



Ritmik desen üreticileri için Rayleigh osilatörünün fraksiyonel versiyonu ve devre sentezi

The fractional version and the circuit synthesis of the Rayleigh oscillator for the rhythmic pattern generators

Nimet Korkmaz^{1,*}, İbrahim Ethem Saçu²

¹ Kayseri Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık ve Tasarım Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 38280, Kayseri, Türkiye

² Erciyes Üniversitesi, Klinik Mühendisliği Araştırma ve Uygulama Merkezi (ERKAM), 38039, Kayseri, Türkiye

Öz

Biyolojik yapıların fizyolojik karakteristiklerini ve bilgi transfer mekanizmalarını taklit ederek, hesaplamalı donanımlar geliştirilmesi konusunu ele alan araştırma alanı nöromorfik mühendisliktir. Merkezi desen üreticilerinin hesaplamalı donanımlarla taklit edilmesi de bu araştırma alanının konuları dâhilindedir. Bu çalışmada merkezi desen üretici dinamiklerinin taklidi için kullanılan osilatör modellerinden biri olan Rayleigh osilatörünün fraksiyonel tanımlaması üzerinde durulmuştur. Öncelikle sistemin kararlılık analizi yapılmış, ardından bu sistemin osilasyon sergileyebileceği en düşük fraksiyonel derece belirlenmiştir. En düşük fraksiyonel dereceden daha yüksek bir derece ile tanımlanan fraksiyonel sistemde ritmik osilasyon desenini gözlemlemek için sistemin nümerik simülasyonu yapılmıştır. Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün nümerik simülasyonu için Grünwald-Letnikov (G-L) fraksiyonel türev yöntemi kullanılmıştır. Ardından fraksiyonel Rayleigh osilatörünün ayrı donanım elemanları kullanılarak deneysel gerçekleştirimi yapılmıştır. Gerçekleştirim sürecinde Matsuda yaklaşıklık metodu ve FOSTER-I R-C ağ dönüşümünden yararlanılmıştır. Tasarlanan bu devre yapısının doğrulanması için SPICE devre simülasyon programı kullanılmıştır. Böylece fraksiyonel derece ile tanımlanan ve merkezi desen üreticilerinin ritmik desenlerinin elde edilmesinde sıklıkla kullanılan bir osilatör yapısının donanım gerçekleştirim sonuçları başarılı bir şekilde elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Rayleigh osilatörü, Fraksiyonel kapasitör, Devre sentezi, Matsuda yaklaşıklık yöntemi, FOSTER-I ağı.

1 Giriş

Biyolojik yapıların fizyolojik karakteristiklerini ve bilgi transfer mekanizmalarını taklit ederek, hesaplamalı donanımlar geliştirilmesi konusunu ele alan araştırma alanı nöromorfik mühendisliktir. Merkezi desen üreticilerinin hesaplamalı donanımlarla taklit edilmesi de bu araştırma alanının konuları dâhilindedir. Merkezi desen üreticileri canlılardaki yürüme, yüzmeye, peristaltik hareket, kalp atışı gibi pek çok ritmik hareketin temelini oluşturmaktadır. Bahsi

Abstract

The research area that deals with the development of computational hardware is neuromorphic engineering by mimicking the physiological characteristics and the information transfer mechanisms of biological structures. The emulation of the central pattern generators with computational hardware is also within the scope of this research area. In this study, the fractional definition of the Rayleigh oscillator, which is one of the oscillator models used for emulation of the central pattern generator dynamics, is handled. First of all, the stability analysis of the system has been made and then, the lowest fractional order at which this system could oscillate is determined. The numerical simulation of this system is made in order to observe the rhythmic oscillation pattern in the fractional system that is defined by a higher fractional order than the lowest one. The Grünwald-Letnikov (G-L) fractional derivative method is used for the numerical simulation of the fractional Rayleigh oscillator. After that, the experimental implementation of the fractional Rayleigh oscillator is made by using the discrete hardware elements. It is utilized from the Matsuda approximation method and the FOSTER-I R-C network transformation in this implementation process. SPICE circuit simulation program is used to verify the functionality of this designed circuit structure. Therefore, the hardware realization results of a fractional-order oscillator structure, which is frequently used in obtaining the rhythmic patterns of the central pattern generators, have been obtained successfully.

Keywords: Rayleigh oscillator, Fractional capacitor, Circuit synthesis, Matsuda approximation method, FOSTER-I network.

geçen hareketlerin ritmik olarak üretilebilmesi için yüksek mertebeli kontrol merkezleri haricinde özelleşmiş ağ yapıları; merkezi desen üretici ağları olarak bilinmektedir. Bu ağ yapılarında bulunan nöronlar ile nöronlar arasındaki kuplajlama mekanizmalarının incelenmesi, karakteristiklerinin ortaya konması, matematiksel olarak modellenmesi, ilgili modellerden yararlanılarak sistemlerin elektronik donanımlarla taklit edilmesi nöromorfik merkezi

* Sorumlu yazar/ Corresponding author, e-posta / e-mail: nimetkorkmaz@kayseri.edu.tr (N. Korkmaz)
Geliş / Received: 21.12.2021 Kabul / Accepted: 27.05.2022 Yayınlanma / Published: 18.07.2022
doi: 10.28948/ngumuh.1039231

desen üreticileri alanında yapılan araştırma konularından bazılarıdır.

Canlı vücudunda harici bir geribesleme almaksızın üretilen ritmik merkezi desen üretici dinamikleri modellenirken; biyolojik anlamlılığa sahip biyofiziksel nöron modellerinden, ağ yapılarını modellemede etkin bir şekilde kullanılan nöral ağ yapılarından ve kendiliğinden üretilen ritmik işaretlerin temsil edilmesinin temeli olan osilatör modellerinden yararlanılmaktadır. Literatürde biyolojik anlamlılığı göz ardı edilerek osilasyon desenlerine odaklanılan çalışmaların bir kısmında; mutual inhibitör nöronlarla insansı kolları kontrol etme [1], çevirme kolunu döndürme [2], iki ayaklı yürüyüşü kontrol etme [3] gibi görevler için Hopf, Matsuoka, Van Der Pol ve Rayleigh gibi çeşitli osilatör modellerinden yararlanılmıştır [4-7].

Merkezi desen üreticilerinin ritmik desenlerinin taklidinde kullanılan osilatör modelleri genellikle diferansiyel denklem takımları ile tanımlanmaktadır. Osilatör modelleri tanımlanırken kullanılan yöntemin etkinliği sistem performansını da doğrudan etkilemektedir. Son yıllarda diferansiyel denklemlerin derecesini sadece tamsayılarla ifade etmek yerine, kesirli sayılarla ve hatta kompleks sayılarla da ifade edilebileceğini konu alan fraksiyonel hesaplama; klasik hesaplama yöntemlerine alternatif olarak karşımıza çıkmaktadır. Doğrusal olmayan sistemlerin fraksiyonel olarak ifade edilmesi daha genel bir matematiksel tanımlama ortaya koymakta ve kontrol teorisi, mekanik, akustik gibi pek çok mühendislik probleminin çözümlerinde kullanılmaktadır [8-10].

Bu çalışmada merkezi desen üretici dinamiklerinin taklidi için kullanılan osilatör modellerinden biri olan İngiliz matematik ve fizikçi Lord Rayleigh tarafından müzik enstrümanlarının birleşimini tanımlamak için literatüre sunulan Rayleigh osilatörünün fraksiyonel tanımlaması üzerinde durulacaktır [11]. Öncelikle sistemin kararlılık analizi yapılmış, ardından bu sistemin osilasyon sergileyebileceği en düşük fraksiyonel derece belirlenmiştir. En düşük fraksiyonel dereceden daha yüksek bir derece ile tanımlanan fraksiyonel sistemde ritmik osilasyon desenini gözlemlemek için sistemin nümerik simülasyonu yapılmıştır. Fraksiyonel dereceli diferansiyel denklemlerin nümerik çözümlerinde tamsayı dereceli sistemlerin çözümleri için kullanılan yöntemlerden farklı analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Burada fraksiyonel Rayleigh osilatörünün nümerik simülasyonu için Grünwald-Letnikov (G-L) fraksiyonel türev yöntemi tercih edilmiştir.

Fraksiyonel dereceli sistemlerin çözümlerinde kullanılan nümerik analiz yöntemleri sistem yanıtlarının gözlemlenmesinde etkin bir şekilde kullanılmasına rağmen; bu yöntemlerin sistem analizlerinde geçmiş durum bilgilerine ihtiyaç duymaları nedeniyle elektronik donanım uygulamalarına aktarılması oldukça güçtür. İlgili yöntemlerin donanım gerçekleştirmeleri için her ne kadar farklı çözümler önerilse de [12, 13]; fraksiyonel dereceden tanımlı sistemlerin elektronik donanımlarla gerçekleştirmeleri için önerilen farklı yaklaşımlar, devre kurulum karmaşasının önüne geçme ve düşük donanım maliyeti sağlama gibi avantajları ile daha sık tercih edilmektedir [14, 15]. Fraksiyonel türev işlemini sınırlı bir

band aralığında karşılayacak şekilde bir yaklaşıklık fonksiyonu türetilmesine dayanan alternatif bir metot ile fraksiyonel dereceli sistemlerin donanım gerçekleştirmeleri yapılabilmektedir. Bu gerçekleştirmelerde, yaklaşıklık fonksiyonları R-C, R-L ya da R-L-C pasif devre elemanları kullanılarak donanımsal olarak taklit edilmektedir.

Bu çalışmada, fraksiyonel Rayleigh osilatörünün donanım gerçekleştirimi için; diferansiyel denklemlerin donanım gerçekleştirim çözümlerinde kullanılan integral alıcı devrelerde tamsayı dereceyi karşılayan kapasitörler yerine, fraksiyonel dereceyi karşılayan R-C elemanlarının kullanılması düşünülmektedir. Bu R-C elemanlarının değerinin belirlenmesi için öncelikle Matsuda yaklaşıklık metodu ile fraksiyonel Rayleigh osilatörünün fraksiyonel derecesine karşılık gelen dördüncü dereceden bir transfer fonksiyonunu elde edilmiştir. Ardından bu dördüncü dereceden yaklaşıklık fonksiyonu FOSTER-I R-C ağına dönüştürülmüştür. Böylece fraksiyonel Rayleigh osilatörünün donanım gerçekleştirimi için ayırık elemanlar ve işlemsel kuvvetlendiriciler kullanılarak tasarlanan devre yapısındaki integratör bloklarında kullanılması düşünülen R-C elemanlarının değerleri belirlenmiştir. Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün donanım gerçekleştirimi için tasarlanan bu devre yapısının doğrulaması SPICE devre simülasyon programı ile yapılmıştır. Böylece fraksiyonel derece ile tanımlanan ve merkezi desen üreticilerinin ritmik desenlerinin elde edilmesinde sıklıkla kullanılan bir osilatör yapısının donanım gerçekleştiriminin ortaya konması hedeflenmektedir. Ayrıca, Rayleigh osilatörünün fraksiyonel tanımlamasının donanım gerçekleştirimi sürecinde takip edilen aşamaların, fraksiyonel derece ile tanımlı farklı sistemlerin donanım gerçekleştirmeleri için de kullanılabilmesi sonucu da nümerik ve devre simülasyon sonuçları ile desteklenmektedir.

Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün tanıtılması, denge noktalarının belirlenmesi, kararlılık analizinin yapılması ve bu sistem için minimum fraksiyonel derecenin hesaplanması aşamaları Bölüm 2’de sunulacaktır. Sistemin G-L yöntemi ile yapılan nümerik simülasyon sonucu Bölüm 3’te verilirken, donanım gerçekleştirim sürecinde takip edilen adımlar Bölüm 4’te ele alınacaktır. Elde edilen sonuçlar son bölümde tartışılacaktır.

2 Fraksiyonel Rayleigh osilatörü

Osilatörler üzerine yapılan çalışmalar yüz yıl öncesi kadar eskiye dayanmaktadır. Bir insanın kalp atış ritmini modellemek için 1928 yılında önerilen Van Der Pol osilatörünün matematiksel tanımlamasına oldukça benzeyen [16]; fakat voltaj artışına karşılık frekans artış cevabı veren Van Der Pol osilatöründen farklı olarak, voltaj artışına karşılık genlik artışı cevabı veren Rayleigh osilatörü müzik enstrümanları modellenirken bir klarnetin osilasyonlarını simüle etmek için önerilmiştir. Rayleigh osilatörü fraksiyonel formda aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [7, 11]:

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q_1}x &= y \\ {}_0D_t^{q_2}y &= \zeta(1-ay^2)y - \Omega^2(x-x_0) \end{aligned} \quad (1)$$

Burada ζ , q ve Ω osilatörün kontrol parametreleridir ve bu parametrelerin değerleri bire eşit seçilmiştir. Diğer taraftan q_1 ve q_2 ($0 < q_1, q_2 < 1$) ise fraksiyonel derecelerdir. İki adet diferansiyel denklem ile tanımlanan Rayleigh osilatörünün denge noktası, osilatörün durum değişkenlerinin sıfıra eşitlenerek çözülmesi ile $E=(0,0)$ olarak hesaplanırken, Jacobian matrisi **Denklem (2)**'deki gibi hesaplanmıştır:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1-3y^{*2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizleri yapılırken kullanılan Lyapunov üstellerini hesaplama yöntemleri gibi yöntemler, fraksiyonel dereceli sistemlerin kararlılık analizleri için kullanılamamaktadır. Bu analizlerin yerine Tavazoei ve Haeri tarafından doğrusal olmayan sistemin köklerinin hesaplanarak kararlılık durumunun belirlenmesini sağlayan bir metodun kullanımı daha yaygındır [17]. Bu metod kullanılarak fraksiyonel Rayleigh osilatörü için belirlenen denge noktasında özdeğerler $\lambda_{1,2} = (0.5 \pm 0,866i)$ olarak hesaplanmıştır. Tavazoei ve Haeri tarafından önerilen kararlılık metoduna göre kararlılık şartı $|\arg(\lambda_i)| > (q\pi/2)$ 'dir. Buna göre, Rayleigh osilatörü için bu şartı sağlayan en düşük fraksiyonel derece " $q_{\min} > 0,667$ " olarak belirlenmiştir. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında kullanılacak olan fraksiyonel derece en düşük dereceden daha büyük bir değer olan " $q_1=q_2=q=0,85$ " olarak seçilmiş ve nümerik simülasyonlar ile gerçekleştirim çalışmalarında bu değer kullanılmıştır.

3 Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün nümerik simülasyonu

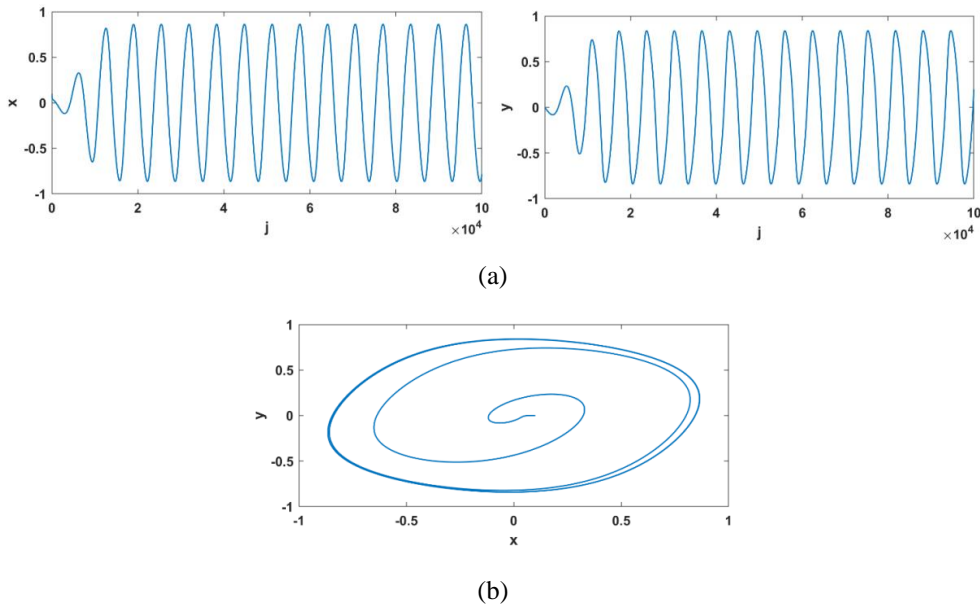
Caputo, Riemann-Liouville ve Grünwald-Letnikov (G-L) gibi farklı yöntemler fraksiyonel dereceden tanımlı sistemlerin nümerik çözümlerinde kullanılan yöntemlerden bazılarıdır [18]. Bu çalışmada fraksiyonel Rayleigh osilatörünün nümerik analizi için detayları aşağıdaki denklemde verilen G-L yöntemi kullanılmıştır:

$${}_{\alpha} D_{\tau}^q f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^q} \sum_{j=0}^{\lceil \frac{\tau-\alpha}{h} \rceil} (-1)^j \binom{q}{j} f(t-jh) \quad (3)$$

Burada türev işlemlerinin sınırları α ve τ ile belirlenmiştir. h ise adım büyüklüğüdür. ' $\lceil \frac{\tau-\alpha}{h} \rceil$ ' işlemi sistemin tamsayı kısmını ifade ederken, bu tanımlamadaki binom ifadesinin açılımı aşağıdaki gibidir:

$$\binom{q}{j} = \frac{\Gamma(q+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(q-j+1)} \quad (4)$$

Burada $\Gamma(q+1)$ Gamma fonksiyonuna karşılık gelmektedir. Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün başlangıç koşulları $[x(0)=0,1, y(0)=0]$ seçildikten sonra, **Denklem (3)**'te verilen G-L yöntemine ait parametre değerleri 'j' ve 'h' değerleri sırasıyla $j=100000$ ve $h=0,001$ 'e ayarlanarak yapılan nümerik simülasyon sonuçları **Şekil 1**'de verilmiştir. Sistemin durum değişkenlerine ait zaman domeni desenleri **Şekil 1a**'da sunulurken, dinamiklerin faz portresi gösterimi **Şekil 1b**'de verilmektedir.



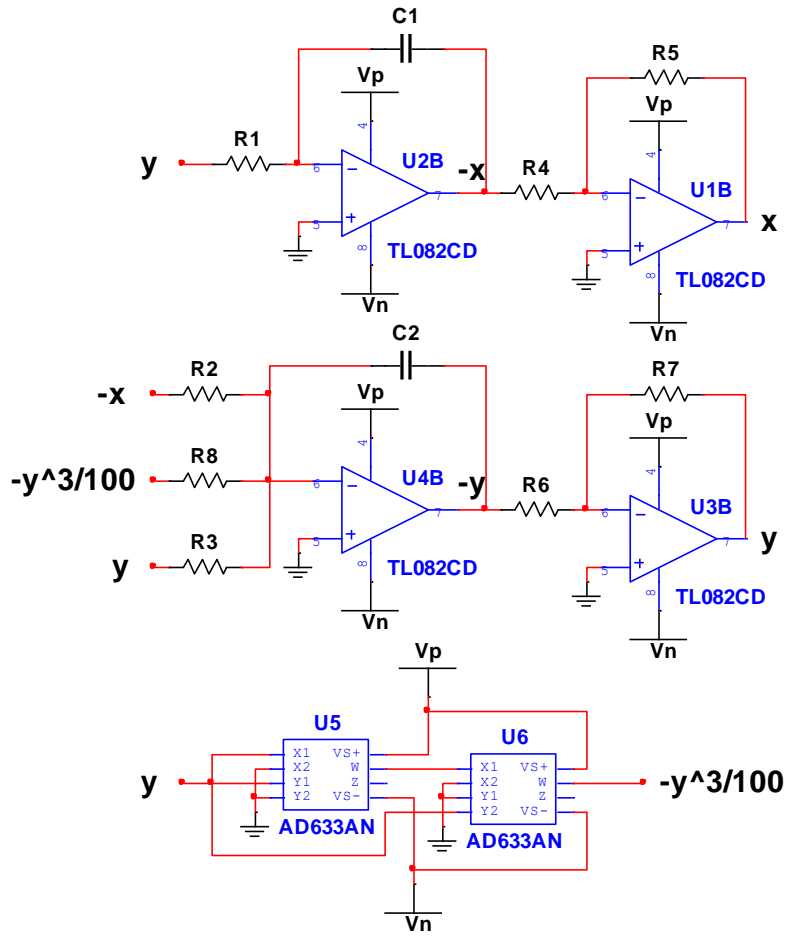
Şekil 1. Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün G-L yöntemi kullanılarak yapılan nümerik simülasyon sonucu, zaman domeni ve b) faz portresi.

a)

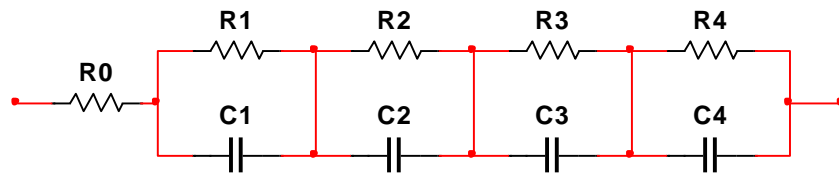
4 Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün ayırık elemanlarla devre sentezi

Çalışmanın bu kısmında fraksiyonel Rayleigh osilatörünün ayırık elemanlar kullanılarak tasarlanan devre sentezi üzerinde durulacaktır. Bu devrenin tasarımında **Denklemler (1)**'deki sistemin "q=1" değerindeki tamsayı derecesinin elektronik gerçekleştirimi için **Şekil 2**'deki gibi bir devre tasarlanabilir. Bu devrede, modelde bulunan diferansiyel denklemlerin çözümü için işlemsel kuvvetlendiricilerin kullanıldığı integratör blokları kullanılmıştır. Bu integratör bloklarında giriş dirençleri ($R_1=R_2=R_3=50k\Omega$, $R_8=0,5k\Omega$)

iken, geri besleme kısmında yer alan kapasitörlerin değerleri $C_1=C_2=1nF$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca diğer dirençlerin değerleri ise $R_4=R_5=R_6=R_7=10k\Omega$ şeklindedir. 'y' durum değişkenindeki üçüncü dereceden çarpım işlemi AD633 analog çarpım entegresi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Modeldeki toplama ve çıkarma işlemleri, toplayıcı ve fark alıcı devreler kullanılarak oluşturulmuştur. Burada, **Şekil 2**'de "q=1" değeri için nihai hali sunulan Rayleigh osilatör devresinin, fraksiyonel dereceli sistemlerin ayırık elemanlarla donanım gerçekleştirimlerinde kullanılacak alternatif bir konfigürasyon aşağıda açıklanan süreçler takip edilerek geliştirilmiştir.



Şekil 2. Rayleigh osilatörünün ayırık donanımlarla gerçekleştirim şeması.



Şekil 3. 'q=0.85' fraksiyonel dereceli ve $1nF/s^{0.15}$ değerli fraksiyonel kapasitörün FOSTER-I R-C ağı yapısına uygun şekilde yapılan tasarım şeması.

Öncelikle, fraksiyonel türev işlemini sınırlı bir band aralığında karşılayacak şekilde bir yaklaşıklık fonksiyonu türetilmiştir. Yaklaşıklik fonksiyonları türetilirken; Matsuda, Carlson, Oustaloup ve Charef gibi farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmada detayları **Denklem (5)**'te verilen Matsuda yöntemi kullanılmıştır [19]:

$$s_q = d_0(2\pi f_0) + \frac{s - 2\pi f_0}{d_1(2\pi f_1) + \frac{s - 2\pi f_1}{d_2(2\pi f_2) + \frac{s - 2\pi f_2}{\dots}}} \quad (5)$$

$$d_0(2\pi f) = |(j2\pi f)^q|$$

$$d_{k+1}(2\pi f) = \frac{2\pi f - 2\pi f_k}{d_k(2\pi f) - d_k(2\pi f_k)} \quad k = 0, 1, \dots, N$$

Denklem (5)'te sıfırların ve kutupların yaklaşık toplam sayısı N derecesidir. Matsuda yöntemi ile 'q=0.85' fraksiyonel derecesini karşılamak için türetilen dördüncü dereceden yaklaşıklık fonksiyonu **Denklem (6)**'da verilmektedir.

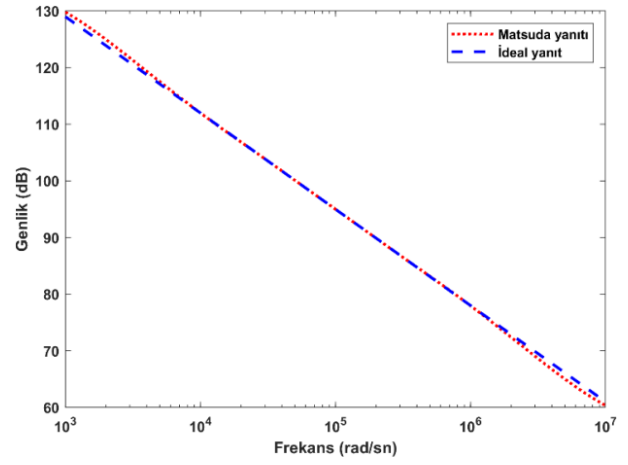
$$H(s)_{1n,Matsuda}^{0.85} = \frac{(a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}{(b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0)}$$

$$a_4 = 1, a_3 = 1.3987 \times 10^7, a_2 = 7.0983 \times 10^{12}, a_1 = 5.9205 \times 10^{17}, a_0 = 7.663 \times 10^{21} \quad (6)$$

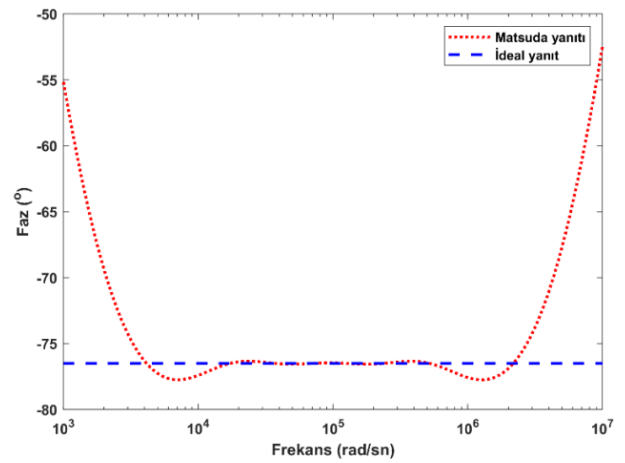
$$b_4 = 0.0016, b_3 = 1.1186 \times 10^3, b_2 = 1.207 \times 10^8, b_1 = 2.1406 \times 10^{12}, b_0 = 1.9773 \times 10^{15}$$

Fraksiyonel dereceyi karşılayacak yaklaşıklık fonksiyonunun türetilmesinin ardından, yaklaşıklık fonksiyonu pasif R ve C elemanlarının düzenli bir kombinasyonu ile donanımsal olarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte, Rayleigh osilatörünün **Şekil 2**'deki devre tasarımı göz önünde bulundurularak, integratör bloğunda bulunan kapasitörün Laplace domenindeki empedans tanımlamasında $Z(s) = 1/s^q C_q$ şeklinde bir genelleştirme yapılmıştır. Bu genel ifade 'q=0.85' değeri yazıldığında Rayleigh osilatörünün fraksiyonel versiyonunun gerçekleştirimi başarılacaktır. Fraksiyonel kapasitör olarak nitelendirilebileceğimiz bu ifade **Denklem (6)** ile karşılanırken, **Denklem (6)**'daki dördüncü dereceden transfer fonksiyonu FOSTER-I RC ağ yapısı ile donanımsal olarak gerçekleştirilebilir [20]. Bu gerçekleştirim sonucu q=0.85 ve $C_1=C_2=1nF$ değerleri göz önünde bulundurularak elde edilen R-C ağ yapısı **Şekil 3**'te görülmektedir. Bu dönüşüm sonrası **Şekil 3**'teki direnç ve kapasitörlerin değerleri şu şekilde hesaplanmıştır: $R_0=621,63\Omega$, $R_1=3,793K\Omega$, $R_2=11,648K\Omega$, $R_3=56,62K\Omega$, $R_4=5.491M\Omega$, $C_1=464,88pF$, $C_2=808,21pF$, $C_3=830,85pF$ ve $C_4=272,43pF$. $1nF/s^{0.15}$ değerli ideal bir fraksiyonel dereceli kapasitör ile **Denklem (6)**'daki ilgili fraksiyonel dereceyi karşılayan transfer

fonksiyonunun genlik ve faz yanıtları karşılaştırılırsa; **Şekil 4a**'dan da görülebileceği gibi bu yapıların genlik yanıtları oldukça yakındır. Bu iki yapının faz yanıtları ise **Şekil 4.b**'de verilmektedir. Buna göre, ideal fraksiyonel kapasitörde "faz açısı= $\pi q/2$ " ifadesini karşılayacak şekilde '-76,5' derecede iken; türetilen transfer fonksiyonu belirli frekanslar dışında bu değerden sapma eğilimi göstermektedir.



(a)



(b)

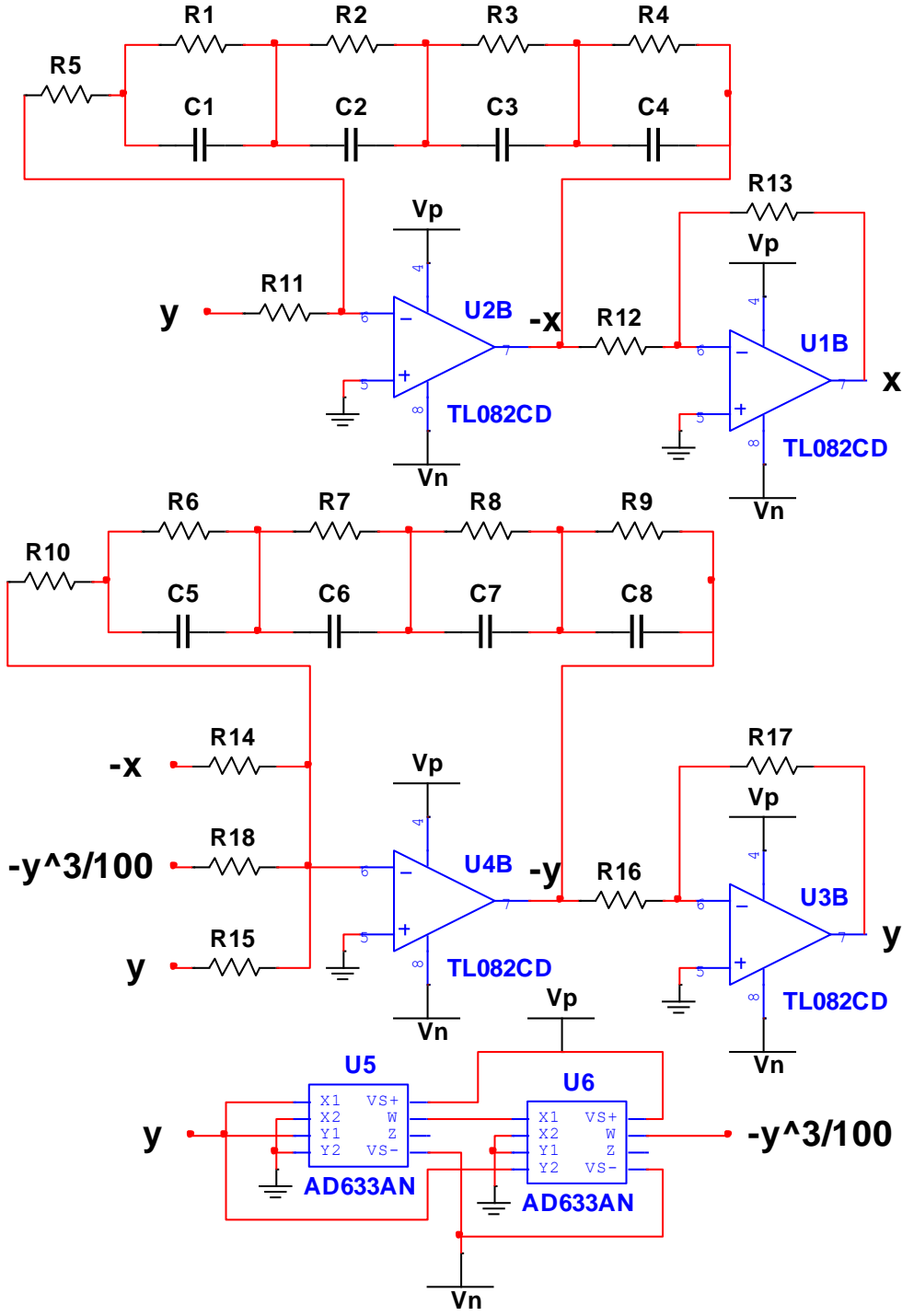
Şekil 4. Değeri $1nF/s^{0.15}$ olan fraksiyonel dereceli ideal kapasitör ile yaklaşıklık fonksiyonunun a) genlik ve b) faz yanıtlarının karşılaştırılması.

Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün donanım gerçekleştirimi sürecindeki son aşamada, **Şekil 3**'teki R-C ağ yapısı **Şekil 2**'deki ayrık elemanlarla tasarlanmış devre yapısındaki integratör bloğunda bulunan kapasitör elemanlarının yerine **Şekil 5**'te görüldüğü gibi adapte edilmiştir. **Şekil 5**'te verilen ve q=0.85 değerli fraksiyonel Rayleigh osilatörü için tasarlanan devrenin gerçekleştirimine ait SPICE simülasyon sonucu **Şekil 6**'da sunulmaktadır.

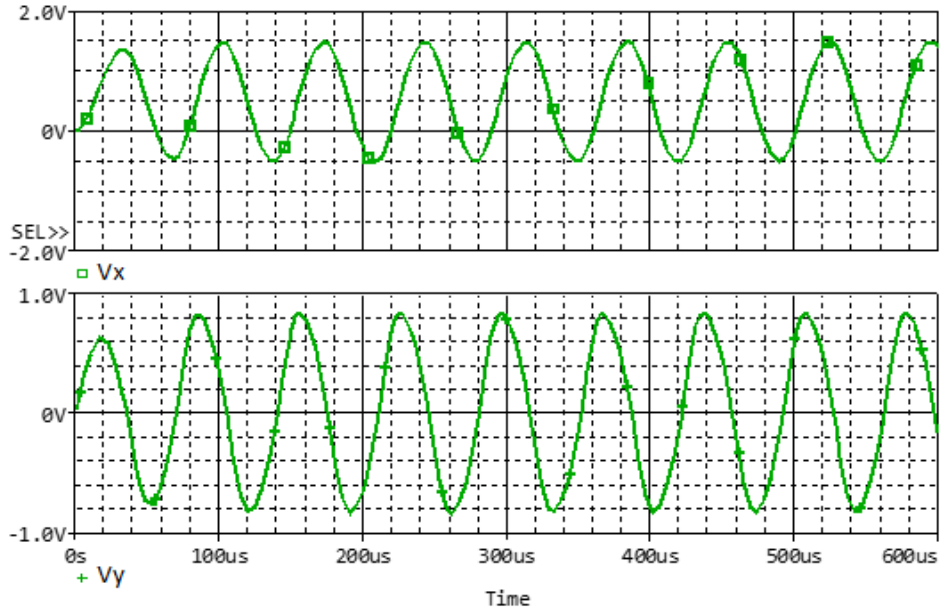
Sonuç olarak, **Şekil 6**'da verilen simülasyon sonuçlarından da görüleceği gibi; fraksiyonel dereceli sistemlerin ayrık

donanımlarla gerçekleştirmeleri için takip edilen süreçle, başarılı bir gerçekleştirim sonucu elde edilmiştir. Bu sebeple fraksiyonel dereceli sistemlerin donanım gerçekleştirimlerinde, genellikle programlanabilir cihazların kullanımı daha fazla tercih edilmektedir. Bununla birlikte, bu

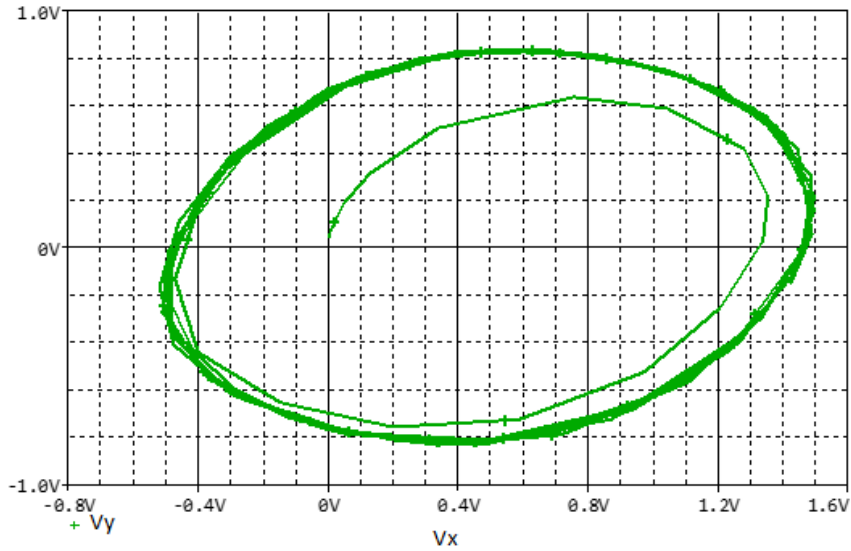
çalışmada takip edilen sürecin farklı prosedürlerle yapılan gerçekleştirim çalışmalarının çeşitli aşamaları için bir ön çalışma olduğu da görülmektedir.



Şekil 5. Fraksiyonel Rayleigh osilatörünün ayrı donanımlarla gerçekleştirim şeması.



(a)



(b)

Şekil 6. ‘ $q=0.85$ ’ fraksiyonel dereceli Rayleigh osilatörünün FOSTER-I R-C ağı kullanılarak yapılan devre sentezine ait SPICE simülasyon sonuçları, a) zaman domeni ve b) faz portresi.

5 Sonuçlar

Fraksiyonel Rayleigh osilatörü için FOSTER-I R-C ağ yapısı kullanılarak bir taklit devresinin tasarımının hedeflendiği bu çalışmada, fraksiyonel dereceli sistemler için ayırık donanımlarla yapılan gerçekleştirim çalışmalarında takip edilebilecek bir süreç ayrıntılı olarak işlenmiştir. Bu kapsamda öncelikle fraksiyonel Rayleigh osilatörünün kararlılık analizi yapılarak sistemin ritmik desenler üretebileceği en düşük fraksiyonel derecenin hesabı yapılmıştır. Ardından, en düşük fraksiyonel dereceden daha yüksek değerlerde seçilen ($q=0,85$) bir fraksiyonel derecede sistem cevabının kontrolü için Grünwald–Letnikov yönteminden yararlanılarak nümerik simülasyon sonuçları

başarılı bir şekilde elde edilmiştir. Belirlenen fraksiyonel dereceyi karşılayacak bir yaklaşıklık fonksiyonu Matsuda yöntemi kullanılarak türetilmiştir. Dördüncü dereceden türetilen bu yaklaşıklık fonksiyonu, FOSTER-I R-C ağ yapısı ile pasif elemanlarla gerçekleştirilmiştir. Son olarak fraksiyonel dereceyi karşılayan bu R-C ağ yapısı, tamsayı dereceli Rayleigh osilatörü için tasarlanan devre yapısındaki integratör bloklarında bulunan kapasitörlerin yerine kullanılmıştır. Elde edilen devre yapısının etkinliği SPICE simülasyon sonuçları ile doğrulanmıştır. Böylece belirli bir fraksiyonel derecedeki bir sistemin ayırık elemanlarla gerçekleştirimi için takip edilebilecek bu süreç, başarılı bir şekilde tamamlanmıştır.

Çıkar çatışması

Yazar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

Benzerlik oranı (iThenticate): %13

Kaynaklar

- [1] C.H. He, D. Tian, G.M. Moatimid, H.F. Salman, ve M.H. Zekry, Hybrid rayleigh–van der pol–duffing oscillator: Stability analysis and controller, *J. Low Freq. Noise. V. A.*, 14613484211026407, 2021. <https://doi.org/10.1177/14613484211026407>
- [2] P. Veskos, ve Y. Demiris, Experimental comparison of the van der Pol and Rayleigh nonlinear oscillators for a robotic swinging task. In proceedings of the AISB 2006 Conference, Adaptation in Artificial and Biological Systems, pp. 197-202, Bristol, 2006.
- [3] A.C. Filho, M.S. Dutra ve L.S. Raptopoulos, Modeling of a bipedal robot using mutually coupled Rayleigh oscillators, *Biol. Cybern.*, 92(1), 1–7, 2005. <https://doi.org/10.1007/s00422-004-0531-1>
- [4] P.G. Drazin, *Nonlinear Systems*, (Cambridge Texts in Applied Mathematics), Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1992.
- [5] K. Matsuoka, Mechanisms of frequency and pattern control in the neural rhythm generators, *Biol. Cybern.*, 56: 345–353, 1987. <https://doi.org/10.1007 / BF00319514>
- [6] T. Zielinska, Coupled oscillators utilized as gait rhythm generators of a two-legged walking machine. *Biol. Cybern.*, 74(3): 263–273, 1996. <https://doi.org/10.1007/BF00652227>
- [7] K. Maleknejad ve L. Torkzadeh, Application of hybrid functions for solving oscillator equations. *Rom. Journ. Phys.*, 60(1-2), 87-98, 2015.
- [8] I. Podlubny, Fractional-order systems and PI λ D α -controllers, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 44(1), 208-214, 1999. <https://doi.org/10.1109/9.739144>
- [9] T.J. Freeborn, A Survey of Fractional-Order Circuit Models for Biology and Biomedicine, *IEEE J. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, 3(3), 416–424, 2013. <https://doi.org/10.1109/JETCAS.2013.2265797>
- [10] İ.E. Saçu ve M. Alci, Low-power OTA-C based tunable fractional order filters, *Electronic Components and Materials*, 48(3), 135-144, 2018.
- [11] M.J. Brennan, B. Tang, B. ve J.C. Carranza, Insight into the dynamic behavior of the Van der Pol/Raleigh oscillator using the internal stiffness and damping forces. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 744, No. 1, p. 012122). IOP Publishing, (2016, September).
- [12] A. Silva-Jua´rez, E. Tlelo-Cuautle, L.G. de la Fraga ve R. Li, FPAA-based implementation of fractional-order chaotic oscillators using first-order active filter blocks. *J. Adv. Res.* 25, 77–85 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jare.2020.05.014>.
- [13] İ.E. Saçu ve N. Korkmaz, An effective method for the reduction of the device utilization amount in experimental realization of a fractional-order system. *Nonlinear Dyn.*, 108(3), 2369-2384, 2022. <https://doi.org/10.1007/s11071-022-07340-7>.
- [14] N. Korkmaz ve İ.E. Saçu, Fraksiyonel dereceli FitzHugh-Nagumo nöron modelinin devre sentezi için alternatif bir yaklaşım, *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 28(2), 248-254, 2022. <https://doi.org/10.5505/pajes.2021.09382>.
- [15] J. Yao, K. Wang, P. Huang, L. Chen ve T.J. Machado, Analysis and implementation of fractional-order chaotic system with standard components. *J. Adv. Res.* 25, 97–109 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jare.2020.05.008>.
- [16] B. Van Der Pol ve J. Van Der Mark, LXXII. The heartbeat considered as a relaxation oscillation, and an electrical model of the heart. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 6(38), 763-775, 1928. <https://doi.org/10.1080/14786441108564652>.
- [17] M.S. Tavazoei ve M. Haeri, A note on the stability of fractional order systems, *Math. Comput. Simul.*, 79(5), 1566-1576, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2008.07.003>
- [18] I. Podlubny, *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*, Elsevier, 1998.
- [19] K. Matsuda ve H. Fujii, H (infinity) optimized wave-absorbing control-Analytical and experimental results, *J. Guid. Control. Dyn.*, 16(6), 1146-1153, 1993. <https://doi.org/10.2514/3.21139>
- [20] O. Elwy, S.H. Rashad, L.A. Said ve A.G. Radwan, Comparison between three approximation methods on oscillator circuits, *Microelectronics J.*, 81, 162-178, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2018.07.006>

