

## Yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elastik ortam içerisindeki nano çubuğun aksel titreşiminin incelenmesi

### *Investigation of axial vibration of nanorod in elastic media using nonlocal elasticity theory*

Güler GAYGUSUZOĞLU\*<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Tekirdağ Namık Kemal Üniversitesi, Çorlu Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 59860, Çorlu

• Geliş tarihi / Received: 22.10.2021

• Düzeltilerek geliş tarihi / Received in revised form: 28.01.2022

• Kabul tarihi / Accepted: 08.02.2022

#### Öz

Bu çalışmada, yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elastik ortamda bir nano çubuğun aksel titreşimi ele alınmıştır. Probleme ait hareket denklemleri denge şartları vasıtasıyla elde edilmiş ve analitik olarak çözülmüştür. İki ucu ankastre ve bir ucu ankastre bir ucu serbest nano çubuğun serbest titreşim frekanslarını veren ifadeler yerel olmayan parametre ve elastik ortam parametrelerine bağlı olarak bulunmuştur. Ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları için, titreşim frekansları ile elastik ortam parametresi ve yerel olmayan parametrenin ilişkileri incelenerek sonuçlar grafikler üzerinde gösterilmiştir. Sayısal sonuçlar için karbon nano çubuğa ait fiziksel ve malzeme özellikleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlarla serbest titreşim frekanslarının boyuta önemli ölçüde bağlı olduğu ve boyut etkisinin yüksek modlarda daha etkili olduğu görülmüştür. Yerel teori ile elde edilen frekans değerleri, yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elde edilenlerden çok farklıdır.

**Anahtar kelimeler:** Aksel titreşim, Nano çubuk, Yerel olmayan elastisite teorisi

#### Abstract

*In this study, axial vibration of a nano rod in an elastic media is discussed using the non-local elasticity theory. Equations of motion of the problem are obtained by means of equilibrium conditions and solved analytically. The expressions giving the free vibration frequencies of the fixed-fixed nanorod and fixed-free nanorod were found depending on the non-local parameter and the elastic medium parameters. For fixed-fixed and fixed-free boundary conditions, the relationships between vibration frequencies and elastic medium parameter and nonlocal parameter are examined and the results are shown on graphs. Physical and material properties of the carbon nanotube were used for numerical results. With the results, it was seen that free vibration frequencies are remarkably be subject to size and the size effect is more effective in high modes. The frequency values which obtained using the classical elasticity theory are very distinct than obtained using the non-local elasticity theory.*

**Keywords:** Axial vibration, Nanorod, Nonlocal elasticity theory

\*a Güler GAYGUSUZOĞLU; ggaygusuzoglu@nku.edu.tr, Tel:+90(282)2502315, orchid.org/0000-0002-2350-48

## 1. Giriş

### 1. Introduction

1991 (Iijima, 1991) yılında deneysel olarak ilk defa karbon nanotüp yapıların elde edilmesi nano teknoloji sürecini başlatmış ve bu alandaki deneysel ve kuramsal çalışmaları hızlandırmıştır. Karbon nano tüpler sahip olduğu yapısal ve mekanik özellikler açısından nano ölçekteki malzemelere en güzel örneklerden biridir ve belki de ilk nano teknolojiye has uygulamalar bu yapı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Karbon nano tüplerin (KNT) mekanik ve fiziksel özellikleri iki grup altında kategorize edilmektedir. Bunların birincisi atomik moleküler dinamik modellemedir. İkinci grup ise yerel olmayan elastisite teorisi (Eringen, 1972), mikropolar teori (Eringen, 1967), modifiye edilmiş gerilme çifti teorisi (Yang vd., 2002), şekil değiştirme teorisi (Aifantis, 1999) gibi birkaç boyuta bağlı sürekli ortamlar teorilerine dayanmaktadır. Eringen tarafından önerilen yerel olmayan elastisite teorisinde, ölçek etkisini hesaba katmak için, bir noktadaki gerilmenin sürekli ortamdaki tüm noktadaki deformasyonların bir fonksiyonu olduğu varsayılmaktadır. Literatürde, nano yapıların statik, burkulma, titreşim ve dalga yayılımı analizlerinde Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisini kullanan çok sayıda çalışma bulunmaktadır.

2003'te yapılan bir çalışmada Euler-Bernoulli kirişi üzerinde statik analiz yapılmış ve bunun için ilk kez yerel olmayan elastite teorisi kullanılmıştır (Peddison vd, 2003). 2007 yılında yapılan bir çalışmada yerel olmayan elastite teorisi vasıtasıyla, Timoshenko, Levinson, Euler-Bernoulli ve Reddy kiriş teorileri yeniden ele alınarak kirişlerin eğilme, burkulma ve titreşimleri incelemiştir (Reddy, 2007). Yine aynı yıl, çift duvarlı karbon nanotüplerde titreşim ve burkulma analizi Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak incelenmiş ve düzlem içi yüklerin doğal frekanslara etkisi belirlenmiştir (Ece & Aydoğdu, 2007). Tek duvarlı karbon nano tüplerde doğrusal olmayan serbest titreşim analizi de bir grup araştırmacı tarafından yapılmıştır (Yang vd, 2010). Literatürde nano çubukların ve kirişlerin titreşimi üzerine yapılmış ve yerel olmayan elastisite teorisinin kullanıldığı birçok çalışma mevcuttur (Arash & Ansari, 2010; Ansari & Samani, 2011; Arash & Wang, 2012; Aydoğdu, 2009a; Aydoğdu 2009b; Thai, 2012). Bunların yanında elastik ortama gömülü nano

ölçekli çubukların mekanik özelliklerine elastik ortamın etkisini gösteren çalışmalar da mevcuttur (Aydoğdu, 2012; Yaylı vd, 2015). Ayrıca elastik zemine gömülü nano çubuğun aksenal titreşim analizi yerel olmayan şekil değiştirme gradyanı teorisi kullanılarak (Şimşek, 2016) tarafından yapılmıştır.

Şimdiki çalışmada öncelikle karbon nano çubukların elastik ortamdaki aksenal titreşimini veren hareket denklemlerine ulaşılmaya çalışılmıştır. Probleme ait hareket denklemleri yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elde edilmiş ve analitik olarak çözülmüştür. İki ucu ankastre ve bir ucu ankastre bir ucu serbest nano çubuğun serbest titreşim frekanslarını veren ifadeler yerel olmayan parametre ve elastik ortam parametrelerine bağlı olarak bulunmuştur. İki ucu ankastre ve bir ucu ankastre bir ucu serbest nano çubuğun serbest titreşim frekanslarını veren ifadeler yerel olmayan parametre ve elastik ortam parametrelerine bağlı olarak bulunmuştur. Bu çalışmada çubuk malzemesi tek duvarlı karbon nanotüp (TDKNT) olarak ele alınmıştır.

## 2. Teorik inceleme

### 2. Theoretical preliminaries

Mikro ve nano teknolojilerinin ve boyuta bağlı sürekli ortam teorilerinin gelişmesi, küçük boyutlu yapıların modellenmesinde ve analizinde kullanılmasına imkan sağlamıştır. Klasik (Yerel) elastisite teorisinin nano boyutlu elemanların analizinde kullanılamaması bilim adamlarını farklı teorilerin arayışına yönlendirmiştir. İlk olarak 1983 yılında Eringen yerel olmayan elastite teorisini bilim dünyasına sunmuştur. Yerel olmayan elastite teorisi kısaca şu şekilde açıklanabilir; klasik (yerel) elastite teorisinde bir  $x$  noktasındaki gerilme, o  $x$  noktasındaki şekil değiştirmenin bir fonksiyonu olarak alınmakta iken, yerel olmayan elastisite teorisinde bir noktadaki gerilme ortama ait tüm  $x$  noktalarındaki şekil değiştirmelerin bir fonksiyonu olarak alınmaktadır. Bu çalışmada elastik ortam içerisindeki nano çubuğun titreşim denklemi yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elde edilmiştir.

### 3. Elastik ortamda nano çubuğun aksenal titreşim denkleminin elde edilmesi

#### 3. Obtaining of axial vibration equation of nano rod in elastic medium

Cemal Erigen nano çubuğun yerel olmayan bir boyutlu bünye denklemini aşağıdaki şekilde vermiştir:

$$[1 - (e_0 a)^2 \nabla^2] \sigma_{xx} = E \cdot \varepsilon_{xx} \quad (1)$$

Burada  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  bir boyutlu diferansiyel operatörüdür.

$\sigma_{xx}$ ,  $x$  doğrultusundaki normal gerilme bileşeni,  $\varepsilon_{xx}$  aksenal şekil değiştirme bileşeni,  $e_0 a$  yerel olmayan parametre,  $E$  elastisite modülüdür.

$e_0 a = 0$  ise (1) denklemi klasik elastisite teorisindeki bünye denklemine (gerilme-şekil değiştirme bağıntısına) indirgenir. ( $\sigma_{xx} = E \cdot \varepsilon_{xx}$ )

$L$  uzunluğunda homojen, izotropik bir çubuk için, (1) denklemi aşağıdaki formda yazılabilir;

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \cdot \varepsilon_{xx} \quad (2)$$

Hamilton prensibi kullanılarak elastik ortam içindeki nano çubuğun bir boyutlu aksenal titreşimini veren hareket denklemi aşağıdaki gibi verilebilir;

$$\frac{\partial N}{\partial x} + f(x, t) - k_u \cdot u(x, t) = \rho A \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

Burada  $f(x, t)$ ,  $x$  eksen boyunca etki eden aksenal yük,  $k_u$  elastik ortamın katsayısı,  $\rho$  çubuğun kütle yoğunluğu,  $A$  çubuğun kesit alanı,  $u(x, t)$  aksenal yer değiştirme fonksiyonu,  $t$  zaman,  $N$  ise aşağıdaki gibi ifade edilen aksenal normal kuvvettir;

$$N = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (4)$$

$\varepsilon_{xx}$  aksenal genleme bileşeni, aksenal yer değiştirme cinsinden

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

olarak yazılır.

(2), (4) ve (5) denklemleri bir arada kullanılırsa,

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

elde edilir. Aksenal normal kuvvet (3) denklemi (6) denkleminde yerine yazılarak aşağıdaki gibi elde edilir;

$$N = EA \frac{\partial u}{\partial x} + (ea)^2 \cdot \left[ \rho A \frac{\partial^3 u}{\partial t^2 \partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} + k_u \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (7)$$

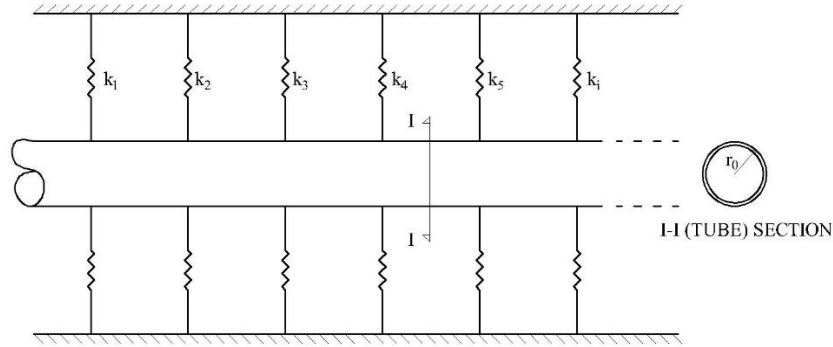
(3) ve (7) denklemleri bir arada kullanıldığında elastik ortam içerisindeki nano çubuğun yerel olmayan lineer titreşim denklemi

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} \cdot \left[ (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right] + k_u \left[ (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \right] - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + f = 0 \quad (8)$$

elde edilir. (8) denklemi 4. mertebe kısmi türevli bir denklemdir. Çözümü için dört adet sınır koşuluna ihtiyaç vardır. Lineer titreşimin hareket denkleminin çözümü için titreşimin harmonik titreşim olduğu kabul edilir ve dış yük sıfır alınırsa ( $f = 0$ ), değişkenlerine ayırma yöntemi kullanılarak  $u(x,t)$  çözümü aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$u(x,t) = \sum_n^{\infty} T_n(t) \cdot X_n(x) \quad (9)$$

Burada  $T_n(t)$  zamana bağlı bilinmeyen bir fonksiyondur.  $X_n(x)$  ise L uzunluğunda çubuğun, frekans parametreleri ile mod şekillerine bağlı aşağıdaki gibi tanımlanan bir fonksiyondur. Bu çalışmada iki ayrı sınır koşulu için inceleme yapılarak ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları için frekans değerleri elde edilmiştir. Şekil 1'de ele alınan nano çubuğun elastik ortam içerisindeki şematik görünümü yer almaktadır.



**Şekil 1.** Elastik ortam içerisindeki nano çubuğun şematik görünümü.  
**Figure 1.** Schematic view of the nanorod in the elastic medium.

**Ankastre-Ankastre sınır koşulu :**

$$u(0,t) = 0 \quad , \quad u(L,t) = 0$$

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad n = 1,2,3, \dots \quad (10)$$

$T_n(t)$  fonksiyonunda  $T_n(t) = A_n \cdot \sin \omega_n t$  olarak tanımlanabilir. Burada  $\omega$  nano çubuğun doğal frekansıdır.

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \sin \omega_n t \quad (11)$$

olarak yazılabilir. Bu çözüm (8) denkleminde yerine yazıldığında

$$\left[-EA \cdot \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \rho A \cdot (e_0 a)^2 \cdot \omega_n^2 \cdot \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \rho A \cdot \omega_n^2 - k_u \cdot (e_0 a)^2 \cdot \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 - k_u\right] \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot A_n \sin \omega_n t = 0 \quad (12)$$

elde edilir. (12) denkleminin sıfırdan farklı bir çözüme sahip olabilmesi için köşeli parantezin içinin sıfır olması gerekir. Buradan da ankastre-ankastre bağlı çubuğun titreşim frekansı aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EA \cdot \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2}{\rho A \cdot [1 + (e_0 a)^2 \cdot \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2]} + \frac{k_u}{\rho A}} \quad (13)$$

Burada  $n = 1$  için  $\omega_1$  frekansı nano çubuğun titreşiminin temel frekansını vermektedir.

**Ankastre-Serbest sınır koşulu:**

$$u(0, t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial^3 u(L, t)}{\partial x^3} = 0$$

$X_n(x) = \sin \frac{(2n-1)\pi}{2}$  olur.  $T_n(t)$  fonksiyonu yukarıdaki gibi alınarak benzer işlemler yapıldığında ankastre-serbest sınır koşulları için nano çubuğun doğal frekansını veren bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EA \cdot \left(\frac{(2n-1)\pi}{2L}\right)^2}{\rho A \cdot [1 + (e_0 a)^2 \cdot \left(\frac{(2n-1)\pi}{2L}\right)^2]} + \frac{k_u}{\rho A}} \quad (14)$$

Sayısal sonuçlar için yerel olmayan parametrenin ve elastik ortam parametrelerinin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkilerini incelemek gereklidir. Daha genel sonuçlar elde etmek için aşağıdaki boyutsuzlaştırmaları yapmak uygun olacaktır;

Boyutsuz yerel olmayan parametre  $\mu = \frac{l_0 a}{L}$ , boyutsuz elastik ortam parametresi  $K_u = \frac{k_u \cdot L^2}{EA}$  ve boyutsuz frekans parametresi  $\Omega_n = \omega \cdot L \cdot \sum \frac{\rho A}{EA}$  olarak tanımlandığında ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları için frekanslar aşağıdaki gibi elde edilir:

Ankastre-Ankastre:

$$\Omega_n = \sqrt{\frac{n^2 \cdot \pi^2}{1 + n^2 \cdot \pi^2 \cdot \mu^2} + K_u} \quad (15)$$

Ankastre-Serbest:

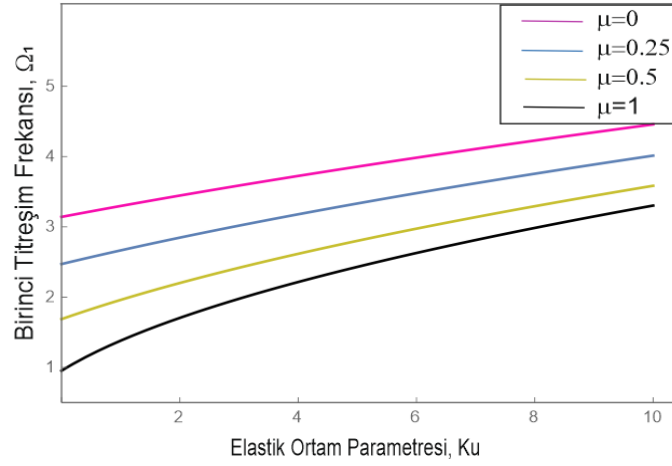
$$\Omega_n = \sqrt{\frac{\left(\frac{(2n-1)}{2}\right)^2 \cdot \pi^2}{1 + \left(\frac{(2n-1)}{2}\right)^2 \cdot \pi^2 \cdot \mu^2} + K_u} \quad (16)$$

**4. Sayısal inceleme****4. Numerical analysis**

Bu bölümde ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları için, titreşim frekansları ile elastik ortam parametresi ve yerel olmayan parametrenin etkileşimi incelenmiştir. Sayısal sonuçlar için karbon nano çubuğa ait fiziksel ve malzeme özellikleri kullanılmıştır. Bunun için bazı malzeme özellikleri şu şekilde alınmıştır;  $E = 10^{12} \text{N/m}^2$ ;  $A = \pi r_0^2 = 3.14 \times (0.5 \times 10^{-9})^2 = 7.85 \times 10^{-19} \text{m}^2$ ;  $L = 5 \times 10^{-9} \text{m}$ ;  $r_0 = 0.5 \times 10^{-9} \text{m}$ ;  $\rho_0 = 2300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Bu değerler kullanılarak boyutsuz yerel olmayan parametre (0 ile 1.0 aralığında) ve boyutsuz elastik ortam parametresi (0 ile 10 aralığında) bulunmuş ve grafikler de bu değerlere göre elde edilmiştir.

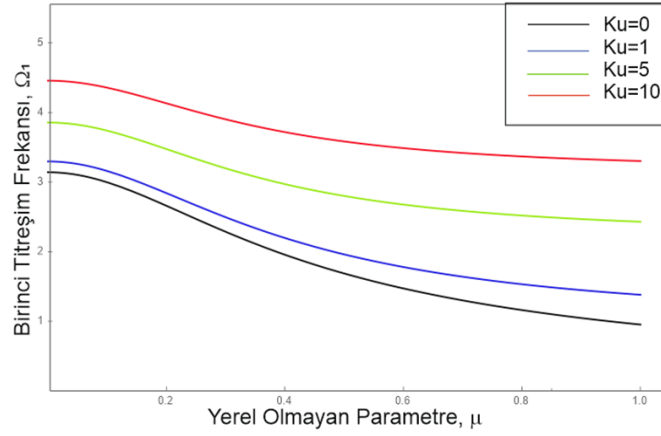
**Ankastre-Ankastre Sınır Koşulu:**

Şekil 2 ve Şekil 3' de birinci titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ve elastik ortam parametresinin farklı değerleri ile değişimi görülmektedir. Bu grafiklere göre artan elastik ortam parametresi ile birinci titreşim frekansının da artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görülmektedir.



**Şekil 2.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, birinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

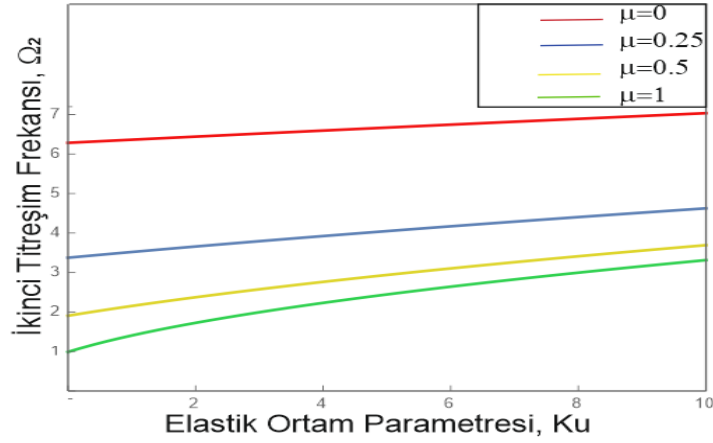
**Figure 2.** Variation of the first vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.



**Şekil 3.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, birinci titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

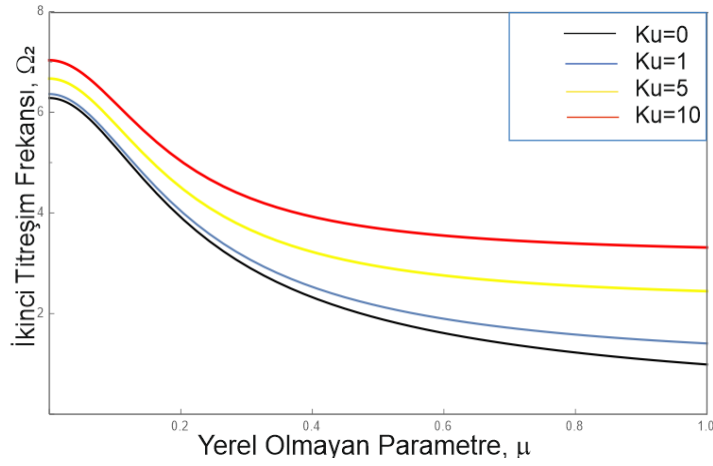
**Figure 3.** Variation of first vibration frequency with nonlocal coefficient for different values of elastic medium parameter.

Şekil 4 ve Şekil 5’de ikinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ve yerel olmayan katsayının farklı değerleri ile değişimi görölmektedir. Bu grafiklere göre artan elastik ortam parametresi ile ikinci titreşim frekansının artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görölmüştür.



**Şekil 4.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, ikinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

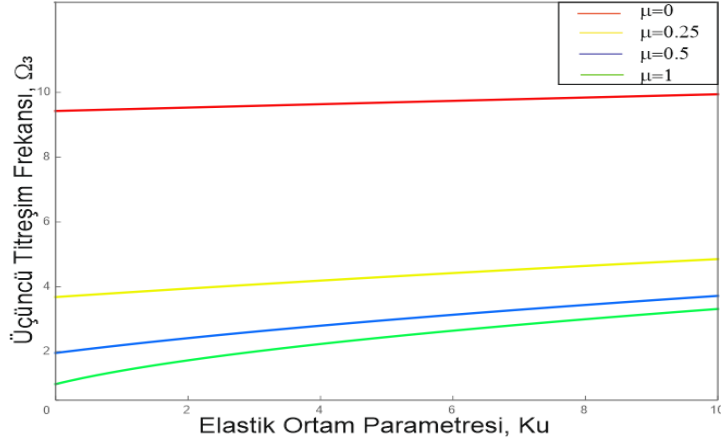
**Figure 4.** Variation of the second vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.



**Şekil 5.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, ikinci titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

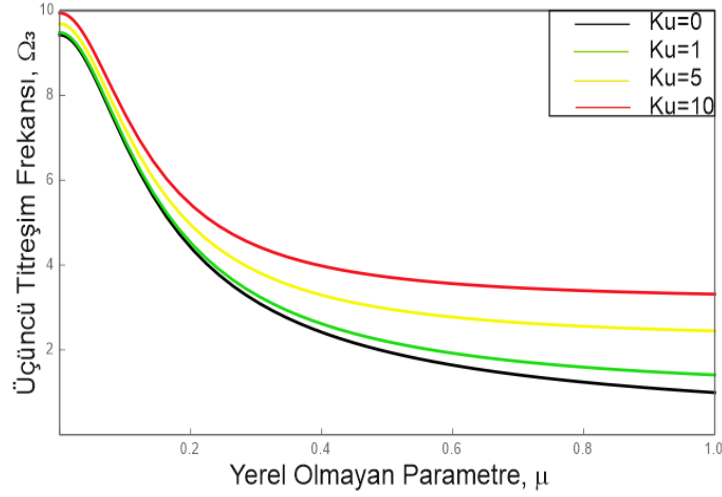
**Figure 5.** Variation of second vibration frequency with nonlocal coefficient for different values of elastic medium parameter.

Benzer şekilde üçüncü titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ve elastik ortam katsayısı ile değişimine bakıldığında artan elastik ortam katsayısı değerleri ile üçüncü titreşim frekansının artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görülmüştür. Üçüncü titreşim frekanslarının yerel olmayan katsayının küçük değerlerinde hemen hemen aynı değeri aldıkları ve 0.3 değerine kadar hızla azalarak gittiği, daha sonrasında ise sabit şekilde devam ettikleri görülmektedir.



**Şekil 6.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, üçüncü titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

**Figure 6.** Variation of the third vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.

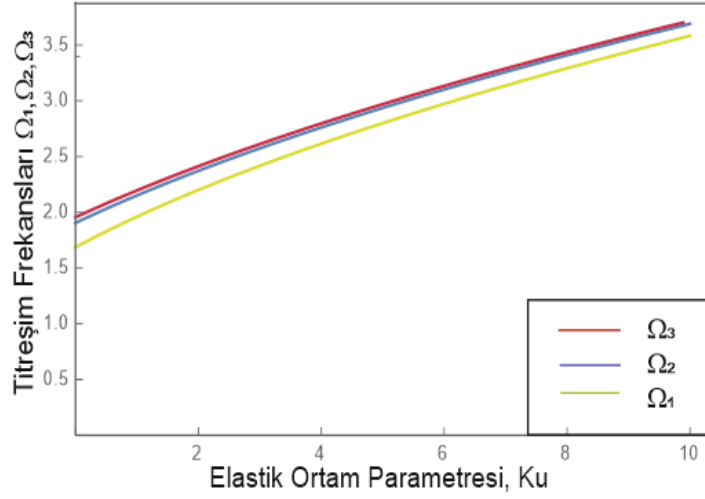


**Şekil 7.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, üçüncü titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

**Figure 7.** Variation of the third vibration frequency with the nonlocal coefficient for different values of the elastic medium parameter.

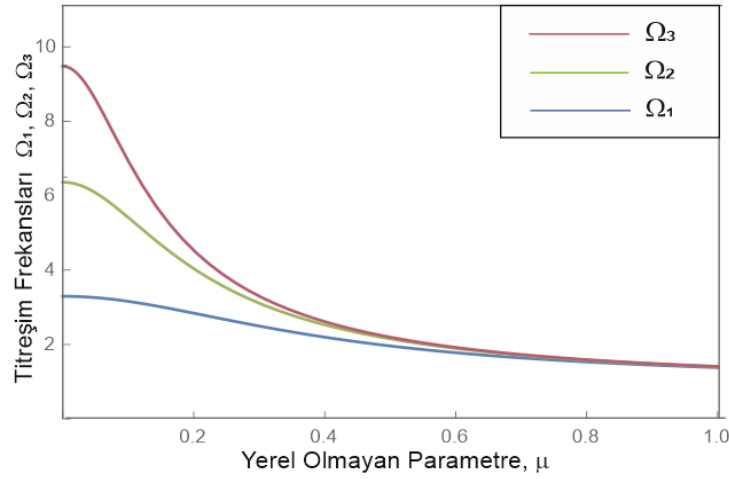
Şekil 8'de yerel olmayan katsayının 0.5 değeri için birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının elastik ortam parametresi ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan elastik ortam parametresi değerleri ile titreşim frekanslarının artmakta olduğu görülmüştür.





**Şekil 8.** Birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının elastik ortam parametresi ile değişimi.

**Figure 8.** Variation of first, second and third vibration frequencies with elastic medium parameter.



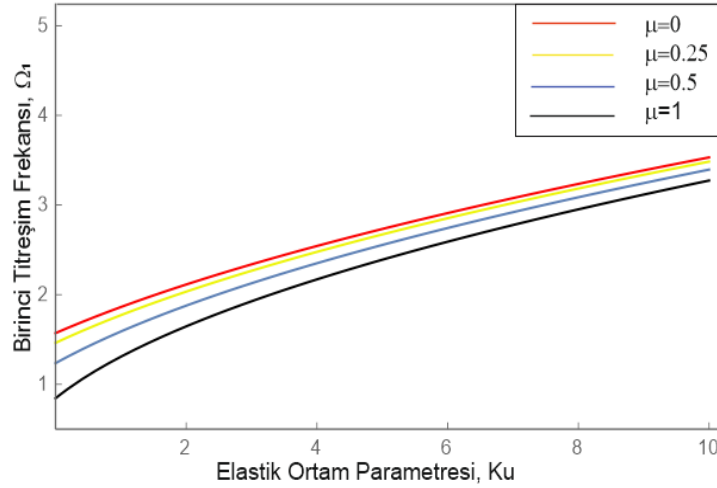
**Şekil 9.** Birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

**Figure 9.** Variation of first, second and third vibration frequencies with nonlocal coefficient.

Şekil 9’de elastik ortam parametrenin 1 değeri için birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarını yerel olmayan parametre ile değişimin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan yerel olmayan parametre değerleri ile titreşim frekanslarının azalmakta olduğu görülmüştür.

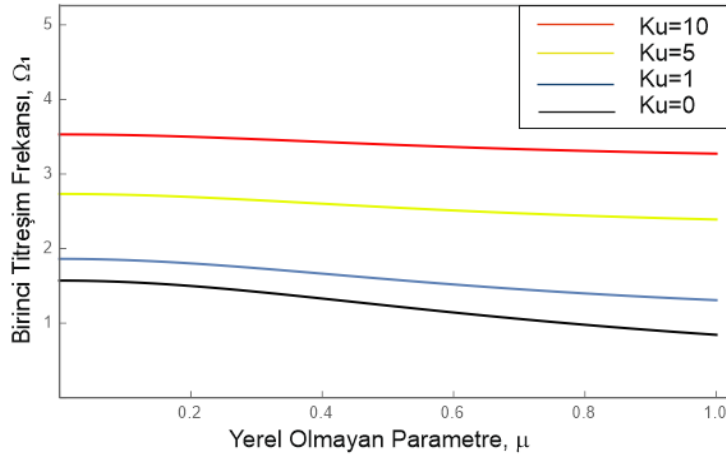
#### **Ankastre-Serbest Sınır Koşulu:**

Şekil 10 ve Şekil 11’de birinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ve yerel olmayan katsayının farklı değerleri ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan elastik ortam parametresi değerleri ile birinci titreşim frekansının artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görülmüştür. Ankastre-ankastre sınır koşullarına göre frekans değerlerinin birbirlerine çok yakın olduğu gözlenmiştir.



**Şekil 10.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, birinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

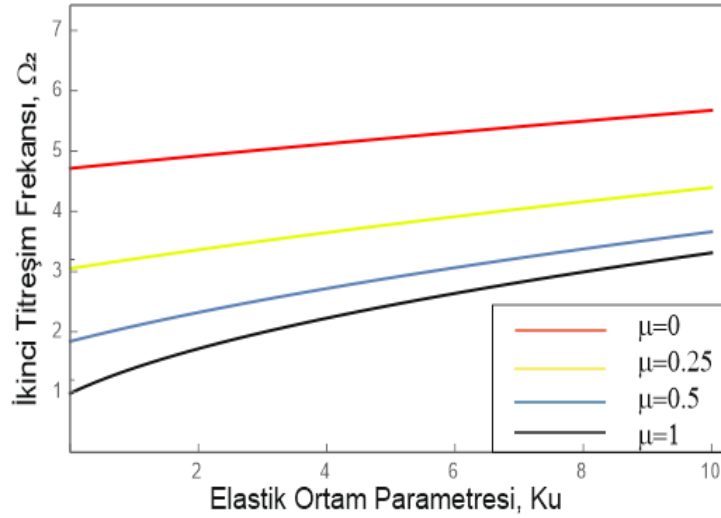
**Figure 10.** Variation of the first vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.



**Şekil 11.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, birinci titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

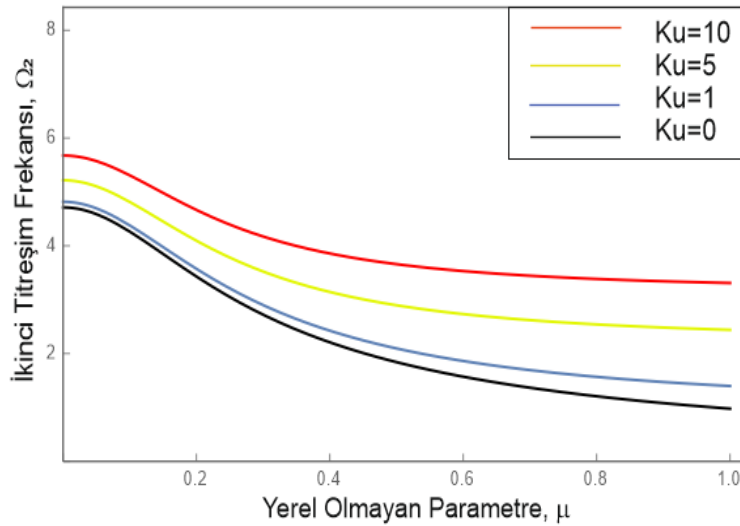
**Figure 11.** Variation of first vibration frequency with nonlocal coefficient for different values of elastic medium parameter.

Şekil 12 ve Şekil 13’de ikinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ve yerel olmayan katsayının farklı değerleri ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan elastik ortam parametresi değerleri ile ikinci titreşim frekansının artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görülmüştür.



**Şekil 12.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, ikinci titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

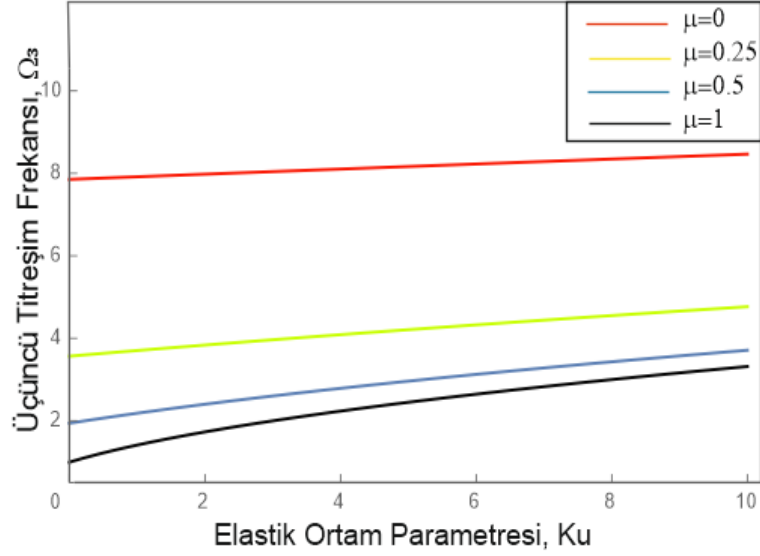
**Figure 12.** Variation of the second vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.



**Şekil 13.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, ikinci titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

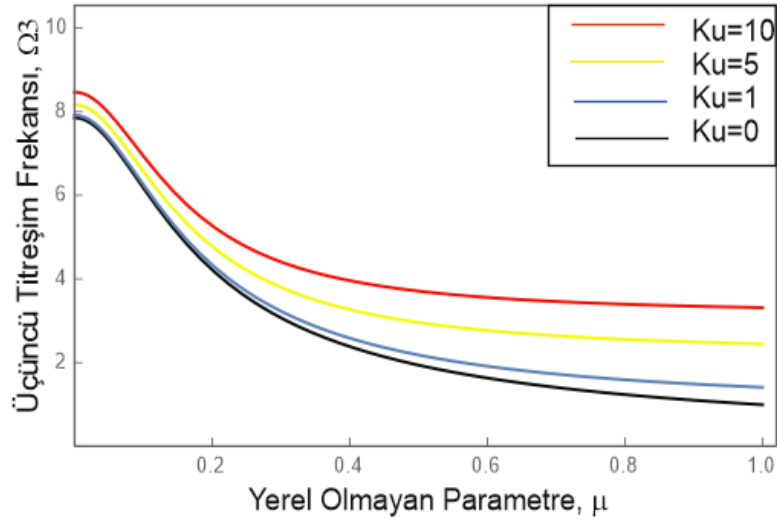
**Figure 13.** Variation of the second vibration frequency with the nonlocal coefficient for different values of the elastic medium parameter.

Şekil 14 ve Şekil 15'de üçüncü titreşim frekansının elastik ortam parametresi ve yerel olmayan katsayının farklı değerleri ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan elastik ortam parametresi değerleri ile üçüncü titreşim frekansının artmakta olduğu, ancak artan yerel olmayan katsayı değerleri ile azalmakta olduğu görülmüştür. Ankastre-serbest sınır koşulları için üçüncü titreşim frekansının ankastre-ankastre sınır koşulları ile benzer bir eğilim gösterdiği görülmektedir.



**Şekil 14.** Yerel olmayan katsayının farklı değerleri için, üçüncü titreşim frekansının elastik ortam parametresi ile değişimi.

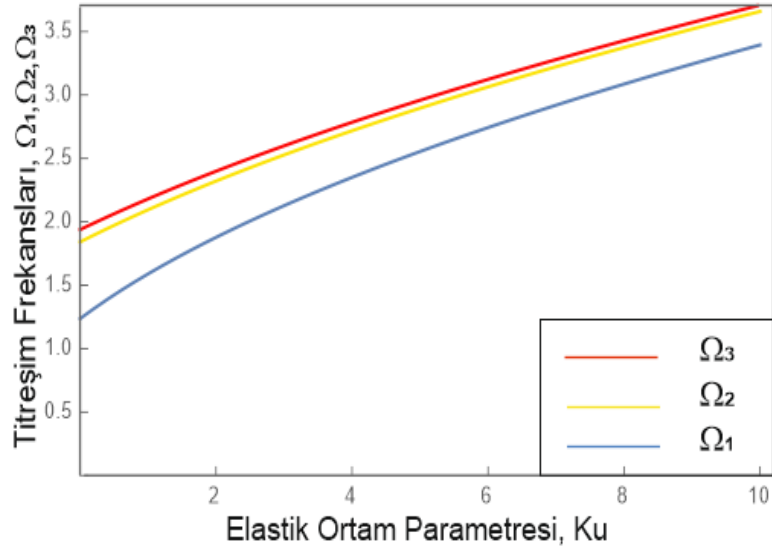
**Figure 14.** Variation of the third vibration frequency with the elastic medium parameter for different values of the nonlocal coefficient.



**Şekil 15.** Elastik ortam parametresinin farklı değerleri için, üçüncü titreşim frekansının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

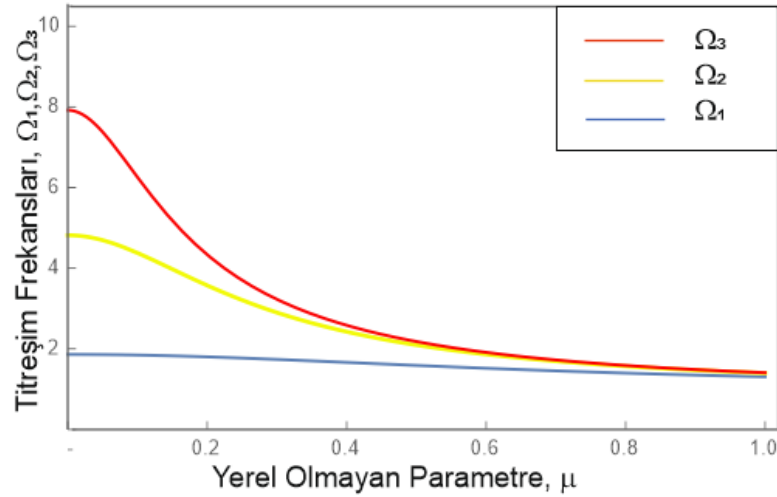
**Figure 15.** Variation of the third vibration frequency with the nonlocal coefficient for different values of the elastic medium parameter.

Şekil 16'de yerel olmayan katsayının 0.5 değeri için birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının elastik ortam parametresi ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan elastik ortam parametresi değerleri ile titreşim frekansların artmakta olduğu görülmüştür.



**Şekil 16.** Birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının elastik ortam parametresi ile değişimi.

**Figure 16.** Variation of first, second and third vibration frequencies with elastic medium parameter.



**Şekil 17.** Birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarının yerel olmayan katsayı ile değişimi.

**Figure 17.** Variation of first, second and third vibrational frequencies with nonlocal coefficient.

Şekil 17’de elastik ortam parametrenin 1 değeri için birinci, ikinci ve üçüncü titreşim frekanslarını yerel olmayan katsayı ile değişiminin grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre artan yerel olmayan parametre değerleri ile titreşim frekanslarının azalmakta olduğu görülmüştür.

## 5. Genel sonuçlar

### 5. General results

Bu çalışmada, yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elastik ortamda bir nano çubuğun aksenal titreşimi ele alınmıştır. Probleme ait hareket denklemleri denge şartları vasıtasıyla elde

edilmiş ve analitik olarak çözülmüştür. İki ucu ankastre ve bir ucu ankastre bir ucu serbest nano çubuğun serbest titreşim frekanslarını veren ifadeler yerel olmayan parametre ve elastik ortam parametrelerine bağlı olarak bulunmuştur. Ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları için, titreşim frekansları ile elastik ortam

parametresi ve yerel olmayan parametrenin ilişkileri incelenerek sonuçlar grafikler üzerinde gösterilmiştir. Sayısal sonuçlar için karbon nano çubuğa ait fiziksel ve malzeme özellikleri kullanılmıştır.

Yukarıda analiz edilen sonuçlardan elde edilen en önemli gözlemler aşağıdaki gibi özetlenebilir;

- Yerel olmayan katsayının artmasıyla titreşim frekans değerleri azalmaktadır.
- Elastik ortam parametresi, serbest titreşim frekanslarında önemli rol oynamaktadır.
- Elastik ortam parametresinin artmasıyla titreşim frekans değerleri artmaktadır.
- Ankastre-ankastre sınır koşullarında yerel olmayan parametre ve elastik ortam parametresinin değişimiyle gözlemlediğimiz serbest titreşim frekansı değerlerinin, ankastre-serbest sınır koşulundaki değerlerden daha fazla olduğu gözlenmiştir.
- Elde edilen sonuçlarla serbest titreşim frekanslarının boyut etkisine son derece bağlı olduğu ve boyut etkisinin yüksek modlarda çok daha fazla önem kazandığı görülmüştür.
- Yerel teori ile elde edilen frekans değerleri, yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak elde edilenlerden çok farklıdır.
- Bu nedenle, yerel elastisite teorisi nano yapıların matematiksel davranışını analiz etmek için uygun değildir.

#### **Yazar katkısı**

*Author contribution*

Güler Gaygusuzoğlu; Metodoloji, Araştırma, Yazma-İnceleme ve Düzenleme.

#### **Etik beyanı**

*Declaration of ethical code*

Bu çalışmada, Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederim.

#### **Çıkar çatışması beyanı**

#### *Conflicts of interest*

Bu çalışmada çıkar çatışması olmadığını beyan ederim.

#### **Kaynaklar**

#### *References*

- Aifantis, E.C. (1999). Strain gradient interpretation of size effects, *International Journal of Fracture*, 95, 1-4. [https://doi.org/10.1007/978-94-011-4659-3\\_16](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4659-3_16).
- Arash, B., & Ansari, R. (2010). Evolution of nonlocal parameter in the vibrations of single-walled carbon nanotubes with initial strain. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 42, 2058-2064. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2010.03.028>
- Ansari, R., & Sahmani, S. (2011). Bending behavior and buckling of nano beams including surface stress effects corresponding to different beam theories. *International Journal of Engineering Science*, 49, 1244-1255. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2011.01.007>
- Ansari, R., & Wang, Q. (2012). A review on the application of nonlocal elastic models in modelling of carbon nanotubes and graphenes. *Computational Materials Science*, 51, 303-313. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2011.07.040>
- Aydogdu, M. (2009a). Axial vibration of the nanorods with the nonlocal cotinuum rod model. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5), 861-864. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2009.01.007>
- Aydogdu, M. (2009b). A general nonlocal beam theory: Its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(9), 1651-1655. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2009.05.014>
- Aydogdu, M. (2012). Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity, *Mechanical Reseach and Communication*, 43, 34-40. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2012.02.001>
- Ece, M.C., & Aydogdu, M. (2007). Nonlocal elasticity effect on vibration of in-plane loaded double-walled carbon nano-tubes. *Acta Mechanica*, 190, 185-195. <https://doi.org/10.1007/s00707-006-0417-5>
- Eringen, A.C. (1967). Theory of micropolar plates. *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik* 18, 12-30.

- Eringen, A.C. (1972). Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*, 10, 1-16. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90070-5](https://doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5)
- Eringen, A.C. (1983). Interaction of dislocation with a crack. *Journal of Applied Physics*, 54, 6811-6817. <https://doi.org/10.1063/1.332001>
- Iijima, S. (1991). Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*, 354, 56-58.
- Peddiesson, J., Buchanan, G.R., & McNitt, R.P. (2003). Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International Journal of Engineering Science*, 41(3-5), 305-312. [https://doi.org/10.1016/S0020-7225\(02\)00210-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7225(02)00210-0)
- Reddy, J.N.N. (2007). Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams, *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8), 288-307. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.04.004>
- Şimşek, M. (2016). Axial vibration analysis of a nanorod embedded in elastic medium using nonlocal strain gradient theory, *Çukurova University Journal of the Faculty of Engineering and Architecture*, 31(1), 213-221. <https://doi.org/10.21605/cukurovaummfd.317803>
- Peddiesson, J., Buchanan, G.R., & McNitt, R.P. (2003). Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International Journal of Engineering Science*, 41(3-5), 305-312. [https://doi.org/10.1016/S0020-7225\(02\)00210-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7225(02)00210-0)
- Thai, H.T. (2012) A nonlocal beam theory for bending, buckling and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, 12, 56-64. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2011.11.011>
- Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C., & Tong, P. (2002). Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *International Journal of Solids and Structures* 39, 2731-2743. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00152-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00152-X)
- Yang, J., Ke, L.L., & Kitipornchai, S. (2010). Nonlinear free vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 42:1727-1735. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2010.01.035>
- Yaylı, M.O., Yanık, F., & Kandemir, S.Y. (2015), Longitudinal vibration of nanorods embedded in an elastic medium with elastic restraints at both ends. *Micro and Nano Letters*, 10, 641-644. <https://doi.org/10.1049/mnl.2014.0680>