

NGC 6811 Kümesindeki Evrimleşmiş Yıldızların Küçük Ayrılmalarının İncelenmesi

Zeynep Çelik Orhan[★] 

Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri, 35100, Bornova, İzmir, Türkiye

Accepted: April 27, 2022. Revised: April 20, 2022. Received: March 22, 2022.

Özet

CoRoT, Kepler ve TESS uzay araçları sayesinde çok sayıda güneş benzeri titreşim yapan yıldız gözlemi yapılmıştır. Bu titreşimlere sahip yıldızların incelenmesiyle yıldız yapı ve evrimi hakkında yeni bilgiler elde edilmiştir. Güneş benzeri titreşim yapan küme üyesi yıldızların asteroseismik yöntemlere başvurularak incelenmesi yıldız iç yapı ve evrimi üzerine yapılan çalışmalar için oldukça önemlidir. Böylece aynı gaz-toz bulutundan aynı zamanda oluşan küme üyesi olan güneş benzeri titreşim yapan yıldızların asteroseismik yöntemler kullanılarak iç yapı modelleri yapılabilir. Bu çalışmada Kepler'in gözlem bölgesinde yer alan ve güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş yıldızlara sahip olan NGC 6811 kümesine ait sekiz yıldız incelenmiştir. Bu evrimleşmiş sekiz yıldızın Çelik Orhan (2021) tarafından MESA evrim koduyla kütle kayıplı modelleri yapılmıştır. Ayrıca bu yıldızların asteroseismik yöntemlerle kırmızı budak (kırmızı yığın, red-clump) olduğu tespit edilmiştir. Yıldızların kütle ve yarıçap aralığı sırasıyla $2.23\text{--}2.40 M_{\odot}$ ve $8.47\text{--}12.38 R_{\odot}$ olarak modellerden belirlenmiştir (Çelik Orhan 2021). Bu çalışmada ise güneş benzeri titreşim yapan anakol yıldızları için yaşa duyarlı olan küçük ayrılma değerleri bu yıldızlar için de model titreşim frekanslarından ilk kez hesaplanmıştır. Hesaplanan bu küçük ayrılmalar ile yıldızların model yaşları kıyaslanmıştır. Buradan evrimleşmiş yıldız olan kırmızı budak yıldızlarının model yaşları ile küçük ayrılmaları arasında anakol yıldızlarına benzer ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Abstract

Many solar-like oscillating stars have been observed by the CoRoT, Kepler and TESS space telescopes. By examining solar-like oscillating stars, new information has been obtained about stellar structure and evolution. Examination of cluster member stars that show solar-like oscillation by applying asteroseismic methods is very important for studies on stellar internal structure and evolution. Thus, solar-like oscillating stars, which are cluster members formed at the same time from the same gas-dust cloud, can be modeled with internal structure models using asteroseismic methods. In this study, eight stars belonging to the NGC 6811 cluster, which are located in Kepler's region and have evolved stars that solar-like oscillation, have examined. These eight evolved stars are modeled for the first time with the MESA evolution code (Çelik Orhan 2021). In addition, it has been determined that these stars are red-clumps by asteroseismic methods. Therefore, the internal structure models of stars are constructed with mass loss. The mass and radius range of the stars were determined from the model models as $2.23\text{--}2.40 M_{\odot}$ and $8.47\text{--}12.38 M_{\odot}$, respectively (Çelik Orhan 2021). In this study, age-sensitive small separation for solar-like oscillating main sequence stars were calculated for these stars from the model oscillation frequencies. The model ages of the stars were compared with the calculated small separations. It has been determined that there are similar relation with the main sequence stars between the model ages and small separations of the red clump stars.

Anahtar Kelimeler: asteroseismology – open cluster – evolved stars – stellar interiors and evolution – solar-like oscillations

1 Giriş

Yıldız yapı ve evrimini anlamak astrofizikçilerin temel problemlerinden biridir. Yıldızların yapı ve evriminde başrole kütle sahiptir. Öte yandan yıldızlardan alınan tek bilgi kaynağı fotonlardır. Bu fotonlar tayf ya da fotometrik yöntemlerle gözlenmektedir. Ancak sadece örten çift, yakın yıldızlar ve tayfsal çiftler için kütle doğrudan gözlemlerden elde edilebilir. Bunun dışında tek yıldızlar için kütle gözlemlerle elde edilmesi oldukça zordur. Günümüzde ise gelişen teknoloji ile farklı türden titreşim yapan yıldızlara ait çok sayıda gözlem yapılmıştır. Buna örnek olarak ilk başta yer gözlemleriyle sayılabilecek kadar az olan güneş benzeri titreşim yapan yıldız sayısının CoRoT (Baglin et al. 2009), Kepler (Borucki et al.

2010) ve TESS (Sullivan et al. 2015) uzay teleskopları sayesinde hızlı bir şekilde artışı verilebilir.

Güneş benzeri titreşimlerin gözlenmesi için yıldızların yüzeyinde çok ince bir konvektif zarfın olması yeterlidir. Dolayısıyla konvektif zarfa sahip olan evrimleşmiş yıldızlarda da bu tür titreşimler gözlenmektedir. Uzay teleskopları sayesinde çok sayıda anakol ve evrimleşmiş yıldızın güneş benzeri titreşim frekansları yüksek duyarlılıkla elde edilmiştir. Bu tür titreşim yapan anakol yıldızları için gözlenen büyük ayrılma ve maksimum genlik frekansı kullanılarak yıldızların kütle ve yarıçapları oldukça hassas bir şekilde hesaplanmaktadır (Kjeldsen & Bedding 1995).

Bu ilişkilere yıldızda ait ν_{max} ve $\Delta\nu$ değerleri Güneş'e ait olan ν_{max} ve $\Delta\nu$ değerlerine oranlandığı için "ölçeklendirme

★ zeynep.celik@ege.edu.tr

ilişkisi" adı verilmektedir.

$$\frac{M_{sca}}{M_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{max}}{\nu_{max\odot}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-4} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff\odot}} \right)^{1.5} \quad (1)$$

ve

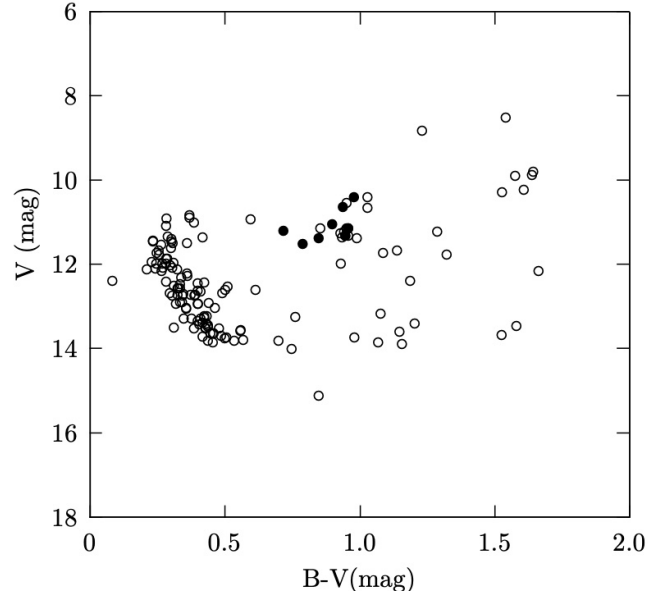
$$\frac{R_{sca}}{R_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{max}}{\nu_{max\odot}} \right) \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{T_{eff}}{T_{eff\odot}} \right)^{0.5}, \quad (2)$$

burada $\nu_{max,\odot}$ and $\Delta\nu$ sırasıyla Güneş'in maksimum genlik frekans ve büyük ayrılma değeridir. Bu değerler $\nu_{max,\odot} = 3050\mu\text{Hz}$ (Kjeldsen & Bedding 1995) ve $\Delta\nu_{\odot} = 135.15\mu\text{Hz}$ (Chaplin et al. 2014) olarak alınmıştır.

Bu yöntem sayesinde yıldızların kütle ve yarıçapı sırasıyla %5–6 ve %2–4 duyarlılıkla elde edilmektedir (Mathur et al. 2012; Metcalfe et al. 2014). Anakol için geliştirilen bu ilişkiler literatürde yaygın olarak evrimleşmiş yıldızlar için de kullanılmaktadır. Ancak bu ilişkilerin evrimsel ve yapısal olarak farklı olan evrimleşmiş yıldızlar için de kullanılmasıyla hesaplanan kütle ve yarıçap değerlerinde sistematik hatalara neden olmaktadır. Bu sistematik hataların giderilmesi için yapılan çalışmalar literatürde mevcuttur (Çelik Orhan, Yıldız, & Kayhan 2021; White 2011; Sharma et al. 2016). Bu çalışmalarda genel olarak var olan ölçeklendirme ilişkilerinde iyileştirmeler yapılmıştır (White 2011; Yıldız, Çelik Orhan, & Kayhan 2019). Ayrıca farklı ilişkilerin geliştirildiği çalışmalarda vardır. Yıldız et al. (2014a, 2015) belirlenmesi zor ve gözlem hataları fazla olan ν_{max} yerine büyük ayrılmada görülen düşmelerden faydalanarak yeni ölçeklendirme ilişkileri türetmişlerdir. Bu düşmelere minimum frekansı denir. Bu minimumları kullanarak geliştirilen ölçeklendirme ilişkileriyle elde edilen kütle ve yarıçap değerleri sırasıyla %2–3 ve %1–1.5 duyarlılıkla belirlenmiştir. Bu ilişkiler de yine güneş benzeri titreşim yapan anakol yıldızlar için geliştirilmiştir. Bu yüzden de evrimleşmiş yıldızlar için bu ilişkilerin test edilmesi önemlidir ve gereklidir.

Uzay teleskopları sayesinde çok sayıda güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş yıldızın gözlemi yapılmıştır. Bu tür titreşim yapan evrimleşmiş yıldızların detaylı olarak incelenmesi çok önemlidir. Bu yüzden NGC 6811 kümesinde yer alan güneş benzeri titreşim yapan sekiz evrimleşmiş yıldız incelenmiştir. Bu çalışmada yer alan yıldızların küme üyesi ve güneş benzeri titreşime sahip olması çok büyük avantajdır, çünkü küme üyesi yıldızlar aynı gaz ve toz bulutundan aynı zamanda oluştukları için yaş ve kimyasal kompozisyon açısından modelleme yaparken kısıtlama kolaylığı sağlamaktadır. Bu da yıldızların iç yapı ve evrimi üzerine yapılan çalışmalar için oldukça değerlidir. Ayrıca seçilen güneş benzeri titreşim yapan yıldızların büyük ayrılma, maksimum genlik frekansı ve referans frekansları kullanılarak hesaplanan modellerler asterosismik olarak incelenebilir.

Yıldızların temel parametreleri MESA evrim koduyla (Paxton et al. 2011, 2013) hesaplanmıştır. Gözlemsel veri ile en iyi uyum sağlayan modellerin güneş benzeri titreşim frekansları ADIPLS paketiyle (Christensen 2008) hesaplanmıştır. $\Delta\nu$, ν_{max} , referans frekansları olan minimumlar ve diğer asterosismik olmayan gözlem parametreleri bu modellerin kalibrasyonunda kullanılmıştır. Bu çalışmada özellikle karma modun etkisinden dolayı yaş belirteci olarak kullanılması zor olan frekanslar arasındaki küçük ayrılma modellerin adyabatik titreşim frekanslarından hesaplanmıştır. Bu kırmızı budak yıldızları için $l = 2$ frekanslarının g-



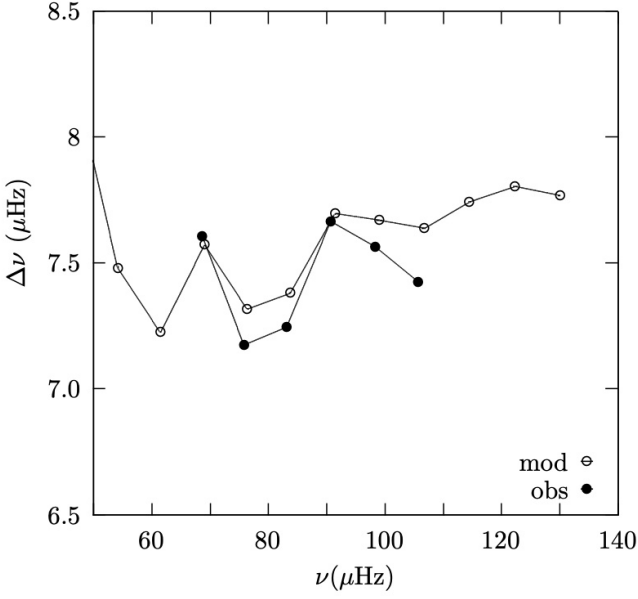
Şekil 1. NGC 6811 kümesinde yer alan yıldızların renk-parlaklık diyagramı. Koyu renk daireler seçilen güneş benzeri titreşim yapan sekiz evrimleşmiş yıldız temsil etmektedir (Çelik Orhan 2021).

modundan etkilenmediği ve karma modun etkisinin zayıf olduğu ortaya çıkmıştır. Bu yıldızlar için küçük ayrılmaların hem gözlem hem de model frekanslarından hesaplanmıştır. Model ve gözlem titreşim frekanslarından belirlenen küçük ayrılmalar birbiriyle kıyaslanmıştır. Bu sayede yaş ile küçük ayrılma arasında ters orantılı bir ilişkinin bu tür yıldızlar içinde geçerli olduğu ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmada Ş2'de NGC 6811 kümesine ait olan sekiz yıldızın asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametrelerine yer verilmiştir. Ş3'te MESA model özelliklerine ve modelleme teknikleri anlatılmıştır. Ş4'te yıldız modellerinin asterosismik incelemelerine değinilmiştir. Ş5'te de bu çalışmaya ait sonuçlara yer verilmiştir.

2 NGC 6811 kümesine ait yıldızların gözlemsel parametreleri

Şekil 1'de yer alan güneş benzeri titreşim yapan NGC 6811 kümesindeki sekiz evrimleşmiş yıldızın hepsi kırmızı budak (red-clump, Pinsonneault et al. 2018) evresindedir. Bu yıldızların güneş benzeri titreşim frekansları Kepler gözlem verilerinden elde edilmiştir (Arentoft et al. 2017). Bu çalışmada kullanılan asterosismik ve asterosismik olmayan yıldızlara ait gözlem parametreleri Çizelge 1'de yer almaktadır. Yıldızların gözlenen $\Delta\nu$ ve ν_{max} parametreleri Arentoft et al. (2017) tarafından elde edilmiştir. Referans frekansları olan minimum frekansları Yıldız et al. (2014a) geliştirdikleri yöntemle belirlenmiştir. Minimumları belirlemek için Şekil 2'deki büyük ayrılmaya karşı frekans grafiği kullanılmıştır. Büyük ayrılmaya karşı frekanslarda görülen düşmeler yüksek frekanstan düşük frekansa göre sırasıyla ν_{min0} , ν_{min1} ve ν_{min2} olarak adlandırılmıştır. Bu çalışmada yer alan yıldızlar evrimleşmiştir ve düşük sıcaklıktadırlar. Dolayısıyla bu tür yıldızlarda gözlenen titreşim frekanslarında ν_{min2} gözlenmesi zordur. Minimumların belirlenmesindeki hassasiyet gözlenen



Şekil 2. KIC 9532930 yıldızının MESA modelleri (içi boş daireler) ve gözlemlerden belirlenen (içi dolu daireler) frekansların $\Delta\nu-\nu$ grafiği.

büyük ayrılmanın yarısı kadar olarak kabul edilmiştir (Yıldız et al. 2014a, 2015).

Şekil 1'deki NGC 6811'in renk-parlaklık değerleri WEBDA veri tabanından alınmıştır. Bu kümenin uzaklığı Gaia uzay teleskobunun yaptığı gözlemlerle 1215 parsec olarak belirlenmiştir (Gaia veritabanı). Şekil 1'deki içi dolu daireler ile bu çalışmada incelenen güneş benzeri titreşim yapan evrimleşmiş yıldızlar temsil edilmiştir. Bu yıldızların B-V ve V değerleri SIMBAD veritabanından alınmıştır. Yıldızların tayfsal parametreleri (logg, [Fe/H], and Teff) Frasca et al. (2016) tarafından hazırlanan çalışmadan alınmıştır.

3 MESA evrim kodunun özellikleri

Çelik Orhan (2021) çalışmasında modellenen güneş benzeri titreşim yapan sekiz evrimleşmiş yıldızın iç yapı modelleri MESA evrim kodu kullanılarak yapılmıştır (v15140, Paxton et al. 2011, 2013). Kullanılan MESA versiyonu için Güneş modelini kalibre eden değerler helyum bolluğu (Y), metal bolluğu (Z) ve konvektif parametre (α) sırasıyla 0.2745, 0.0172 and 1.8125'dir. Konveksiyon için Böhm-Vitense (1958) tarafından geliştirilen standart ölçek uzunluğu kullanılmıştır. Yapılan iç yapı modelleri konvektif sınır aşımını (overshooting) ve mikroskopik difüzyon etkisini içermemektedir. MESA'da kullanılan yüksek sıcaklıkta saydamsızlık tabloları OPAL saydamsızlık ve düşük sıcaklıklarda Ferguson et al. (2005) tabloları önerilmektedir.

Bu çalışmada yer alan yıldızlar için yapılan modellerde anakol öncesine de yer verilmiştir. Yıldızların güneş benzeri titreşimleri incelendiği için yapılan modellerde ince de olsa bir atmosferin eklenmesine ihtiyaç vardır. Bu yüzden de yapılan iç yapı modellerine simple_photosphere eklenmiştir. Nükleer reaksiyon hızı Angulo et al. (1999) and Caughlan & Fowler (1988) çalışmalarından alınmıştır.

NGC 6811 kümesinde ait olan bu yıldızlar kırmızı budak (red-clump) evresinde yer almaktadırlar. Dolayısıyla bu yıldızların iç yapı modellerini yaparken kütle kaybı

modellere ihtiyaç duyulmuştur. Bu yüzden de Reimers (1975)'in geliştirdiği kütle kaybı yasası (mass-loss law) tercih edilmiştir.

Son olarak yıldızları en iyi temsil edilen modellerin frekansları ADIPLS paketi (Christensen 2008) kullanılarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada ADIPLS paketiyle yıldızların $l = 2$ titreşim frekansları tespit edilmiştir.

3.1 Yapılan MESA modellerinin özellikleri ve sonuçları

MESA evrim koduyla yapılan modellerde girdi parametreleri M , Y , Z ve α 'dır. Yıldızların modellerini yaparken Çizelge 1'de yer alan tüm asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametreleri kullanılmıştır.

Yapılan modellerde en önemli girdi parametresi yıldız yapı ve evriminde en önemli role sahip olan kütlelerdir. Ancak kütle gözlemsel olarak örten çiftler dışında belirlenmesi en güç parametredir. Bu yüzden kütlelerin nasıl belirleneceği çok önemlidir. Bu çalışmada asterosismik yöntemler kullanarak üç farklı kütle hesabı yapılmıştır. Ölçeklendirme ilişkilerinden elde edilen kütle başlangıç kütlesi alınarak asterosismik ve asterosismik olmayan parametreler modellenmiştir. Bu şekilde M ve α değerleri değiştirilerek gözlem parametreleri modellerle temsil edilmeye çalışılmıştır.

Kütleden sonra yıldızların yapı ve evriminde en etkili diğer parametre de kimyasal kompozisyonudur (Z). Z'nin gözlemlerle belirlenmesi oldukça zordur. Genel olarak Z değeri tayftan gözlenen [Fe/H] değerinden hesaplanır. Bu şekilde yıldızın tüm metal kaynağının gözlemlerle daha kolay belirlenen [Fe/H]'ten geldiği kabul edilmektedir. Ancak Fe elementi yıldızda oksijen, karbon ve azottan sonra en fazla bulunan elementtir. Bunun yerine [O/H] değerinin kullanılması daha faydalı olabilir. Ancak yıldızlarda oksijen çizgisinin gözlenmesi oldukça zordur. Bunun için Yıldız et al. (2014b) çalışmasından faydalanılmıştır. Bu çalışmada yıldızların [Fe/H] ile [O/H] arasındaki ilişki Edvardsson et al. (1993) çalışmasından faydalanarak elde edilmiştir. Bu şekilde yıldızların kimyasal kompozisyonu $Y=0.2745$ (güneş değeri) ve $Z=0.0126$ olarak alınmıştır. Başka bir çalışmada ise 36 Kepler'in gözlemlendiği Rodríguez et al. (2020) tarafından bu kümeye ait yıldızların Z değeri 0.0120 olarak belirlenmiştir. Bu çalışmada kullanılan Z değeri ile Rodríguez et al. (2020) elde ettiği Z değeri birbirine oldukça yakındır.

Girdi parametreleri M , Y , α ve Z değerleriyle modellerden elde edilen sonuçlar gözlem parametreleriyle kıyaslanmıştır. En uygun modeli yaparken χ^2 değerinin 1'den oldukça küçük olmasına dikkat edilmiştir. Bu şekilde hem asterosismik hem de asterosismik olmayan gözlem parametreleri modellenmiştir. Tayftan ve asterosismik gözlemlerden elde edilen χ^2 değerleri Çizelge 2 ve 3'te verilmiştir.

$$\chi_{\text{seis}}^2 = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\nu_{i,\text{obs}} - \nu_{i,\text{mod}}}{\sigma_{i,\text{obs}}} \right)^2 \quad (3)$$

ve

$$\chi_{\text{spec}}^2 = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_{i,\text{obs}} - P_{i,\text{mod}}}{\sigma_{i,\text{obs}}} \right)^2 \quad (4)$$

Denklem 3 ve 4 ile hesaplanan χ^2 değerleri sırasıyla gözlemlerle elde edilen tayfsal ve asterosismik verilerin modellerle kıyaslanmasını sağlar. $\nu_{i,\text{obs}}$ ve $\nu_{i,\text{mod}}$ ile sırasıyla gözlenen ve modellenen elde edilen titreşim frekanslarıdır. N ile de gözlem sayısı verilmektedir. $\sigma_{i,\text{obs}}$ gözlemlerden elde edilen hatalardır. Aynı şekilde Denklem (4)'te tayftan elde

Çizelge 1. Güneş benzeri titreşim yapan sekiz yıldızın gözlemsel parametreleri. Asterosismik ve asterosismik olmayan gözlem parametreleri sırasıyla (π) ve parlaklık (G) *Gaia* veri tabanından alınmıştır. Etkin sıcaklık tayftan (T_{es}), logarimik yüzey çekimivmesi ($\log g$), $[Fe/H]$, $\Delta\nu$, küçük ayrılma ($\delta\nu_{02}$), ν_{max} , ν_{min0} , and ν_{min1} Bu çizelgedeki veriler Çelik Orhan (2021) çalışmasından alınmıştır.

KIC	π (mas)	G (mag)	T_{es} (K)	$\log g$ (cgs)	[Fe/H] (dex)	$\Delta\nu$ (μ Hz)	$\delta\nu_{02}$ (μ Hz)	ν_{max} (μ Hz)	ν_{min0} (μ Hz)	ν_{min1} (μ Hz)
9409513	0.9866±0.02	10.24±0.03	5051.9±100	2.76±0.02	-0.050±0.050	6.04±0.02	0.63±0.02	69.8±1.0	81.75±0.01	59.87±0.01
9532903	0.8485±0.02	10.91±0.03	4984.0±100	2.88±0.02	-0.007±0.020	7.55±0.04	0.63±0.02	92.0±1.5	105.86±0.02	81.05±0.02
9534041	0.8516±0.02	11.02±0.03	5012.1±100	2.99±0.02	-0.052±0.050	8.35±0.01	0.87±0.04	103.8±1.0	117.64±0.01	87.08±0.01
9655101	0.8658±0.02	10.97±0.03	4963.5±100	2.94±0.02	-0.039±0.050	7.88±0.02	0.88±0.05	98.7±1.0	134.50±0.01	98.10±0.01
9655167	0.8652±0.02	11.04±0.03	4842.9±100	2.93±0.02	-0.006±0.020	8.07±0.01	0.82±0.02	99.4±2.1	105.23±0.01	88.99±0.01
9716090	0.8483±0.02	11.09±0.03	5066.9±100	2.70±0.02	-0.050±0.050	8.54±0.02	0.92±0.05	107.8±1.4	119.78±0.01	94.11±0.01
9716522	0.8124±0.02	10.41±0.05	4848.5±100	2.64±0.03	-0.030±0.020	4.88±0.01	0.56±0.03	53.7±1.0	58.10±0.01	48.21±0.01
9776739	0.8639±0.02	10.90±0.05	4986.8±100	2.92±0.03	0.010±0.020	7.65±0.03	0.96±0.02	92.9±1.0	113.33±0.02	84.29±0.02

Çizelge 2. Güneş benzeri titreşim yapan sekiz evrimleşmiş yıldızın Çelik Orhan (2021) çalışmasından alınan model sonuçlarının listesi. M_{mod} , R_{mod} , T_{mod} , L_{mod} , $\log g_{mod}$, α , t_{mod} , ve χ^2_{spec} , sırasıyla, Güneş biriminde yıldız kütlesi (M_{\odot}), yıldız yarıçapı (R_{\odot} biriminde), K biriminde etkin sıcaklık, L_{\odot} biriminde ışıma, modelin logaritmik yüzey kütle çekim ivmesi ve milyar yıl (Gyr) biriminde yıldız yaşıdır.

KIC	M_{mod} (M_{\odot})	R_{mod} (R_{\odot})	T_{mod} (K)	L_{mod} (L_{\odot})	$\log g_{mod}$ (cgs)	α	t_{mod} (Gyr)	χ^2_{spec}
9409513	2.40±0.10	10.69±0.09	4985±100	55.21±3.41	2.76±0.01	2.07	0.71±0.18	0.25
9532903	2.27±0.11	9.17±0.08	4992±100	42.48±2.07	2.87±0.02	1.55	0.79±0.17	0.23
9534041	2.38±0.10	9.05±0.08	5025±100	53.37±2.34	2.90±0.02	1.95	0.72±0.18	0.13
9655101	2.35±0.11	9.09±0.09	5060±100	51.00±2.92	2.91±0.02	1.95	0.73±0.18	0.15
9655167	2.25±0.11	8.79±0.09	5044±100	45.60±2.90	2.90±0.01	1.80	0.82±0.18	0.25
9716090	2.23±0.12	8.47±0.08	4997±100	37.18±2.45	2.93±0.01	1.60	0.75±0.18	0.13
9716522	2.35±0.12	12.38±0.12	4824±100	83.41±4.80	2.62±0.01	1.95	0.77±0.16	0.05
9776739	2.34±0.14	9.24±0.09	5120±100	49.18±3.74	2.88±0.01	1.75	0.75±0.16	0.07

edilen gözlem değerleri ($\log g$, T_{eff} ve $[Fe/H]$) modellerle kıyaslanmaktadır.

3.2 Modellerde kütle kaybı ve hata hesabı

Kırmızı budak (kırmızı yığın) yıldızlarının evrim kodlarıyla temsil edilirken kütle kayıplı modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Bunun için bu çalışmada yaygın olarak kabul edilen Reimers (1975) yöntemine başvurulmuştur. Bu şekilde yapılan modellerde her bir yıldız için kütle kaybı yaklaşık olarak $0.01 M_{\odot}$ civarındadır.

Modellerden elde edilen M , R , $\log g$, L , ve t hata hesaplarında Monte-Carlo simülasyonları kullanılmıştır. Tüm hatalar Çizelge 2'de verilmiştir. Etkin sıcaklığın hatası gözlenen etkin sıcaklığın değeri alınmıştır. Z değerindeki hatada gözlemlerden yola çıkılarak hesaplanmıştır. Buna göre Z ve Y 'deki hatalar sırasıyla $Z=0.0126\pm 0.0003$ ve $Y=0.2745\pm 0.0824$ olarak elde edilmiştir.

4 Yıldız modellerinin asterosismik olarak incelenmesi

Yıldızların asterosismik olmayan gözlemsel parametreleriyle onları en iyi temsil eden modelleri oluşturduktan sonra ADIPLS paketiyle adyabatik titreşim frekans hesabı yapılmaktadır. Bu hesaplanan frekanslar gözlenen frekanslar ile kıyaslanmaktadır. Bu amaçla her bir yıldız için $\Delta\nu$ - ν grafikleri çizilmiştir. Bu grafiklerden minimum frekanslar ve desenler en iyi şekilde temsil edilmiştir. Minimum titreşim frekansları karma mod göstermeyen $l=0$ frekansları kullanılarak belirlenmiştir. Bu frekansların temsilinin yanında gözlemlerle çok hassas olarak saptanan büyük ayrılmalarda modellerle en iyi şekilde belirlenmesine özen gösterilmiştir. Bunun için modellerin büyük ayrılma değerleri yine $\Delta\nu$ - ν grafiğinde çizilen $l=0$ frekanslarının

doğrusal temsiliyle elde edilmiştir. Bu şekilde hem asterosismik hem de asterosismik olmayan gözlem parametreleri modellerle çok iyi bir şekilde temsil edilmiştir.

Gözlem ve model frekanslarından hesaplanan χ^2 değerlerinden faydalanılarak en iyi temsil eden model tespit edilmiştir. Bu elde edilen model sonuçları Çizelge 2'de verilmektedir.

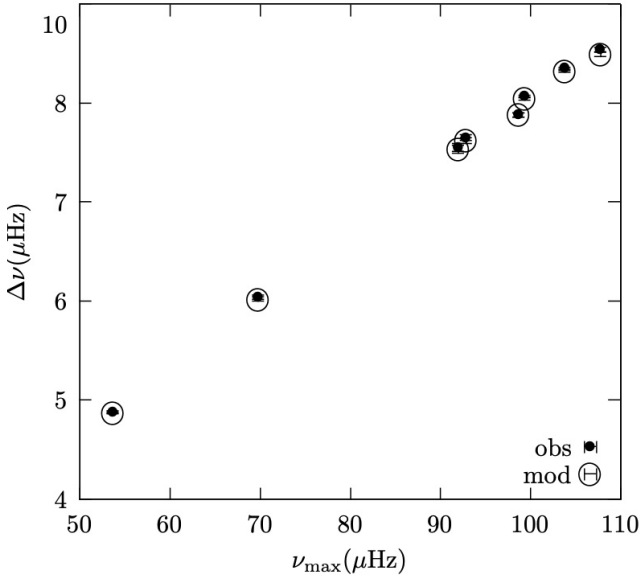
4.1 Yıldızların model frekanslarından büyük ayrılmanın belirlenmesi

Yıldızların asterosismik olmayan gözlemsel parametreleri olan T_{eff} ve $\log g$ ile ölçeklendirme ilişkisinden belirlenen R değerini temsil eden model elde edildikten sonra bu modele ait f_{gong} dosyası kullanılarak yıldızların titreşim frekansları ADIPLS paketiyle hesaplanmıştır. Bu yıldızların hesaplanan frekanslarından da $\Delta\nu$, ν_{max} , minimumlar ve küçük ayrılmanın gözlemlerle uyumuna bakılmıştır.

Gözlemlerle oldukça hassas olarak belirlenen $\Delta\nu$ modellerle en iyi şekilde tespit edilmesine özen gösterilmiştir. Modellerden $\Delta\nu$ hesaplanırken Şekil 2'deki gibi her yıldız için büyük ayrılmaya karşı frekans grafiği çizilmiştir. Bu çizilen grafiklere lineer temsil yapılmıştır. Bu sayede modellerin ortalama $\Delta\nu$ frekansları tespit edilmiştir. Eğer model ile gözlemsel büyük ayrılma değerleri arasındaki fark büyük ayrılmanın gözlenen hata değerinden daha fazlaysa bu durumda modelin kütlesi yeniden hesaplanmıştır. Yeni model kütlesi belirlenirken büyük ayrılma ve yoğunluk arasındaki ilişkiyi faydalanılmıştır. Böylece hesaplanan yeni M ile R değeri aynı kalacak şekilde yeniden modeller elde edilmiştir. Yıldızın yeni modeli için titreşim frekansları hesaplanmıştır. Bu yöntem model $\Delta\nu$ ile

Çizelge 3. Çelik Orhan (2021) çalışmasından alınan asterosismik parametreler için MESA model sonuçları. Sırasıyla frekanslar arasında görülen büyük ayrılma, maksimum frekans genliği, referans frekanslar $\Delta\nu_{\text{mod}}$, $\nu_{\text{max,mod}}$, $\nu_{\text{min0,mod}}$, $\nu_{\text{min1,mod}}$ ve $\nu_{\text{min2,mod}}$ μHz biriminde verilmiştir. $\nu_{\text{max,mod}}$, $T_{\text{eff,mod}}$ ve $\log g_{\text{mod}}$ arasındaki ölçeklendirme ilişkisinden hesaplanmıştır. χ^2_{seis} asterosismik parametreler için hesaplanmıştır. Referans frekanslarının belirsizliği yaklaşık olarak $\Delta\nu_M/2$ 'dir. Ayrıca bu çizelgede yer alan model $\delta\nu_{02}$ model frekanslarından ilk defa bu çalışmada hesaplanmıştır.

KIC	$\Delta\nu_{\text{mod}}$ (μHz)	$\delta\nu_{02,\text{mod}}$ (μHz)	$\nu_{\text{max,mod}}$ (μHz)	$\nu_{\text{min0,mod}}$ (μHz)	$\nu_{\text{min1,mod}}$ (μHz)	$\nu_{\text{min2,mod}}$ (μHz)	χ^2_{seis}
9409513	6.02	0.55	68.21	79.86	59.04	53.42	0.69
9532903	7.53	0.56	93.17	106.83	81.19	61.65	0.45
9534041	8.32	0.53	114.11	83.86	62.285	61.66	0.47
9655101	7.88	0.68	96.55	103.45	83.74	64.22	0.32
9655167	8.04	0.78	98.256	107.23	85.84	64.71	0.65
9716090	8.49	0.85	116.176	119.45	92.14	69.07	0.43
9716522	4.87	0.48	56.159	57.53	47.45	33.74	0.45
9776739	7.62	0.83	93.168	104.04	77.93	62.70	0.48

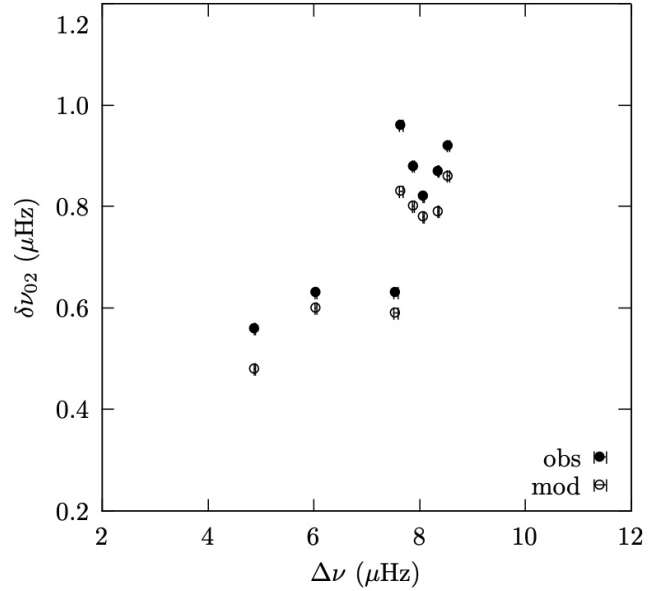


Şekil 3. Güneş benzeri titreşim yapan sekiz yıldızın model (içi boş daireler) ve gözlem (içi dolu daireler) $\Delta\nu$ karşı ν_{max} grafiği. Bu grafikte modelden ve gözlemlerden elde edilen $\Delta\nu$ ve ν_{max} değerleri birbirine oldukça yakındır.

gözlem $\Delta\nu$ arasındaki farkın gözlenen $\Delta\nu$ değerinin ölçülen hatasından küçük oluncaya kadar tekrarlanmıştır. Gözlenen büyük ayrılmanın modellerden hesaplanan değerler büyük ayrılma ile uyumu Şekil 3'te verilmiştir. Görüldüğü üzere gözlenen ve modelden hesaplanan birbirine oldukça yakındır.

4.2 Yıldızların model frekanslarından küçük ayrılmanın belirlenmesi

Anakol yıldızlarında evrime oldukça duyarlı olan küçük ayrılma önemli bir yaş belirteçidir. Özellikle merkezi bölgelerde molekül ağırlığının evrimle yani merkezi nükleer tepkimeler sonucu artmasından dolayı ses hızı hızla azalmaktadır. Dolayısıyla doğrudan ses hızına bağlı olan küçük ayrılmada azalır. Buradan da yıldızların merkezlerindeki ortalama molekül ağırlığıyla ilişkili olan ses hızından yıldızların anakol yaşı hakkında bilgi edinilebilir. Ancak evrimle beraber $l = 1$

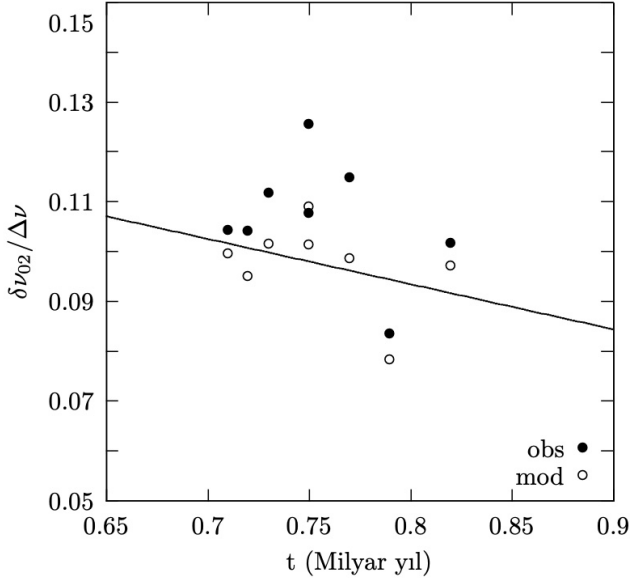


Şekil 4. Güneş benzeri titreşim yapan sekiz yıldızın model (içi boş daireler) ve gözlem (içi dolu daireler) $\delta\nu_{02}$ 'ye karşı $\Delta\nu$ grafiği.

ve $l = 2$ modlarında karma modlar gözlenmektedir. Bu yüzden evrimleşmiş yıldızlarda küçük ayrılmanın tespiti zorlaşır. Ancak kırmızı budak yıldızı olan bu sekiz evrimleşmiş yıldızın gözlenen $l = 2$ titreşim frekanslarında karma modun etkisinin görülmediği Arentoft et al. (2017) çalışmasında tespit edilmiştir.

Bu çalışmada gözlem ve model frekanslarından belirlenen küçük ayrılma değerleri sırasıyla Çizelge 1 ve 3'te verilmiştir. Bu küçük ayrılma değerleri birlikte incelenmiştir ve evrimleşmiş yıldızlar için yaş belirteci olup olmadığına bakılmıştır. Bunun için ilk olarak yine Şekil 2'deki gibi küçük ayrılmaya karşı frekans grafiği çizilmiştir. Yine lineer bir ilişki tanımlanarak modellerin ortalama küçük ayrılma frekansları elde edilmiştir. Model büyük ayrılma ve küçük ayrılma değerleri Çizelge 3'te yer almaktadır. Bu model ve gözlenen küçük ayrılmaların uyumu Şekil 4'te verilmiştir. Hesaplanan model ile gözlenen küçük ayrılmalar birbirleriyle oldukça uyumludur.

Modellerden elde edilen $\delta\nu_{02}$ değerlerinin $\Delta\nu$ değerine



Şekil 5. Güneş benzeri titreşim yapan sekiz yıldızın model (içi boş daireler) ve gözlem (içi dolu daireler) $\delta\nu_{02}/\Delta\nu_M$ ile model yaşı arasındaki ilişki. Buradaki düz çizgi $-0.0907044(\delta\nu_{02}/\Delta\nu_M) + 0.166018$ olan lineer ilişkisini temsil etmektedir.

oranıyla model yaşları Şekil 5'te kıyaslanmıştır. Şekil 5'te $\delta\nu_{02}/\Delta\nu$ ve t arasında bir ilişki vardır. Bu da artan yaş ile $\delta\nu_{02}/\Delta\nu$ değeri azalmaktadır. Modellerden elde edilen yaş ve $\delta\nu_{02}$ değerleri arasında $-0.0907044(\delta\nu_{02}/\Delta\nu_M) + 0.166018$ tanımlı bir lineer ilişki vardır. Buradan karma mod gösteren kırmızı budak yıldızlarda $\delta\nu_{02}$ frekansı, bu yıldızların yaşının belirlenmesinde kullanılabileceği söylenebilir.

5 Sonuçlar ve tartışma

Bu çalışmada NGC 6811 kümesine ait güneş benzeri titreşim yapan sekiz evrimleşmiş yıldız asterosismik yöntemlere başvurularak incelenmiştir. Seçilen küme üyesi yıldızlar MESA evrim koduyla Çelik Orhan (2021) çalışmasında modellenmiştir. Bu yıldızlar kırmızı budak yıldızı olduğu için yapılan modeller kütle kayıplıdır. Yıldızların asterosismik verilerinin kıyaslanması için titreşim frekansları, $\Delta\nu$, ν_{max} ve referans frekansları hesaplanmıştır.

Modellerden elde edilen temel yıldız parametreleri asterosismik yöntemler kullanıldığı için oldukça hassastır. Bu yıldızların hesaplanan kütle ve yarıçap aralığı sırasıyla $2.23-2.40 M_{\odot}$ and $8.47-12.38 R_{\odot}$ 'dir. Kütle ve yarıçaptaki belirsizlik sırasıyla %11 ve %9 civarındadır.

Yıldız yapı ve evriminde kütleden sonra etkili olan kimyasal kompozisyon hesaplamaları yaygın olarak literatürde kabul edilen ilişkiden farklı bir yöntemle hesaplanmıştır. Böylece Yıldız et al. (2014b) geliştirdikleri yöntem kimyasal kompozisyonları aynı olan küme üyesi yıldızlarda test edilmiştir. Böylece küme üyesi yıldızlar için ortalama metal bolluğu 0.01264 ± 0.003 olarak belirlenmiştir.

Yaş yıldızlarda belirlenmesi oldukça zor olan bir parametredir. Asterosismik yöntemler kullanılarak yapılan yıldız modellerinden yıldızların yaşları da oldukça hassas olarak belirlenmiştir. Modellerden hesaplanan yaş aralığı 0.71-0.82 milyar yıldır. Ayrıca bu küme üyesi yıldızların $l = 2$ modundaki titreşim frekanslarında karma modun etkisi çok azdır (Arentoft

et al. 2017). Bu yüzden bu çalışmada yapılan modellerden $\delta\nu_{02}$ da hesaplanmıştır. Hesaplanan bu model $\delta\nu_{02}$ değerleri gözlem $\delta\nu_{02}$ değerleriyle kıyaslanmıştır. Model ve gözlem $\delta\nu_{02}$ değerleri birbirine oldukça uyumludur. Ayrıca modellerden ve gözlemlerden belirlenen $\delta\nu_{02}$ değerleri model yaşlarıyla birlikte incelenmiştir. Burada $\delta\nu_{02}/\Delta\nu$ ile yaş arasında lineer bir ilişki elde edilmiştir. Bu sayede kırmızı budak yıldızlar için $\delta\nu_{02}$ değerlerinin yaş belirlemede kullanılabileceği ortaya çıkmıştır.

Teşekkür

Bu çalışma 118F352 nolu TÜBİTAK projesi tarafından desteklenmektedir. Her alanda desteğini esirgemeyen Prof. Dr. Mutlu YILDIZ'a ve bu çalışmaya katkılarından dolayı Sibel Örtel'e teşekkür ederim. Ayrıca varlığı ile motivasyonumu artıran oğlum Emirhan Sami Orhan'a çok teşekkür ederim.

Kaynaklar

- Angulo C. et al., 1999, Nucl. Phys. A, 656, 3
Arentoft T., Brogaard K., Jessen-Hansen J., Silva Aguirre V., Kjeldsen H., Mosumgaard J. R., Sandquist E. L., 2017, ApJ, 838, 115. doi:10.3847/1538-4357/aa63f7
Baglin A., Auvergne M., Barge P., Deleuil M., Michel E., CoRoT Exoplanet Science Team, 2009, IAU, 253, 71. doi:10.1017/S1743921308026252
Borucki W. J., Koch D., Basri G., Batalha N., Brown T., Caldwell D., Caldwell J., et al., 2010, Sci, 327, 977. doi:10.1126/science.1185402
Böhm-Vitense E., 1958, Z. Astrophys., 46, 108
Caughlan G. R., Fowler W. A., 1988, At. Data Nucl. Data Tables, 40, 283
Çelik Orhan Z., Yıldız M., Kayhan C., 2021, MNRAS, 503, 4529. doi:10.1093/mnras/stab757
Çelik Orhan Z., 2021, MNRAS, 506, 4413. doi:10.1093/mnras/stab2031
Chaplin W. J. et al., 2014, ApJS, 210, 1
Christensen-Dalsgaard J., 2008, Ap&SS, 316, 113
Edvardsson, B., Andersen, J., Gustafsson, B, et al., 1993, A&A, 275, 101E
Frasca A., Molenda-Żakowicz J., De Cat P., Catanzaro G., Fu J. N., Ren A. B., Luo A. L., et al., 2016, A&A, 594, A39. doi:10.1051/0004-6361/201628337
Ferguson J. W., Alexander D. R., Allard F., Barman T., Bodnarik J. G., Hauschildt P. h., Heffner- Wong A., Tammanai A., 2005, ApJ, 623, 585
Kjeldsen H., Bedding T. R., 1995, A&A, 293, 87
Mathur S., Metcalfe T. S., Woitaszek M., Bruntt H., Verner G. A., Christensen-Dalsgaard J., Creevey O. L., et al., 2012, ApJ, 749, 152. doi:10.1088/0004-637X/749/2/152
Metcalfe T. S., Creevey O. L., Doğan G., Mathur S., Xu H., Bedding T. R., Chaplin W. J., et al., 2014, ApJS, 214, 27. doi:10.1088/0067-0049/214/2/27
Paxton B., Bilsten L., Dotter A., Herwing F., Lesaffre P., Timmes F., 2011, ApJS, 2011, 192
Paxton B., Cantiello M., Arras P., Bildsten L., Brown E. F., Dotter A., Mankovich C., et al., 2013, ApJS, 208, 4. doi:10.1088/0067-0049/208/1/4
Pinsonneault M. H., Elsworth Y. P., Tayar J., Serenelli A., Stello D., Zinn J., Mathur S., et al., 2018, ApJS, 239, 32. doi:10.3847/1538-4365/aebfd
Reimers D., 1975, MSRSL, 8, 369
Rodríguez E., Balona L. A., López-González M. J., Ocando S., Martín-Ruiz S., Rodríguez-López C., 2020, MNRAS, 491, 4345. doi:10.1093/mnras/stz3143
Sharma S., Stello D., Bland-Hawthorn J., Huber D., Bedding T. R., 2016, ApJ, 822, 15

- Sullivan P. W., Winn J. N., Berta-Thompson Z. K., Charbonneau D., Deming D., Dressing C. D., Latham D. W., et al., 2015, ApJ, 809, 77. doi:10.1088/0004-637X/809/1/77
- White T. R. et al., 2011, ApJ, 742, L3
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Aksoy C., Ok S., 2014a, MNRAS, 441, 2148
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., Turkoglu G. E., 2014b, MNRAS, 445, 4395
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2015, MNRAS, 448, 3689
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016, MNRAS, 462, 1577
- Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2019, MNRAS, 489, 1753. doi:10.1093/mnras/stz2223

Access:

M22-0315: [Turkish J.A&A](#) — Vol.3, Issue 3.