

# Üstün Yetenekli Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerinin Problem Çözme ile İlişkisi: Matematiksel Muhakemenin Aracı Rolü

## ARAŞTIRMA MAKALESİ

Ahmet KURNAZ<sup>1</sup>, Eyüp YURT<sup>2</sup>, Naziye KOÇLAR<sup>3</sup>

1 Doç. Dr., Necmettin Erbakan Üniversitesi, Özel Eğitim Bölümü, akurnaz@erbakan.edu.tr,  
ORCID: 0000-0003-1134-8689.

2 Doç. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, eyupyurt@gmail.com,  
ORCID: 0000-0003-4732-6879.

3 Öğretmen, Milli Eğitim Bakanlığı, nkoclar\_14@outlook.com, ORCID: 0000-0003-1529-4649.

Gönderilme Tarihi: 30.05.2022 Kabul Tarihi: 10.10.2022 DOI: 10.37669/milliegitim.1123580

**Atf:** “Kurnaz, A. , Yurt, E., ve Koçlar, N. (2023). Üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin problem çözme ile ilişkisi: Matematiksel muhakemenin aracı rolü. *Milli Eğitim Dergisi*, 52 (239), 2241-2260. DOI: 10.37669/milliegitim.1123580”

### Öz

*Bu araştırmada, üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin aracı rolünün incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma, ilişkisel tarama modeli temel alınarak yürütülmüştür. Türkiye'nin; Adana, Bursa, Elâzığ, Erzincan, Erzurum, İzmir, İzmit, Kayseri, Konya ve Manisa Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören 270 üstün zekâlı sekizinci sınıf öğrencisi çalışmaya dâhil edilmiştir. Kâğıt katlama, zihinsel çevirme, matematiksel problem çözme ve matematiksel güç testleri kullanılarak veriler elde edilmiştir. Uzamsal yeteneğin problem çözme üzerindeki etkisinde muhakemenin aracı rolünü test etmek için Process Macro Model 4 kullanılmıştır. Uzamsal yetenek puanları ile problem çözme ve muhakeme puanları arasında orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunmuştur. Problem çözme puanları ile muhakeme puanları arasında ise orta düzeyde pozitif yönlü bir ilişki gözlenmiştir. Uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin kısmi aracı role sahip olduğunu belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, uzamsal yeteneği ve matematiksel muhakeme becerilerini birlikte kullanmayı gerektiren etkinlikler ile problem çözme becerisinin gelişimini doğrudan ve önemli düzeyde desteklenebileceğini göstermiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** *problem çözme, matematiksel muhakeme, uzamsal yetenek, üstün zekâlı öğrenciler*

## The Relationship between Gifted Students' Spatial Ability and Problem Solving: The Mediating Role of Mathematical Reasoning

### Abstract

*This study aimed to examine the mediating role of mathematical reasoning in the relationship between spatial ability and problem-solving in gifted students. The research was conducted based on the relational screening model. Turkey's; 270 gifted eighth-grade students studying in Adana, Bursa, Elazığ, Erzurum, Erzurum, İzmir, Izmit, Kayseri, Konya, and Manisa Science and Art Centers were included in the study. Data were obtained using paper folding, mental rotation, mathematical problem solving, and mathematical power tests. Process Macro Model 4 was used to test the mediating role of reasoning in the effect of spatial ability on problem-solving. Moderately positive correlations were found between spatial ability scores and problem-solving and reasoning scores. A moderately positive relationship was observed between problem-solving scores and reasoning scores. It has been determined that mathematical reasoning partially mediates the relationship between spatial ability and problem-solving. The obtained results indicated that the development of problem-solving skills could be directly and significantly supported by activities that require using spatial ability and mathematical reasoning skills together.*

**Keywords:** *problem solving, mathematical reasoning, spatial ability, gifted students*

### Giriş

Matematik, düşünsel bir faaliyettir ve bu alana duyarlı insanların “doğruyu bilme ve anlama” merakının sonucunda gelişmektedir. Matematik soyut bir bilimdir ancak insanın gerçek yaşamına olan faydası yadsınamayacak derecede somuttur. Zira çevremizde olan biten her şey kararlı davranmaktadır ve bu kararlılık matematikle açıklanabilmektedir (Altun, 2018). Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye vurgu yapılmaktadır. Matematiksel yetkinlik, mantıksal ve uzamsal düşünme ve formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar yoluyla sunmanın matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir (MEB, 2018). Üstün zekalı bireyler matematiksel becerilerde akranlarına göre anlamlı düzeyde farklılıklar göstermektedir (Karaduman ve Davaslıgil, 2019).

Matematiksel beceriler, farklı öğretim teknikleri kullanılarak öğrencilere kazandırılabilir (Natarajan, Sulaimi, Lacap ve Kumar, 2022). Ancak, bireylerin doğuştan

matematiksel becerilere yatkınlığı da göz ardı edilemez. Üstün zekâ, insan hayatı için temel değeri olan belirli yetenek alanlarında olağanüstü potansiyele veya kapasiteye sahip olmak anlamına gelir (Sak, 2011). Türkiye’de üstün zekâlı bireyler Bilim ve Sanat Merkez’lerinde (BİLSEM) destek eğitim kapsamında örgün eğitimle birlikte okul sonrası ek öğretim hizmetleri alabilmektedir. Üstün zekâlı çocuklar matematiksel akıl yürütme ve muhakeme, problem çözme ve uzamsal düşünme gibi matematik becerilerine sahiptirler. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel becerileri arasındaki ilişkilerin anlaşılması, öğretim hizmetinin kalitesini artırmaya yönelik öneriler geliştirmeye yardımcı olabilir.

### **Problem Çözme**

Problem çözme ve kurma, matematiksel muhakeme, matematiksel akıl yürütme bu yetkinliklerin başında gelmektedir (Niss ve Hojgaard, 2019). Problem çözme becerisi matematiğin temelinde yer alır ve kişinin matematikte yetkinlik kazanmasında önemli bir role sahiptir (Temel ve Altun, 2020). Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM)’ne göre “problem çözme” terimi, öğrencilerin matematiksel anlayışını ve gelişimini sağlamak için, öğrencilere entelektüel zorluklar oluşturma potansiyeline sahip matematiksel görevler verilmesi gerektiğini ifade eder. Okullarda matematik eğitiminde problem çözmeye odaklanılması gerekmektedir (NCTM, 1980). Bir probleme çözüm bulmak için öğrenciler, bilgilerini harekete geçirecek ve bu süreç boyunca ihtiyaç duyduğu yeni matematiksel anlayışlar ve yapılar geliştireceklerdir. Problem çözme, matematik programlarının bütünleştirici bir parçasıdır (Howland, 2001). Türkiye’de de öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi matematik öğretim programlarının önemli amaçları arasındadır (MEB, 2018). Matematiksel bilgiyi kavrama ve bu bilgiler arasında ilişki kurma, öğrencilerin problem çözme sürecinde meydana gelmektedir. Problem çözme becerisi matematiğin tüm alt öğrenme alanlarının vazgeçilmez bir parçası olmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerde problem çözme becerisi geliştikçe muhakeme, orantısal akıl yürütme, karar verme, eleştirel düşünme, görsel-uzamsal düşünme becerileri olumlu yönde etkilenecektir (Hacıömeroğlu ve Hacıömeroğlu, 2017; Koç Deniz, 2019). Bu hususlar dikkate alındığında problem çözme becerisinin uzamsal yetenek ve muhakeme yetenekleriyle ilişkili olduğu düşünülmektedir.

### **Görsel Uzamsal Düşünme**

Görsel-uzamsal beceriler, görsel örüntüleri ve nesnelere algılama, analiz etme ve dönüştürme yeteneğidir. Görselleştirme, rotasyon ve imgeleme yeteneği özellikle teknik alanlar için önem taşımaktadır (Zack, Mires, Tversky ve Hazeltine, 2000). Görsel boyut, imgelerin belirgin özelliklerinin işlenmesinde kullanılır. Uzamsal boyut

ise imgelerin hareketini ve konumunu işlemler (Dehn, 2014). Lohman'a (1993) göre uzamsal yetenek bir nesneyi görsel olarak çizebilme, yeniden düzenleme, başka bir şekle dönüştürebilme ve devamını getirebilme olarak tanımlanmıştır. Farklı yönlerde çevrildiği hayal edilen nesnelerin oluşacak görünümünü veya pozisyonlarını zihinde canlandırmak uzamsal yetenekle ilgilidir (Kim, Heo, Shin ve Kim 2018). Zihinsel rotasyon, görsel işleyen bellek, parça- bütün ilişkisi ve görsel uyarıcıları analiz ve sentez edebilme yetenekleri görsel-uzamsal muhakemeyi yorumlamak için kullanılmaktadır (Cattel-Horn- Weiss, Saklofske, Holdnack ve Prifitera, 2015). Görsel-uzamsal algısal işleme yeteneği; görselleştirme, uzamsal ilişkiler, algı hızı, zihinsel rotasyon, algısal esneklik, Gestalt algı, uzamsal tarama gibi becerilerinden oluşur (Schneider ve McGrew, 2012). Görsel-uzamsal algısal işleme matematik becerileri ile yakından ilişkilidir (Geary, 1993). Öte yanında görsel-uzamsal işleme öğrenme için eşik işlevi de olabilir (McGrew ve Wedling, 2010). Matematik problemlerini çözme sürecinde görselleştirme ve görsel düşünme sistemleri önemli beceriler arasında kabul edilmektedir (Hegarty ve Kozhevnikov, 1999). Görsel işleme, problemleri çözmek için zihinsel imgeleri kullanma yeteneğidir. Şematik görsellerin kullanımı görsel uzamsal yetenekle bağlantılıdır. Bir problemin çözümünde şematik görsellerin kullanımı problemi çözmeye yardımcı ve etkilidir. Görsel bilgi alınarak basit işlemler aracılığı ile bilgi olarak işlenerek üst düzey görsel problemlerin çözümünde kullanılır. Buna göre, görsel düşünme sistemini kullanan birey problemleri şekil, diyagram, tablo gibi unsurları kullanarak çözme eğilimi göstermektedir.

### **Matematiksel Muhakeme**

Problem çözme süreci matematiksel muhakeme becerilerini gerektirirken (Balcı, 2007), muhakeme becerisi problem çözme sürecini geliştirir (Hasanah, Tafrilyanto ve Aini, 2019; Lithner, 2000). Matematiksel tahminler yapma, örüntüleri tanıma, matematiksel tartışmalar geliştirme ve değerlendirme, bilgileri çeşitli şekillerde sunma, tümevarım ve tümdengelim akıl yürütme, kendi düşüncelerini geçerli kılacak açıklamalar yapma gibi becerileri içinde barındıran muhakeme sürecine matematiksel muhakeme denir (NCTM, 2000). Muhakeme ilişkileri fark etme ve anlama, benzerlikleri ve farklılıkları tanımlama, çıkarma yapma, genelleme, hipotez kurma, öngörme, sınıflama, sonuç çıkarma ve tümevarımsal düşünme becerilerini kapsayan çok boyutlu bir kapasitedir (Horn ve Blankson, 2005; Zhu, Cayton, Weiss ve Gabel, 2008). Matematiksel muhakemenin alt boyutlarının analiz, genelleme ve sentez olduğu bilinmektedir. Analiz, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleyerek örüntüleri tanıma; genelleme, problem çözme stratejilerini farklı problemlerde kullanma ve sentez, matematiksel işlemleri ve farklı problem çözme stratejilerini bir araya getirerek sonuçlardan üst düzey sonuçlara erişmektir (Sherry, 2006). Bu ise problem çözme sürecinde

ve matematiksel bir durumu açıklamada muhakeme yeteneğinin oldukça etkili olduğunun bir göstergesidir. Ayrıca muhakeme, bir konudaki görüşlerin birtakım ölçütlerle kıyaslanarak argümanların açıklanmasını ve fikirlerin yeniden gözden geçirilmesini sağlayarak bireylere bağımsız ve yaratıcı fikirler sunabilme olanağı tanır. Problem çözümede farklı strateji ve düşüncelerin meydana çıkması, bireyin kendi düşünce ve akıl yürütmelerinin farkına vararak düşüncelerini yeniden temellendirmesini sağlar.

### **Matematiksel Beceriler Arasındaki İlişkiler**

Matematik becerileri problem çözme ve kurma, matematiksel muhakeme, matematiksel akıl yürütme ve uzamsal düşünme (Niss ve Hojgaard, 2019) şeklinde sınıflandırılabilir. Bu becerilerin birbirinden tamamen ayrılması mümkün değildir. Bu beceriler arasında ilişkiler olduğu bilinmekle birlikte bazen biri diğerini etkileme gücünde olabilmektedir. Hatta bazen bir matematiksel beceri diğerini doğrudan etkilerken bir diğer matematiksel beceri bunlar arasında aracılık rolü üstlenebilmektedir. Aracı değişken, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin belirlenmesinde aracılık eden değişkendir (Robins ve Greenland, 1992). Aracı değişken, bağımsız değişkenin bir sonucu iken bağımlı değişken de aracı değişkenin sonucu olur. Aracılık modellerinde bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki doğrudan ilişkilere odaklanılmaz. Bu modellerde aracı değişkenin bağımlı ve bağımsız değişkenle ilişkisini incelemek amaçlanmaktadır (Yılmaz ve Dalbudak, 2018; Kılıç ve Saygılı, 2019). Matematiksel beceriler arasında da bir ilişki ve etkileşim olmakla birlikte hangi becerinin diğerini nasıl etkilediğine yönelik bir tespit net olarak ortaya konulmamıştır. Matematiksel muhakeme becerisi tartışma ve ispatlar geliştirme; problem çözme; matematiksel çıkarımlar yapma ve işlemler, kurallar ve ilişkileri kullanma ve tahminde bulunma becerilerini geliştirmektedir (Taş ve Yöndemli, 2018). Buna göre, bireyde bulunması gereken temel yaşamsal becerilerden biri olan muhakeme becerisi diğer becerilerle yakından ilişkilidir. Uzamsal yetenekler matematiksel muhakeme becerisini etkilemekte (Van Garderen; 2006) ve problem çözme becerisini geliştirmektedir (Booth ve Thomas, 1999; Guay ve McDaniel, 1977; Wang, Cao, Zhou ve Qi, 2022). Muhakeme becerisi ise problem çözme sürecinde en etkili öge olarak karşımıza çıkmaktadır. Muhakeme, problem çözme sürecinde işe koşulan düşünme becerilerini destekleyen ve sahnenin arkasında çalışan üst düzey düşünme biçimidir. Uzamsal yeteneğin problem çözme becerisi üzerindeki etkisinin belirlenmesinde muhakeme becerisinin etkili olabileceği düşünülmektedir. Bu çalışmada uzamsal düşünmenin (bağımsız değişken) problem çözme becerisi (bağımlı değişken) üzerinde muhakeme becerisinin aracı değişken rolü araştırılmaktadır.

Matematik tüm bireyler için bir bilgi olmanın ötesinde bir düşünme becerisidir (Ersoy, 1997; Işık, Çiltaş ve Bekdemir, 2008). Bununla birlikte matematik üst düzey

bir beceridir ve üst düzey zihinsel kapasitesi yüksek bireylerin matematikte çok daha başarılı olduğu bilinmektedir. Buna dayalı olarak üst düzey zihinsel kapasiteye sahip üstün zekâlı bireyler matematiksel becerilerde de yaşlılarının ötesinde başarıya sahiptir (Hermelin ve O'Connor, 1961). Üstün zekâlı öğrenciler, özel akademik alanlarda veya zekâ, yaratıcılık, sanat ve liderlik kapasitesi yönüyle yaşlılarına göre yüksek düzeyde performans göstermektedirler (MEB, 2016). Problem çözme, muhakeme, yaratıcı düşünme, uzamsal düşünme becerilerinde akranlarına göre ileri düzeyde olmak bu öğrencilerin temel özellikleri arasında yer almaktadır (Kim ve Cho, 2003; Sak, 2019). Üstün zekâlı çocukların matematik alanındaki problem çözme özellikleri şöyledir: Problemi farklı şekilde düzenleyebilir, problemin çözümü için hızlı ve etkili öneriler geliştirebilir, zihinsel olarak çeviktir, matematiksel işlemleri ustaca gerçekleştirir, çözüm önerilerini hızlıca uygular, analiz ve sentez gibi üst düzey düşünme becerilerini kullanarak çözüm üretebilirler (Sisk, 1987). Görsel-uzamsal yetenekler açısından üstün zekâlı öğrencilerin tipik gelişim gösteren çocuklara kıyasla daha ileri düzeyde olduğu bilinmektedir (Karaduman ve Davaslıgil, 2019).

### **Çalışmanın Amacı ve Önemi**

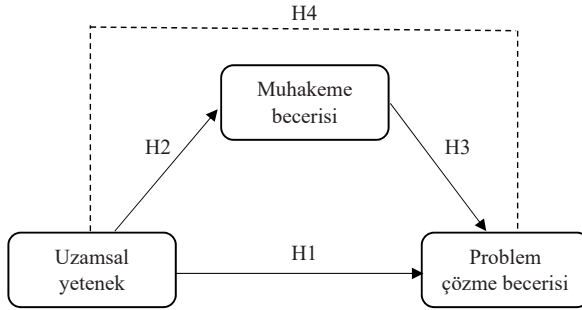
Alan yazında tipik gelişim gösteren öğrencilerin uzamsal yetenekleri, problem çözme ve muhakeme becerileri arasındaki ilişkilerin daha çok ele alındığı gözlenmektedir (Booth ve Thomas, 1999; Guay ve McDaniel, 1977; Van Garderen, 2006; Van Garderen ve Montague, 2003; Tartre, 1990). Bu araştırmada ise üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel becerileri arasındaki ilişkiler ele alınmıştır. Üstün zekâlı öğrencilerin sözel, görsel-uzaysal, sayısal ve bu üç formun bir bileşimi matematiksel becerileri birbirleri ilişkilidir. Ayrıca üstün zekâlı öğrenciler matematikte temel sayı bilgisi, tam sayı hesaplamaları, kesirler, kelime-problem çözme, geometri ve cebir becerilerinde yaşlılarının oldukça ilerisindedir (Peng, Namkung, Barnes ve Sun, 2016). Üstün zekâlı çocuklar matematiksel muhakeme sürecinde akranlarına göre daha etkili karmaşık stratejiler kullanmaktadır (Geary and Brown, 1991). Üstün zekâlı çocuklar uzun süreli bellekten yanıtları doğrudan geri çağırma ve sözel sayma hızları nerede ise yetişkinlerin düzeyindedir ve bilişsel işleyişine ilişkin daha karmaşık becerilere sahiptirler. Ayrıca matematikte üstün zekâlı öğrenciler, akademik olarak matematikte başarılı olan akranlarına göre çalışma belleği sistemi içinde hız, ketleme ve yürütme işlevlerini adlandırmada daha iyi performans göstermektedirler (Swanson, 2006). Tüm bu becerilerde yaşlıların ötesinde olan üstün zekâlı öğrencilerin matematiksel becerileri arasındaki etkileşimin nasıl olduğu bilinmemektedir. Berg ve McDonald (2018) üstün zekâlı çocukların görsel-uzamsal yetenekleri ve çalışma belleklerinin tipik gelişim gösteren olarak başarılı çocuklarla karşılaştırılması gerektiğini belirtmiştir.

Üstün zekâlı öğrencilerin temel matematik becerileri arasındaki ilişki ve etkileşimin ortaya konulması onların tanılanmasında kullanılacak ölçme araçlarının temel

yapısı ve alt boyutları arasındaki ağırlığın belirlenmesinde işe yarayabilir. Ayrıca bu öğrencilere matematik eğitiminde matematiksel beceriler arasındaki ilişkilerin bilinmesi bu becerilerin öğretim şekli, önceliği ve sarmallığının belirlenmesinde katkı sağlayacaktır. Bu nedenle üstün zekâlı öğrencilerin matematikte problem çözme, uzamsal yetenekleri ve matematiksel muhakeme becerileri arasındaki ilişkilerin ve etkileşimin ortaya konulmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Çalışmanın teorik çerçevesine uygun olarak, aşağıdaki araştırma modeli geliştirilmiştir.

### Şekil 1

#### Araştırma Modeli



H1. Uzamsal yetenek problem çözme pozitif yönde etkilemektedir.

H2. Uzamsal yetenek muhakemeyi pozitif yönde etkilemektedir.

H3. Muhakeme problem çözme pozitif yönde etkilemektedir.

H3. Uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide muhakemenin aracı rolü bulunmaktadır.

## Yöntem

### Araştırmanın Modeli

Bu çalışma, üstün zekâlı öğrencilerinin uzamsal yetenekleri, matematiksel problem çözme ve muhakeme becerileri arasındaki ilişkileri incelemeyi amaçlayan betimsel bir çalışmadır. Çalışma, ilişkisel tarama modeli temel alınarak yürütülmüştür. İlişkisel tarama modelleri, iki ya da daha çok sayıdaki değişken arasındaki değişimin varlığını, yönünü ve derecesini belirlemeyi amaçlayan modellerdir (Karasar, 2000). Aracı değişken, bağımsız değişkenin bir sonucu iken bağımlı değişken de aracı değişkenin sonucu olur. Aracılık modellerinde bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki doğrudan ilişkilere odaklanılmaz. Bu modellerde aracı değişkenin bağımlı ve bağım-

sız değişkenle ilişkisini incelemek amaçlanmaktadır. Bu şekilde ilk bakışta göze çarpmayan dolaylı ilişkilerin ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır (Kılıç ve Saygılı, 2019; Yılmaz ve Dalbudak, 2018).

### **Çalışma Grubu**

Araştırma Türkiye'nin; Adana, Bursa, Elâzığ, Erzincan, Erzurum, İzmir, İzmit, Kayseri, Konya ve Manisa Bilim ve Sanat Merkezinde (BİLSEM) öğrenim gören 270 üstün zekâlı sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin BİLSEM eğitim programında 2-8 ay arası eğitim almış olmaları, uzamsal yeteneklerin bu yaşlarda belirli bir gelişim düzeyine ulaşmış olması (Marti, 2020) ve ilgili özellikleri ölçecek ölçme araçlarının bu yaş düzeyine uygun olması nedeni ile sekizinci sınıf öğrencileri tercih edilmiştir. Öğrencilerin 139'u (%51,5) erkek, 131'i (%48,5) ise kızdır. Her bir BİLSEM'den en az 25, en çok 30 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin 129'u (%48) BİLSEM Özel Yetenekleri Geliştirme, 141'i (%52) Proje Üretimi Ve Yönetimi Eğitim Programlarında eğitim almaktadır.

### **Ölçme Araçları**

*Kâğıt Katlama Testi:* Ekstrom ve arkadaşları (1976) tarafından geliştirilmiş ve Delialioğlu (1996) tarafından Türkçe'ye uyarlanmıştır. 20 sorudan oluşan test, 14 yaş ve üzerindeki öğrencilere uygulanabilmektedir. Testte yer alan sorularda farklı şekillerde katlanıp farklı yerlerinden delinen kâğıtların, açıldıklarında deliklerin nerede belirceğinin tahmin edilmesi istenmektedir. Testin puanlanmasında, verilen her bir doğru cevap için 1, yanlış ve boş bırakılan her bir cevap için ise 0 puan verilmektedir. Testin uygulama süresi 6 dakikadır. Testten alınan yüksek puanlar uzamsal görselleştirme yeteneğinin yüksek olduğunu işaret etmektedir. Bu araştırmada kâğıt katlama testi için hesaplanan Cronbach alfa katsayısı 0,75'tir. Alfa değerlerinin 0,60-0,80 arasında bulunuyor olması ölçme aracının oldukça güvenilir olduğunu göstermektedir (Özdamar, 2004). Bu bilgilere göre testin iç tutarlılığa bağlı güvenilirliğinin yeterli düzeyde olduğu gözlenmiştir.

*Zihinsel Çevirme Testi:* Vanderberg ve Kuse (1978) tarafından geliştirilen test, Yıldız (2009) tarafından Türkçe'ye uyarlanmıştır. Test 14 yaş ve üzerindeki öğrencilere uygulanabilmektedir. Testte 24 soru bulunmaktadır. Testte yer alan her bir soruda üç boyutlu şekillerin farklı görünümünün zihinde manipüle edebilmesi istenmektedir. Testin puanlanmasında, verilen her bir doğru cevap için 1, yanlış ve boş bırakılan her bir cevap için ise 0 puan verilmektedir. Testin uygulama süresi 12 dakikadır. Testten alınan yüksek puanlar uzamsal ilişkiler yeteneğinin yüksek olduğunu işaret etmektedir. Zihinsel çevirme testinin güvenilirliğini belirlemek için hesaplanan alfa katsayısı 0,72'dir. Bu değer, testin iç tutarlılığa bağlı güvenilirliğinin yeterli olduğunu işaret etmiştir.



*Problem Çözme Testi:* Öğrencilerinin problem çözme becerilerinin düzeyini belirlemek için Yurt ve Sünbül (2014) tarafından geliştirilen matematiksel problem çözme testi kullanılmıştır. Test 12 açık uçlu sorudan oluşmaktadır ve 14-15 yaş grubu öğrencilerine uygulanmaktadır Testteki sorular sayılar, ölçme, geometri, örüntü, cebir, istatistik ve olasılık konuları ile ilişkilidir. Testte, problemi tanımlama, çözüm için plan yapma, planı uygulama ve sonucu değerlendirme basamaklarına göre matematiksel problemlerin çözülmesi istenmektedir. Sorulara verilen cevaplar dereceli puanlama anahtarı kullanılarak 0 ile 4 arasında değişen değerlerde puanlanmaktadır. Testin uygulama süresi yaklaşık 40 dakikadır. Testten alınan yüksek puanlar matematiksel problem çözme becerisinin yüksek olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada problem çözme testi için hesaplanan Cronbach alfa katsayısı 0,78'dir. Testin iç tutarlılığa bağlı güvenilirliğinin yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir.

*Matematiksel Muhakeme Testi:* Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerisini ölçmek için Yeşildere (2006) tarafından geliştirilen Matematiksel Güç Testi kullanılmıştır. Test 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır ve 14-15 yaş grubu öğrencilerine yönelik geliştirilmiştir. Testin geliştirilmesinde NAEP (National Assessment of Educational Progress) tarafından belirlenen matematiksel güce yönelik temel yapı dikkate alınmıştır. Testin uygulama süresi yaklaşık 40 dakikadır. Sorulara verilen cevaplar dereceli puanlama anahtarı kullanılarak 0 ile 4 arasında değişen değerlerde puanlanmaktadır. Testten alınan yüksek puanlar matematiksel muhakeme becerisinin yüksek olduğunu göstermektedir. Testin güvenilirliğini belirlemek için hesaplanan Cronbach Alpha katsayısı 0,75'tir. Elde edilen alfa katsayısı, testin iç tutarlılığa bağlı güvenilirliğinin yeterli düzeyde olduğunu işaret etmiştir.

### **Veri Toplama Süreci**

Araştırmayı gerçekleştirmek için Necmettin Erbakan Üniversitesi'nden 18/06/2021 tarihinde 2021/381 sayılı Etik Kurul izni alınmıştır. Adana, Bursa, Elâzığ, Erzincan, Erzurum, İzmir, İzmit, Kayseri, Konya ve Manisa Bilim ve Sanat Merkezleri ile iletişime geçilerek uygulanacak testler posta yolu ile gönderilmiştir. Testleri uygulamak uzmanlık gerektirmemektedir. Her testin ilk sayfasında uygulama sürecini adım adım açıklayan bilgilere yer verilmiştir. Bununla birlikte, testi uygulayacak yönetici ve öğretmenlerle görüşülerek testin uygulama yönergesi hakkında detaylı bilgilendirme de yapılmıştır. Araştırmaya katılmak için gönüllü olan öğrencilere üç oturumda testler uygulanmıştır. Birinci oturumda matematiksel problem çözme testi, ikinci oturumda matematiksel muhakeme testi ve üçüncü oturumda zihinsel çevirme ve kâğıt katlama testleri uygulanmıştır. Oturumların tamamına katılan öğrencilerin verileri çalışmaya dahil edilmiştir.

## Verilerin Analizi

Araştırma verileri analiz edilmeden önce bazı varsayımlar kontrol edilmiştir. Uzamsal yetenek, matematiksel problem çözme ve muhakeme puanlarının dağılımı çarpıklık ve basıklık katsayıları temel alınarak incelenmiştir.  $\pm 1$  aralığında bulunan çarpıklık ve basıklık katsayıları puanların normal dağılıma sahip olduğunu göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2013). Hesaplanan çarpıklık ve basıklık katsayıları belirtilen aralıkta yer almıştır (Tablo 1). Bu sonuç, ölçme araçlarından elde edilen puanların tek değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu işaret etmiştir.

**Tablo 1**

### *Çarpıklık ve Basıklık Katsayıları*

Değişkenler	Çarpıklık		Basıklık	
	z	SH	z	SH
Uzamsal yetenek	-0,23	0,15	-0,83	0,30
Problem çözme	-0,02	0,15	-0,97	0,30
Muhakeme	0,43	0,15	-0,16	0,30

Uzamsal yetenek, matematiksel problem çözme ve muhakeme puanları arasındaki ilişkiler Pearson Korelasyon katsayıları hesaplanarak incelenmiştir. Uzamsal yeteneğin problem çözme üzerindeki etkisinde muhakemenin aracı rolünü test etmek için SPSS Process Macro Model 4 (Versiyon 4.0) kullanılmıştır (Hayes, 2017). Process Macro, bootstrap yöntemini temel alarak analizleri gerçekleştirmektedir. Bu yöntemde, oluşan doğrudan ve dolaylı etkilerin anlamlı olup olmadığı güven aralığı temel alınarak belirlenmektedir (Shrout ve Bolger, 2002). Hesaplanan Cook uzaklık değerleri (Cook distance  $< 1$ ) veri setinde çok değişkenli uç değerlerin bulunmadığını göstermiştir. Çok değişkenli normal dağılım varsayımını kontrol etmek için, Mardia'nın çok değişkenli standardize basıklık katsayısı temel alınmıştır. Mardia çok değişkenli standardize basıklık değerinin 8'den küçük olması verilerin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu göstermektedir (Kline, 2011). Bu çalışmada standardize basıklık değeri 0,17 olarak hesaplanmış ve çok değişkenli normal dağılım varsayımının karşılandığı gözlenmiştir. VIF (Variance Inflation Factor)  $> 10$  değerleri çoklu bağlantı problemini işaret etmektedir (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2010). Hesaplanan en yüksek VIF değerleri 1,98'dir. Elde edilen değer, değişkenler arasında çoklu bağlantı probleminin olmadığını göstermiştir. Eşdeğişkenlik (homoscedasticity) varsayımını test etmek için standartlaştırılmış artışlara ait grafikler oluşturulmuştur. Histogram ve Normal P-P grafikleri incelenerek sonuçlar yorumlanmıştır. Buna göre, artıklar Histogram grafiğinde normale oldukça yakın dağılmıştır. Ayrıca, artıkların

Normal P-P grafiğinde dağılım çizgisine yakın ve paralel dağıldığı gözlenmiştir. Bu sonuçlar, eşdeğişkenlik varsayımının karşılandığını işaret etmiştir. SPSS 25.0 istatistik paket programı kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir.

### Bulgular

Aracılık etkisinin oluşması için bazı varsayımların karşılanması gerekmektedir. Bu varsayımlar; i) bağımsız değişken ile aracı değişken arasında anlamlı bir ilişkinin bulunması, ii) bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasında anlamlı bir ilişkinin bulunması, iii) Aracı değişken regresyon analizine dâhil edildiğinde, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi azalırken, aracı değişkenin de bağımlı değişken üzerinde anlamlı bir etkisinin bulunması şeklinde sıralanmıştır (Baron ve Kenny, 1986). İlk iki varsayımı test etmek için uzamsal yetenek, matematiksel problem çözme ve muhakeme puanları arasındaki ilişkiler Pearson Korelasyon katsayıları hesaplanarak incelenmiştir. Hesaplanan korelasyon katsayıları Tablo 2’de yer almaktadır.

**Tablo 2**

*Uzamsal Yetenek, Problem Çözme ve Muhakeme Puanları Arasındaki İlişkilere Ait Pearson Korelasyon Katsayıları*

	Değişkenler	Ort	Ss	1.	2.	3.
1.	Uzamsal yetenek	28,00	7,84	1		
2.	Problem çözme	29,13	10,72	0,470**	1	
3.	Muhakeme	23,66	7,75	0,602**	0,604**	1

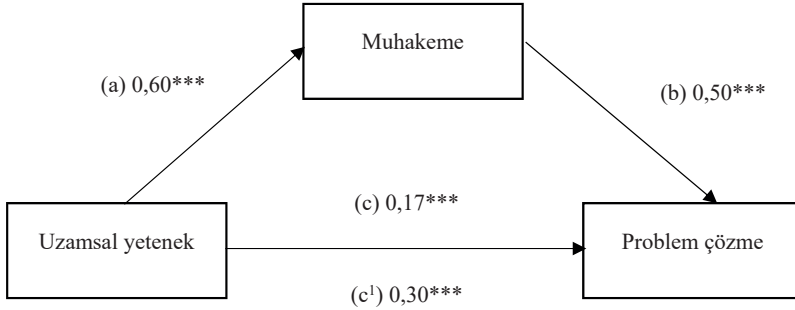
\*\*p<0,01; N=270

Üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek puanları ile problem çözme ( $r=0,470$   $p<0,01$ ) ve muhakeme ( $r=0,602$ ;  $p<0,01$ ) puanları arasında orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunmaktadır. Problem çözme puanları ile muhakeme puanları arasında orta düzeyde pozitif yönlü bir ilişki bulunmaktadır ( $r=0,604$ ;  $p<0,01$ ). Bu sonuçlar, aracılık etkisi ile ilgili ilk iki varsayımın karşılandığını göstermiştir.

Aracılık etkisi ile ilgili üçüncü varsayımı test etmek ve dolaylı etkiyi gözlemlemek için SPSS Process Makro Model 4 (Versiyon 4.0) kullanılmıştır. Modelde uzamsal yetenek bağımsız değişken, problem çözme bağımlı değişken, muhakeme ise aracı (moderatör) değişken olarak yer almıştır (Şekil 2). Doğrudan ve dolaylı etkiler için hesaplanan yol katsayıları Tablo 3’te yer almaktadır.

## Şekil 2

*Uzamsal Yeteneğin Problem Çözme Üzerindeki Doğrudan ve Dolaylı Etkileri, \*\*\* $p < 0.001$ ,  $c^l$  = Dolaylı Etki*



**Tablo 3**

*Doğrudan, Dolaylı ve Toplam Etkilere Ait Yol Katsayıları*

Model		B	$\beta$	SE	t	p	LLCI	ULCI		
Direkt etki										
UY	---->	MU	0,59	0,60	0,05	12,36	***	0,50	0,69	
UY	---->	PÇ	0,23	0,17	0,08	2,76	**	0,07	0,39	
MU	---->	PÇ	0,70	0,50	0,08	8,36	***	0,53	0,86	
Toplam etki										
UY	---->	PÇ	0,65	0,47	0,07	8,71	***	0,50	0,79	
Dolaylı etki										
UY	>----	MU	>----	PÇ	0,42	0,30	0,07	***	0,29	0,56

\*\*\* $p < 0,001$ ; \*\* $p < 0,01$ ; UY= Uzamsal yetenek, MU=Muhakeme, PÇ=Problem çözme

Tablo 3'te yer alan doğrudan etkiler incelendiğinde, üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal yeteneğin muhakeme ( $B=0,59$ ;  $p < 0,001$ ; 95% CI (0,50; 0,69)) ve problem çözme ( $B=0,23$ ;  $p < 0,01$ ; 95% CI (0,07; 0,39)) üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel muhakemenin ise problem çözme üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkisi bulunmaktadır ( $B=0,70$ ;  $p < 0,001$ ; 95% CI [0,53; 0,86]). Uzamsal yetenek ve muhakeme problem çözümedeki değişimin %38'ini açıklamıştır.

Toplam etki incelendiğinde, uzamsal yeteneğin problem çözme üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkisi bulunmaktadır ( $B=0,65$ ;  $p<0,001$ ; 95% CI [0,50; 0,79]). Dolaylı etki incelendiğinde, uzamsal yeteneğin muhakeme üzerinden problem çözme-yi pozitif yönde etkilediği gözlenmiştir ( $B=0,42$ ;  $p<0,001$ ; 95% CI [0,29; 0,56]). Elde edilen sonuçlar, uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin kısmi aracı role sahip olduğunu göstermiştir.

### Tartışma

Üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında orta düzeyde pozitif yönlü ilişkiler bulunmaktadır. Van Garderen ve Montague (2003), araştırmalarında üstün zekâlı öğrencilerin matematikte problem çözme becerileri ile uzamsal yetenekleri arasında anlamlı ve pozitif bir ilişki olduğunu bulmuşlardır. Tartre (1990), zihinsel çevirme testinden yüksek ve düşük puan alan öğrencilerle matematikte problem çözme becerileri ve uzamsal düşünme becerileri ile ilişki olduğu belirtmiştir. Guay ve McDaniel (1977), araştırmalarında matematiksel başarısı yüksek olanların, uzamsal testlerin tamamında düşük matematik başarılarına sahip öğrencilerden anlamlı ölçüde daha yüksek puan aldıklarını belirtmişlerdir. Bu araştırma ile elde edilen sonuçlar daha önce yapılan araştırma sonuçları ile benzerlik göstermekte; üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında akranlarında olduğuna benzer şekilde ilişkiler olduğu görülmektedir. Buna göre hem üstün zekâlı hem de tipik gelişim gösteren öğrencilerin akranlarının uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında ilişkiler olduğu söylenebilir. Kelly (2018), araştırmasında uzamsal becerilerin, problem çözümede birkaç işlevi yerine getirebileceğini, gelişimsel olarak bakıldığında aralarında anlamlı bir ilişkiye sahip olduklarını belirtmiştir. Van Garderen (2006) çalışmasında, üstün yetenekli öğrencilerin problem çözümede görsel çizimler kullanma olasılıklarının matematik öğrenme güçlüğü olan öğrencilere göre daha fazla olduğunu ve bu çizimleri kullanmanın problem çözme puanları ile güçlü bir ilişkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmalardan bazılarında elde edilen sonuçlar daha önce yapılan araştırma sonuçları ile benzerlik göstermekte; üstün yetenekli öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında akranlarında olduğuna benzer şekilde ilişkiler olduğu görülmektedir (Van Garderen, 2006; Van Garderen ve Montague, 2003). Buna göre hem üstün yetenekli öğrencilerin hem de tipik gelişim gösteren öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında ilişkiler olduğu söylenebilir (Guay McDaniel, 1977; Kelly, 2018; Tartre, 1990).

Üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasında ilişkilerin birbiri ile etkileşimi incelendiğinde üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal yeteneğin matematiksel muhakeme ve problem çözme üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel muhakemenin ise problem çözme üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkisi bulunmaktadır. Bu bulgu dikkate alındığında ise uzamsal yetenek ve matematiksel muhakeme, problem çözme becerisi üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Daha önce yapılan araştırmalar da (Booth ve Thomas, 1999; Guay ve McDaniel, 1977; Rakitin, Dallal ve Meck, 2018; Tartre, 1990; Van Garderen, 2006; Van Garderen ve Montague, 2003; Wang vd., 2022) bireylerin problem çözme becerisi ile uzamsal yetenek arasında anlamlı ve pozitif bir ilişki olduğunu göstermektedir. Dolayısı ile bu araştırma ile ulaşılan sonuçlar alanyazındaki araştırmalar ile benzer sonuçlar ortaya konmaktadır. Ancak bu araştırma daha önceki araştırmalarla ulaşılan sonuçlara ek olarak üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal yetenek ve matematiksel muhakeme, problem çözme becerisi üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Bu araştırma bulgularına göre, üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal yeteneğin problem çözme üzerinde pozitif yönlü ve anlamlı bir etkisi olduğu görülmektedir. Dolaylı etki incelendiğinde, uzamsal yeteneğin muhakeme üzerinden problem çözmeyi pozitif yönde etkilediği gözlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin kısmi aracı role sahip olduğunu göstermiştir. Aracı değişken bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin bir kısmını veya tamamını üstlendiği dikkate alındığında matematiksel muhakeme becerisi uzamsal düşünme ve problem çözme becerilerinin bir kısmını yüklenmektedir.

Bu araştırmada da üstün zekâlı öğrencilerde ilk etapta göze çarpmayan uzamsal yetenek ve problem çözme arasındaki ilişkide matematiksel muhakemenin kısmi aracı role sahip olduğunu ortaya konulmuştur. Muhakeme becerisi problem çözme sürecini destekleyerek bireylerin matematikte daha başarılı olmasını sağlamaktadır (Firdausy ve Indriati, 2021; Kramarski, Mevarech ve Lieberman, 2001). Bu araştırmada da matematiksel muhakemenin üstün zekâlı öğrencilerde uzamsal düşünme ve problem çözme becerilerinde aracı role sahip olduğu ortaya konulmuştur.

### **Sonuç ve Öneriler**

Alan yazında üstün zekâlı olmayan öğrencilerin uzamsal yetenek ve matematiksel becerileri arasındaki ilişkilerin daha çok ele alındığı gözlenmektedir. Bu araştırmada ise üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek ve problem çözme becerileri ile matematiksel muhakeme yetenekleri arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Elde edilen

sonuçlar, üstün zekalı öğrencilerde uzamsal, problem çözme ve muhakeme yetenekleri arasında orta düzeyde ve pozitif yönlü ilişkilerin bulunduğunu göstermiştir. Bu nedenle matematikte üstün zekâlılığın belirlenmesinde kullanılacak ölçme araçlarının tasarlanmasında matematiğin bu üç becerisi arasındaki ilişkiler dikkate alınabilir. Bununla beraber, matematikte özel yetenekliliğin incelenmesi ve belirlenmesinde bu beceriler dikkate alınabilir. Üstün zekâlı öğrencilerde matematik eğitiminde, matematiğin bu üç becerisinin öğrencilere kazandırılması öğrencilerin matematik başarılarının artırılmasında etkili olacaktır. Matematik dersi öğretim programlarında bu becerilerin geliştirilmesi için yeterli kazanım ve uygulamalara yer verilebilir.

Üstün zekâlı öğrencilerin uzamsal yetenek ve muhakeme becerileri problem çözme becerileri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Öğrencilerin uzamsal yetenek ve muhakeme becerilerinin desteklenmesi matematiksel problem becerilerini doğrudan etkilemektedir. Matematiksel muhakeme becerisi, uzamsal yetenek ve problem çözme becerisi arasındaki ilişkide aracı role sahiptir. Bu durum, öğretim hizmetlerinde uzamsal yetenek ve muhakemenin birlikte ele alınması gerektiğini, bu şekilde problem çözme becerisine daha fazla katkıda bulunabileceğini işaret etmiştir. Uzamsal yeteneği ve matematiksel muhakeme becerilerini kullanmayı gerektiren etkinlikler ile problem çözme becerisinin gelişimi doğrudan ve önemli düzeyde desteklenebilir.

Bu araştırma 10 farklı BİLSEM'e devam eden 270 sekizinci sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu durum, çalışmanın genellenebilirliğine sınırlılık getirmektedir. Daha geniş örneklem ile farklı sınıf seviyelerinde bulunan BİLSEM öğrencileri üzerinde benzer araştırmalar yapılabilir. Matematiksel muhakeme, problem çözme ve uzamsal düşünme becerilerinin birlikte gelişiminin nasıl olduğuna ilişkin deneysel araştırmalar yapılabilir. Matematiğin bu üç becerisine ilave olarak analitik düşünme, orantısal akıl yürütme ve aritmetik bilgisi gibi matematik becerilerinin de işe koşulduğu farklı araştırmalar yapılabilir.

### Kaynakça

- Balcı, A. (2007). *Karşılaştırmalı eğitim sistemleri*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Berg, D. H., ve McDonald, P. A. (2018). Differences in mathematical reasoning between typically achieving and gifted children. *Journal of Cognitive Psychology*, 30(3), 281-291.
- Booth, R. D., ve Thomas, M. O. (1999). Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 169-190.

- Baron, R. M., ve Kenny, D. A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, 51(6), 1173-1182.
- Çokluk, O., Şekercioğlu, G., ve Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için çok değişkenli SPSS ve LISREL uygulamaları*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Dehn, M. J. (2014). The children's psychological processes scale: Factor structure and correlations with performance-based measures. *Journal of Attention Disorders*, 18(4), 305-317.
- Delialioğlu Ö. (1996). *Contribution of students' logical thinking ability on achievement in secondary physics* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Ekstrom, R. B., D. Dermen, ve H. H. Harman, (1976). Manual for kit of factor-referenced cognitive tests. *Educational Testing Service*.
- Ersoy, Y. (1997). Okullarda matematik eğitimi: Matematikte okur-yazarlık. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(13).
- Firdausy, A. R., & Indriati, D. (2021). Mathematical reasoning abilities of high school students in solving contextual problems. *International Journal of Science and Society*, 3(1), 201-211.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114(2), 345.
- Geary, D.C., ve Brown, S.C. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in gifted, normal, and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27, 398-406.
- Guay, R. B., ve McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 211-215.
- Guilford, J. P. (1947). *Guilford-zimmerman aptitude survey: Part V. Spatial orientation*. Sheridan Supply Company.
- Hacıömeroğlu, G., ve Hacıömeroğlu, E. S. (2017). Examining the relationship between gender, spatial ability, logical reasoning ability, and preferred mode of processing. *Adiyaman University Journal of Educational Sciences*, 7(1), 116-131.
- Hasanah, S. I., Tafrilyanto, C. F., ve Aini, Y. (2019, March). *Mathematical reasoning: The characteristics of students' mathematical abilities in problem solving*. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1188(1).



- Hayes, A. F. (2017). *Introduction to mediation, moderation, and conditional process analysis: A regression-based approach*. Guilford Publications.
- Hegarty, M., ve Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual–spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 684–689.
- Hermelin, B., ve O’connor, N. (1961). Recognition of shapes by normal and subnormal children. *British Journal of Psychology*, 52(3), 281-284.
- Holdnack, J. A., Prifitera, A., Weiss, L. G., ve Saklofske, D. H. (2016). WISC-V and the personalized assessment approach. *WISC-V assessment and interpretation: Scientist-practitioner perspectives*, 373-413.
- Horn, J. L., ve Blankson, N. (2005). Foundations for better understanding of cognitive abilities. In D. P. Flanagan, ve P. L. Harrison (Eds.), *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues* (pp. 41–68). (2nd ed.). Guilford Press.
- Howland, M. (2001). *Sixth-grade students’ use of schema knowledge in word problem solving*. San Jose State University.
- Işık, A, Çiltaş, A., ve Bekdemir, M. (2008). Matematik eğitiminin gerekliliği ve önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 174-184.
- Karaduman, G. B., Davaslıgil, Ü. (2019). Farklılaştırılmış geometri öğretiminin üstün zekâlı öğrencilerdeki yaratıcılık, uzamsal yetenek ve erişime etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 1305-1337.
- Karasar, N. (2000). *Bilimsel araştırma yöntemleri: kavramlar, ilkeler, terimler*. Nobel Yayın Dağıtım, (Orijinal eser 1982’de yayımlandı).
- Kılıç, T., ve Saygılı, İ. (2019). Örgütsel iletişimin örgütsel sessizliğe etkisinde örgütsel bağlılığın aracı değişken rolü: Görgül bir araştırma. *Uluslararası İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 5(1), 1-22.
- Kim, H., Cho, S., ve Ahn, D. (2004). Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of the gifted in math. *Gifted Education International*, 18(2), 164-174.
- Kim, S. C., Heo, J. Y., Shin, H. K., ve Kim, B. I. (2018). The effects of computerized gaming program on cognition in children with mental retardation: A case study. *The Journal of Korean Physical Therapy*, 30(5), 193-198.

- Kline, R. B. (2011). *Principles and practice of structural equation modeling*. Guilford Publications.
- Koç Deniz, H. (2019). *Matematik dersinde oyun ve etkinlik destekli ters yüz sınıf modelinin öğrenci başarısına, problem çözme ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Fırat Üniversitesi.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., ve Lieberman, A. (2001). Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *The Journal of Educational Research*, 94(5), 292-300.
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational studies in mathematics*, 165-190.
- Lohman, D. F. (1993). Teaching and testing to develop fluid abilities. *Educational Researcher*, 22(7), 12-23.
- Martí, E. (2020). Post-piagetian perspectives of cognitive development. In *Oxford Research Encyclopedia of Education*.
- McGrew, K. S., ve Wendling, B. J. (2010). Cattell-Horn-Carroll cognitive-achievement relations: What we have learned from the past 20 years of research. *Psychology in the Schools*, 47(7), 651-675.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2016). PISA 2015 Ulusal Rapor. Ankara: MEB Yayınları. [http://odsgm.meb.gov.tr/test/analizler/docs/PISA/PISA2015\\_Ulusal\\_Rapor.pdf](http://odsgm.meb.gov.tr/test/analizler/docs/PISA/PISA2015_Ulusal_Rapor.pdf) adresinden 15 Mayıs 2022 tarihinde alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2005). İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve Kılavuzu [www.meb.gov.tr](http://www.meb.gov.tr) adresinden 25.02.2022 tarihinde alınmıştır.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). Matematik dersi öğretim programı. <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> sayfasından 15 Mayıs 2022 adresinden elde tarihinde alınmıştır.
- Mix, K. S. (2019). Why are spatial skill and mathematics related? *Child Development Perspectives*, 13(2), 121-126.
- Natarajan, D., Al Sulaimi , B. H., Lacap, E. M., & Kumar, K. (2022). A comparative study of student mathematical performance in three modes of teaching and learning education during the Covid-19 pandemic. *International Journal of Current Educational Studies*, 1(1), 36-50. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6762580>

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (1980). Agenda for Action, NCTM, Reston, Virginia.
- Niss, M., ve Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28.
- Özdamar, K. (2004). *Paket programlar ile istatistiksel veri analizi (çok değişkenli analizler)*. Kaan Kitabevi, Eskişehir.
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., ve Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455.
- Rakitin, B. C., Dallal, N. L., & Meck, W. H. (2018). Spatial memory structure and capacity: Influences on problem-solving and memory-coding strategies. In *Cognitive aspects of stimulus control* (pp. 155-183). Psychology Press.
- Robins, J. M., ve Greenland, S. (1992) Identifiability and exchangeability for direct and **indirect** effects. *Epidemiology*, 3, 143-155.
- Schneider, W. J., ve McGrew, K. S. (2012). *The Cattell-Horn-Carroll model of intelligence*. In D. P. Flanagan ve P. L. Harrison (Eds.), *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues* (pp. 99–144). The Guilford Press.
- Sherry, D. (2006). Mathematical reasoning: induction, deduction and beyond. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 37(3), 489-504.
- Shrout, P. E., ve Bolger, N. (2002). Mediation in experimental and nonexperimental studies: new procedures and recommendations. *Psychological methods*, 7(4), 422.
- Sisk, D. A. (1987). *Creative teaching of the gifted*. McGraw-Hill College.
- Swanson, H. L. (2006). Cross-sectional and incremental changes in working memory and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 98(2), 265.
- Tabachnick, B. G., ve Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (5th ed.), Boston: Allyn and Bacon.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.

- Taş, İ. D. ve Yöndemli, E. N. (2018). Zekâ oyunlarının ortaokul düzeyindeki öğrencilerde matematiksel muhakeme yeteneğine olan etkisi. *Turkish Journal of Primary Education*, 3(2), 46-62.
- Temel, H. ve Altun, M. (2020). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(3), 173-197.
- Tuttle Jr, F. B. (1988). Characteristics and identification of gifted and talented students. NEA professional Library.
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506.
- Van Garderen, D., ve Montague, M. (2003). Visual-spatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18(4), 246-254.
- Vandenberg, S.G., ve A. R. Kuse, (1978). Mental rotations, a group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47(2): 599-604.
- Wang, L., Cao, C., Zhou, X., & Qi, C. (2022). Spatial abilities associated with open math problem solving. *Applied Cognitive Psychology*, 36(2), 306-317.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Yıldız, B. (2009). *Üç boyutlu ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinde döndürme becerilerine etkileri* [Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- Yılmaz, V., ve Dalbudak, Z. İ. (2018). Aracı değişken etkisinin incelenmesi: yüksek hızlı tren işletmeciliği üzerine bir uygulama. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 14(2), 517-534.
- Yurt, E., ve Sünbül, A. M. (2014). A structural equation model explaining 8th grade students' mathematics achievements. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 14(4), 1642-1652.
- Zack, J., Mires, J., Tversky, B., ve Hazeltine, E. (2000). Mental spatial transformation of objects and perspective, 2. *Spatial Cognition and Computation*, 2, 315-332.
- Zhu, J., Cayton, T., Weiss, L., ve Gabel, A. (2008). *Wechsler intelligence scale for children—Fourth edition: Technical report #7*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.