Kontrolcü yapılar bir sistemin davranışlarını doğrudan veya dolaylı bir şekilde yöneten yapılardır. Sistemin kontrol mekanizması o sistemin yaptığı işin verimliliğini artırabilecek potansiyelde bir kontrol metodu seçerek sağlanır. Günümüz teknolojisine bakıldığında kontrol teorisi adı altında gerçekleştirilen bilimsel çalışmaların sonucunda literatüre geçmiş ve endüstriyel pek çok alanda uygulanabilen kontrol yöntemleri mevcuttur. Doğrusal veya doğrusal olmayan bir mantıkta işleyen sistemlerin yönetim yapıları da bu çalışma mantığına uyumlu seçilmektedir. Uyumlama veya kontrol problemi olarak da isimlendirilen yönetim tasarlama sürecinde sistemin matematiksel modeli bulunmaktadır. Sonrasında bulunan bu model ile kontrol hesaplamaları sağlanmaktadır. Örneğin optimal bir kontrolün sağlanmasında oluşturulan maliyet fonksiyonu yani optimum çalışma temelli matematiksel modellemenin içerdiği katsayılar kontrol edeceği sistemin hızını ve kullanacağı enerjiyi belirleyebilmektedir. Bu yöntemlerin bazıları hareketli sistemlerde kullanılarak dinamikliğin değişken ortam şartlarına göre uyumlu olmasını sağlamaktadır. Özellikle elektrik motorlarının kullanıldığı sistemlerde hassas hız ve yön kontrolleri için hızlı tepki verebilen kontrol yöntemleri dahil edilmektedir. Bu uygulamada ise MATLAB Simulink ortamında DC motorun 2 farklı kontrol yöntemi ile hız kontrolü gerçekleştirilerek performans analizleri incelenmiştir. Öncelikle PID (Proportional - Integral - Derivative) kontrol kullanılarak hız bilgisi giriş sinyali olarak sisteme uygulanmıştır. En uygun kontrol katsayılarını bulmak adına farklı kontrol katsayıları ile test işlemleri gerçekleştirilmiştir. Daha sonrasında mevcut tasarıma LQR (Linear Quadratic Regulator) kontrol mekanizması dahil edilerek tıpkı PID uygulamasında olduğu gibi katsayı belirleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Katsayı optimizasyonu işlemlerinden sonra 2 farklı kontrol yönteminin uygulandığı sistemin giriş sinyaline bağlı olarak ürettiği çıkış sinyalleri grafiksel olarak analiz edilmiş ve karşılaştırma materyali olarak kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kontrol Teorisi, Hareketli Sistemler, DC Motor Kontrolü, PID Kontrol, LQR Kontrol.

Speed Control of DC Motor Based on LQR and PID Control Models

Abstract

Controlling structures are structures that directly or indirectly manage the behavior of a system. The control mechanism of the system is provided by choosing a control method that has the potential to increase the efficiency of the work done by that system. When looking at today's technology, there are control methods that have been published in the literature as a result of scientific studies carried out under the name of control theory and can be applied in many industrial areas. The management structures of systems operating in a linear or non-linear logic are also chosen in accordance with this working logic. There is a mathematical model of the system in the management design process, which is also called the adaptation or control problem.

With this model, control calculations are provided. For example, the coefficients included in the mathematical modeling based on optimum operation, which is created to provide an optimal control, can determine the speed of the system to be controlled and the energy to be used. Some of these methods are using on the moving systems. The methods used ensure that the system remains stable against changing environmental conditions. Especially in systems where electric motors are used, fast-response control methods are included for precise speed and direction controls. In this application, the performance analyzes of the DC motor were examined by performing speed control with 2 different control methods in the MATLAB Simulink environment. First of all, speed information was applied to the system as an input signal using PID (Proportional - Integral - Derivative) control. In order to find the most appropriate control coefficients, tests were carried out with different control coefficients. Afterwards, the LQR (Linear Quadratic Regulator) control mechanism was included in the current design and coefficient determination studies were carried out, just like in the PID application.

¹ Sorumlu Yazar: furkan.yesil@elfatek.com.tr

After the coefficient optimization processes, the output signals produced by the system, in which 2 different control methods were applied, depending on the input signal were analyzed graphically and used as a comparison material.

Keywords: Control Theory, Moving Systems, DC Motor Control, PID Control, LQR Control.

1. Giriş

Günümüzde hareketli sistemler elektrik makinelerinin gelişimine bağlı olarak büyük oranda insan gücünün yerini almaktadır. Mekanik yapılara hareket yeteneği kazandıran elektrik makinelerinden birisi de DC motorlardır. Kendi içerisinde farklı türlere sahip olan DC motorlar üretim bantlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca robotik teknolojisi gibi modern yapıların da dinamikliğini sağlamaktadır. Tüm hareketli sistemler denge koşullarını sağladığı sürece iş görebilmektedir. Hedeflenen eylemin gerçekleşmesinde negatif etkilere sahip olan farklı türlerdeki bozucu etkiler mevcuttur [1].

Bu etkenler altında sistemin kararsızlık durumu ortaya çıkmaktadır ve sistem istenilen hareketi tam zamanında veya hiçbir şekilde sağlayamayabilir. Denge durumunun korunması için sistemi gözlemleyen ve önemli noktalarda müdahale eden bir kontrolcü yapı gerekmektedir. Kontrol yöntemlerinin içerisinde yer alan, sistem kararlılığını sağlamak için uygulama kolaylığı açısından popüler olan PID kontrol mantığı kullanılmaktadır [1, 2]. PID kontrol mekanizması sürü algoritması ile tasarlanan sistemlerdeki hareketi sağlayan yapılardan insansız su altı araçlarına kadar pek çok uygulamada denetim bloğu olarak görev almaktadır [2]. Ancak bazı sistemlerde ortaya çıkan kararlılık oranı ve bu kararlılık oranına ulaşımdaki geçen sürenin tasarrufu performans kriterleri temelinde tatmin edici olmamaktadır [3]. Literatürde yer alan ve uygulama alanlarına adapte edilen metotlar da bu şekilde bulunmuştur. Özellikle bir sistemin enerji ve zaman denklemleri ile modellenmiş maliyet fonksiyonu üzerinden kararlılığın sağlanması ihtiyacı LQR gibi PID algoritmasına benzer bir kontrol mekanizmasını ortaya çıkartmaktadır [4]. İki denetim sisteminde de bir geri besleme mevcuttur ama geri besleme ile sağlanan kararlılık katsayısının bulunma yöntemleri farklıdır.

LQR denetiminde bu katsayı sistemin çalışma mantalitesini en uygun koşullarla sağlamak için maliyet fonksiyonu üzerinde yer alan katsayılar ile optimum bir şekilde bulunmaktadır [5-6].

Bu bildiride anlatılan uygulamada bir DC motorun hareket kontrolünde en önemli girdilerden olan hız seviyesinin tayini ile ilgili çalışma yapılmıştır. MATLAB Simulink programı ile DC motor modellenerek PID ve LQR denetim mekanizmaları sırasıyla uygulanmıştır. Her iki sistemde de kararlılığı sağlayacak olan katsayılar belirlenerek ortaya çıkan performans eğrileri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

2.1.1. Oransal İfade

Oransal terim hatayı bir katsayı ile çarparak değerini küçültmeyi amaçlamaktadır. Tek başına kullanıldığında hatayı sabit bir değerde tutma eğilimi göstermekte olup sıfırlamak için yetersiz kalabilmektedir.

$$e(Hata) = Girdi - Çıktı$$

$$P = K_p * e$$

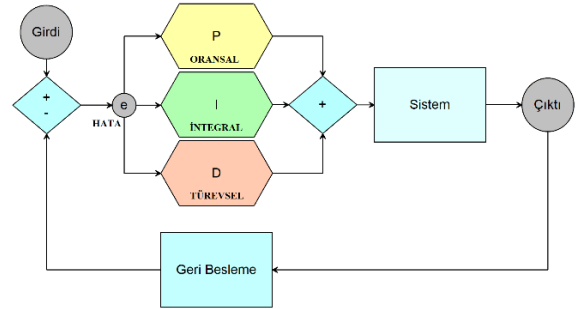
Bildiride 2. ve 3. kısımlarda PID ve LQR konuları hakkında bilgilendirme çalışması yapılmaktadır. 4. kısımda DC motorun kontrol sistemlerindeki modellenmesi ve dijital olarak uygulanması anlatılmaktadır. 5. kısımda kullanılan kontrol yöntemleri ile kararlılık durumu konusunda karşılaştırma uygulaması, 6. kısımda bu karşılaştırmanın grafikleri üzerinden alınan sonuçlar verilmektedir.

2. Materyal ve Metot

2.1. PID Kontrol

Bu kontrol yöntemi adını Proportional (Oransal), Integral (Toplamsal) ve Derivative (Türevsel) kavramlarının baş harflerinden almaktadır. Kontrol mekanizmasında sistemin çıkış verilerinin alındığı bir geri besleme mevcuttur. Geri besleme donanımsal olarak sensör veya enkoder gibi bir takipçi sistem olabilmektedir.

Sistemin çıkışındaki bilgi sinyali PID yapısının girişine belirli aralıklarla uygulanarak genel yapının kapalı döngüde istenilen davranışı sergilemesi sağlanmaktadır.



Şekil 1. PID Kontrol Diyagramı

Kontrol döngüsünde girdi olarak adlandırılan değer sistemin istenilen davranışındır. Çıktı değerinin istenilen davranışa olan uzaklığı ise hatayı vermektedir. Hata ifadesinin sıfıra yaklaştırılması ile sistem kararlı hale gelebilmektedir.

2.1.2 Toplamsal İfade

Toplamsal terim ile hatanın alanı hesaplanarak sistemin hata tecrübesi bulunabilmektedir. Süreç içerisinde ortaya çıkan toplam hata bir katsayı ile çarpılarak integral ifadesinin sistemin ürettiği çıkışa karşı tepki hızı ayarlanmaktadır. Bu katsayı ile sistem cevabı hızı ters orantılıdır.

$$I = K_i \int_0^i e(t) dt$$

2.1.3 Türevsel İfade

Toplamsal terim tek başına sistemin gelecekteki hatasını tahmin edememektedir. Ayar noktası (katsayı) değiştirildiğinde orantılı bir şekilde tepkisi değişmektedir. Türevsel terim ile birlikte gelecekteki hatanın tahmin edilmesi sağlanmaktadır. Anlık hata ve bir önceki hata arasındaki farkın türevi ile süreç içerisindeki hata değişimi gözlemlenebilmektedir. Türevsel terim bir katsayı ile çarpılarak sistemin tepki cevabı hızı artırılarak daha kısa sürede kararlılık sağlanabilmektedir.

$$de(t) = \Delta e = \text{yenihata} - \text{eskihata}$$

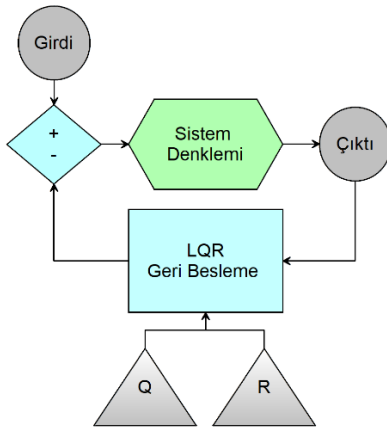
$$D = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

P, I ve D ifadeleri belirlendikten sonra sistemin girişine uygulanacak sinyal hatayı en aza indirecek şekilde sağlanmış olmaktadır.

$$PID\text{Cevabı} = P + I + D$$

2.2. LQR (Linear Quadratic Regulation) Kontrol

Doğrusal ve yüksek mertebeden sistemlerin kararlılık analizi ve bu durumun sağlanması için kullanılan yöntemlerden birisi de doğrusal karesel kontroldür. LQR optimal kontrolün kapsadığı bir alt yöntemdir. Kontrol edilecek sistemin matematiksel modellenmesi maliyet fonksiyonu ile tasarlanmaktadır. Maliyet fonksiyonu içerisinde yer alan Q ve R katsayıları ayarlanarak sistemin gerçekleştirilmesi istenen eylem belirli bir geri besleme sinyali ile sağlanmaktadır.



Şekil 2. LQR Kontrol Diyagramı

2.2.1. Q ve R Katsayıları

Sistemin maliyet fonksiyonunda yer alan bu 2 katsayı geri besleme sinyalinin bir K ifadesi ile tanımlanmasından sonra bu K ifadesinin en uygun değerini bulmak için ayarlanmaktadır. Q terimi sistemin çalışma döngü süresini, R terimi ise bu sistemin döngü içerisinde harcayacağı enerjinin seviyesini belirlemek için kullanılmaktadır.

Q ve R katsayıları sistemi birbiri ile ilişkili ve orantılı bir şekilde etkileyeceği için sistemin hedefine göre değişebilmektedir. Örneğin performans odaklı sistemlerde R terimi daha yüksek seçilirken enerji tasarrufu odaklı sistemlerde Q terimi daha yüksek seçilir.

2.2.2. Temel Maliyet Fonksiyonu

J fonksiyonu olarak da bilinen bu matematiksel modelleme ile sistem, denetleyici mekanizmanın tanımlanmış elemanı olmaktadır.

$$J = \int_0^{\infty} (X^T * Qx + U^T * Ru)dt$$

$$u = -K * x$$

7. denklemde yer alan u ifadesi sistem kararlılığını hedeflenen konuda sağlamaktadır. K ifadesi Q ve R terimlerinin sağlamış olduğu oranlar ile ortaya çıkan maliyet değerinin optimum bir ürünüdür.

Oluşturulan maliyet fonksiyonu Hamiltonian ve Riccati eşitlikleri ile çözümlenerek sistem dengesizliğini minimize edecek olan K ifadesi bulunur.

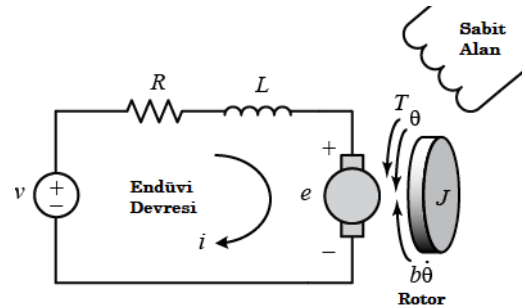
$$H(\text{Hamiltonian}) = X^T Q_x X + u^T Q U^u + \Delta^T (Ax + Bu)$$

$$-P \cdot (\text{Riccati}) = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q$$

2.3. DC Motorun Modellenmesi

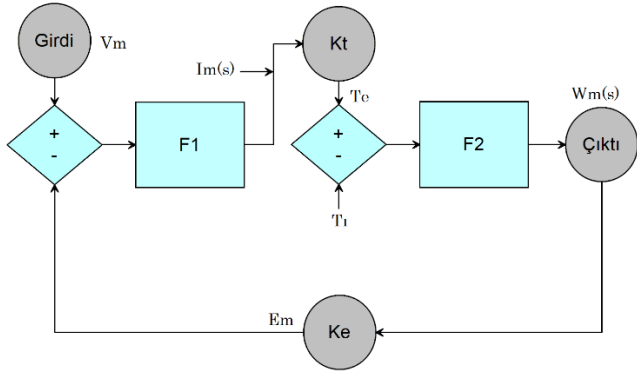
Bir kontrol mekanizmasının denetlemesi gereken sistemi tanıması için matematiksel modelleme ile oluşturulmuş ikincil sistem tasarlanmaktadır. Oluşturulan bu yeni sistem ile kontrolcünün değiştirme yetkisi olan ifadeler bulunmaktadır.

Yapılan çalışmada hız kontrolü uygulaması için seçilen DC motorun fiziksel özellikleri temsili elektrik devresi ile belirlenerek kontrol blok şemasına dönüştürüldüğünde denetleyici mekanizma için uyumlu hale gelmektedir.



Şekil 3. DC Motorun Elektrik Devresi Modellemesi

(J): Döner mekanizmanın (rotor) atalet momenti, (b): Motorun viskoz sürtünme sabiti, (Ke): Elektriksel kuvvet sabiti, (Kt): Motor torku sabiti, (R): Elektriksel direnç, (L): Elektriksel endüktans, (Girdi): Motorun besleme gerilimi, (Çıktı): Motorun hızı, (Im): Motor Akımı



Şekil 4. DC Motorun Kontrol Blok Diyagramı

$$F_1 = \frac{1}{Lm(s)+R_m}, F_2 = \frac{1}{Js+B}$$

Modellemenin gerçekleşmesi için matematiksel izahın sağlanması gerekmektedir. Öncelikle motorun sahip olduğu tork, elektriksel kuvvet terimi ve eşitlik ilkesi bulunmalıdır.

$$T = K_t * i(\text{akım})$$

$$e = K_e * \theta(\text{açısalhızsabiti})$$

$$K_t = K_e = K$$

Birincil eşitlikler sağlandıktan sonra sistemin modellenmesi için gerekli olan rotasyon terimi ve akım değerleri bulunur.

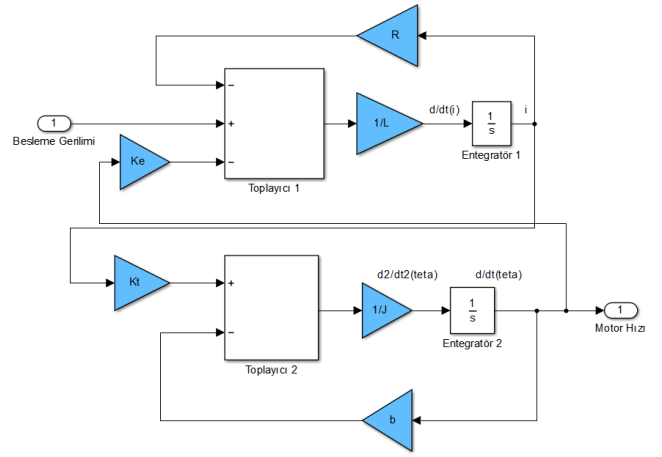
$$\int \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int \frac{di}{dt} dt = i$$

Son olarak J ve L ifadelerinin de bulunması ile birlikte modelleme işlemi için gerekli olan sabitler ve bağlantı algoritması oluşturulabilmektedir.

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = T - b \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{1}{J} \left(K_t i - b \frac{d\theta}{dt} \right)$$

$$L \frac{di}{dt} = -Ri + V - e = \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left(-Ri + V - K_e \frac{d\theta}{dt} \right)$$

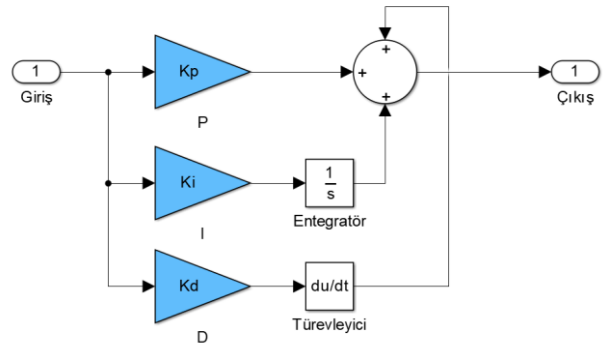


Şekil 5. DC Motorun MATLAB Simulink Modellemesi

3. Araştırma Sonuçları ve Tartışma

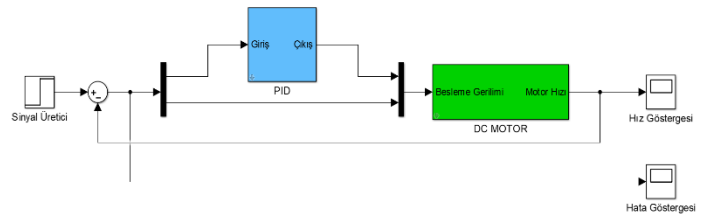
3.1. Karşılaştırma Uygulaması

DC Motor modellemesi gerçekleştirildikten sonra PID, LQR ve bu denetleyicilerin kontrolü altında olan bir sistem tasarlanmıştır. Öncelikle PID algoritmasının bloklar ile gerçekleşmesi sağlanmıştır.



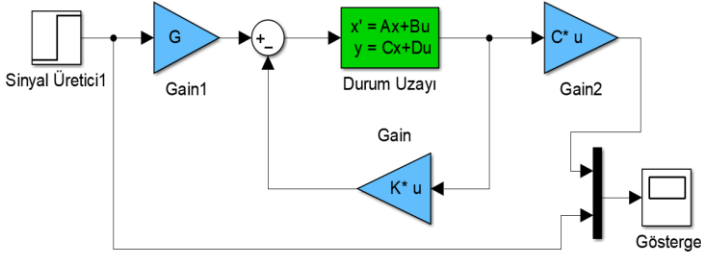
Şekil 6. MATLAB Simulink - PID Modellemesi

PID tasarımından sonra DC Motor kontrol algoritması da bloklar ile tasarlanarak kullanıma uygun hale getirilmiştir.



Şekil 7. MATLAB Simulink - Kontrol Mekanizması Modellemesi

PID ile üretilen veriler çıktı olarak alındıktan sonra LQR denetleyici tasarımı bloklar ile gerçekleştirilmiştir.



Şekil 8. Şekil 8: MATLAB Simulink - LQR Kontrol Modellemesi

Şekil 8’de yer alan G ifadesi sisteme eklenecek olan kazancı, K ifadesi Q ve R terimleri ile elde edilen geri beslemeyi ve C ifadesi DC motorun akım değerini ifade etmektedir. Tüm sistemler tamamlandıktan sonra PID ve LQR yapıları 1. uygulamada ayrı, 2. uygulamada birlikte test edilmiştir.

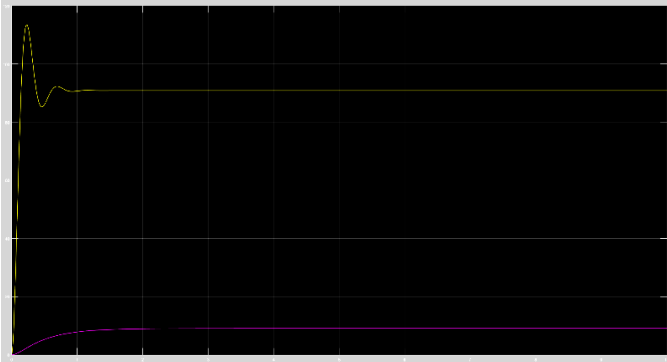
Her iki kontrol mekanizmasında da DC Motorun sabitleri şu şekildedir:

$$r: 1, K_e: 0.01, K_t: 0.01, L: 0.5, J: 0.01, b: 0.1$$

Akım Değeri: 1A, Gerilim Değeri: 100V

Kp: 500, Ki: 50 ve Kd:10 (Sarı:PID, Mor:Hata)

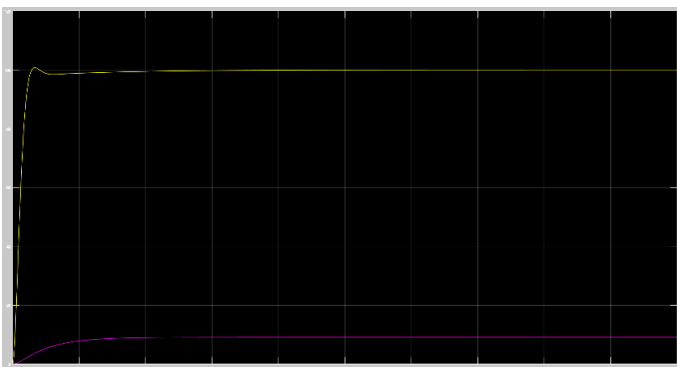
İlk andaki yüksek kararsızlık dalgalanmasından sonra seçilen sabitler çerçevesinde motor istenilen hıza ulaşmamaktadır.



Grafik 1. Dengesiz PID Katsayıları ile Hız

Kp: 100, Ki: 75 ve Kd: 5 (Sarı:PID, Mor:Eski hata)

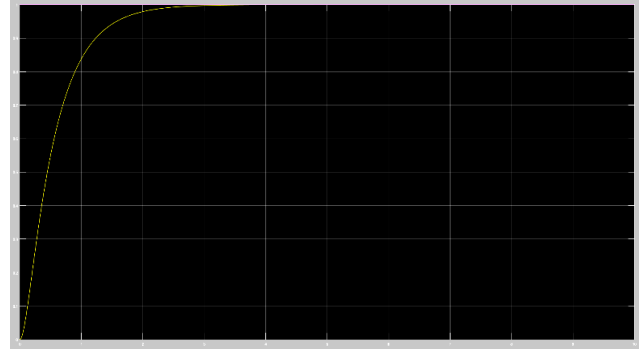
DC Motor başlangıç anında kısa süreliğine istenilen hızın üstüne çıktıktan sonra ilk 4 saniyede kararlı hale gelerek dengeli çalışmasını devam ettirmiştir.



Grafik 2. Orantılanmış PID Katsayıları ile Hız

Q: [1 0; 10 0], R: 1 (Sarı:LQR, Mor: Set Point)

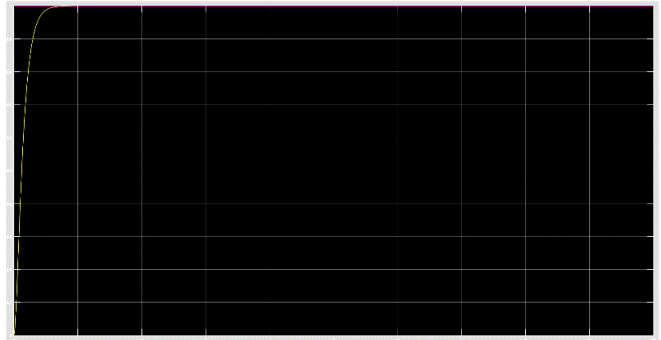
Mutlak giriş sinyali 1 değerindeyken sistemin kararlı hale gelmesi yaklaşık 3 saniye sürmektedir.



Grafik 3. Dengesiz LQR Katsayıları ile Hız

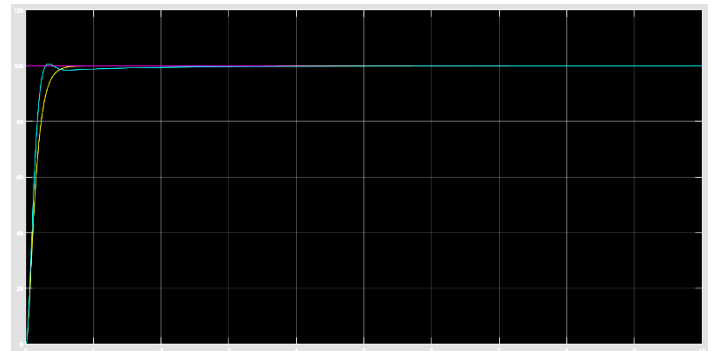
Q: 5*[1 0; 10 0], R: 0.01 (Sarı:LQR, Mor: Set Point)

Süre bazlı tasarruf çalışması ile birlikte elde edilen katsayılar uygulandığında sistemin kararlı hale gelmesi yaklaşık 0.7 saniye sürmektedir.



Grafik 4. Grafık 4: Orantılanmış LQR Katsayıları ile Hız

Hız kontrolünde kullanılan denetleyici sistemlerin en iyi performansı gösterdiği katsayılar bulunduktan sonra bileşik kontrol mekanizması incelenmeye hazır hale gelmiştir. Grafikte yer alan mor renkteki eğri mutlak giriş sinyalini (Set Point) ifade etmektedir. Açık mavi renkteki PID çıktısı ile sarı renkteki LQR çıktısına bakıldığında aynı koşullar altında LQR denetleyicisi ile oluşturulmuş sistemin daha kısa sürede kararlı hale geldiği gözlemlenmiştir.



Grafik 5. PID ve LQR Denetleyicilerin Hıza Etkileri

4. Sonuç

Sonuç olarak ideal bir DC motor kontrol uygulamasında, aynı koşullarda zamandan tasarruf konusunda LQR kontrol yöntemi daha yüksek performans göstermektedir. Ancak değişken koşulların yer aldığı gerçek uygulamalarda özellikle enerji ve zamanın tasarrufunun sağlanması ile en yüksek performansın alınması gerektiği yerlerde sonuçlar farklı olabilmektedir. Bu çalışma ideal bir referans ortam oluşturmak suretiyle koşulların sabitlenmesi ile birlikte seçilen katsayıların istenilen performansa ulaştıracağını göstermektedir.

5. Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen Prof. Dr. Cemil Sungur hocamıza ve Elfatek Elektronik ltd. şirketi bünyesinde yer alan araştırma ve geliştirme bölümü direktörü Dr. Süleyman Canan hocamıza teşekkürlerimizi sunarız.

Kaynakça

1. Hekimoğlu, B., Ekinci, S., Demiray, V., Doguruci, R., & Yıldırım, A. (2018). Speed control of DC motor using PID controller tuned by salp swarm algorithm. In Proc. IENSC (pp. 1878-1889).
2. Ataner, E., Özdeş, B., Durdu, A., & Terzioğlu, H. STM32 Based Underwater Control Card Design. Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, 351-356.
3. Prasad, L. B., Tyagi, B., & Gupta, H. O. (2014). Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input. International Journal of Automation and Computing, 11(6), 661-670.
4. Kizir, S. E. L. Ç. U. K. (2019). Real Time Full State Feedback Control of a Seesaw System Based on LQR.
5. ÇATALBAŞ, M. C., BAYRAK, Z. U., & GÜLTEN, A. (2015). Hava taşıtlarının uçuş kontrolü için doğrusal kuadratik regülatör yöntemi ile optimal kontrolör tasarımı. Fırat Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 27(2), 1-9.
6. Ozkaya, U., & Seyfi, L. (2016). A novel fuzzy logic model for intelligent traffic systems. Electronics World, 122(1960), 36-39.
7. Ata, B., & Coban, R. (2017). Linear quadratic optimal control of an inverted pendulum on a cart using artificial bee colony algorithm: an experimental study. Cukurova University Journal of the Faculty of Engineering and Architecture, 32(2), 109-123.
8. Hummadi, R. M. A. M. (2012). Simulation of optimal speed control for a DC motor using linear quadratic regulator (LQR). Journal of Engineering, 18(3).