



Araştırma Makalesi

Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Algılarının İncelenmesi

Investigation of Middle School Students' Apprehension on the Polygons

Research Article

Mustafa Akdemir*¹

Serkan Narlı²

Karamanoğlu Mehmetbey
Uluslararası Eğitim
Araştırmaları Dergisi

Haziran, 2022
Cilt 4, Sayı 1
Sayfalar: 74-92
<http://dergipark.gov.tr/ukmead>

* Sorumlu Yazar

Makale Bilgileri

Geliş : 30.05.2022
Kabul : 16.06.2022

DOI:10.47770/ukmead.1123023

Özet

Bu çalışmada, geometrik muhakemeye ilişkin Fischbein ve Duval'ın ortaya koymuş olduğu yaklaşımlar yardımıyla ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki zihinsel düşüncelerini ve onların zihinlerindeki akıl yürütmenin doğası irdelenmeye çalışılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, Karaman ilindeki bir devlet okulunda sekizinci sınıf düzeyinde öğrenimlerine devam eden 15 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri, araştırmanın amaçları doğrultusunda hazırlanan yedi açık uçlu soru içeren bir form ve yarı yapılandırılmış bir görüşme ile toplanmış, içerik analizi tekniği kullanılarak çözümlenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin paralelkenar, beşgen ve altıgen tanımlarını, yamuk tanımına göre daha kolay verebildikleri ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin çokgen çizimlerinin ve kavram tanımı imgelerinin zihinlerindeki prototip algılardan etkilendiği, geometrik görevler üzerinde muhakeme gerçekleştirirken, şekil bilgilerinin kavramsal bilgilerinin önüne geçtiği ortaya çıkmıştır. Bunun yanında, bazı bireylerin yalnızca Duval'ın tanımladığı görsel algılara göre fikir yürüttükleri ve işlevsel algılarını uygun biçimde harekete geçiremeyerek uygun muhakeme oluşturamadıkları da ortaya çıkarılmıştır.

Anahtar kelimeler: Çokgenler, muhakeme, ortaokul öğrencileri

Abstract

In this study, it has been revealed to examine the mental thinking of middle school students about polygons and the nature of reasoning in their minds with the help of the approaches of Fischbein and Duval regarding geometrical reasoning. The study group of the research consisted of 15 students continuing their education at the eighth-grade in Karaman province. The data of the study were collected with a form containing seven open-ended questions and a semi-structured interview form prepared for the purposes of the research, and analyzed by using the content analysis technique. As a result of the research, it was founded that the students can give the definitions of parallelogram, pentagon and hexagon more easily than the definition of trapezoid. It seems that students' polygon drawings and concept definition images are affected by the prototype perceptions in their minds, and their knowledge of figure precedes their conceptual knowledge while they are reasoning on the geometric tasks. In addition, it was revealed that some students acted according to the perceptual apprehension defined by Duval and could not use operative apprehension appropriately and could not form an appropriate reasoning.

Polygons, reasoning, middle school students **Keywords**

International Journal of
Karamanoğlu Mehmetbey
Educational Research

June, 2022
Volume 4, No 1
Pages: 74-92
<http://dergipark.gov.tr/ukmead>

* Corresponding author

Article Info:

Received : 30.05.2022
Accepted : 16.06.2022

DOI:10.47770/ukmead.1123023

¹ Karamanoğlu Mehmetbey University, Faculty of Education, mustafaakdemir@kmu.edu.tr

² Dokuz Eylül University, Buca Faculty of Education, serkan.narli@den.edu.tr

**Bu çalışma birinci yazarın doktora tezi kapsamında üretilmiştir.

GİRİŞ

Öklid'in öncül olarak seçtiği sınırlı miktardaki aksiyom ve postulatlardan yaptığı tümdengelimli (dedüktif) çıkarımlar, aslında felsefe ve doğa bilimleri gibi başka disiplinlerin de hayranlıkla takip ettiği düşünceler sistemine dönüşmüştür. Öklid'in MÖ 300'de ortaya koymuş olduğu Elementler adlı eserinde çizdiği aksiyomatik sistemlerin arkasındaki mantıksal yapı, insan zihninin üretebileceği olağanüstü örneklerden biri sayılmaktadır. Bu yüzdendir ki Elementler her dönemde klasikleşmiş bir anıt olarak kalmıştır (Yıldırım, 2000). Dedüktif akıl yürütmenin, Öklid tarafından geometride başarıyla uygulanması, diğer disiplinlerdeki bilginlerin de tümdengelimliliğin cazibesine kapılmasına neden olmuştur. Rasyonalist düşünürlerin bu akıl yürütmeye de başvurdukları bilinmektedir. Diğer yandan, Öklid'in aksiyomatik sisteminin referans noktası olarak alınması, tarihsel olarak da görülmektedir. Öyle ki, Arşimet, bu yöntemin çekiciliğine kapılmıştır. Descartes metafiziğini, Baruch Spinoza ahlak teorisini Matematiğe temellendirerek oluşturmaya çalışmışlardır (Yıldırım, 1991).

Bu düşünce yapısının yukarıda sayılan meziyetleri ve diğer kuşaklara aktarılması ihtiyacı, geometri dersini tüm dünyada okul müfredatının bir parçası yapmıştır. Geometrinin kuşaktan kuşağa aktarılmasına bağlı olarak, 20.yy'dan itibaren geometri öğrenme süreçleri ve öğrenme ortamlarının geliştirilmesi, birçok araştırmacının ilgisini çekmiştir (Güven ve Karpuz, 2016). Bu duruma yönelik pek çok araştırma yapılmıştır ve yapılmaktadır. Bu hususta bakıldığında, ortaokul matematiğinin temel kavramlarından biri olan çokgen kavramı, ortaokul matematik müfredatında geometri ve ölçme öğrenme alanının çokgenler alt öğrenme alanına ait önemli bir kavramdır. Çokgenler konusunun iyi öğrenilmesi, bu açıdan değerlendirildiğinde, geometride ve ölçme öğrenme alanındaki diğer konuların da eksiksiz öğrenilmesi açısından ve geometrik düşünce yapısının içselleştirilmesi açısından da önem arz etmektedir.

Son yıllarda yapılan araştırmalarda öğrenmenin hangi seviyede gerçekleştiğinin tespit edilmesinin yanında, öğrenmenin nasıl gerçekleştiğinin incelenmesi daha da önem kazanmıştır (Memnun ve Altun, 2012). Dolayısıyla, geometrik kavramların nasıl öğrenildiğine ışık tutabilmek ve bununla ilişkili olarak da geometri öğretimi için uygun ortamların geliştirilebilmesine katkı sağlamak, geometrik muhakemenin doğası ile ilgili ortaya konan perspektifler aracılığı ile yapılacak araştırmalarla mümkündür.

Alan yazına bakıldığında geometrik kavramlar ve çokgenler üzerinde yapılan çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Örneğin; Yavuzsoy-Köse, Yılmaz, Yeşil ve Yıldırım (2019)'un yaptığı çalışmada, ortaokul öğrencilerinin paralelkenar ailesine ait dörtgenler için verilen sözel tanımları nasıl yorumladıklarını ve bu yorumlama sürecindeki akıl yürütmeleri incelemişlerdir. Karpuz (2018) çalışmasında, Duval'in bilişsel modeli temelinde öğrenme ortamlarının tasarlanmasını ve değerlendirmesini araştırmıştır. Elia, Gagatsis, Deliyianni, Monoyiou ve Michael (2009) çalışmasında, geometrik şekillerin işlevsel algısı üzerinde, Duval tarafından ortaya konulan farklı şekiller üzerindeki farklı modifikasyon türlerinin (mereolojik, optik ve konumsal) rolünü araştırmışlardır. Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore (2008) çalışmalarında, kapsayıcı tanım fikrini geliştirerek, çokgen kavramını tanımlamaya yönelik farklı bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Özel dörtgenler arasındaki ilişki temelindeki tanımlamaları, kapsayıcı tanımlamalar (bir dörtgenin, diğer bir dörtgenin tanımını da içermesi) olarak ifade etmişlerdir.

Geometride algı, bireylerin geometrik şekilleri nasıl gördükleri ve onları zihinde nasıl yorumladıklarıyla yakından ilişkilidir denebilir. Çünkü Duval (1999)'a göre geometride görme denilen husus, algıyla ve bunun uzantısı olarak görsel imgelerle ilişkilidir. Bu noktada, geometrik kavramlara ilişkin zihinsel prototipler ve imgelerin oluşmasında ve geometrik şekillerin algılanması ile bağlantılı olarak görsel algı (visual perception) terimi de ön plana çıkar. Hoffer (1997)'ye göre, görsel algı, görme ve yorumlama yeteneği olarak tanımlanmıştır. Bu algı, uzamsal ilişkilerin fark edilmesini, şekiller arası görsel ayırım yapılmasını ve bireyin görsel hafızasını da içerir. Bu açıdan bakıldığında geometride algı, bireylerin zihinlerindeki akıl yürütmenin nasıl işlediği, yani bireylerin geometrik kavramlara ilişkin zihinsel prototiplerin neler olduğu, geometrik muhakemelerinde zihinsel kontrolün şeklin mi yoksa kavramın mı hakimiyetinde olduğu gibi konularda anahtar bir noktadır denebilir.

Bu hususta, geometrik muhakeme temelde, gelişimsel ve bilişsel yaklaşım olarak ikiye ayrılabilir. Kısaca gelişimsel yaklaşımda, Van Hiele geometrik düşünme modeli yer alırken, bilişsel yaklaşımda Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli yer alır. Son zamanlarda alan yazında, özellikle Van Hiele modelinin yetersiz yönleri üzerinde durulmuş ve bilişsel yaklaşım daha fazla ağırlık kazanmaya başlamıştır.

Fischbein (1993)'e göre, geometrik şekiller hakkındaki düşünme biçimimiz, kavram ve kavrama ait şeklin beraber işe koyulmasıyla yürütülür. Fischbein, geometrik şekilleri algılama biçimimizi diğer şekillerden ayırarak, Şekilsel-Kavram teorisini ileri sürmüştür. Bu iki unsur (şekil ve şekle ilişkin kavram) birleşerek, Şekilsel-Kavram kategorisi adı altında toplanır (Güven ve Karpuz, 2016). Fischbein aynı zamanda, geometride zihinsel kontrolün, bazen şeklin hâkim olduğu bazense şekle ait geometrik kavramın baskın olduğu durumlar olarak ayrıldığını da belirtir. Zihinsel kontrol, özellikle şeklin dominantlığında ise, geometrik muhakemenin inşası eksik kalmakta, sezgisel hisler ve yorumlar daha fazla ön plana çıkmaktadır. Bu da bireyleri, geometrik kavrayış noktasında hatalı çözümlere götürebilmektedir.

Duval (1995) ise bilişsel modelinde dört tür şekle bakış süreci (algısal boyut) tanımlamıştır. Bunlar Görsel Algı, Sözel Algı, Sıralı Algı ve İşlevsel Algı'dır. Duval'in modelindeki görsel algı, şekle bakıldığında oluşan ilk intiba ile yakından ilişkilidir. Sözel algı, şekil üzerinden tek başına çizime dair çıkarımları değil, şekilde verilenler üzerinden tanıma dayalı çıkarım yapmayı içerir. İşlevsel Algı ise, şekil içindeki belirli noktalara, şeklin parçalarında odaklanarak, mantıksal sıçramayı yapabilmek için uygun bir çözüme giden yolu inşa eder. Sıralı algı, her ne kadar çeşitli geometrik araçların kullanımıyla çizim yapma ile ilişkilendirilse de geometrik

görevlerde soruda verilen talimatlara uygun biçimde şeklin inşa edilmesi de sıralı algıdan sayılabilir. Görsel algıyla uyumlu olarak görselleştirme, tek başına uygun bir muhakeme için yeterli değildir. Hatta yanlış muhakeme yapısının oluşmasına neden olabilir (Güven ve Karpuz, 2016). Bunun için geometrik görevler üzerinde düşünme sürecinde diğer algıların da birlikte kullanılması, örneğin, işlevsel algının da işe koyulması ile uygun bir muhakeme geliştirme sürecine destek olunur. Diğer yandan, bu algısal boyutların yanında Duval (1998), geometrik görevlerde birbirinden bağımsız da gerçekleşebilen üç tür bilişsel süreç tanımlamıştır. Bunları görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreci olarak isimlendirmiştir. Örneğin görselleştirme, direkt olarak görsel algılarla ilişkili olup geometrik göreve ilişkin ilk bakışta elde edilen sezgisel bilgilerle ilişkilidir ve bireylerin muhakemesinde yardımcı olsa da geometrik sorularda, yanılığa sürükleyebilecek bir yönü de bulunmaktadır. Muhakeme ise, geometrik görevlerde elde edilen bilginin izahını da içeren ve içerisinde doğal söylemsel süreç ve teorik söylemsel süreci de barındıran bir süreçtir. Doğal söylemsel süreçte bireyler, geometrik şekillerden elde ettikleri bilgiyi, matematikteki sembolik dilden ziyade daha çok doğal bir dil kullanılarak izah ederler. Teorik söylemsel süreçte ise, belli aksiyomlar ve teoremler kullanarak matematiğin sembolik dili kullanılır ve bireyler tarafından daha formal şekilde geometrik görevlerin çözümü için açıklamaya girilir. Bu bilgiler ışığında genel olarak bakıldığında ise Duval'ın modelinde Fischbein'in yaklaşımından biraz daha kapsayıcı bir model oluşturulmuştur.

Alan yazına bakıldığında, genelde ortaokul düzeyinde, özde ise sekizinci sınıflarda bilişsel açıdan bir yaklaşımla geometrik muhakemeye dair yapılan çalışmaların daha az olduğu görülmektedir. Bu açıdan yapılacak çalışmaların alan yazına katkı sağlayacağı düşünüldüğünden ve çokgen konusunun pek çok geometrik kavramı kapsayan önemli bir husus olduğu göz önüne alınarak, geometrik muhakemeye ilişkin Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval Bilişsel Modeli yardımıyla ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algıları ve onların zihinlerindeki akıl yürütmenin nasıl işlediğini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Buna bağlı olarak, araştırma problemi, "Bilişsel açıdan değerlendirildiğinde, ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algıları ve kavrayışları nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Daha geniş bir tez çalışmasının bir parçası olan bu araştırma, nitel bir çalışma olup, ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algıları ve zihinlerindeki akıl yürütmenin nasıl gerçekleştiği irdelenmeye çalışılmıştır. Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel bilgi toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmadaki sorulara verilen yanıtları toplamanın amacı, araştırmaya önceden belirlenmiş olan soru kategorilerini sınırlandırmak, öngörüler olmadan diğer insanların bakış açılarını yakalamak ve bunları anlama fırsatı elde etmektir (Patton, 2014). Nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışmalarında ise, bir ya da birkaç duruma ilişkin etmenler araştırılıp, ilgili durumu nasıl etkilediği ve ilgili durumdan nasıl etkilendiği detaylandırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Durum çalışmaları, karmaşık bir husus ile ilgili bilgi sağlamak için kullanılan bir yöntem olup, araştırmacı araştırdığı konu ve soruları tanımlar ve durum ile ilgili birden çok kaynaktan edindiği bilgileri ayrıntılı olarak analiz ederek temelde nelerin bilindiğini ortaya koymaya çalışır (Kaleli Yılmaz, 2015). Bununla bağlantılı olarak, çokgenler konusundaki algıların, zihinsel düşüncülerin ve muhakemelerin ortaya çıkarılması gibi kompleks sayılabilecek bir hususun ele alındığı bu çalışma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması (case study) olarak belirlenmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, Karaman ilindeki bir ortaokuldan seçilmiş olan 15 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmaya hız ve pratiklik kazandırması bakımından çalışma grubu, kolay ulaşılabilir durum örnekleme olarak belirlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Çalışma grubundaki 15 katılımcıdan sekizi kız öğrencilerden, yedisi ise erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Daha sonra bu gruptan, çokgen konusundaki kavramlarda ve geometrik görevlerde Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisinde temellendirdiği, şeklin kavrama baskın olduğu bir muhakeme biçimiyle ve Duval'in bilişsel modelinde tanımladığı görsel algılara fazlasıyla dayalı hareket eden iki kişi ile yarı yapılandırılmış bir görüşme gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler, yedi açık uçlu soru içeren Çokgen Formu (ÇF) ve yarı yapılandırılmış görüşme ile toplanmıştır. ÇF içindeki sorular, öğrencilerin çokgenler ile ilgili zihinlerinde yapılandırdıkları kavramları açığa çıkarıcı tipte sorulardır. Zihinlerindeki kavramları açığa çıkarmada en iyi yöntem olmasından dolayı bu sorular açık uçlu olarak hazırlanmıştır. Çokgen Formundaki sorulardan dördüncü soru, Fischbein ve Nachlieli (1998)'den, altıncı soru ise Duval (1998)'den uyarlanmıştır. Diğer sorular, çokgenler konusundaki algıları ortaya koymak ve bireylerin zihinlerindeki Şekil-Kavram ilişkilerini detaylı ortaya çıkarmak amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Çokgen Formu, bu çalışmanın sonunda EK-1 olarak sunulmuştur. Sorular iki uzman görüşü doğrultusunda ve pilot çalışma sonunda nihai halini almıştır.

ÇF, 15 katılımcıya uygulanmış (bu katılımcılar Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 ve Ö15 olarak; araştırmacı ise A olarak isimlendirilmiş ve bütün metin içinde bu gösterimle belirtilmiştir) ve daha sonra çalışma grubu içerisinde seçilen iki kişi ile yarı yapılandırılmış görüşme yürütülmüştür. Bu görüşmelerde, öğrencilere düzgün beşgen ile ilgili bir soru ve dörtgenlere ilişkin hiyerarşik ilişkiler hakkında başka sorular yöneltilmiş, bunun yanında bulguları daha fazla

detaylandırmak amacıyla daha derin bir muhakemeyi gerektirdiğinden ötürü, özellikle Çokgen Formundaki beşinci, altıncı ve yedinci sorular hakkında daha detaylı sorular sorulmuş ve verilen cevaplara bağlı olarak da ek sorular yöneltilmiştir.

Verilerin Analizi

Öğrencilerden alınan cevapların analizinde nitel veri analizi yöntemlerinden biri olan içerik analizinden faydalanılmıştır. İlk olarak öğrencilerden yazılı olarak alınan veriler analiz edilmiştir. Daha sonra mülakat esnasında alınan ses kayıtlarından elde edilen verilerin transkripsiyonu yapılmıştır. Analizler sonucunda tema, alt temalara ve kategorilere ulaşılmıştır. Bu kodlamalar iki alan uzmanı tarafından yapılmış ve uyum yüzdesi %87 bulunmuştur. Bununla birlikte ortaya çıkan bulguları desteklemek ve bulgularda önemli noktaları okuyucuya sunmak amacıyla katılımcıların verdikleri cevaplardan bazıları doğrudan verilmiştir. Ayrıca, katılımcılar tarafından yapılan çizimlerin bazıları da direkt olarak sunulmuştur. Elde edilen kategoriler, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi ve Duval'in bilişsel modeli temelinde yorumlanmaya çalışılmıştır.

BULGULAR

Araştırma raporunun bu bölümünde, çalışmanın amacı olan ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algılarının ve onların zihinlerindeki akıl yürütmenin doğasının ortaya konulması doğrultusunda toplanan verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

1. Çokgen tanımına yönelik bulgular

Çokgen Formu (ÇF)'nin birinci sorusu olan "Çokgen nedir? Çizim yapmadan, tanımlayınız" sorusuna verilen öğrenci yanıtları, Tablo-1'de kategoriler halinde sunulmuştur.

Tablo 1.

Çokgen tanımının niteliği

Alt Tema	(f)
Tam bir çokgen tanımına yakın cevaplar verebilenler	3
Zihinlerindeki prototip algılar ile ilintili tam olmayan yanıtlar	10
Uygun tanım veremeyenler	2

Ortaokul matematik sekizinci sınıf ders kitabında çokgen, "en az üç doğru parçasının oluşturduğu kapalı şekil" olarak tanımlanmıştır (Üstündağ Pektaş, 2017). Bu tanım, çalışmamızda tam bir çokgen tanımı yani çokgen kavram tanımı olarak dikkate alınmıştır. Çokgen Formu (ÇF)'nin birinci sorusuna verilen yanıtlar incelendiğinde, yukarıdaki Tablo-1'de gösterildiği gibi çokgen denilince, kavrama ilişkin öğrencilerin verdikleri cevaplardan yalnızca üçü tam bir çokgen tanımına, yani çokgen kavram tanımına yakın sayılabilecek tanım olarak değerlendirilmiştir. Çünkü bu öğrencilerin tanımları, çokgen tanımındaki kapalı bir şekil olma kriteri ve en az iki doğru parçasından oluşma kriteri olarak değerlendirildiğinde çokgen kavram tanımına yakın tanımlar olarak ele alınmıştır. Bu bireylerin verdikleri yanıtlar aşağıdaki gibi olmuştur.

"İkiden çok köşesi olan kapalı şekillere çokgen denir." [Ö₍₁₎]

"En az üç köşesi ve kenarı olan kapalı geometrik şekillere denir." [Ö₍₃₎]

"Çokgen, kapalı yani kenarları dışa doğru açık olmayan, köşelerden oluşan, üç ve daha fazla kenarı olan geometrik şekildir." [Ö₍₈₎]

Çokgen denilince en çok akla gelen kategori ise, Tablo-1'de de görülebileceği gibi, öğrencilerin zihinlerindeki prototip algılarla ilintili, fakat tam sayılamayacak yanıtlardır. Örnek teşkil etmesi açısından bu kategorideki 10 öğrenciden bazılarının sundukları yanıtlar aşağıda verilmiştir.

"Birden fazla kenarı olan şekiller." [Ö₍₂₎]

"Kenarların birleşmesiyle farklı üçgenlerin elde edilmesine çokgen denir ya da dörtgenlerden oluşurlar." [Ö₍₅₎]

"Birden fazla açısı olan şekiller." [Ö₍₇₎]

"Birden fazla kenarı olan kare, dikdörtgen, üçgen gibi şekillerdir." [Ö₍₁₅₎]

"Karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı kenarları eşittir. Özel şekillerdir." [Ö₍₁₁₎]

"Birden fazla doğru parçasından oluşan şekillerdir ve beşgenden sonra çokgen denilmeye başlar." [Ö₍₁₄₎]

Ö5, Ö11 ve Ö15'in cevaplarında da görüldüğü gibi, bazı öğrencilerin çokgen denildiğinde, aslında zihinlerindeki baskın olan dörtgen prototiplerinin, onların tüm durumları karşılayan kapsayıcı bir çokgen tanımından ziyade, eksik tanım yapmalarına neden olduğu gözükmemektedir. Örneğin Ö5'in çokgen zihnindeki çokgen algısı, sadece üçgen ve dörtgen kavramlarıyla sınırlandırılmıştır. Ö14'ün örneğinde görüldüğü gibi de beş kenardan daha az olan kenarı olan geometrik şekillerin, örneğin dörtgen ya da üçgen kavramlarının çokgen olarak nitelendirilemeyeceği gibi çokgen kavram tanımını sınırlandıran algılar da bulunmaktadır. Ö11'in yanıtı, zihnindeki özel dörtgene ilişkin prototiplerin baskısının bir diğer örneğidir. Çokgen denildiğinde zihnindeki özel dörtgenlere ilişkin imgeler, bu örnekte olduğu gibi eksik bir tanım yapılmasına neden olmaktadır. Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, tek başına zihinsel prototipin baskın olması, tanımdaki diğer kavramsal yönlerin geri planda kalmasına neden olacağından, öğrencilerin çokgen kavramını fazlasıyla

şekil algıları yönetecektir. Bu soruda, çokgene ilişkin uygun tanım veremeyen ya da yanıtız bırakan iki kişi mevcuttur. Uygun tanım veremeyen bir öğrencinin cevabı aşağıda verilmiştir.

“En az iki kenar uzunluğu aynı olması gereken şekillerdir.” [Ö₍₁₀₎]

Ö10'un cevabında da görüldüğü gibi, çokgene ilişkin zihinsel imgede iki kenarın mutlaka eş olması vurgusu yer aldığından, öğrencinin çokgen tanımını bu prototipinin yönetmesiyle, uygun olmayan yani hatalı bir çokgen tanımının verilmesine neden olmuştur.

2. Paralelkenar, Beşgen, Altıgen ve Yamuk kavramlarına ilişkin bulgular

Araştırma raporunun bu bölümünde, öğrencilere yöneltilen Çokgen Formunda ikinci soru olarak yer alan “Paralelkenar, beşgen, altıgen ve yamuk kavramlarını tanımlayıp, her biri için bir örnek şekil çiziniz.” sorusuna verilen yanıtlar, kavramlar münferit olarak incelenerek analiz edilmiştir ve aşağıda alt başlıklar (a, b ve c) halinde sunulmuştur.

a) Paralelkenar Tanımı ve Örnek Şekil Çizimi

Öğrencilerin sundukları paralelkenar tanımları, Tablo-2’de tanımın niteliğine göre kategorik olarak sunulmuştur.

Tablo 2.

Paralelkenar tanımının niteliği

Alt Tema	(f)
Tam tanım	2
Zihinlerdeki prototip algılarla ilintili yanıtlar	12
Hatalı tanım	1

Öztoprakçı ve Çakıroğlu (2013) tarafından paralelkenar, “iki çift kenarı paralel olan dörtgen” ve “iki çift karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan dörtgen” olarak iki farklı şekilde tanımlanmıştır. Bu çalışmada bu tanımların birleştirilmiş hali olan “karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel olan dörtgen” tanımı, paralelkenarın tam tanımı olarak ele alınmıştır. Öğrenciler tarafından sunulan paralelkenar tanımları incelendiğinde, Tablo-2’de de görülebileceği gibi, yalnızca iki öğrenci, aşağıdaki Ö3’ün örnek cevabında gösterildiği gibi tam bir paralelkenar tanımı sunabilmiştir. Bunun tanımın dışında öğrenciler tarafından sunulan tanımlar, öğrencilerin zihinlerindeki prototip algıların tanıma yansımasıyla oluşan yanıtlardır. Öğrencilerin zihinindeki prototip algılarla ilişkili verilen paralelkenar tanımları (12 yanıt) analiz edildiğinde ise, en çok vurgulanan noktanın “yalnızca karşılıklı kenarların paralel olması vurgusunu” taşıyan yanıt olduğu tespit edilmiştir (dört kişi). Daha sonra en çok vurgulanan nokta ise, karşılıklı kenarlarının birbirine eşit olması hususudur (üç kişi). Diğer yandan, öğrencilerin zihinlerindeki prototip algıların fazlasıyla baskın olduğu, kavramın tanımından oldukça farklılaşan yanıtlara da (Ö4, Ö6, Ö7, Ö12) ulaşılmıştır. Bu yanıtlarda, yamuk (eğri) bir şekil algısı, uzun ve kısa kenar algısı gibi zihinsel imgeler tarafından sınırlanan ifadeler bulunmaktadır. Bir öğrencinin cevabı ise, hatalı bir tanım olarak değerlendirilmiştir. Ö9 isimli bu öğrencinin yanıtı ve diğer yanıt örnekleri aşağıda sunulmuştur.

“Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşit olan, karşılıklı açıları eşit olan şekiller.” [Ö₍₃₎]

“Karşılıklı Kenarları birbirine paralel olan şekil.” [Ö₍₂₎]

“Karşılıklı Kenarları birbirine eşit olan şekil.” [Ö₍₅₎]

“Karşılıklı kenarları paralel olan ve açıları 90 derece olmayan şekiller.” [Ö₍₄₎]

“Yamuk dikdörtgen.” [Ö₍₆₎]

“Uzun ve kısa kenarları eşit olan yana eğri dörtgen” [Ö₍₇₎]

“Uzun ve kısa kenarlardan oluşan şekillerdir.” [Ö₍₁₂₎]

“Birbirine paralel sonsuza kadar giden çizgilere denir.” [Ö₍₉₎]

Öğrenciler tarafından sunulan paralelkenar tanımları arasında, aslında bir dörtgen olan yamuk kavramının, sırf kelime anlamı dolayısıyla, ona atfedilen anlamdan ötürü (örneğin eğri ya da yana yatık anlamı) sıfat olarak tanımda kullanıldığı gözükmektedir (Ö6 tarafından verilen cevap). Bu husus aslında, çokgen konusundaki zihinsel imgelerin, hem bu hususta paralelkenar tanımı üzerinde, hem de daha sonra görüleceği üzere yamuk kavram tanımı üzerindeki küçümsenemeyecek etkisini bize gösterebilir. Şekilsel-Kavram teorisine göre şekil bilgisinin kavramsal bilgiye baskın olduğu bu tür yanıtlar (Ö4, Ö6, Ö7, Ö12), geometrik görevlerde uygun olmayan muhakemelerin oluşmasına neden olabilmektedir.

Benzer biçimde, Ö1 ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmenin, aşağıdaki verilen kesiti, yukarıdaki bulguyu destekler biçimdedir. Metinde araştırmacı A harfi ile gösterilmiştir.

“Sana göre, her paralelkenar aynı zamanda bir yamuk mudur? Bu konuda ne düşündüğü açıklar mısın? Yani kâğıt üzerine çizdiğimiz bir paralelkenarı, biz aynı zamanda yamuk diye adlandırabilir miyiz?” [A]

"Hayır, yamuk diyemeyiz çünkü paralelkenar deyince kenarları birbirine eş, karşılıklı duruyor fakat yamukta öyle bir şey yok. Hepsi birbirinden bağımsız, farklı." [Ö (1)]

Öğrenciler tarafından verilen, paralelkenar çizimlerine bakıldığında ise, çizimlerde yaygın paralelkenar imgesi (şekil-1) kullanılırken, çizimlerde en çok vurgulanan husus, paralel işareti ile gösterilen paralellik vurgusudur. (şekil-2). Öğrenci çizimlerde, paralellik vurgusundan sonra en çok vurgulanan nokta ise, eşitlik sembolü ile gösterilen kenarların eşitliğidir. Aşağıda çeşitli çizimlerden örnekler sunulmuştur. Örneğin Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında ele alındığında zihinsel prototipleri vasıtasıyla, şekil bilgisi Ö6 tarafından sunulan çizim (şekil-3) ile yönetilen bir öğrenci, tanımına da yansıtacak biçimde kavramsal özellikleri geri plana atacak ve geometrik görevlerde kavramlar arası ilişkileri, dörtgenler arası ilişkileri belirlemede sorun yaşayacaktır.

Şekil-1

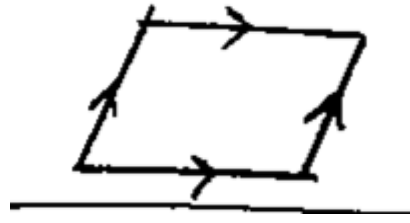
[Ö (7)] tarafından sunulan çizim



Öğrenciler tarafından en çok çizilen paralelkenar prototipinin şekil-1'deki gibi olduğu ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin paralelkenar çizimlerinde en çok vurguladığı gösterdikleri ayrıntı, aşağıdaki şekil-2'de görüldüğü gibi karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu göstermeleridir.

Şekil-2

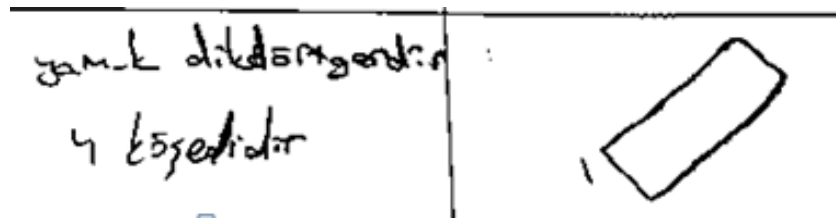
[Ö (3)] tarafından sunulan çizim



Aşağıdaki şekil-3 ve şekil-4'te Ö6 ve Ö9 isimli iki öğrencinin hem paralelkenar tanımları hem de buna karşılık çizdikleri şekiller gösterilmiştir.

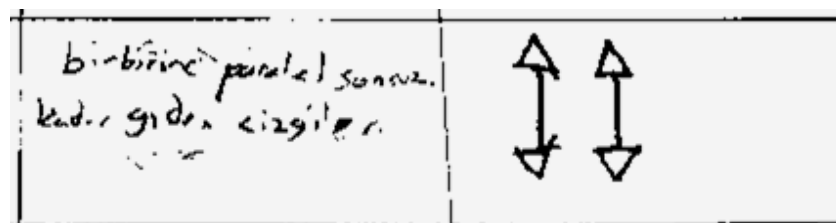
Şekil-3

[Ö (6)] tarafından sunulan tanım ve çizim



Şekil-4

[Ö (9)] tarafından sunulan tanım çizim



Yukarıdaki şekillere bakıldığında, aslında şekil-3 ve şekil 4’de, zihinlerde yer alan uygun olmayan algıların işe koyulmasıyla, paralelkenar tanımı ve çizimine yansıyan hatalı muhakemelerin küçük bir portresi sunulmuştur.

b) Beşgen ve Altıgen Tanımı ve Örnek Şekil Çizimi

Çalışmada öğrenciler tarafından sunulan beşgen ve altıgen tanımları, kategorik olarak aşağıdaki Tablo-3’te gösterilmiştir.

Tablo 3.

Beşgen ve altıgen tanımının niteliği

Alt Tema	(f)
Beşgen ve altıgen kavramlarının beş ve altı kenarlı çokgenler olması vurgusu	7
Beşgen ve altıgen kavramlarının beş ve altı köşeli çokgenler olması vurgusu	4
Beşgen ve altıgen kavramının sırasıyla beş eş ve altı eş kenardan oluşan çokgenler olması vurgusu	3
Zihinlerdeki başka prototip algılardan etkilenen tanımlar	1

Beşgen ve altıgen tanımlarına yönelik öğrenciler tarafından verilen cevaplar incelendiğinde, Tablo-3’te de görüldüğü gibi, öğrenciler tarafından verilen beşgen ve altıgen tanımlarında baskın olan husus, beş ve altı kenarlı şekiller olmasıdır. Daha sonra ise beş ve altı köşeli olması vurgusu gelmektedir. Bunun yanında, beşgen ve altıgen kavramlarını, bütün kenarlarının eşit olması gerektiği algısıyla tanımlayan cevaplara da rastlanmıştır. Bahsedilen tüm durumlar Tablo-3’de belirtilmiştir.

Tanımlarında beşgen ve altıgen kavramları, kenar sayılarına odaklanarak tanımlayan öğrenci yanıtları aşağıdaki gibidir.

“Beş adet kenardan oluşan çokgenlerdir.” [Ö (2)]

“Altı adet kenardan oluşan çokgenlerdir.” [Ö (2)]

Tanımlarında beşgen ve altıgen kavramlarını, köşe sayılarına odaklanarak vurgulayan öğrenci yanıtları aşağıdaki gibidir.

“Beş köşeli kapalı şekil.” [Ö (8)]

“Altı köşeli kapalı şekil.” [Ö (8)]

Tanımlarında beşgen ve altıgen kavramları, kenarlarının mutlaka eş olmasıyla tanımlayan öğrenci yanıtları aşağıdaki gibidir.

“Beş doğru parçasından oluşan ve bütün kenarları eşit olan şekil” [Ö (10)]

“Altı doğru parçasından oluşan ve bütün kenarları eşit olan şekil.” [Ö (10)]

Aşağıdaki Ö13’ün cevabı örneğinde olduğu gibi, zihindeki prototip algıların fazlasıyla etkili olduğu beşgen ve altıgen tanımına da rastlanmıştır.

“Hiçbir kenarı paralel olmayan beş kenarlı şekillerdir.” [Ö (13)]

“Altı kenarı olan, dördü paralel olmayan, ikisi altı üstlü aynı hizada olan şekillerdir.” [Ö (13)]

Öğrenciler tarafından sunulan beşgen ve altıgen çizimlerine bakıldığında ise, şekil-5 ve şekil-6’daki gibi, alışlagelmiş beşgen ve altıgen prototiplerinin çizildiği görülmüştür. Bu çizimler arasında, öğrencilerin tanımlarında vurgulandığı gibi, kenarların eşitliğini gösteren çizimler de bulunmaktadır. Bunun yanında 15 öğrenci arasından, beşgen örneği çizemeyen ama altıgen örneği çizebilen bir kişiye de rastlanmıştır.

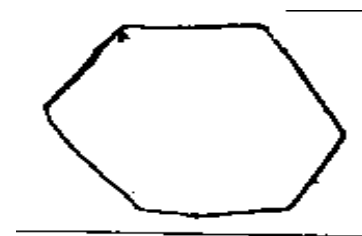
Şekil-5

Ö (4) tarafından sunulan beşgen çizimi



Şekil-6

Ö (4) tarafından sunulan altıgen çizimi



c) Yamuk Tanımı ve Örnek Şekil Çizimi

Çalışmada, öğrencileri tarafından verilen yamuk tanımları, aşağıdaki Tablo-4'te kategorik olarak sunulmuştur. Tablo-4 incelendiğinde, göze çarpan ilk bulgu yamuk kavramını, kenar uzunlukları farklı şekil olarak niteleyen öğrenci sayısının fazlalığıdır.

Tablo 4.

Yamuk tanımının niteliği

Alt Tema	(f)
Karşılıklı iki kenarı paralel olan şekil olması vurgusu	1
Kenar uzunlukları farklı olan şekil vurgusu	6
Çizimi Yamuk olan şekil vurgusu	3
Hiçbir kenarı paralel olmayan şekil olması vurgusu	2
Üst kenarı, alt kenarından kısa olan geometrik şekiller vurgusu	1
İç açılarının toplamı bilinmeyen düzensiz şekiller olması vurgusu	1
Hiç Tanım veremeyenler	1

Yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine yönelik yanıtlar incelendiğinde, Tablo-4'te de görülebileceği üzere, öğrencilerin yaptıkları yamuk tanımları, hem zihindeki prototip algıdan direkt olarak etkilenmekte hem de yamuk kelimesinin zihinde çağrıştırdığı anlamdan (örneğin, TDK (2022)'ye göre, "Bir yana doğru eğik olan" şeklinde tanımlanmıştır) etkilenmektedir. Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında değerlendirildiğinde, tablodaki tanım kategorilerinden ve aşağıda verilen öğrenci örneklerinden de (Ö2, Ö15, Ö7, Ö12 ve Ö14) görülebileceği gibi, yamuk kavramının gerek zihinsel kelime çağrışımı (*çizimi yamuk olan şekil, iç açılarının toplamı bilinmeyen düzensiz bir şekil*) gerek zihinsel imgelerin kavram tanımını sınırladığı algılar (*üst kenarı alt kenarından kısa olan geometrik şekiller, kenar uzunlukları farklı olan şekil*) zihinsel kontrolün bütünüyle kavrama ait olmadığı, muhakeme sürecinde zihinsel imgelerin baskın olduğu yorumuna götürür. Bu da uygun olmayan muhakemelerin oluşmasına zemin hazırlar. Tablo-4'e bakıldığında, 15 katılımcı arasından yalnızca bir kişi (Ö3), yamuk kavramında paralellik vurgusunu verebilmiştir. Öğrencilerin yamuk tanımlarından bazıları ve öğrencilerin yamuk çizimlerinden bazı örnekler aşağıda gösterilmiştir.

"Karşılıklı iki kenarı paralel olan çokgen." [Ö (3)]

"Birbirine eş kenarı olmayan şekil." [Ö (2)]

"Kenar uzunlukları farklı olan şekil" [Ö (15)]

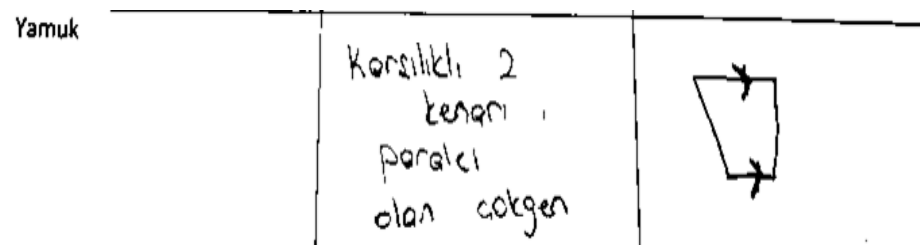
"Üst kenarı, alt kenarından kısa olan geometrik şekiller." [Ö (7)]

"Çizimi Yamuk olan şekil." [Ö (12)]

"İç açılarının toplamı bilinmeyen, düzensiz bir şekil." [Ö (14)]

Şekil-7

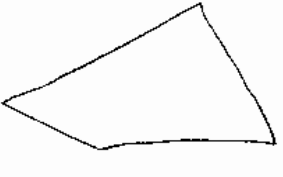
[Ö (3)] tarafından verilen tanım ve örnek çizim



Aşağıdaki şekil-8 ve şekil-9'da yamuk tanımına ilişkin en çok verilen cevap olan yamuk kavramını kenar uzunlukları farklı şekil olarak değerlendiren ve çizimini buna göre yapılandıran Ö8 isimli öğrencinin örnek yanıtı ile, yamuk kavramını kenarlarının paralel olmaması vurgusuyla tanımlayan Ö10 isimli öğrencinin örnek çizimi sunulmuştur.

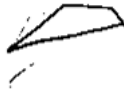
Şekil-8

[Ö (15)] tarafından verilen tanım ve örnek çizim

Yamuk	Kenar uzunlukları farklı, şekil	
-------	---------------------------------	--

Şekil-9

[Ö₍₁₀₎] tarafından verilen tanım ve örnek çizim

Yamuk	2 kenarı olan - birbirine paralel olan hiçbir kenarı olmayan şekildir.	
-------	---	---

Benzer biçimde, Ö1 ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmenin, aşağıdaki verilen bir kesiti, yamuk tanımı ile ilgili verilen yazılı yanıtları destekler biçimdedir.

"Peki, yamuk denildiğinde ne aklına geliyor yani bir şekle yamuk diyebilmemiz için hangi şartı sağlaması gerekir?" [A]

"Yamuk denilince kenarları birbirinden farklı olan şekiller aklıma geliyor." [Ö₍₁₎]

"Peki, yamuk olması için olmazsa olmaz bir kural var mı?" [A]

"Kenarları farklı olmalı." [Ö₍₁₎]

"Peki, iki kenarının mutlaka paralel olması gerekir şeklinde bir kural biliyor musun yamuk için?" [A]

"Mesela dik yamuk çizmek istiyorum. Bir dik yamuk çizdim. Mesela buna bakınca evet alt ve üst kenarlar paralel gibi duruyor, ama mutlaka olması gerekir mi bilmiyorum." [Ö₍₁₎]

"Peki, o halde yamukta mutlaka iki kenar paralel olması gerekir desem, ilk sorduğum soruyu nasıl yanıtlarsın?" [A]

"Yine diyemem çünkü mesela paralelkenarda bütün kenarlar paraleldir, ama yamukta öyle olmaz. Altlar ve üstler paralel olsa bile, yanlar paralel olmuyor. En basitinden dik yamuğu düşünüyorum." [Ö₍₁₎]

"Peki, genelde yamuk kelimesini duyduğunda, yamuk denildiğinde hep dik yamuk mu canlanıyor? Bunu mu düşünüyorsun?" [A]

"Evet çoğunlukla." [Ö₍₁₎]

Diğer yandan, Ö2 isimli öğrenci ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmenin, aşağıdaki verilen bir kesiti, yamuk kavramına ilişkin öğrencilerin zihinlerindeki daha düzensiz bir şekil olması algısını, daha net ortaya koyan bir nitelik taşımaktadır.

"Sence, kare aynı zamanda bir yamuk mudur? Buna nasıl cevap verirsin?" [A]

"Hayır, yamuk özel bir şekil." [Ö₍₂₎]

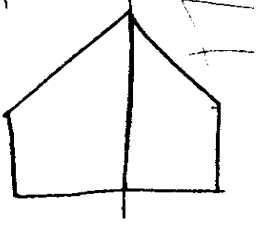
"Peki, hangi özelliği sağladığından dolayı özel?" [Ö₍₂₎]

"Mesela, nasıl desem? Bir tane kenarı böyle aşağıda doğru eğik olması lazım. Bu onu özel kılıyor. O yüzden kare, bir yamuk olmaz." [Ö₍₂₎]

Diğer yandan hem yamuk kavramındaki bulguları detaylandırmak hem de Şekilsel-Kavram teorisine göre, yamuk kavramındaki zihinsel kontrolün şekil tarafından mı, yoksa kavramsal özellikler tarafından mı yönetildiği tespit etmek amacıyla aşağıda beşgen kavramı üzerinden başlatılan, beşgenin parçalanmasıyla oluşan şekillerin yamuk kavramıyla ilişkisini irdeleyen bir geometrik görev, Ö1 ile gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmede sorulmuştur. Ö1'e önündeki kâğıt üzerine bir düzgün beşgen çizmesi istenmiş, daha sonra da bu düzgün beşgeni, tek bir doğru ile ya da tek bir çizim yaparak nasıl iki eş parçaya ayırabileceği sorulmuştur. Ö1 tarafından çizilen ilk şekil aşağıdaki gibi olmuştur.

Şekil-10

[Ö₍₁₎]'in çizdiği ilk şekil



Daha sonra öğrenciye çizdiği şeklin düzgün beşgen olup olmadığı sorulduğunda ise, tereddüt yaşadığı görülerek, aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

“Peki, bu düzgün beşgen oldu mu? Ya da şöyle sorsam, düzgün beşgen denildiğinde ne anlıyorsun?” [A]

“Karşılıklı kenarlarının hepsi eşit mi?” [Ö₍₁₎]

“Artık burada karşılıklı kenar mı denir?” [A]

“Hayır, tamam bütün kenarları eşit olan.” [Ö₍₁₎]

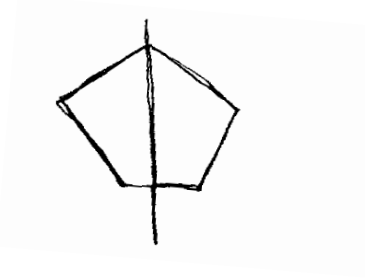
“Peki, bu çizdiğin şekil, düzgün beşgen mi?” [A]

“Hayır.” [Ö₍₁₎]

“O halde tekrar çizim yapar mısın?” [A]

Şekil-11

[Ö₍₁₎]'in çizdiği ikinci şekil



“Peki, bu şekillerin kenarlarının eşit kabul edelim, çizdiğin ikinci şekilde, oluşan iki parça nasıl adlandırılır?” [A]

“İki tane yamuk oluşur.” [Ö₍₁₎]

“Peki, cevabından emin misin?” [A]

“Evet, ikisi de yamuk olur. Çünkü yamuğa benziyorlar.” [Ö₍₁₎]

“Peki, ilk çizdiğin şekilde oluşan iki parça ne olur?” [A]

“Fark etmiyor, onlar da yamuktur.” [Ö₍₁₎]

Görüldüğü gibi, öğrencilerin beşgen kavramında bazı hatalı algılara ya da sembolik dile sahip olabileceği görülmektedir ki yukarıdaki diyalogda bu durum düzgün beşgeni tanımlarken bütün kenarlarının eş olması ifadesi yerine, karşılıklı kelimesini kullanmasından fark edilebilir. Diğer yandan, son çizdiği şekilde de (şekil-11) oluşan parçalara, kenarların paralelliğine hiç dikkat etmeden yamuk olarak adlandırması, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, yamuk kavramında Ö1'in zihinsel kontrolünde şeklin ve prototiplerin baskın olduğunu göstermektedir. Bu görev, yamuk kavramı hususunda zihnindeki algıları detaylandırırken, öğrencilerin Çokgen Formundaki (ÇF) yamuk tanımı ve örnek şekil çizimine ilişkin soruya vermiş olduğu yanıtlarından elde edilen yukarıdaki bulguları da destekler niteliktedir.

İkinci soruya verilen yanıtların geneli incelendiğinde, göze çarpan ilk bulgu, öğrencilerin paralelkenar, beşgen ve altıgen tanımlarını, yamuk tanımına göre daha az zorlu buldukları gözükmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin bu kavram arasında en çok zorlandıkları husus, yamuk kavramını tanımlamaları ve bunu takiben yamuk çizimi yapmaları noktasındadır. Öğrenciler yamuk tanımında zorlanırken, paralelkenar tanımını vermede yamuğa göre biraz daha rahat hareket ettikleri gözükmektedir. Diğer yandan, öğrencilerin bu kavramlar arasında en az zorlandıkları kavramlar beşgen ve altıgen tanımlarıdır denebilir.

3. Dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesine ve seçilmesine yönelik bulgular

Çokgen Formunun üçüncü sorusu olan, verilen şekiller içinden dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesi sorusuna ilişkin öğrencilerin yaptıkları şekil seçimleri aşağıdaki Tablo-5'te sunulmuştur.

Tablo 5.

Dikdörtgen olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler

Dikdörtgen olarak seçilen şekiller	(f)
1, 2, 3, 4, 5, 6	4
2, 3, 4, 6	8
2, 3	2
2	1

EK-1’de sunulan ÇF’nin üçüncü sorusunda öğrenciler tarafından verilen cevaplara bakıldığında, Tablo-5’te de görüldüğü gibi, katılımcılardan yalnızca dört kişi tüm şekilleri dikdörtgen olarak işaretlerken, bir ve beş numaralı şekilleri dikdörtgen olarak seçmeyip, kalan bütün şekiller işaretleyenlerin sayısı sekiz kişidir. Yalnızca iki ve üç numaralı şekilleri işaretleyen öğrencilerin sayısı ise iki kişidir. Bir öğrenci ise, yalnızca iki numaralı şekli dikdörtgen olarak seçmiştir. 15 katılımcı arasından hepsini dikdörtgen olarak belirleyebilen katılımcıların sayısının görece az sayıda olması (dört kişi), bazı katılımcılar tarafından kare olan bir ve beş numaralı şekillerin dikdörtgen olarak (Tablo-5’te toplamda 11 katılımcının olduğu görülebilir) değerlendirilememesi, dört ve altı numaralı şekilleri dikdörtgen olarak kabul etmeyen öğrencilerin olması, yani şeklin pozisyon değişiminin (şekillerin farklı yönlerde çevrilmesi ya da görünümünün değişmesi) muhakeme üzerindeki etkisi dikkate alındığında, bu hususlar, Fischbein’in Şekilsel-Kavram teorisine göre, dikdörtgen özelinde, öğrencilerin algılarını ve muhakemelerini ağırlıklı olarak kavramdan ziyade, şeklin yönettiği sonucuna götürmektedir. Çünkü Şekilsel-Kavram teorisine göre, kavram muhakemeyi uygun biçimde yönetmiş olsaydı, bu durumda bu katılımcılar, dikdörtgenin döndürülmesiyle oluşan şekilleri de dikdörtgen olarak belirleyebilecek ya da kareyi özel bir dikdörtgen olarak değerlendirebilecektir.

Tablo-5’teki verilerde görülebileceği gibi, kareyi dikdörtgen olarak kabul etmeyen öğrencilerin mevcut olması dikkate değerdir. Benzer biçimde, kare ve dikdörtgen ilişkisine yönelik bazı bireylerdeki bu kavramların tamamen birbirinden bağımsız olmasına yönelik bu bahsettiğimiz algının yanında, dikdörtgenin bir kısa ve bir uzun kenardan oluşması gerektiğine yönelik öğrencilerin zihinlerinde mevcut olan algıyı, aşağıda Ö2 ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeden alınan kesit, destekler niteliktedir.

“Peki, her kare, aynı zamanda bir dikdörtgen midir?” [A]

“Bunların tek farkları nasıl desem? Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit fakat kare’nin hepsi birbirine eşit.” [Ö (2)]

“Bunu düşündüğünde, ne diyebilirsin? Her kare bir dikdörtgen midir konusunda?” [A]

“Evet, olabilir, diyebiliriz.” [Ö (2)]

“Peki, her dikdörtgen aynı zamanda bir kare olur mu?” [A]

“Hayır olmaz. Çünkü kareye dikdörtgen diyebilme ihtimalimiz biraz da olsa var, ama dikdörtgene kare deme şansımız yok.” [Ö (2)]

“Biraz da olsa var mı? Yoksa kesin mi?” [A]

“Biraz, çünkü bazı kareler var sorularda da çıkıyor, bunlar dikdörtgen mi kesin bir şey diyemiyorum. Ama mesela bir uzun bir kısa kenarlı bir şey yani dikdörtgen gördüğümde, bunlara kesin dikdörtgen diyebiliyorum.” [Ö (2)]

4. Paralelkenar olan şekillerin belirlenmesine ve seçilmesine yönelik bulgular

Çokgen Formunun dördüncü sorusu olan, verilen şekiller içinden paralelkenar olan şekillerin belirlenmesi sorusuna ilişkin öğrencilerin yaptıkları şekil seçimleri aşağıdaki benzer şekilde Tablo-6’da sunulmuştur.

Tablo 6.

Paralelkenar olan şekillerin belirlenmesine yönelik kategoriler

Paralelkenar olarak seçilen şekiller	(f)
2, 3, 4, 5	3
2, 3, 4, 5, 8	2
2, 4	2
2, 8	1
2, 4, 5	2
2	4
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	1

Fischbein ve Nachlieli (1998)’den uyarlanan Çokgen Formunun dördüncü sorusuna verilen öğrenci yanıtları incelendiğinde, yalnızca üç öğrencinin iki, üç, dört ve beş numaralı şekilleri paralelkenar olarak doğru şekilde belirledikleri görülmüştür. Bunun yanında sayıca daha fazla kişinin yalnızca iki numaralı şekli paralelkenar olarak seçtikleri tespit edilmiştir. İki, üç, dört ve beş

numaralı şekillerin yanında, sekiz numaralı şekli de seçen iki kişi tespit edilmiştir. Yukarıdaki tablodan da görülebileceği gibi, toplama bakıldığında dört kişinin cevabında sekiz numaralı şekil dâhil edilmiştir. Sekiz numaralı şekil, bir altıgen olmasına karşın, şekilde kenarların paralel gözükmesi, bu seçimin oluşmasında etkili olmuş olabilir. Bunun yanında, bireylerin zihinlerdeki yaygın altıgen prototipinin ya da imgesinin de çalışmadaki **Beşgen ve Altıgen Tanımı ve Örnek Şekil Çizimi** başlığı altında yer alan şekil 5'te olduğu gibi düzgün altıgen şekline benzer şekiller olduğu dikkate alınır, bu şeklin paralelkenar olup olmadığı muhakemesini yapabilme noktasında zorluk yaşandığı düşünülebilir ve öğrenciler tarafından yapılan bu seçim daha da anlam kazanır.

5. Çokgen formundaki beşinci soruya yönelik bulgular

Çokgen Formunun beşinci sorusu olan dikdörtgen içine şekil çizimini gerektiren görevde, öğrenciler tarafından dikdörtgenin içinde oluşan şeklin muhakemesi, aşağıdaki Tablo-7'de sunulmuştur.

Tablo 7.

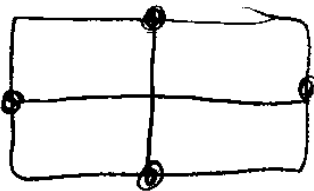
Çokgen Formunun beşinci sorusuna uygun bir gösterim çizebilenler arasında, dikdörtgen içinde oluşan şeklin muhakemesi

Dikdörtgen içinde oluşan şekil adlandırılması	(f)
Paralelkenar	3
Eşkenar dörtgen	5
Yamuk	2
Dikdörtgen	1

Çokgen Formunun beşinci sorusu olan, "Bir dikdörtgen düşünün. Her bir kenarın orta noktalarını işaretleyin. Ardışık kenarların orta noktalarını birleştirdiğinizde, oluşan şekil hakkında ne söyleyebilirsiniz? Ayrıntılı olarak açıklayınız." sorusuna verilen yanıtlar analiz edildiğinde, 15 katılımcıdan 11 kişinin şekil-13'de olduğu gibi, verilen sorudaki ifadeleri, soruya uygun bir şekilde görsel bir gösterimle çizebildikleri tespit edilmiştir. Dört kişinin ise, soruda verilen geometrik çizim talimatlarını ya da yönergelerini doğru olarak görselleştiremeyerek uygun çizim yapamadığı ve şekil-12'deki gösterimi sundukları tespit edilmiştir. Uygun bir çizim yapabilen bu 11 katılımcı arasından da Tablo-7'de görüldüğü gibi, dikdörtgen içinde oluşan şekil hakkında üç öğrencinin paralelkenar yorumu yaptıkları, beş öğrencinin eşkenar dörtgen yorumu, iki öğrencinin yamuk yorumu, bir öğrencinin ise, dikdörtgen yorumu yaptıkları tespit edilmiştir. Paralelkenar yorumu yapan üç öğrenci arasından yalnızca bir kişinin ise, dikdörtgenin köşegenlerini çizerek, kenarlarının orta nokta olmasına vurgu yaptığı, diğer iki kişinin ise herhangi bir gerekçe sunmadan, daha sezgisel yorumlarda buldukları görülmüştür. Eşkenar dörtgen yorumu yapan öğrencilerin ise, ortada oluşan şeklin kenarlarının eş olmasını göstermekten ziyade, aşağıdaki Ö2 adlı öğrenci ile yapılan görüşmeyle de desteklenen, ortada oluşan şekil hakkında "eşkenar dörtgene benziyor" ifadesini kullandıkları görülmüştür. Bu durum, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisine göre, muhakemede prototiplerin ve şekil bilgisinin, kavramsal özelliklerin önüne geçtiği bir durumun tezahürü olarak yorumlanabilir.

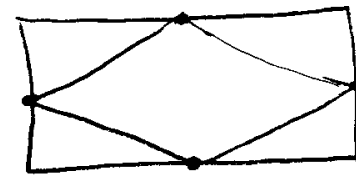
Şekil-12

Uygun olmayan bir gösterim



Şekil-13

Uygun bir gösterim



Bu soruya yönelik, dikdörtgen içinde oluşan şekli yamuk olarak adlandırılan Ö2 adlı bir öğrenci ile yapılan mülakatta, öğrenciye cevabının arkasındaki akıl yürütmeyi ve algıları ortaya çıkarmak için daha detaylı sorular sorulmuştur. Görüşmeden ilgili kesit aşağıda sunulmuştur.

"Peki, çokgen testinin beşinci sorusunda bir dikdörtgen çizdiğimiz ve kenarlarının orta noktasını alıp birleştirdiğimiz soruda, ortada oluşan şekli neden yamuk olarak isimlendirdin?" [A]

Şekil-14

[Ö (2)] tarafından çizilen ve üzerinde düşünülen şekil



"Şeklin duruşundan dedim. Bu aslında eşkenar dörtgen de olabilir, sanki eşkenar dörtgen daha doğru gibi. Direkt düz bakarsak eşkenar dörtgen, farklı yönlerden bakarsak, sanki paralelkenar da olabilir gibi, emin değilim." [Ö₍₂₎]

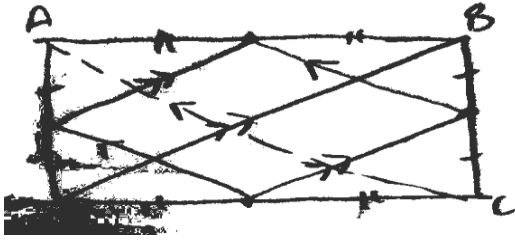
"Peki, bu şekli her zaman ne diye isimlendirirsem kesin doğru olur?" [A]

"En iyisi eşkenar dörtgen demek bence." [Ö₍₂₎]

"Peki, sana aşağıdaki ispatı versem ne düşünürsün?" [A]

Şekil-15

Araştırmacı tarafından öğrenciye çizdirilen, köşegen çizdirerek ve üçgenlerde benzerlikten yararlanarak, paralel olan kenarların gösterilmesine dayanan gösterim ve ispat



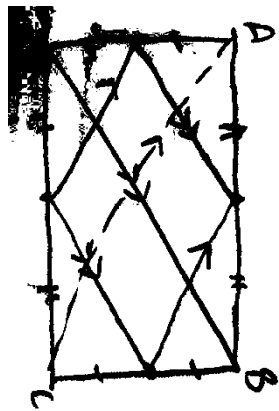
"Burada, dikdörtgenin köşegenlerinin çizilmesiyle, üçgende benzerlik teoreminden, kenarların orta noktaları alındığı için kenarların paralel olduğunu görebilirsin" [A]

"O halde, karşılıklı kenarlar paralel oluyor. O zaman buna Paralelkenar denilebilir." [Ö₍₂₎]

"Kesin mi peki? Emin misin bu noktada? Mesela bu yukarıdaki çizdiğim şekli aşağıdaki gibi (şekil-15) 90 derece çevirsem ve aynı soruyu sorsam, içerideki şeklin hangi dörtgen olduğu değişir miydi?" [A]

Şekil-16

Araştırmacı tarafından şekil-15'teki şeklin çevrilmesiyle oluşan şekil



"Evet, aslında değişmez gibi, ama şimdi böyle bakınca her türlü eşkenar dörtgen oluyor. Yani yukarıdaki çözüme göre paralelkenar da oluyor ama her zaman eşkenar dörtgen olur diyorum." [Ö₍₂₎]

"Peki, kenarların eşit olduğunu nereden biliyorsun?" [A]

"Çünkü öyle görünüyor, eşkenar dörtgenler böyle olurlar." [Ö₍₂₎]

Yukarıdaki görüşme ile de desteklenen verilerde, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi bağlamında değerlendirilme yapıldığında, bazı bireylerin zihinsel algılarını kavram tanımlarından ziyade, şeklin yönettiği daha net görülebilir. Çokgenlere ilişkin algılarda ve yapılan muhakemelerde, yukarıda verilen Ö2'nin ifadelerinde de görülebileceği üzere, şekil görünümü ve pozisyonlarının etkisi de açık bir biçimde görülmektedir.

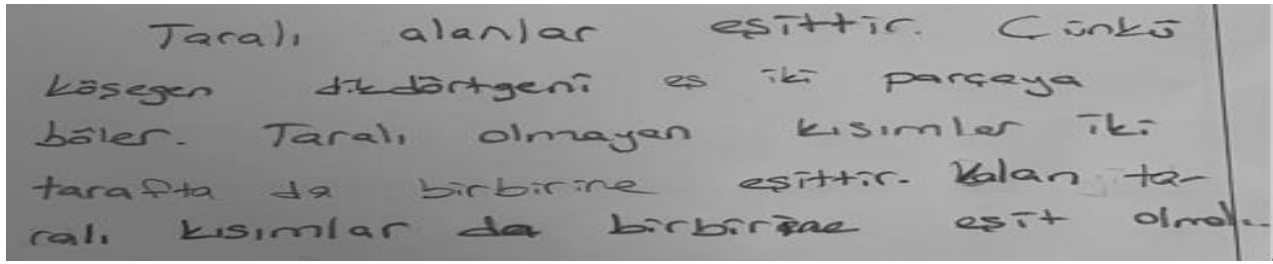
6. Çokgen formundaki altıncı soruya yönelik bulgular

Çokgen Formunun altıncı sorusu olan dikdörtgen içindeki taralı alanların (bir ve iki numaralı alanlar) kıyaslanmasını içeren soruya verilen yanıtlar aşağıdaki Tablo-8'de sunulmuştur.

Tablo 8.*Dikdörtgen içindeki taralı alanların kıyaslanmasına ilişkin muhakemeler*

Dikdörtgen içindeki bir ve iki numaralı taralı alanların ilişkisi	(f)
1>2	10
1=2	4
2>1	1

Veriler incelendiğinde, bir numaralı bölgenin alanının iki numaralı alandan büyük olduğu yorumuna 10 öğrencide rastlanırken, yalnızca dört kişi alanların eşit olduğu yorumunda bulunmuştur. Bir öğrenci ise, iki bölgesinin alanının bir numaralı bölgeden büyük olduğu yanıtı vermiştir. Bir bölgesinin alanının iki numaralı bölgeden büyük olduğu yorumunu yapanların, doğal bir söylem ya da kurala dayalı bir gerekçeden ziyade, çoğunlukla şekil görünümünden ötürü sezgisel yorum yaptıkları, başka bir deyişle görsel algı ile sonuca gitmeye çalıştıkları görülmüştür. Bir ve iki numaralı bölgelerin eşit olduğunu belirten öğrencilerin (dört kişi) ise, soruda verilen [AC]'nin köşegen olması bilgisine dikkat ederek, aşağıdaki örnek öğrenci cevabında olduğu gibi (şekil-17), sembolik dilden ziyade daha fazla doğal dil kullanarak, bu araştırmanın giriş bölümünde de detaylandırılan, Duval (1998)'in modelindeki sözel algıların da devreye girdiği doğal söylemsel süreç vasıtasıyla, şekil-17'deki ifadeye benzer ifadelerle izahta buldukları görülmüştür. Aslında Ö8 tarafından sunulan aşağıdaki türden bir yanıtta kısmen "köşegen dikdörtgeni iki eş parçaya böler" gibi geometrik bir kurala dayalı teorik söylemsel sürece de girebilecek ifadeler de bulunmasına rağmen, çözümdeki açıklamaların geneline bakıldığında doğal dilin daha fazla hâkim olduğu bir muhakeme söz konusudur. Çünkü şekil-17'deki Ö8 tarafından sunulan açıklamaya baktığımızda, direkt formal bir ispattan ziyade, daha fazla doğal dilin yani gündelik dilin kullanımı ile taralı alanların eşitliği izah edilmeye çalışılmıştır.

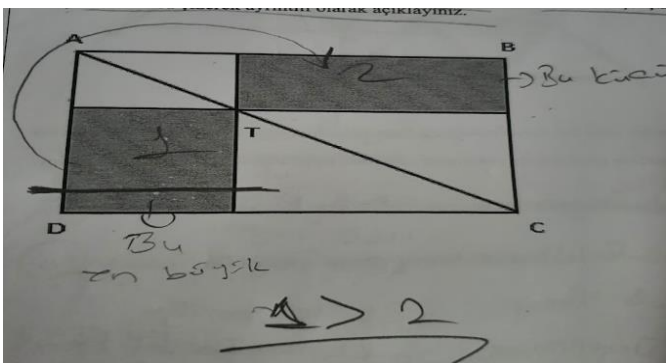
Şekil-17*Ö8 tarafından sunulan yanıt*

Verilen cevaplarda, görsel algılarla yalnızca görselleştirmeye dayanarak, bir numaralı bölgeyi kare gibi değerlendirip, bu şekilde varsayım yaparak yorum yapan cevaplara da ulaşılmıştır. Bunun yanında, bir numaralı bölgenin iki numaralı bölgeden büyük olduğu yanıtını sunan öğrenciler arasından, şekil içindeki parçalara ya da kenarlara keyfi sayısal değerler vererek, alanları bu keyfi sayısal değerlerle hesaplama şeklinde bir çözüm yöntemi sunan öğrencilerin olduğu da görülmüştür. Bu husus da aslında sezgisel olarak yapılan muhakeme biçiminin bir örneğidir denilebilir.

ÇF'nin altıncı sorusuna, bir bölgesi iki numaralı bölgeden büyüktür yanıtını veren Ö1 isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmeden alınan aşağıdaki kesitten de Duval'in bilişsel modelinde belirtilen görselleştirmenin tek başına, uygun olmayan bir muhakeme biçimine yol açmasının etkisi daha net görülmektedir.

"Peki, çokgen testinin altıncı sorusuna baktığımızda neden bir numaralı bölge iki numaralı bölgeden büyüktür cevabı verdin?" [A]

"Çünkü bir numaralı bölgeyi alt kısımdan biraz kesip, küçültsek bile her türlü iki numaralı bölgeden büyük durur. Zaten hiçbir şey yapmasak bile her türlü büyük." [Ö (1)]

Şekil-18*[Ö (1)] tarafından verilen yanıt*

"Peki, soruda [AC] köşegen olarak vermiş, bu bilgiyi kullanırsak bir yorum yapamaz mıyız?" [A]

"O zaman köşegen ise, beyazlar birbirine eşit olur. Ortadan ikiye böler, ama aşağıdaki siyah renkli alan, yine de üstteki siyah alandan büyük bence." [Ö (1)]

Peki, T noktasını aşağı doğru biraz kaydırsam, böyle AC 'nin tam ortasına doğru götürsem, aynı şekli T noktası ortadayken çizersek, taralı alanlar değişir miydi? [A]

Eğer tam ortaya kaydırırsak, o zaman bir ve iki numaralı alanlar eşit olabilirdi. [Ö₍₁₎]

7. Çokgen formundaki yedinci soruya yönelik bulgular

Çokgen Formunun yedinci sorusu olan beşgenin köşelerine çizilen çemberlerin muhakemesine ilişkin göreve verilen öğrenci yanıtları, aşağıdaki Tablo 9'de sunulmuştur.

Tablo 9.

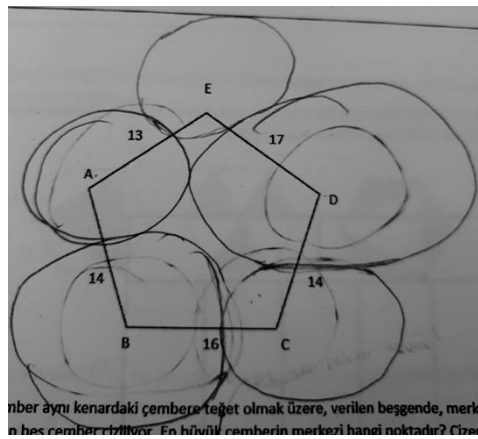
Beşgenin köşelerine çizilen çemberler içerisinde en büyük çemberin belirlenmesine yönelik kategoriler

En büyük çemberin merkezi olan nokta	(f)
B	3
E	4
D	3

Çokgen Formunun yedinci sorusundaki beşgenin köşeleri üzerinde teğet çemberlerin çizilmesinin istendiği soruya verilen katılımcı yanıtları analiz edildiğinde ise, 15 katılımcıdan, soruyu verilen yönergeye uygun olarak çizim yapabilen 10 katılımcı olduğu görülmüştür (şekil-19). Soruda öğrencilerin çözüme ulaşmak için yaptıkları çizimlere bakıldığında, Duval'in modelindeki sıralı algıyı etkin biçimde kullanamamaları ile uyumlu olarak, beş katılımcının soruda doğru bir çözüme ulaşmak için yaptıkları çizimler ya da ek çizimlerin, uygun olmadığı görülmüştür (şekil-20 örneği). Çünkü bu görevde, herhangi bir geometrik araç (pergel, cetvel vb.) kullanılmasa da çemberlerin uygun çizimlerle teğet durumunu sağlayacak biçimde, adım adım oluşturulması söz konusu olduğu için, bu çizimler, çalışmanın giriş kısmında da açıklanan, Duval'in bilişsel modelindeki sıralı algı'ya karşılık olarak değerlendirilir. Bu 10 katılımcının verdikleri cevaplar arasında da yalnızca üç kişi, en büyük çemberin merkezini B olarak doğru şekilde belirleyebilmişlerdir. Diğer yedi cevap ise, görsel algıya bağımlı kaldığı için en büyük kenar uzunluğu olan 17 birim üzerinden uygun olmayan bir muhakemeye götürmüştür. Bu yüzden D ve E noktalarını merkez kabul eden cevapların ağırlıklı olduğu tespit edilmiştir. D noktasını merkez kabul eden üç kişi arasında, yaptığı açıklamada, beşgenin kenarları içerisinde iki kenarının toplamının en yüksek olduğu 17 ve 14 kenarlarının kesişim noktası olduğu gerekçesiyle D köşesini, en büyük çember merkezi olarak kabul eden bir öğrenciye de rastlanmıştır. B noktasını seçerek, soruya doğru yanıt veren üç bireyin cevaplarına bakıldığında, bu bireylerin Duval'in modelindeki işlevsel algıyı uygun bir biçimde kullanabildikleri söylenebilir. Çünkü bu öğrencilerin, çemberlerin yarıçaplarının denk geldiği beşgenin kenarlarına özellikle odaklandıkları ve çizilen beş çemberin de ikişer ikişer yarıçap uzunluklarının toplamının, beşgenin her bir kenarına eşit olması gerektiği muhakemesini, yani bu mantıksal sıçramayı yapabildikleri görülmektedir. Bu muhakemeyi gerçekleştirebilen Ö8'e ait bir örnek öğrenci yanıtı aşağıdaki şekil-21'de sunulmuştur.

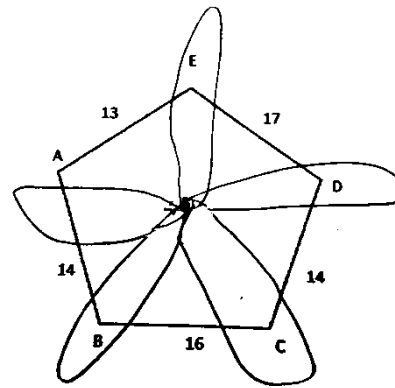
Şekil-19

Uygun bir gösterim örneği



Şekil-20

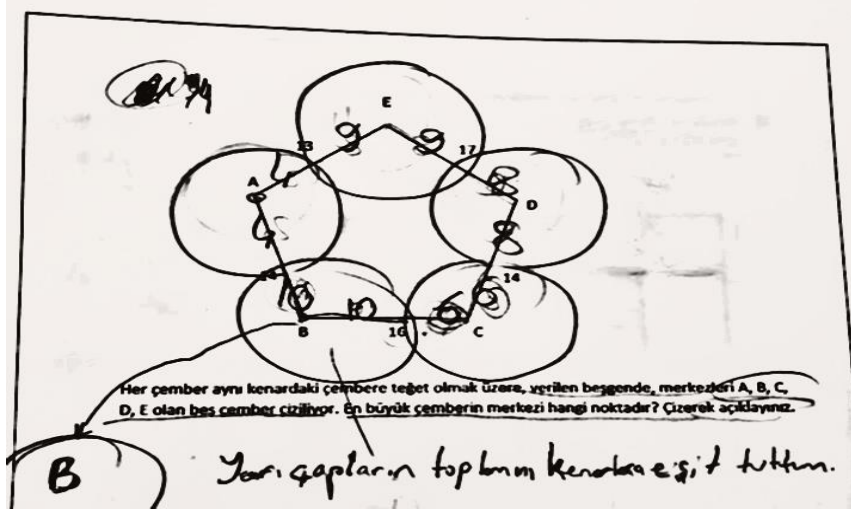
Uygun olmayan bir gösterim örneği



Verilen geometrik görevde, çember yarıçaplarının toplamının beşgenin kenarlarına eşitliği üzerinden yürütülen doğru bir muhakemeye ait öğrenci yanıtı aşağıda gösterilmiştir.

Şekil-21

Ö8 tarafından sunulan yanıt



TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin çokgenler hakkında algıları ile çokgenleri kavrayışları, düşünme biçimleri ve muhakemelerin doğası ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucunda ortaokul öğrencilerinin çokgenler temelinde farklı görüşleri ve kavrayışları yansıttıkları görülmüştür.

Veriler incelendiğinde, çokgen tanımına yönelik soruda, öğrencilerin çoğunlukla tam bir kavram tanımı veremedikleri görülmüştür. Öğrencilerin kavram tanımı imajları, zihinlerindeki prototip çokgen algılarından ve özel dörtgenlere ilişkin algılardan önemli ölçüde etkilenmiştir. Bu da herkesin kendine has kavram tanımı imajlarının oluşmasına neden olmuştur. Ergün (2010)'un çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama durumlarını incelediği çalışmasındaki, bazı bireylerin çokgenlerin kenarlarının mutlaka eşit olması gerektiğine dair algılara sahip olması, bazı bireylerin ise çokgen kavramını sadece dörtgen kavramı üzerinden yorumladıkları bulgularıyla uyumludur. Paralelkenar, beşgen, altıgen ve yamuk kavramlarını tanımlayıp, örnek şekil çizimi yapma ile ilgili soruda, yanıtlar incelendiğinde, göze çarpan ilk bulgu, öğrencilerin paralelkenar beşgen ve altıgen tanımlarını, yamuk tanımına göre daha kolay verebildikleri gözükmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin en çok zorlandıkları husus, yamuk kavramını tanımlamaları ve bunu takiben yamuk çizimi yapmaları noktasındadır. Öğrencilerin yamuk kavramına yönelik tanımlamalarının ve çizimlerinin, zihinlerindeki prototip algılardan önemli ölçüde etkilendiği gözükmektedir. Araştırmanın bu bulguları, Ayaz (2016)'nın ortaokul öğrencilerin dörtgenlere yönelik imgelerini araştırdığı çalışmasındaki bireylerin dörtgen, yamuk, paralelkenar kavramlarına yönelik kavram tanımlarını sunmada zorluklar yaşamaları ve kavramları tanımlarken prototip algılardan etkilen ifadeler kullanmaları bulgusuyla uyumludur. Diğer yandan bu çalışmadaki paralelkenar kavramının tanımlanmasında 15 katılımcıdan yalnızca iki kişinin tam bir paralelkenar tanımı sunabilmeleri, tanımların çoğunlukla zihinsel prototiplerin etkisinde kalması bulguları, Duatepe Paksu ve Bayram (2018)'in sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin imajları ve tanımları ortaya koydukları çalışmasında yer alan ortaokul öğrencilerinin paralelkenarın tanımlamada paralelkenara ait gerekli özellikleri belirleyemedikleri, önemli anahtar özellikleri ayırt edemedikleri bulgularıyla uyumludur. Fischbein (1993)'ün Şekilsel-Kavram teorisi açısından bakıldığında ise, bu çalışmadaki çokgen konusundaki kavramlarda zihinsel kontrolde şeklin kavrama göre daha dominant olduğu öğrenci yanıtları olduğu gözükmektedir. Bu durum da Çokgen Formundaki sorulara ilişkin öğrencilerin muhakemelerinde etkisini göstermektedir. Örneğin şekillerden hangilerinin dikdörtgen olduğunun belirlenmesinde, ya da paralelkenar olan şekillerin seçiminde çoğunluğun cevabını, kavramdan daha çok şeklin yönettiği gözükmektedir. Bu sonuçlar, Karpuz, Koparan ve Güven (2014)'ün öğrencilerin şekil bilgisini, kavramsal bilgiye göre daha rahat kullandıkları ve kavram bilgisinin yetersizliğinin geometrik görevlerde bireylerin bazı güçlükler yaşamaları bulgularını destekler niteliktedir.

Diğer yandan, "Bir dikdörtgen düşünün. Her bir kenarın orta noktalarını işaretleyin. Ardışık kenarların orta noktalarını birleştirdiğinizde, oluşan şekil hakkında ne söyleyebilirsiniz? Ayrıntılı olarak açıklayınız." görevine (ÇF'nin beşinci sorusu) verilen yanıtlara bakıldığında, Fischbein'in Şekilsel-Kavram teorisi daha fazla anlam kazanmaktadır. Bu soru tipinde, öğrencilerin, sözel ifadelerden yani sembolik dilden görsel durumlara dönüşüm yaparak çizim yapmalarının gerektiği durumlarda, geometrik muhakeme süreçlerinde şekil-kavram ilişkilerini nasıl yönettikleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu noktada öğrencilerin sorunun muhakemesinde verdikleri sezgisel cevaplardan, muhakemenin kavramın etkisinde olmadığı, yani şeklin ve imgelerin kontrolünün etkisi net olarak gözükmektedir. Öğrencilerden bazılarının sözel ifadeyi uygun bir şekilde çizimle destekleyemedikleri, bir kısmının ise destekleyebildiği gözükmektedir. Bu soru, Duval perspektifinden de değerlendirilebilir. Ö2 ile yapılan görüşme metinlerinden de görülebileceği gibi, Duval'in bilişsel süreçlerinden biri olan muhakeme süreci içerisinde yer alan, teorik söylemsel süreç ile ilişkili olarak öğrenciye sembolik dil yardımıyla formal ispata giden yol gösterilirken, öğrencide yine de kesinlik hissinin olmayabileceği gözükmektedir. Burada görsel algı muhakemede engelleyici rol üstlenir. Duval (1995)'e göre de bir şeklin algısal olarak kavranması ile matematiksel algı arasında zaman zaman potansiyel bir uyumsuzluk olduğu iyi bilinmektedir. Benzer şekilde, bazı bireylerin, soruda verilen yönergeye uygun şekilde dikdörtgen çizip kenarlarının orta noktalarını sırayla uygun biçimde birleştiremeyerek, aslında Duval (1995) tarafından tanımlanan modelde de belirtilen, sıralı algıları tam yönetemedikleri de söylenebilir. Çalışmanın Duval'in bilişsel modeli temelindeki bu bulguları ise, Micheal (2013)'ün

ortaya koymuş olduğu görsel algıların geometrik görevleri çözümlenmede öğrencileri uygun olmayan yanıtlara ve hatalı muhakemelere götürebileceği sonucunu destekler niteliktedir.

Dikdörtgen içindeki alanların kıyaslanmasını içeren altıncı soruda ise, öğrencilerin büyük kısmının doğru muhakemeyi gerçekleştiremedikleri görülmektedir. Görece az sayıdaki öğrencinin, geometride doğal dil kullanarak, işlevsel algılarını kısmen harekete geçirdikleri görülmektedir. ÇF'nin yedinci sorusuna verilen cevaplardan elde edilen veriler de tek başına görsel algının uygun olmayan muhakemelere götürebileceğinin bir başka örneğidir. Bu sonuçlar da Gal ve Linchevski (2010)'un aslında görsel algının bir sonucu olarak geometrik görevlerde bireylerin muhakemelerinin şekle ilk bakıştan öteye geçememesi, görsel algının bireylerin geometrik kavramları ve özelliklerini kavrayışını engelleyebileceği ya da sınırlandırabileceği bulgusuyla uyumludur.

ÖNERİLER

Geometrik muhakemenin, karmaşık bir süreç olduğu akıldan bulundurulurken, Fischbein ve Duval'ın modeline dayanan öğrenme ortamlarının tasarlanması, kavramın şekli yönettiği durumları artırmak adına kıymetli olabilir. Bu hususta, düzenlenecek uygun öğrenme ortamlarında, çokgen konusundaki kavramlar tanımlanırken, öğrencilere kapsayıcı tanımlar (Usiskin vd.,2008) verilmesi bu açıdan faydalı olabilir. Bu konuda farklı perspektiflerle desteklenecek derinlemesine araştırmalar, bu sürecin nasıl işlediği ve öğrenenlerin zihninde bu sürecin nasıl yürütüldüğünü anlama hususunda daha faydalı olabilir. Yapılacak araştırmalar, farklı disiplinleri ve teknolojiyi de işe katarak, durumu daha aydınlatıcı bir hale getirebilir.

KAYNAKÇA

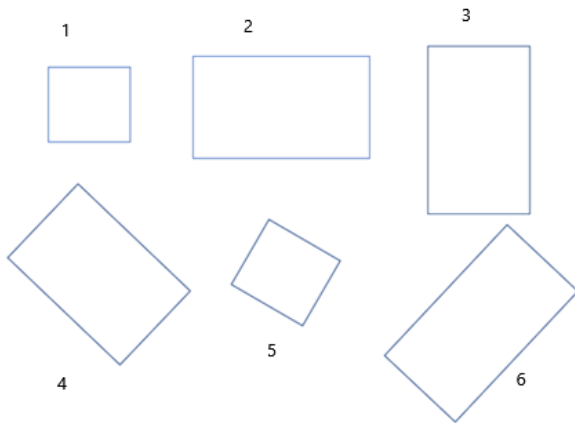
- Ayaz, Ü. B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ilişkin kavram imajları* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Bayram, G., ve Duatepe-Paksu, A. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin oluşturdukları örnekler bağlamında kavram imajları ve yaptıkları tanımlar. April 18-22, 2018, *27th International Conference on Educational Sciences*, Antalya.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: kinds of representation and specific processings. In R. Sutherland and J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157). Berlin: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. (edit. C. Mammana, V. Villani) *Perspectives on the teaching of geometry for 21 st century* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1999). Presentations, vision and visualization: Cognitive functioning in mathematical thinking. *Proceedings of the North America chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21st, Cuernavaca, Morelos, Mexico.
- Elia, I., Gagatsis, A., Deliyianni, E., Monoyiou, A., ve Michael, P. (2009). A structural model of primary school students' operative apprehension of geometrical figures. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, and C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 1-8. Thessaloniki, Greece: PME.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24 (2), 139-162.
- Fischbein, E., ve Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20 (10), 1193-1211.
- Gal, H., ve Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 163-183.
- Güven, B., ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik Muhakeme: Bilişsel Perspektifler. *Matematik Eğitiminde Teoriler* (pp.245-263), Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Hoffer, A. (1977). *Mathematics resource project: Geometry and visualization*. Palo Alto: Creative Publication.
- Kaleli-Yılmaz, G. (2015). Durum çalışması. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri içinde* (s. 261-287), Ankara: Pegem Akademi.
- Karpuz, Y., Koparan, T., ve Güven, B. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 108-118.
- Karpuz, Y. (2018). *Duval'in bilişsel modeline uygun tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Köse, N. Y., Yılmaz, T. Y., Yesil, D., ve Yildirim, D. (2019). Middle school students' interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for which parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 5 (1), 157-175.
- Memnun, D.S., ve Altun, M. (2012). RBC+ C Modeline Göre Doğrunun Denklemi Kavramının Soyutlanması Üzerine Bir Çalışma: Özel Bir Durum Çalışması. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 1(1), 17-37.
- Michael, P. (2013). *Geometrical figure apprehension: cognitive processes and structure* (Unpublished Doctoral Thesis). The University of Cyprus, Department of Education, Cyprus.
- Öztoprakçı, S., ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İsmail Özgür Zembat, Mehmet Fatih Özmentar, Erhan Bingölbali, Hakan Şandır ve Ali Delice (Ed.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar* içinde (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (Çev. Ed.: Bütün, M. ve Demir, S. B). Ankara: Pegem Akademi.
- Türk Dil Kurumu (2022), *Türk Dil Kurumu Sözlükleri*, 2 Mayıs 2022 tarihinde, <https://sozluk.gov.tr/> adresinden alındı.
- Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D., ve Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Üstündağ Pektaş, Y. (2017). *Ortaokul matematik 8. sınıf ders kitabı*, Ankara: Öğün Yayınları.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (1991). *Bilim Felsefesi*, İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*, İstanbul: Remzi Kitabevi.

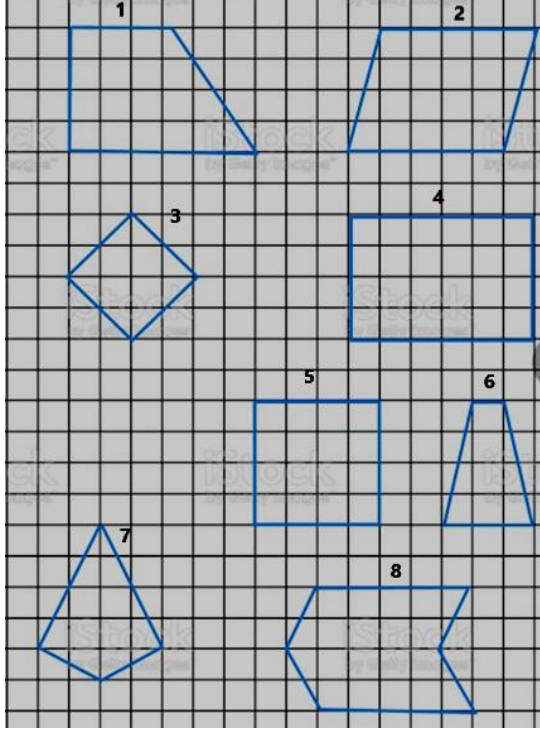
EK-1 (ÇOKGEN FORMU)

Sayın katılımcımız, dahil olacağınız bu araştırma, bir doktora çalışmasının parçası olarak, 2021-2022 Eğitim-Öğretim Dönemi'nde yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

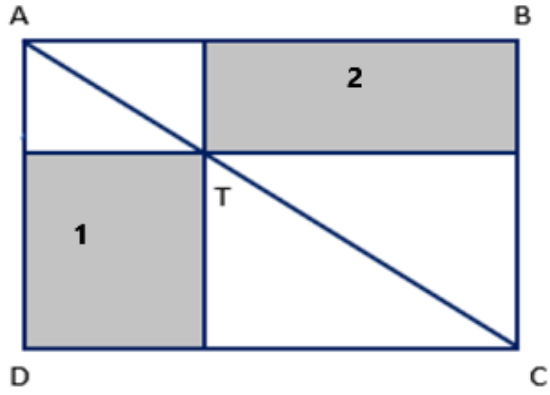
- 1) Çokgen nedir? Çizim yapmadan, tanımlayınız.
- 2) Paralelkenar, Beşgen, Altıgen ve Yamuk kavramlarını tanımlayıp, her biri için bir örnek şekil çiziniz.
- 3) Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgendir? İşaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.



- 4) Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri paralelkenardır? İşaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız. [Fischbein ve Nachlieli (1998)'den uyarlanmıştır]



- 5) Bir dikdörtgen düşünün. Her bir kenarın orta noktalarını işaretleyin. Ardışık kenarların bu orta noktalarını birleştirdiğinizde, oluşan şekil hakkında ne söyleyebilirsiniz? Çözümünüzü ayrıntılı olarak açıklayınız.
- 6) ABCD dikdörtgeninde, [AC] köşegen olmak üzere, taralı alanları karşılaştırınız. Çözümünüzü çizim ya da açıklamalar ile ayrıntılı olarak açıklayınız. [Duval (1998)'den uyarlanmıştır]



- 7) Her çember, aynı kenar üzerindeki çembere teğet olmak üzere, verilen beşgende merkezleri A, B, C, D, E olan beş çember çiziniz. En büyük çemberin merkezi hangi noktadır? Çözümünüzü çizerek ayrıntılı açıklayınız.

