

THE PERCEPTIONS OF STUDENTS ABOUT THE CONCEPT OF FUNCTION

ÖĞRENCİLERİN FONKSİYON KAVRAMINA İLİŞKİN ALGILARI

Melike ÖZÜDOĞRU¹

ABSTRACT

The aim of this study was to analyze the perceptions of 9th grade students about the concept of function. Students' conceptual and procedural learning was implied as theoretical framework of the study. The participants of the study consisted of four 9th grade students who were attending to various state high schools in İzmir. In this study, data were collected through semi-structured interviews and an achievement test. Achievement test was used to select the four students through the critical sampling method among 416 9th grade students. This study is a phenomenological study which is one of the qualitative research designs. According to the interview results, it was determined that some students had conceptual confusion about determining whether x was a function of y or y was a function of x . Besides, while examining whether the graphs of relations are functions or not, all students made explanations according to recited rule and while defining the function concept, students did not mention the concepts such as domain, range and the image set. In addition to these, it was found that examples of functions related to daily life were functional and one to one matching type examples.

Keywords: Key words: The concept of function, conceptual learning, operational learning.

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin algılarını incelemektir. Kuramsal çerçeve olarak öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili kavramsal ve işlemsel öğrenmeleri temel alınmıştır. Çalışmanın katılımcıları dokuzuncu sınıfa devam etmekte olan dört öğrencidir. Bu dört öğrenci, 416 dokuzuncu sınıf öğrencisine uygulanan başarı testi sonuçlarına göre kritik örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Araştırma, nitel araştırma desenlerinden biri olan fenomenolojik bir çalışmadır. Görüşme sonuçlarına göre, bazı öğrencilerin fonksiyon sorularını çözerken, tanım kümesine değer verip değer kümesini bulmak yerine tam tersi bir kavramsal algıya sahip oldukları; öğrencilerin x 'in, y 'nin fonksiyonu mu y 'nin, x 'in fonksiyonu mu olduğu ile ilgili kavram karmaşası yaşadıkları; verilen bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığının incelenmesinde tüm öğrencilerin öğretilen ezbere kurala göre sonuca gittikleri; fonksiyon tanımını yaparken, tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi gibi kavramlara değinmedikleri belirlenmiştir. Ayrıca, fonksiyon kavramı ile ilgili verilen günlük hayat örneklerinin işlevsel günlük hayat örnekleri ve birebir eşlemeye dayalı örnekler olduğu, cebirsel günlük hayat örneklerine ve ezbere/kitap günlük hayat örneklerine rastlanmadığı belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Fonksiyon kavramı, kavramsal öğrenme, işlemsel öğrenme.

¹ Celal Bayar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, melikeozudogru2004@yahoo.com

SUMMARY

Introduction

The concept of function is a unifying concept of mathematics, hence, it constitutes the essence and the threshold issue of mathematics curriculum at every grade level (Wilson, 1991). Students learn the concept of function officially at the 9th grade and apply this concept in future years by associating it with many concepts (Akkoç, 2004). At the university level, the concept of function is located at the center of algebra and analysis.

Students are introduced with the concept of function as a special relation after the Cartesian product, ordered pairs and the relation concepts. The concept of function is defined on two non-empty sets A and B, from the set A to B, if each element of A maps into only one element of B or as a special relation that maps each element in the domain to one and only one element in range (Akkoç, 2005). At the 9th grade mathematics curriculum, besides the verbal definition of the concept of function, four different representations of the concept (set mapping diagram, a set of ordered pairs, equations and graphs) together with related examples are included.

Purpose

The concept of function is one of the basic concepts of algebra and is very important while learning mathematics and acquisition of new concepts depends on learning pre-requisite knowledge and establishing a link between new concept and pre-requisite knowledge in a course having a strong sequential structure like mathematics. However, it is known that students have difficulty in learning the concepts of function which is complex and quite abstract which cause students to fall into several misconceptions. Therefore, the aim of this study is to identify the perceptions of students about the concept of function and designing instruction by giving attention to the possible misconceptions. Hence, following research question was examined through the study.

What are the perceptions of 9th grade students about the concept of function in terms of conceptual and procedural knowledge?

Method

Research Design

This study is a phenomenological study which is one of the qualitative research designs intended to learn the perceptions of students deeply about the concept of functions. Selvi (2011) defined phenomenology as a method that enables the creation and reflection of authentic knowledge through individual perceptions.

Samples

The participants of this study consist of four students (2 women and 2 men) who are attending to 9th grade of different state high schools in İzmir at the academic year of 2012-2013 spring term. These four students were selected through the critical sampling method among 416 9th grade students according to results of an achievement test results. According to Patton (1990), critical sampling is a kind of purposeful sampling strategy. A clue to the existence of a critical case is a statement that "if it happens there, it will happen anywhere," or "if that group is having problems, then we can be sure all the groups are having problems."

Data Collection Tool

In this study, data were collected through semi-structured interviews and an achievement test. Achievement test, which was developed by Ozudogru (2013) as part of the thesis, was used to determine the participants of the study. The average difficulty of the test is .48; mean of the test is 9.6 and the standard deviation is 4.9 and KR 20 reliability of the test is .84. The four students selected for interviews are from the top group when students were divided into three groups in terms of their achievement scores. These four students were voluntary students who accepted to be interviewed among students answering at least 18 questions correctly out of 25 questions.

Conceptual learning questions of the interview included questions such as defining the concept of function, giving examples of functions related to daily life, determining whether the relations defined in R, Z and N indicated function, determining whether the inverse of given relations indicated function and finally determining whether examples of relations related to daily life indicated function. On the other hand, procedural questions of interview included determining whether the graphs of given relations were function or not; whether the graphs of given relations were one to one function or not and finally, questions requiring skills such as solving equation problems by using practical rules learned during the course.

Data Analysis

The data obtained from the interviews were analyzed by using descriptive and content analysis methods. The data obtained from the descriptive analysis were summarized according to predetermined themes and interpreted. During the analysis, direct quotations were frequently included to reflect the views of individuals (Yıldırım and Şimşek, 2005).

Findings

The data were analyzed under two themes. These themes are: (1) descriptive characteristics of functions, (2) inverse function concept. According to the results of the study, it was determined that some students had exact the opposite conceptual perception of finding a set of values for range from the set of values of domain. Moreover, students had conceptual confusion about determining whether x was a function of y or y was a function of x. Besides, while examining whether the graphs of relations were functions or not, all students made explanations according to

recited rule. Furthermore, it was determined that while defining the function concept, students did not mention the concepts such as domain, range and the image set. In addition to these, it was determined that examples of functions related to daily life were functional and one to one matching type examples; however, algebraic or recited /book daily life examples were not encountered.

Discussion and Conclusion

Students were taught only the procedural part of the functions but not the daily life reflections related to structural and conceptual parts which developed functional thinking. This situation might stemmed from the university entrance exam involving mostly procedural questions which resulted in students' perceive functions as a numeric value. However, Breidenbach, Dubinsky, Hawks and Nichols (1992) explained that one of the indicators of the formation of the concept about functions was that it was not restricted to numerical values but it was composed of symbols and mathematical operations. Moreover, as stated by Basturk (2011), in order to be successful at the university entrance exam, since speed and time restrictions are some of the most important variables affecting the success in the exam, students need to know necessary algorithms and practical solutions. As it is suggested at the constructionist secondary mathematics curriculum, students should be able to develop abilities such as reasoning, problem solving, critical and creative thinking; use mathematical terminology and develop psychomotor and affective abilities. For this reason, in order to develop students' limited conceptual learning and problem solving skills, students should not be taught just with the aim of achieving exams.

Finally, it should be stated that due to the characteristics of qualitative research, findings presented in this study cannot be generalized to a group outside these participants and it is expected that similar studies which should be conducted with a larger sample will provide greater insight into the perceptions of students about function concept.

GİRİŞ

Matematikte birleştirici bir kavram olması nedeniyle, fonksiyonlar konusu her sınıf seviyesindeki matematik ders programlarının özünü ve eşik konusunu (treshold concept) oluşturmaktadır (Wilson, 1991; Carlson, 1998; Meel, 1999; Sajka, 2003; Evangelidou, Spyrou, Elia and Gagatsis, 2004; Elia ve Spyrou, 2006; Ural, 2006; Akkoç, 2005; Akkoç, 2003; Pettersson, 2012). Fonksiyon kavramı resmi olarak dokuzuncu sınıfta öğretilmeye başlanmakta ve ileriki yıllarda bu kavram pek çok konu ile ilişkilendirilerek kullanılmaktadır (Akkoç, 2004). Üniversitede ise fonksiyonlar cebirin ve analizinin odağında yer almaktadır.

121 sayılı ve 24.08.2011 tarihli dokuzuncu sınıf matematik programında fonksiyon konusuna küme teorisi temel alınarak giriş yapılmakta, kartezyen çarpım, sıralı ikili, bağıntı konularından sonra fonksiyon kavramı özel bir bağıntı olarak açıklanmaktadır. Fonksiyon kavramı, A ve B boş olmayan iki küme üzerinde, A'nın her elemanını, B'nin yalnız bir elemanına eşleyen; A'dan B'ye bir f bağıntısı ya da

tanım kümesindeki her elemanı değer kümesindeki bir ve yalnız bir elemana eşleyen özel bir bağıntı olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca, fonksiyon y gibi bir bağımlı değişken ile x gibi bir bağımsız değişken arasındaki ilişki olarak görülüp, bu anlayış matematik programlarında gizli olarak verilmektedir (Bayazit ve Aksoy, 2013). MEB (2011) dokuzuncu sınıf matematik programında fonksiyon kavramına ilişkin fonksiyonların küme eşlemesi diyagramı, sıralı ikililer kümesi, grafik gösterimi ve cebirsel ifadesi olmak üzere dört farklı temsil biçimine vurgu yapılmaktadır. Ayrıca, dokuzuncu sınıf matematik programında girdi-çıkıtı durumlarını ifade eden fonksiyon makinesi örnekleri de programda yer almaktadır. Wilson'a (1991) göre bu temsillerin her biri fonksiyon kavramının ayrı bir yönünü vurgulamaktadır ve bu açıdan öğrencilerin kavram görüntüsünü zenginleştirmektedir fakat farklı temsiller öğrenciler tarafından birbirinden tamamen bağımsız durumlar olarak algılanabilmektedir ve fonksiyon kavramının anlaşılmasında çeşitli zorluklara neden olmaktadır.

Clement (2001) öğrencilerin çoğunun fonksiyonu tek bir cebirsel formülle tanımladıklarını belirtmiştir. Öğrenciler $y = \pm \sqrt{x^2 - 3}$ cebirsel ifadesini x ve y sembollerini içerdiği ve tek bir formülü olduğu için hatalı olarak fonksiyon olarak belirtebilirken, kişileri borç miktarlarıyla eşleştiren bağıntıyı bir formülü olmadığı için fonksiyon olarak kabul etmemektedirler. Bunlara ek olarak, pek çok öğrenci parçalı fonksiyonun cebirsel ifadesini fonksiyon olarak kabul ederken, bu fonksiyonun grafiksel veya sözel formunu reddetmektedirler. Gerekçe olarak da, verilen fonksiyon grafiğinin düzgün artan veya azalan sürekli bir eğri veya doğru olmayışını belirtmişlerdir.

Fonksiyon konusunun önemi, öğrencilerin fonksiyon kavramı ile ilgili algılarını ve öğrenme seviyelerini araştıran pek çok ulusal ve uluslararası araştırma yapılmasına neden olmuştur (Aydın ve Köğce, 2008; Evangelidou, Spyrou, Elia, Gagatsis, 2004; Güveli ve Güveli, 2002; Kabaal, 2010; Kar, Çiltaş ve Işık, 2011; Pettersson, 2012; Tekin, Konyalıoğlu ve Işık, 2009). Yapılan bu çalışmalarda fonksiyon kavramının her düzeyden öğrenci için anlaşılması zor ve kolaylıkla kavram yanılgısına düşülebilen konularından biri olduğu belirtilmiştir. Örneğin, öğrenciler $f(x) = \sin x - 2$ fonksiyonunun grafiği, grafiğin sadece y -keseninin olması, x -keseninin bulunmaması nedeniyle fonksiyon olarak kabul etmemiştir (Akkoç, 2006). Ayrıca, Meel (1999) tarafından yapılan araştırmada $f(x) = 4$ ve $g(x) = 2$ ise $(f \circ g)(x)$ bileşke fonksiyonun $x = 7$ noktasının değerinin bulunması istenen soruda öğrencilerin büyük bir kısmı f ve g 'de 7 'yi yazacak formül olmadığı için yapamayacaklarını belirtmişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin belirtilen algıları ve kavram yanılgıları, öğrenmelerinin kavramsal ve işlemsel düzeylerinin araştırılmasını gerektirmektedir.

Kuramsal Çerçeve

Matematiksel bilgi, kavramsal ve işlemsel bilgi olarak araştırmacılar tarafından sınıflandırılmaktadır. Van De Walle'ye (2004) göre işlemsel bilgi, işlemlerin, kuralların ve sembollerin bilgisiyken; kavram bilgisi, bir alandaki ilkelerin, kuralların ve genellemelerin arasındaki karşılıklı ilişkilerin bilgisi olarak

tanımlanır (Akt. Kar, Çiltaş ve Işık, 2011). Soylu ve Aydın'a (2006) göre etkili matematik öğretimi öğrencilerin matematikle ilgili kavramları, işlemleri anlamalarına ve bunlar arasında ilişki kurmalarına yönelik olmalıdır.

İşlem bilgisinin içerdiği matematiksel semboller konunun yüzeysel özelliklerini verirken anlamını vermez (Baki ve Kartal, 2004). Baki'ye (1998) göre işlemsel ağırlıklı öğrenen öğrenci nedenleri ve niçinleri araştırmadan sadece kuralları ezberler ve kendisine öğretilenler aynen sorulduğu takdirde söyleyebilirken farklı durumlarda cevap veremez. Bayazit ve Aksoy'a (2013) göre ise işlemsel düzeyde öğrenen öğrenciler sembollerini, kuralları ve formülleri kullanabilselerde yaptıkları işlemlerin ve kullandıkları formül ve bağıntıların arkasındaki matematiksel anlamların farkında değildirler. Örneğin, sadece işlemsel öğrenen öğrenciler $y=4x-8$ gibi bir fonksiyonun tersinin kuralını bu ifadeden x 'i çekip x ile y 'yi yer değiştirerek bulabilirlerken yaptıkları işlemlerin arkasındaki mantığı yani x ve y 'nin yerlerinin neden değiştirildiğini genellikle kavrayamamaktadırlar. Kavramsal öğrenen öğrenci ise kavram ve işlem bilgisine dengeli bir şekilde önem vererek her iki tür bilgiyi de kullanır (Bell ve Baki, 1997). Öğrencilerin ters fonksiyon ile ilgili kavramsal gelişimi $y = x^2 - 9$ fonksiyonunun ters fonksiyonu var mıdır? şeklindeki açık uçlu bir soruyla ölçüldüğünde işlemsel bilgi düzeyinde öğrenen öğrenciler ters fonksiyon kuralını bulma sürecindeki işlemleri uygulayarak cevap vermektedirler. Kavramsal olarak öğrenip, anlamlı bilgiye sahip olan öğrenciler ise verilen ifadesinin çift fonksiyon olduğunu, tanım kümesindeki mutlak değerce eşit iki elemanı $(-4, 4)$ değer kümesinde tek elemana (7) eşleyeceği, bu fonksiyonun tersinin de tanım kümesindeki bir elemanı (7) değer kümesindeki iki farklı elemana $(-4, 4)$ eşleyeceği için verilen ifadenin tersinin fonksiyon olmayacağı şeklinde yorum yapmaktadırlar (Bayazit, 2010).

Fonksiyon kavramı ve bu kavramın öğrenimi soyut ve farklı gösterimlere sahip olması nedeniyle çok pek çok araştırmacı tarafından oldukça önemli bulunmaktadır (Breidenbach, Dubinsky, Hawks ve Nichols, 1992; Meel, 1999). Fonksiyon kavramı, öğrencilerin daha sonra karşılaşacağı trigonometri, logaritma, karmaşık sayılar, limit gibi pek çok kavrama temel teşkil etmektedir. Matematik gibi güçlü bir sıralı yapıya sahip derslerde yeni öğrenilecek kavramların kazanılması, ön kavramların gerçekleşmiş olmasına ve aralarında bir bağ kurulmasına bağlıdır. Ancak karmaşık ve soyut düzeyde olan fonksiyon kavramını öğrenmede öğrencilerin zorluk çektikleri ve çeşitli kavram yanılgılarına düştükleri bilinmektedir. Bu nedenle öğrencilerin fonksiyonlar konudaki algılarının belirlenmesi ve olası kavram yanılgısı yaşayabilecekleri durumlara dikkat edilerek öğretimlerine devam edilmesi önemli görülmektedir. Ayrıca, öğretmenlerin anlattığı konu ile ilgili öğrencilerinin ne tür öğrenme güçlüklerine sahip olduğunun belirlenmesi, etkili öğretim yöntem ve tekniklerini belirlemede yardımcı olacağı düşünülmektedir. Son olarak, bu tür bir farkındalığın öğrenme güçlüklerinin giderilmesine yönelik yapılacak olan başka çalışmalara da ışık tutacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, çalışmanın araştırma sorusu şu şekilde ifade edilmiştir:

Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin algıları işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında nasıldır?

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma deseni, katılımcılar, verilerin toplaması, analizine ve geçerlik ve güvenilirlik tedbirlerine yer verilmiştir.

Araştırmanın Deseni

Araştırma, fonksiyon kavramı ile ilgili öğrencilerin algılarını derinlemesine incelemeyi amaçladığı ve önceden kesin olarak belirlenmiş değişkenler olmaması nedeniyle nitel bir çalışmadır (Creswell, 1998). Araştırma, nitel araştırma desenlerinden biri olan fenomenolojik (phenomenology-olgu bilim) bir çalışmadır. Fenomenoloji farkında olduğumuz ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayışa sahip olmadığımız olgulara odaklanmaktadır. Selvi (2011) ise fenomenolojiyi bireysel algılar aracılığıyla otantik bilginin yaratılması, oluşturulması ve yansıtılmasını sağlayan bir metot olarak tanımlamaktadır. Marton'a (1981) göre bir fenomen ile ilgili öğrenme deneyiminin eğitimsel yönlerini tanımlama süreci, öğrencilerin bu fenomen hakkındaki deneyimlerinin çeşitliliğini araştırmayı gerektirir. Fenomenografik yaklaşımda amaç, dışarıdan bir gözlemci tarafından bireyin etrafındaki dünyada yer alan fenomeni nasıl kavramlaştırdığını tanımlamak, analiz etmek ve anlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Fenomenoloji, bireysel bakış açısına dayalı olarak olguların anlamlarını yakalamayı amaçlamaktadır.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını İzmir İli Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı liselerde 2012-2013 eğitim öğretim yılı bahar döneminde dokuzuncu sınıfta öğrenim görmekte olan dört öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin ikisi kız, ikisi erkektir. Görüşme yapılacak öğrencilerin belirlenmesi için amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan kritik durum örnekleme kullanılmıştır. Patton'a (1990) göre bu örnekleme yönteminin kullanılması için en önemli gösterge olarak, "bu, burada oluyorsa, başka benzer durumlarda da kesinlikle oluyor" veya tam tersine "bu, burada olmuyorsa, başka benzer durumlarda kesinlikle olmaz" şeklindeki ifadeler kabul edilmektedir. Başka bir gösterge olarak, "bir grup belirli bir problemle karşılaşıyorsa, diğer bütün gruplar kesinlikle bu problemle karşı karşıya kalır" şeklinde bir yargının varlığı ya da yokluğudur (Patton, 1990). Diğer bir ifadeyle başarılı öğrenciler fonksiyon kavramıyla ilgili çeşitli yanılgılar ve zorluklar yaşıyorlarsa, bu kavramı anlamakta zorlanan öğrencilerin de böyle zorluklar yaşayabileceği düşünülmektedir. Patton'a (1990) göre, bir veya birkaç sınırlı durumun çalışılması, geniş kapsamlı genellemelerin yapılmasına olanak vermese de, araştırma sonucunda elde edilen sonuçların zenginliği ve inandırıcılığı, sınırlı genellemeler yapılmasını olanaklı kılabilir.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada başarı testi ve yarı yapılandırılmış görüşmeler ile veri toplanmıştır. Özüdoğru (2013) tarafından tez kapsamında geliştirilen başarı testi örnekleme alınacak öğrencilerin belirlenmesinde kullanılmıştır. Başarı testi 9. sınıf matematik dersi öğretim programının cebir öğrenme alanı “Bağıntı, Fonksiyon ve İşlem” bölümü, fonksiyon ve fonksiyonlarda işlem alt-öğrenme alanı ile ilgili hedef ve davranışları kapsamaktadır. 20 soruluk çoktan seçmeli matematik başarı testi, kavramların matematiksel yapısı, kapsam geçerliği ve güçlük derecesi açısından program geliştirme, ölçme değerlendirme ve alan uzmanlarının görüşleri alınarak hazırlanmıştır. Tablo 1’de fonksiyon alt öğrenme alanı kazanımları ve testteki soru numaraları verilmiştir.

Tablo 1. Fonksiyon Alt Öğrenme Alanı Kazanımları ve Testteki Soru Numaraları

Bağıntı, Fonksiyon ve İşlem Bölümü, Fonksiyon Alt Öğrenme Alanı Kazanımları	Testteki Soru Numaraları
1.Fonksiyonların tanım, değer ve görüntü kümelerini bulur.	3, 15
2.Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini belirler.	7, 18
3. Fonksiyon ve bağıntı arasındaki ilişkiyi açıklar.	1, 2, 6, 17
4.Gerçek sayılar kümesinde tanımlı fonksiyonların toplam, fark, çarpım ve bölüm fonksiyonlarını bulur.	5
5.Birebir, örten, içine, birim, sabit, parçalı, tek ve çift fonksiyon gibi fonksiyon çeşitlerini ayırt eder.	9, 19
6.Birebir ve örten fonksiyonun tersini bulur.	4, 8, 10
7.Grafiği verilen bir fonksiyonun tersinin olup olmadığına karar verir.	11, 16
8.Fonksiyonlarda bileşke işlemi ile ilgili soruları çözer.	12, 13, 14, 20

Testin ortalama güçlüğü .48; ortalaması 9.6; standart sapması 4.9 ve güvenilirlik katsayısı .84’dür. Başarı testi değerlendirildikten sonra sonuçlar açısından üç gruba ayrılıp en üst grupta yer alan dört öğrenci görüşme için seçilmiştir. Bu öğrenciler 25 soruya 18 ve üzerinde doğru cevap veren öğrenciler arasından görüşmeyi gönüllü olarak kabul eden öğrencilerdir.

Yarı yapılandırılmış görüşme, sorularda esneklik sağlaması nedeniyle görüşmeciye ekstra bilgi için araştırma fırsatı vermektedir çünkü görüşmeci hem önceden hazırlanmış soruları sorma hem de ayrıntılı bilgi alma amacıyla ek sorular sorma özgürlüğüne sahiptir (Patton, 1987). Ayrıca, önceden hazırlanmış sorular veri toplama sürecini sistematikleştirirken; kendiliğinden doğan ek sorular ise konuyla ilgili farklı boyutlarda daha derin bilgi toplanmasına yardım eder.

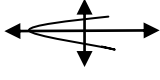

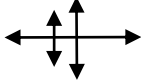
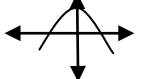

Yarı yapılandırılmış görüşme soruları, işlemsel bilgiler yanında, MEB (2011) dokuzuncu sınıf Matematik Ders Programındaki içeriğe bağlı kalarak yardımcı kaynaklar ve test kitapları ile yerli ve yabancı alanyazın taranarak oluşturulmuş kavramsal soruları da içermektedir. Tablo 2’de görüşmede yer alan sorulara yer verilmiştir.

Görüşme formundaki kavramsal öğrenmeyi ölçmeyi amaçlayan sorular, fonksiyonun tanımlanmasını, fonksiyonlarla ilgili günlük hayattan örnekler verilmesini ve günlük hayatla ilgili verilen bağıntı örneklerinin fonksiyon olup

olmadığının belirlenmesini (1. ve 2. sorular), R 'de, Z 'de ve N 'de tanımlı bağıntıların fonksiyon olup olmadığının belirlenmesini (3. ve 5. sorular), verilen bağıntıların tersinin olup olmadığının belirlenmesini (6-a. soru) içermektedir. Diğer taraftan, grafiği verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığının belirlenmesini gerektiren (4. soru), grafiği verilen bağıntıların birebir fonksiyon olup olmadığının belirlenmesini gerektiren (7. soru), verilen fonksiyonun belirtilen bir noktada tersinin değerinin bulunmasını gerektiren (6-b. soru) ve bileşke fonksiyonu da kapsayan fonksiyon kavramı ile ilgili denklem çözme gibi beceriler gerektiren (8. soru) sorular öğrenciler tarafından kavramsal olarak açıklanmadan, ezberlenen kural ya da formüle göre cevaplandırıldığı için işlemsel öğrenmeyi değerlendiren sorular kategorisinde ele alınmıştır.

Görüşme formuna uzman görüşleri doğrultusunda düzeltme ve değişikliklerin tamamlanmasından sonra gerçek uygulamaya dâhil edilmeyen iki dokuzuncu sınıf öğrencisi ile pilot görüşme yapılarak son şekli verilmiştir. Pilot görüşmeden elde edilen izlenimler sonucunda, görüşme sorularının bazılarında düzeltmeler yapılarak daha iyi anlaşılmasının sağlanması için kısa açıklamalara yer verilmiştir.

Tablo 2. Görüşme Soruları

1) Fonksiyon nedir? Tanımlayınız.	2) Fonksiyonlarla ilgili günlük hayattan bir örnek veriniz.
• Fonksiyon kavramından ne anlıyorsun?	
3) Reel sayılarda tanımlı cebirsel ifade şeklinde verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirleyiniz.	4) $f: R \rightarrow R$ 'ye tanımlanan aşağıdaki bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığını açıklayarak belirtiniz.
I. $y^2 = x$	
II. $y^3 = x^2$	
III. $ y = x$	
IV. $y = \frac{x+5}{x-4}$	
V. $y = \sqrt{x+2}$	
5) Verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını açıklayınız.	6) $\begin{cases} A = \{a, b, c\} \\ B = \{x, y, z\} \end{cases}$
$f: N \rightarrow N \quad f(x) = 3x - 2$	A kümesinden B kümesine tanımlı aşağıdaki bağıntıların terslerinin olup olmadığını açıklayarak belirtiniz. Hangisinin tersi vardır? Yorumlayınız.
$g: Z \rightarrow Z \quad g(x) = \frac{4x+7}{5}$	A) $\{(a, x), (b, x), (c, x)\}$ B) $\{(a, x), (b, y), (c, x)\}$
	C) $\{(a, x), (b, z), (c, z)\}$ D) $\{(a, x), (b, y), (c, z)\}$

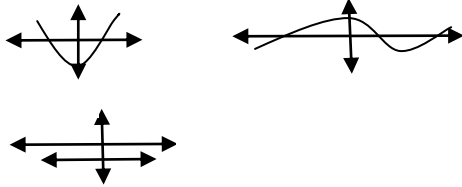
$$h: R \rightarrow R \quad h(x) = \frac{4x+3}{2}$$

$$E) \{(a, z), (b, y), (z, y)\}$$

b) $f(x) = x^2 - 8x + 10$ fonksiyonu veriliyor. f^{-1} fonksiyonu $f(x)$ 'in ters fonksiyonu olmak üzere, $f^{-1}(-6)$ 'nın değerini hesaplayınız.

7) R^2 'den R^2 'ye tanımlanan $y=f(x)$ fonksiyonlarından hangisinin grafiği birebirdir?

$$8) f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 3 \\ 3x + a, & x > 3 \end{cases}$$



Şeklinde tanımlanan $f(x)$ parçalı fonksiyonu için $f(3) = 25$ ise, a 'nın değerini nasıl buluruz. Açıklayınız.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Görüşmelerde öğrencilerin yüksek sesle düşünmeleri ve verdikleri yanıtları nedenleri ile birlikte açıklamaları istenmiştir. Görüşmeler, öğrencilerin öğrenim gördükleri okullarda yapılmıştır. Görüşme sürecinde öncelikle öğrencilerin kendilerini rahat hissedebilmeleri için dersler ve günlük yaşamlarıyla ilgili sohbet edilmiş, sonrasında ise görüşmenin amacı anlatılıp sorularla ilgili neler düşündüklerini açıkça söylemelerinin önemli olduğu açıklanmıştır. Görüşmeler yaklaşık 40 - 45 dakika sürmüştür.

Bu araştırmada öğrenciler ile yapılan görüşme kayıtları bilgisayar ortamında kelimesi kelimesine yazıya dökülmüştür. Daha sonra yazılı kayıtlar ile ses kayıtları tekrar kontrol edilmiş ve öğrencilerin de fikirleri tam olarak yansıtıldığından emin olunmuştur. Belirlenen kavramlar çerçevesinde öğrencilerin vurguladıkları farklılıklar ve benzerlikler belirlenmeye çalışılmıştır. Literatür yardımıyla belirlenen ve uzman görüşü alınan kategoriler oluşturulmuştur. Görüşmeler sonrasında elde edilen veriler betimsel ve içerik analizi yoluyla incelenmiştir. Analizlerde, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Ayrıca kategorilerde yer almayan ancak önemli görülen ifadeler ve açıklamalara, bulgular ve yorumlar kısmında yer verilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırılan olgu ve olay hakkında bütün resmi görebilmek için araştırmacının elde ettiği verileri ve ulaştığı sonuçları doğrulamasına yardımcı olacak bazı ek yöntemler (çeşitleme, katılımcı teyidi, meslektaş teyidi, vb.) kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmacının hazırladığı görüşme soruları matematik eğitimi alanında doktora derecesine sahip iki uzmana görüşlerini almak üzere sunulup öneriler doğrultusunda gerekli düzeltilmeler yapılarak forma son şekli verilmiştir. Ayrıca çalışmalarda doğrudan alıntılara yer vermek ve bunlardan yola çıkarak sonuçları açıklamak geçerliği artırıcı önemler olarak yapılan araştırmada dikkate alınmıştır. Çalışmanın güvenilirliğinin sağlanması için araştırma sorusuna uygun veri toplama yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca görüşme sırasında izin alınarak görüşme ses

kayıt cihazı ile kaydedilip saklanmıştır. Böylece benzer araştırma yapan diğer araştırmacılar için araştırmanın tekrar edilebilirliğini dolayısıyla güvenilirliğini artıracakı düşünülmektedir.

BULGULAR

Bu bölümde, görüşmelerden elde edilen verilerin analizleri sonucunda araştırma problemlerine yönelik elde edilen bulgulara, bunlara ilişkin yorumlara, açıklamalara yer verilmiştir.

Araştırma verileri 2 tema altında incelenmiştir. Bu temalar aşağıda sıralanmıştır:

1. Fonksiyonun Tanımsal Özellikleri
2. Ters Fonksiyon Kavramı

1. Fonksiyonun Tanımsal Özellikleri İle İlgili Bulgular

Araştırma kapsamında öğrencilerin fonksiyon kavramı tanımları ile günlük hayat ile ilgili verdikleri örnekler (1. ve 2. sorular) ve tanım kümesi ve değer kümesi verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarının incelenmesi (3. ve 5 sorulara ilişkin yapılan açıklama ve yorumlar) kavramsal öğrenme boyutu ile ilgili kabul edilirken, verilen bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığına (4. soru) incelenmesinde öğrenciler tarafından kullanılan dikey çizgi testi ve denklem çözme gibi beceriler gerektiren (8.soru) öğrenmenin işlemsel düzeyde gerçekleşme göstergesi olarak kabul edilmiştir.

Tanım ve değer kümesi ile ilgili Ö3 “... $f(x)$ 'li kısım tanım kümesi...tanım kümesinden bir eleman görüntü kümesinden bir tane elemana gidiyor..., a ve b tek şeye gidebilir ama bir a iki tane şeye gidemez...” şeklinde tanım ve değer kümesini kullanmadan fonksiyon kavramını yorumlamıştır. Ö1 ise soru içinde rasyonel bir bağıntının fonksiyon olup olmadığına karar verirken değer verdiğini “mesela y 'ye değer verdiğimde yani x 'e de değer verdiğimde ikisi birbirini tutuyor mu yoksa tutmuyor mu diye baktım” (ikisi demekle verdiği değerlerin tanım ve değer kümelerinin içinde yer alıp almadığını kastediyor) ifadesiyle matematiksel dile değinmeden tanım ve değer kümeleri kavramlarını açıklamaya çalışmıştır. Ö4 ise, “...tanım kümesi ilk olarak gördüğümüz küme, değer kümesi ikinci olarak gördüğümüz küme” şeklinde kümeleri sıralarken; Ö2, tanım ve değer kümelerine değinmeden verilen bağıntıların sadece cebirsel ifadelerine bakarak fonksiyon olduklarını belirtmiştir.

Ö1, tanım kümesine değer verip değer kümesini bulmak yerine tam tersi bir kavramsal algıya sahiptir. Bu durumu y 'ye değer verip x 'ten değer almalıyım şeklinde açıklamaktadır. Ö1'de x , y 'nin fonksiyonu mu yoksa y , x 'in fonksiyonu mu olmalıdır şeklinde bir kavram karışıklığı gözlenmiştir.

Öğrencilerin fonksiyon kavramına ilişkin kendi cümleleri ile yaptıkları tanımlamalar incelendiğinde öğrencilerin farklı alt temalara giren cevaplar verdiği görülmüştür. Öğrencilerin yaptığı fonksiyon tanımına ilişkin bulgular Tablo 3'te belirtilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin Yaptığı Fonksiyon Tanımları ile İlgili Alt Temalar

Fonksiyon nedir?	Öğrenci Yanıtları
Cebirsel işlem	...Tanım kümesinden bir değeri belli bir koşula göre değer kümesine eşleyen matematiksel bir işlem...(Ö1)
Denklem	... $f(x)=3x-4$ olarak kafamda bir imaj var $x=-1$ olduğunda işlem kolay oluyor, direk yerine koyuyorum ...(Ö3)
Grafik	...Önce grafik gelir aklıma. Bir sonraki adım olarak $f(2)$ nedir gibi sorular gelir...(Ö4) ...fonksiyon özelleştirilmiş bağıntı demek...a'yı uygun bir b'ye eşleyen bağıntı...(Ö2)
Birebir eşleme/ Bağıntı /	...İki küme geliyor aklıma... iki kümenin elemanlarının belirli bir kurala göre eşleştirilmesi...hangi kurala göre onu bilmiyorum...(Ö4)
Tanım ve görüntü kümesini kullanan tanımlar	...Tanım kümesinden bir eleman görüntü kümesinden bir tane elemana gidiyor...a ve b tek şeye gidebilir ama bir a iki tane şeye gidemez...(Ö3)

Öğrencilerin fonksiyon kavramına ilişkin algılarının çoğunlukla cebirsel işlem, denklem, grafik, birebir eşleme/bağıntı etrafında toplandığı; tanım ve görüntü kümesini kullanan tanımlamaların daha az olduğu belirlenmiştir.

Ö3, fonksiyon kavramının tanımında “fonksiyonun içi var $f(x)$ kısmı var, $f(x)=3x-4$ olarak kafamda bir imaj var. $x=-1$ olduğunda işlem kolay oluyor, direk yerine koyuyorum” açıklamasını yapmıştır. Fonksiyonu, “tanım kümesi değer kümesi olarak tanımlayamayabilirim, x 'li ve y 'li hali, hocamız tanım ve değer kümesi üzerinde çok durmadı” yorumunu yapmıştır. Bu tanımla fonksiyonu denklem olarak algıladığı görülmektedir. Daha sonra sorulan başka sorularda “Tanım kümesinden bir eleman görüntü kümesinden bir tane elemana gidiyor”, “a ve b tek şeye gidebilir ama bir a iki tane şeye gidemez” gibi yaptığı tanımlamalar, tam olarak kavramsal öğrenmenin gerçekleşmediğini fakat kavramı çağrıştıran ifadeler duyduğunda matematiksel dili kullanmadan bazı açıklamalar yapabildiği şeklinde yorumlanabilir.

Ö4 ise, fonksiyon kavramını ...önce grafik gelir aklıma. Bir sonraki adım olarak $f(2)$ nedir gibi sorular gelir...ya da “iki küme aklıma geliyor... bu iki kümenin elemanlarının belirli bir kurala göre eşleştirilmesi” olarak tanımlarken, hangi kurala göre tanımladığı sorulduğunda, “onu bilmiyorum...” demiştir.

Derste tanım, değer ve görüntü kümesi gibi kavramlara değinilmeden sadece denklem ya da grafik verilerek fonksiyonun $x=3$ ya da $f(2)$ gibi belirli noktadaki değerlerinin sorulması öğrencilerin fonksiyonu çoğunlukla cebirsel işlem, denklem veya grafik olarak algıladıklarını kavramsal olarak fonksiyonların çoklu temsillerini öğrenemediklerini göstermektedir.

Öğrencilerden fonksiyonlarla ilgili günlük hayattan örnekler vermeleri istendiğinde, Tablo 4'te de belirtildiği gibi, verdikleri örneklerin çoğunlukla

fonksiyon kavramıyla ilgili bire bir eşleme yapma algısına sahip olduğu, çok azının fonksiyonu dönüştürme yapan bir süreç olarak algıladığı belirlenmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin Verdiği Günlük Hayat Örnekleri ile İlgili Alt Temalar

Fonksiyon kavramıyla ilgili günlük hayat örnekleri	Öğrenci Yanıtları
<i>Birebir eşlemeye dayalı günlük hayat örnekleri</i>	Sınavı geçen ve geçemeyen öğrenciler...O kaleye atacak öğrenciler kümesi ile bu kaleye atacak öğrenciler kümesi...Bu meyve bu ağaçtan, diğeri şu ağaçtan...(Ö2) Bir ders saatinde aynı anda 2 dersi işleyemezsin seçmeli dersler, İngiliz edebiyatı, astronomi gibi isteyen istediği derse gidebilir...boşta eleman kalmıyor...herkes bir ders seçiyor...(Ö3) ...Mesela okul aile birliği seçimi...Görevlerin eşleştirilmesi...Bir veli bir görevde olabilecek, yazman, sayman vs...bir insan birden fazla otobüse binemez aynı anda...İzmir'den İstanbul ve Erzurum'a gidecek kişinin İzmir'den aldığı biletle İstanbul'dan Erzurum biletlerinin saatleri farklı olmalıdır...(Ö4)
<i>Cebirsel-işlevsel günlük hayat örnekleri</i>	...Bilgisayar programı yazarken fonksiyonlar kullanılıyor...Bir arkadaşım su faturası programı yazdı...Ne kadar kullandığımı oradaki değerlerle çarpıp çıkartıyor...(Ö1)
(fonksiyonun dönüştürme yapan bir süreç olduğu algısı bulunmaktadır)	Fabrikalarda kullanılıyor...Aygıtlar var...zeytin atıyorsunuz, sarı yeşil siyah zeytin diye...(Ö2) Harekete geçirme işlevsel...Bilgisayarlar...Mekanik olarak kullanılıyor...sayılarla ilgili...(Ö3)

Diğer taraftan fonksiyon kavramının işlemsel boyutunda, verilen bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığının incelenmesinde tüm öğrenciler “*y eksenine paralel çizgiler çizerim... eğer çizgiler fonksiyon grafiğini iki yerde kesiyorsa fonksiyon değildir, ama eğer tek yerde kesiyorsa fonksiyon oluyor*” kuralını belirtmişlerdir. Ö2, “...öğretmenimiz öğretmişti...dik dik olması lazım...düşey çizgiler çiziyorsun...kesişmemesi lazım iki noktada” açıklamalarını yapmıştır. Neden bir yerde kesmesi gerekiyor diye sorulan Ö4, “*çünkü 2 tane olamıyor...aynı elemanı 2 sefer kullanamıyor... gibi bir kural vardı...*” diye öğretilen ezbere kuralı hatırlamaya çalışmıştır. Bu açıklamalar öğrencilerin formül veya kuralları öğrendiklerini fakat nedenleri ile ilgili gerekli açıklamaları yapamamaları ise kavramsal öğrenmenin henüz gerçekleşmediğini göstermektedir.

2. Ters Fonksiyon Kavramı İle İlgili Bulgular

A kümesinden B kümesine tanımlı bağıntıların terslerinin fonksiyon olup olmadığının belirlenmesi istenen soru (6. soruya ilişkin yapılan yorumlar ve açıklamalar) kavramsal öğrenme boyutu ile ilgili kabul edilirken, R'den R'ye tanımlanan fonksiyon grafiklerinin birebir olup olmadıklarının incelenmesinde öğrenciler tarafından kullanılan dikey çizgi testi öğrenmenin işlemsel düzeyde gerçekleşme göstergesi olarak kabul edilmiştir.

Ö1, verilen bağıntuların terslerinin olması için birebir ve örten fonksiyon olması gerektiğini belirtmiştir. Birebir olması ne demek sorusuna Ö1 “Tanım kümesinden bir elemanla değer kümesinden sadece bir eleman eşleniyor”. “Her elemanın bir görüntüsü var” cevabını verirken; Ö2, “Tanımını yapamam ama şuan aklımdakiler doğrudur. Aklımdakileri ifade etmede biraz sıkıntı oluyor.” diye açıklayıp iki küme çiziyor. a elemanı b’ye, c elemanı d’ye, e elemanı f’ ye gidecek şekilde iki küme arasında eşleme yapıyor. “a ikinci bir elemana gitmeyecek...” şeklinde açıklama yapıyor. Ö2 tersinin olması için aynı zamanda örten de olması gerektiğini sözel olarak belirtmemiştir fakat Ö2, R’den R’ye tanımlanan fonksiyon grafiklerinden hangisinin birebir olduğunun belirlenmesi istenen başka bir soruda “birebir olması için yatay çizgiler çiziyorsun...noktalar grafiği iki noktada kesmeyecek” şeklinde yatay çizgi kuralını uygulayabilmiştir. Ö1 ise “Tanım kümesinden değer kümesine hepsinin eşlenmesi gerekiyor” “açıkta eleman kalmaması gerekiyor...” şeklinde açıklamıştır. Ö3, birebir fonksiyonu, “Tanım kümesindeki her bir eleman değer kümesindeki her bir elemanla birebir eşleniyor boşluk kalmadan...” Örten fonksiyonu ise, “Tanım kümesindeki her eleman diğeriyle eşleniyor ama boşta eleman kalabiliyor muydu? Kalamıyordu, çünkü adı üstünde örten örtüyor olması gerekir...” şeklinde açıklamıştır.

Ö2 ve Ö3, birebir fonksiyon ve örten fonksiyona vurgu yapmadan fonksiyonun tersinin olması için “*bu...işte... tersinin A’dan B’ye ise B’den A’ya olacak... A’dan B’ye; tersi B’den A’ya olunca tersi vardır. Ters değer kümesine eşit oluyor.*” açıklamalarını yapmıştır. (f fonksiyonunun ters fonksiyonunun tanım kümesinin, f fonksiyonunun değer kümesine eşit olduğunu söylemek istiyor).

Bütün öğrencilerin R’den R’ye tanımlanan fonksiyon grafiklerinin birebir olup olmadığının belirlenmesi istenen soruyu “*yatay çizgiler çiziyoruz...*” yanıtını vererek çizilen doğruların fonksiyonu tek veya daha fazla noktada kesip kesmeme kuralına göre cevaplayabilmeleri, fonksiyon kavramının öğreniminin işlemsel düzeyde kaldığını göstermektedir. Öğrencilere neden tek veya daha fazla noktada kesmeli ya da kesmemeli sorusu yöneltildiğinde, fonksiyon kavramı ile kural arasındaki ilişkiyi kuramadıkları belirlenmiştir.

Ters fonksiyon teması altında öğrencilere işlemsel bir soru da sorulmuştur. Bu soruda verilen $f(x) = x^2 - 8x + 10$ fonksiyonunun tersinin -6 noktasındaki değer sorulmuştur. Bu işlemsel soruda Ö2’nin ters fonksiyon kavramına daha çok hâkim olduğu görülüyor. Doğrudan soruyu çözen eşitliği yazabilmiştir. Ö1 ise “önce f’in tersini aldım. f(x)’in değerini içeri x’i de dışarı aldım. f’in tersini aldım, sonra $f^{-1}(-6)$ ’ yı aradığı için f’in tersini -6’ya eşitledim. Sonra x’i bulcam oradan...” açıklamasını yapmıştır. Fakat Ö1’in Ö2 gibi denkleme çözemediği kafasından değer vererek sonuca ulaştığı görölmüştür. Ö3 ve Ö4 ise, bu soruda “*fonksiyonun tersini alıp sonra tersinde x yerine -6 koyarız.*” Şeklinde açıklamalar yapmalarına rağmen denkleme köklerine ayırıp, tersini bulamadılar. Fonksiyonun tersini alamayınca, x yerine -6 koymayı deniyor. Fonksiyonun işlemsel boyutu ile ilgili olan bu soruda zorlanmalarının nedeni derste verilen fonksiyon denklemlerinde tersini bulması daha kolay ifadeler olmasıdır. Öğrenciler derste alıştığı gibi tersini alıp, bulduğu fonksiyonda da sorulan değer yazarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon tanımı ile ilgili algıları, günlük hayatla ilgili fonksiyon örnekleri, birebir fonksiyon algıları, fonksiyon grafikleri ve ters fonksiyon kavramına ilişkin algıları kavramsal ve işlemsel öğrenmeleri çerçevesinde incelenmiştir.

Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin fonksiyon teması altında yer alan tanım kümesi ve değer kümesi kavramlarını matematiksel olarak tanımlayamadığı, fonksiyon tanımını yaparken öğrencilerin tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi gibi kavramlara değinmediği ve bazı öğrencilerin tanım kümesi ile değer kümesi kavramlarını karıştırdıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin görüntü ve değer kümelerini ayırmadan bu kavramlar için sadece değer kümesini kullandıkları, fonksiyonun grafiği ve ters fonksiyon gibi matematiksel kavramları günlük hayatla bağdaştırmada, fonksiyon kavramları arasındaki ilişkileri açıklarken zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin bir kısmının fonksiyonun tersinin olması için birebir ve örten olması gerektiğini sözel olarak söyledikleri fakat birebir ve örten fonksiyonun ne demek olduğunu ve neden fonksiyonun tersinin olması için birebir ve örten olması ile ilgili kapsamlı yorum yapamadıkları gözlenmiştir. Başka bir ifadeyle, öğrencilerde kavramsal öğrenmenin tam olarak gerçekleşmediği, öğrenmenin işlemsel düzeyde kaldığı, öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili problemleri çözerken, ezberlenen kurallara göre işlemler yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca, bazı öğrencilerin fonksiyonu bilinmeyenlerden oluşan denklem ya da formül olarak düşündüğü gibi bazı sayılar verildiğinde yeni bir sayı bulmayı içeren bir işlem süreci olarak gördüğü belirlenmiştir.

R'de tanımlı cebirsel ifade şeklinde verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar vermede öğrencilerin ciddi zorluklar yaşadığı gözlenmiştir. Yorum yapmadan önce bazı öğrencilerin daha önce böyle bir soru tipiyle karşılaşmadığını belirttiği, bazı öğrencilerin ise, cebirsel ifadelerin fonksiyon olup olmadıklarına fonksiyon tanımını kullanıp, yorum yaparak değil, derste gördüğü fonksiyon çeşitlerine benzeyip benzemediğine bakarak karar verdiği gözlenmiştir. Benzer bir durum, verilen bağıntı grafiklerinin fonksiyon olup olmadığının belirlenmesinin istendiği soruda, öğrencilerin dikey çizgi testinin kuralını öğrenerek, fonksiyon tanımına başvurmadan sonuca gittikleri işlemsel öğrenme sorularında da görülmüştür.

Çalışmada, öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili ağırlıklı olarak cebirsel ve bir kümeden başka bir kümeye eleman eşleyen bir bağıntı olarak algıladıkları belirlenmiştir. Pek çok çalışmada öğrencilerin fonksiyonun cebirsel temsilde grafik ve sözel ifade edilmesine göre daha başarılı olduklarını göstermektedir. Benzer şekilde, Baştürk'ün (2010) ve Elia ve Spyrou, (2006)'nın araştırma bulgularına göre de, öğrencilerin grafik ve sözel temsillere kıyasla cebirsel temsilde daha başarılı oldukları ve bir temsilden diğerine geçişte bu araştırma bulgularıyla da uyumlu bir şekilde büyük problemler yaşadıkları belirlenmiştir. Süzer (2011) küme çizilerek yapılan tanımlar hariç geriye kalan durumlarda öğrencilerin fonksiyonun cebirsel bir işleme ya da aritmetik bir yapıya karşılık geldiğini düşündüklerini belirtmiştir. Bu tür bir anlayış, yapılan çalışmada da gözlemlendiği gibi fonksiyon

kavramını cebirsel ve aritmetik işlemlere indirgeyerek fonksiyon tanımını daraltmakta ve fonksiyon kavramını açıklama noktasında yetersiz kalmaktadır. Bu bulgular okullardaki matematik öğretiminin daha çok fonksiyonun cebirsel temsiline odaklanmasına ve öğrencilerin fonksiyon kavramını bir formülle verilen eşleme kuralı olarak algılamalarına bağlanabilir.

Araştırmada fonksiyon kavramı ile ilgili öğrencilerin verdiği günlük hayat örneklerinin çoğunlukla cebirsel-işlevsel günlük hayat örnekleri ve birebir eşlemeye dayalı örnekler alt temalarında toplanırken, ezbere/kitap günlük hayat örneklerine rastlanmamıştır. Öğrencilerin verdiği günlük hayatla ilgili örneklerde ezbere/kitap günlük hayat örneklerine rastlanmamasının nedeni programların konuların teorik kısmına yani formüller, kurallar ve işlemler kısmına daha fazla vurgu yapması ve günlük hayat örneklerine yeterince önem verilmemesi ile ilgili olduğu düşünülebilir. Süzer'in (2011) öğrencilerin fonksiyon kavramı ve kavram imajları ile ilgili yaptığı araştırmada birçok öğrencinin öğretmenin derste kurduğu tanımların ve örneklerin dışına çıkamadığı ve öğrencilerde fonksiyon kavramının küme çizerek tanımlamaktan öteye geçemedikleri belirlenmiştir.

Okullarda fonksiyon kavramının çoğunlukla işlemsel yönlerine vurgu yapıp asıl önemli olan ve fonksiyonel düşünmeyi geliştiren yapısal, kavramsal gösterimleri arasındaki ilişkiler ve güncel yaşamdaki yansımaları verilmemektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında, üniversite sınavında fonksiyonla ilgili soruların sadece işlemsel olması, öğrenciler tarafından fonksiyonun değerinin mutlaka sayısal bir değer olması gerektiği şekilde algılanması düşünülebilir. Oysaki, Breidenbach, Dubinsky, Hawks ve Nichols'e (1992) göre öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili kavram oluşumunun belirli göstergelerinden biri fonksiyonların tanım ve değer kümesi bağlamında sadece sayılarla sınırlı olmadığını sembol ya da matematiksel işlemlerden oluşabileceğinin farkında olmalarıdır. Üniversiteye giriş sınavında sorulan sorular, ortaöğretim lise programının benimsediği yapılanmacı öğretim hedefleriyle tam olarak uyum içinde değildir. Sınavda yer alan pek çok soru tipi programa göre hazırlanan lise ders kitaplarında bulunmamaktadır. Baştürk'ün (2011) yaptığı araştırmada da üniversiteye giriş sınavında zaman faktörü başarıyı etkileyen en önemli değişkenlerden biri olduğu için başarılı olabilmek için algoritmaların ve pratik çözüm yollarının önemli hale gelmesine neden olmaktadır. Yapılan araştırmada da öğrencilerin sıklıkla kural kullanarak (yatay çizgi testi, düşey çizgi testi) soruları çözdüğü gözlenmiştir.

Ortaöğretim matematik programında öğrencilerden beklenen akıl yürütme, problem çözme, eleştirel ve yaratıcı düşünme, matematiksel terminolojiyi kullanabilmenin yanında psikomotor ve duyuşsal yönden gelişmeleridir. Ayrıca, dokuzuncu sınıf matematik programında dinamik matematik yazılımları ile $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $h(x) = \sqrt{x^2 + 4x - 3}$, $k(x) = \ln x$, $l(x) = x^2$ gibi ilgili fonksiyon kavramının anlamlı öğrenilmesine yardımcı bilgisayar destekli etkinlikler yer almaktadır. Sınav sistemi, materyal eksikliği, öğretmenlerin bu yöntemlere alışkın olmaması ve zaman sınırlaması gibi nedenlerle matematik öğretiminde bu tür etkinliklere yer verilememektedir.

Fonksiyonlar konusunun etkili öğretimi için fonksiyonun cebirsel öğretimi yanında, grafiksel gösterimler oluşturma, grafiksel gösterimi cebirsel ya da tersi bir dönüşümle kavramalarının sağlanması yanında mevcut grafikleri yorumlama, grafikteki bilgilerden yararlanarak problem çözme gibi etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Sınıfta öğretim sırasında öğretmenlere ve yeni hazırlanacak programlarda bu tür uygulamalara yer verilmesi ise program geliştiricilere önerilmektedir.

Son olarak, araştırmanın az sayıda katılımcıyla yapılmış olması bir sınırlılık olarak düşünülebilir fakat araştırmanın nitel karakterli olmasının bu sınırlılığı belli ölçüde tolere ettiği düşünülmektedir. Ayrıca, araştırmanın nitel karakterli olması sebebiyle bu makalede sunulan bulguların katılımcılar dışındaki bir gruba tam anlamıyla genellenemeyeceği, daha büyük bir örneklem grubuyla yapılacak benzer çalışmaların öğrencilerin fonksiyon algıları konusunda daha aydınlatıcı bilgiler vereceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Akkoç, H. (2003). *Students' understanding of the core concept of function*. Yayınlanmamış doktora tezi, Warwick Üniversitesi, İngiltere.
- Akkoç, H. (2004). *Lise 3 öğrencilerinin çekirdek fonksiyon kavramını anlamaları*. VI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 9-11 Eylül 2004, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Akkoç, H. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: Tanımsal özellikler ve çoğul temsiller. *Eurasian Journal of Educational Research*, 20, 14-24.
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-10.
- Aksoy, N., C., Çalık, N. ve Çinar, C. (2012). *Excel ile matematik öğretiminin öğretmen adaylarının fonksiyon grafikleri çizimi üzerine etkisi*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde Üniversitesi, 27-30 Haziran 2012.
- Aydın, M. ve Köğce, D. (2008). Öğretmen adaylarının “denklem ve fonksiyon” kavramlarına ilişkin algıları. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(1), 46-58.
- Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Özel Sayı*, 250-258, Erzurum.
- Baki, A., Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin değerlendirilmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baştürk, S. (2011). Üniversiteye giriş sınavına hazırlanma sürecinin öğrencilerin matematik öğrenmeleri üzerine olumsuz yansımaları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 69-79.
- Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465-482.

- Bayazit, İ. (2010). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. H. Akkoç, E. Bingölbali, M. F. Özmantar (Eds.), *Matematisel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*, 91-119. Ankara: Pegem Akademi.
- Bayazit, İ. ve Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 29(1), 1-9.
- Bell, A. ve Baki, A. (1997). *Ortaöğretim Matematik Öğretimi (Cilt I)*. Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu yayınları.
- Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the Process Conception of Function. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 247-285.
- Carlson, M. P. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 7, 114-162.
- Clement, L.,L. (2001). What do students really know about functions. *Mathematics Teacher*, 94(9), 745-748.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Elia, I. ve Spyrou, P. (2006). How students conceive function: A triarchic conceptual- semiotic model of the understanding of a complex concept. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(2), 256-272.
- Evangelidou, A., Spyrou, P., Elia, I., Gagatsis, A. (2004). University students' conceptions of function. M. Johnsen Hoines and A. Berit Fuglestad (eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (2), 351-358.
- Güveli, H. ve Güveli, E. (2002). *Bağıntı, Fonksiyonun Tanımı, Birebir Fonksiyon ve Örten Fonksiyon Konularında Lise-1 Düzeyinde Kavram Yanlışlarının Tespiti*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara.
- Kabael Uygur, T. (2010). Fonksiyon kavramı: Tarihi gelişimi, öğrenilme süreci, öğrenci yanlışları ve öğretim stratejileri. *TUBAV Bilim Dergisi*, 3(1), 128-136.
- Kar, T., Çiltaş, A. ve Işık, A. (2011). Cebirdeki kavramlara yönelik öğrenme güçlükleri üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 939-952.
- Marton, F. (1981). Phenomenography—describing conceptions of the world around us. *Instructional Science*, 10, 177-200.
- Meel, D., E. (1999). Prospective teachers' understandings: Function and composite function. Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: *The Journal*, 1, 1-12.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2011). *Orta Öğretim Matematik (9,10, 11 ve 12. Sınıflar-Haftalık 4 saat) Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.
- Özüdoğru, M. (2013). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin matematik başarılarının yordanması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ege Üniversitesi, İzmir.
- Patton, M. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Beverly Hills, CA: Sage.

- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. California: Sage Publications, Inc.
- Pettersson, K. (2012). The threshold concept of a function-A case study of student's development of her understanding.
<http://www.mai.liu.se/SMDF/madif8/Pettersson.pdf> adresinden 09.06.2013 tarihinde erişilmiştir.
- Sajka, M. (2003). A secondary school student's understanding of the concept of function-a case study. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 229-254.
- Selvi, K. (2011). *Fenometod- yeni bir öğrenme ve öğretme yöntemi*. I. Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi'nde sunulan bildiri (05-08 Ekim 2011). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve imajları üzerine bir durum çalışması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Tekin, B., Konyalıoğlu, A., C., ve Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizibilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(3), 919-932.
- Ural, A. (2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*, 7(2), 75-94.
- Yavuz, İ. ve Baştürk, S. (2011). Ders kitaplarında fonksiyon kavramı: Türkiye ve Fransaörneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(1), 199-220.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Wilson, M. R. (1991). A model of secondary students' construction of the concept of function. *The Mathematics Educator*, 2(1), 6-12.