



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Investigation of Middle School Mathematics Teachers' Content Knowledge on the Concept of Unit in Measurement

Nurcan Satan
Selahattin Gelbal

Article Information



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1181058

Received: 27.09.2022

Revised: 17.03.2023

Accepted: 16.04.2023

Keywords:

Unit of Measurement,

Unit Square,

Unit Cube,

Mathematics Teachers,

Content Knowledge,

Abstract

This study aims to examine the content knowledge of middle school mathematics teachers about the concept of unit in measurement in mathematics education. A qualitative research approach was used in the study. The study was conducted with six mathematics teachers. Participants were determined by the purposive sampling method. The data were collected through semi-structured interviews prepared by the researchers. It was observed that most participants did not use expressions such as the appropriateness of the unit, the use of equivalent units, or the repetition of units, which are among the characteristics of the measurement concept. Based on the comments of the participants, it was observed that there were deficiencies in their specialized content knowledge. It has been observed that there are problems, especially in capturing the patterns in student mistakes regarding the unit concept and noticing the generalizations developed by the students. Apart from not noticing the source of error, it was observed that the teacher made the same mistake. It was stated that the students had difficulties in comprehension due to their abstractness. Including the content of the unit concept in in-service training courses for specialized and horizon content knowledge is recommended.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Ölçmede Birim Kavramına Yönelik Alan Bilgilerinin İncelenmesi

Makale Bilgileri



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1181058

Yükleme: 27.09.2022

Düzeltilme: 17.03.2023

Kabul: 16.04.2023

Anahtar Kelimeler:

Ölçmede Birim,

Birim Kare,

Birim Küp,

Matematik Öğretmenleri,

Alan Bilgisi,

Öz

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik eğitiminde ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yaklaşımı kullanılmıştır. Çalışma altı ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Veriler araştırmacılar tarafından hazırlanmış olan yarı yapılandırılmış görüşmeler ile örnek durumlar üzerinden toplanmıştır. Bulguların analizi sonucunda katılımcıların çoğunluğunun ölçme kavramının karakteristiklerinden olan birimin uygunluğu, eş birimlerin kullanımı, birimlerin yinelenmesi gibi ifadeleri kullanmadığı görülmüştür. Verilen örnek durumları yorumlama kısmında katılımcıların özel alan bilgilerinde eksiklikler olduğu görülmüştür. Özellikle birim kavramına yönelik öğrenci hatalarındaki örüntüleri yakalama ve öğrenciler tarafından geliştirilen genellemeleri fark etme konusunda sıkıntılar olduğu görülmüştür. Nitekim hata kaynağının fark edilmemesi bir yana aynı hatanın öğretmen tarafından da yapıldığı gözlenmiştir. Öğrencilerin soyut olmasından dolayı kavramada sıkıntı yaşadığı ifade edilmiştir. Matematik alan bilgisi açısından bakıldığında genel alan bilgisinde sıkıntı olmamakla birlikte özel ve yatay alan bilgisine yönelik olarak birim kavramına ilişkin içeriklere öğretmenlere verilen hizmet içi eğitim kurslarında yer verilmesi önerilmektedir.

Giriş

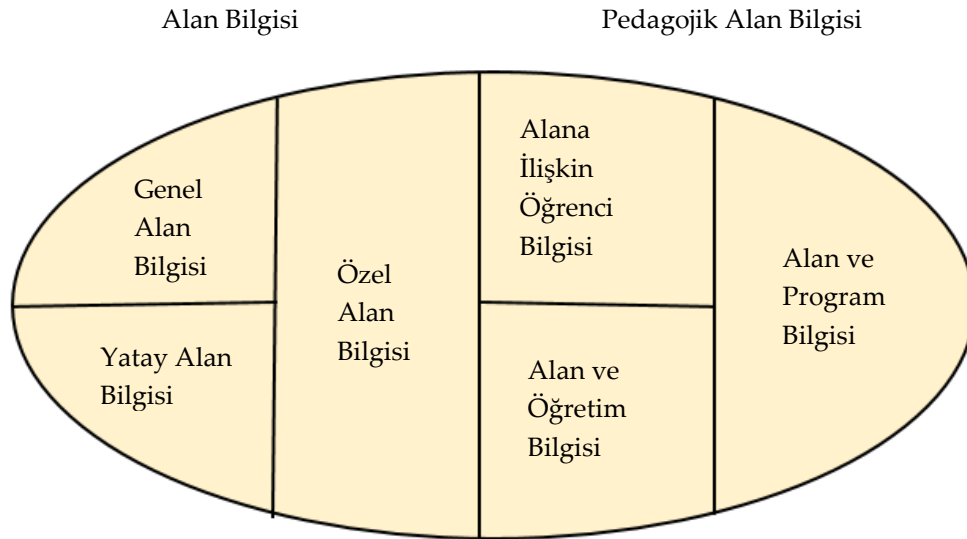
Bireyler birçok alanda karşılaştıkları problemlerle başa çıkabilmek için matematik ile elde edilen becerilere ihtiyaç duymaktadırlar. Matematiğin alt öğrenme alanlarından olan ölçme bu tür becerilerin kazandırılmasında önemli bir işleve sahiptir. Ölçme fiziksel bir nesnenin bir niteliğinin, bu niteliğin miktarını belirlemeye yarayan bir birim seçilerek bu birimle karşılaştırılması şeklinde tanımlanabilmektedir (Bright, 1976). Ölçme, öğrencilerin günlük hayatta sıkça karşılaştıkları bilgi ve becerileri içermektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Günlük hayatta karşılaşılan alışveriş ücreti, uyuma süresi, boy ve kilo hesaplama, gidilen mesafe vb. pek çok durum ölçme faaliyetini içermektedir. İnsanlar geçmişten beri ölçme ile ilgili bu ve benzeri faaliyetler içinde bulunmuşlar; kendi ölçme yöntemlerini ve ölçme birimlerini kullanmışlardır. Ölçme eylemi temelde üç aşamadan oluşmaktadır. İlk aşama nesnelere ölçülecek özelliğinin belirlenmesidir. Örneğin ölçülecek nesnenin ağırlığı, alanı veya hacminin ölçülmesi gerekebilir. İkinci aşama olarak nesnenin ölçülecek özelliğine uygun bir birim seçimi yapılmasıdır (Olkun ve Uçar, 2007). Seçilen bu birim karış, kulaç veya adım gibi standart olmayan bir birim olabileceği gibi bilinen standart bir birim de olabilmektedir (Olkun ve Uçar, 2007). Son aşama ise ölçülmesi gereken nesneyi seçilen ölçme birimi ile karşılaştırmaktır. Bu karşılaştırma eşleştirme, kaplama veya doldurma gibi çeşitli yollarla yapılabilmektedir. Öğretim programında öğrencilerin, önce sezgiye dayalı karşılaştırma ve sıralama yapması, sonrasında standart olmayan ve standart birimleri kullanarak ölçme yapımları hedeflenmektedir (MEB, 2018).

Ölçme konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde, genel olarak öğrencilerin ölçme konusuna ilişkin kavramsal öğrenmede zorlandığı, çevre, alan ve hacim ölçme gibi konuların anlamlandırılmadan ezberle öğrenilen formüller şeklinde anlaşıldığı görülmektedir (Battista ve Clements, 1996; Dağlı ve Peker, 2012; Karaca, 2014; Moyer, 2001; Tan-Şişman ve Aksu, 2016). Bütün sınıf düzeylerinde öğrencilerin alan ve çevre kavramını karıştırdıkları belirlenmiştir (Dağlı, 2010). Ölçme eyleminin aşamalarından olan ölçülecek nesnenin özelliğini belirleme, birim seçme ve karşılaştırma öğrencilerin anlamada zorlandıkları önemli fikirlerdir. Ölçmenin ikinci aşaması olan birim seçimi üzerinde durulması gerekmektedir. Ölçme aracı olarak birimin anlaşılması alan hesaplanabilmesi için gerekli görülmektedir (Çavuş-Erdem, 2018). Çünkü alan ölçme eylemi belirli bir düzlemde uygun olan ölçme biriminden kaç tanesinin kaplama için kullanılacağına belirlenmesidir. Aynı durum hacim ve uzunluk içinde geçerli olmakta ve birim kavramının anlaşılmasının bu kavramların anlaşılmasında rol oynadığı görülmektedir. Nitekim bu konuda öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar konunun önemini ortaya koymaktadır (Esen ve Çakıroğlu, 2012; Simon ve Blume, 1994).

Simon ve Blume (1994) öğretmen adaylarının alan ölçmeye ilişkin alan bilgilerini araştırdıkları çalışmada, katılımcılardan dikdörtgen şeklindeki bir masanın alanının yine dikdörtgen şeklindeki kartlardan kaç tanesiyle kaplanabileceğini bulmaları istenmiştir. Öğretmen adayları iki farklı kaplama yöntemi sunmuşlar ve bu yöntemlerin farklılıkları üzerine sınıfta tartışmışlardır. Bu yöntemlerden

birincisi alanın toplam birim sayısı yardımıyla bulunması, ikincisi ise alanın verilen küçük dikdörtgen şeklindeki kartların kenar uzunlukları yardımıyla bulunması şeklinde olmuştur. Ancak katılımcılar tarafından bu durum fark edilememiştir. Ayrıca süreç boyunca yapılan açıklamalar üzerinden öğretmen adaylarının dikdörtgenin alan bağıntısına nasıl ulaşıldığını bilmedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Birim dizilerinin şekil ve büyüklüğünün, alan ölçme için seçilen birime ve nesnenin boyutlarına bağlı olma durumunun da algılanamadığı ulaşılan bir diğer sonuçtur. Esen ve Çakıroğlu (2012) da öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışlarını görüşmeler yoluyla incelemişlerdir. Öğretmen adaylarına örnek bir durum verilmiş ve bunu değerlendirmeleri istenmiştir. Bu şekilde hacim ölçme ile ilgili düşünceleri ve standart olmayan birimler ile hacim ölçmeye yönelik düşünceleri irdelenmiştir. Örnek durumda verilen yanlış öğrenci çözümünün katılımcıların bazıları tarafından fark edilmediği ve bu yanlışın bazı katılımcılar tarafından tekrar edildiği görülmüştür. Öte yandan O'Keefe ve Bobis (2008) ilkökul öğretmenlerinin uzunluk, alan ve hacim konusuna yönelik temel kavramlara ilişkin bilgileri ile öğrencilerin ölçme sürecini yapılandırılmalarına ilişkin bilgilerini araştırmışlardır. Farklı deneyim yılına sahip dört öğretmene ölçmeye ilişkin temel kavramlar ve sürece yönelik sorular sorulmuş ve öğrenci öğrenmeleriyle ilgili bilgileri sorgulanmıştır. Katılımcıların alan ölçmeye ilişkin anlamlandırmalarının sınırlı olduğu ve bu sebeple alan ölçme sürecini öğrencilerin nasıl yapılandırdıklarına yönelik çok fazla bir bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Ayrıca alan ölçme konusunda farklı öğretim yöntem ve tekniklerini kullanmadıkları da belirlenmiştir. Araştırmaların sonuçları düşünüldüğünde öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel kavramlar ve süreçlere yönelik açıklama ve gösterimlerinde eksiklikler olduğu ifade edilebilmektedir. Bu durumun doğal olarak öğrenci öğrenmelerini olumsuz etkilediği düşünüldüğünde öğretmenlerin alan bilgileri üzerine yapılacak çalışmalara ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Öğretmenin matematik eğitimini etkileyen en önemli bileşenlerden biri olduğu bilinmektedir. Öğretmenin sahip olması gereken bilgileri içeren çalışmalar Shulman (1986) tarafından yapılmıştır. Ball ve arkadaşları (2008), Shulman (1986) tarafından tanımlanan öğretmen bilgisi modelinden hareketle matematik öğretmenlerine yönelik bir kavramsal çerçeve ortaya koymuşlardır. Bu kavramsal çerçevede öğretmenlerin matematik öğretmek için sahip olması gereken bilgiler pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisi olarak ele alınmıştır. Pedagojik alan bilgisi konu alanının nasıl öğretileceğiyle ilgili bilgi türüdür. Bu bilgi türü, alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ile alan ve program bilgisi olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Bu bilgi türlerinden bir diğeri olan alan bilgisi ise genel alan bilgisi, özel alan bilgisi ve yatay alan bilgisi olmak üzere üç kategoriye ayrılmıştır. Bu çalışmada amaç öğretmenlerin birim kavramının nasıl oluştuğuna ilişkin anlayışlarını incelemek olduğu için diğer bilgi türlerine (alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ile alan ve program bilgisi) girilmemiştir. Bu bağlamda birim kavramı alan bilgisi kısmı baz alınarak incelenmiştir. Bu sebeple bu bilgi türleri açıklanmıştır.



Şekil 1. Matematik öğretimi için gerekli bilgi alanları (Ball, Thames ve Phelps, 2008)

Şekil 1 de görülen genel alan bilgisi öğretime özgü olmayan, öğretim ortamı harici de kullanılabilen matematiksel bilgi ve becerilerden oluşmaktadır. Matematik bilen her bireyin sahip olabileceği bilgi türüdür. İki ondalıklı ifade arasında bir sayının belirlenmesi, uzunluk birimlerini birbirine dönüştürebilme buna örnek verilebilir. Öğretmenin matematikteki bir konunun programda bulunan diğer konularla ilişkili olma durumunu bilmesi yatay alan bilgisi şeklinde ifade edilmektedir (Ball, ve diğerleri., 2008). Örneğin ölçmede birim kavramını üslü ifadelerdeki bir sayının karesi ve küpü konularıyla ilişkilendirebilme bu bilgi türüne girmektedir. Mevcut çalışmada yatay alan bilgisi ile ilgili veriler sınırlı olduğu için bu bilgi türü genel alan bilgisi altında ele alınmaktadır. Son olarak özel alan bilgisi ise öğretmenlerin haricinde herhangi bir uzmanlık alanında veya öğretim ortamı dışında kullanılmayan bilgi türü şeklinde tanımlanmaktadır (Ball, ve diğerleri., 2008). Bu bilgi türüne örnek olarak matematiksel fikirler sunabilme, farklı gösterimlerin faydalarını bilme, öğrenci hatalarında var olan örüntüleri bulma, öğrenciler tarafından oluşturulan algoritmaların genelleme durumunu belirleme verilebilir (Hill, Schilling ve Ball, 2004). Bu çalışma için görüşme sorularında verilen örnek durumdaki öğrenci çözümlerini yorumlayabilme bu bilgi türüne girmektedir. Görüşme soruları bu bilgi türlerine göre hazırlanmış olup buna göre analiz edilmeye çalışılmıştır.

Öğretmen bilgisine yönelik yapılan araştırmalar, öğretmen ve öğretmen adaylarının sahip oldukları alan bilgilerinin öğretim metotlarını ve dolaylı olarak öğrencilerin başarılarını etkilediğini göstermektedir (Ball, Hill ve Bass, 2005; Hill, ve diğerleri, 2008). Bu durumda öğrenci öğrenmelerinin desteklenebilmesi için öğretmenlerin iyi bir alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Öğretmenlerin alan bilgilerinin belirlenmeye çalışıldığı bazı araştırmalarda öğretmenlerin matematik alan bilgileri lisans döneminde aldıkları matematik dersleri ile ilişkilendirilmiştir (Rowan, Correnti ve Miller, 2002; Wayne ve Youngs, 2003). Öte yandan öğretmenlerin matematik öğretmeleri adına bu derslerin yeterli

olmadığı ve matematik alan bilgisinin yapı ve özelliklerinin sınıf bağlamı içerisinde ele alınması gerektiği vurgulanan bir diğer durumdur (Franke, Carpenter, Levi ve Fennema, 2001; Hiebert, Gallimore ve Stigler, 2002). Matematik alan bilgisini sınıf bağlamında ele alan çalışmalar öğretmenlerin farklı konulara (sayılar, kesirler, cebir gibi) ilişkin alan bilgilerinde önemli eksiklikler olduğunu belirtmişlerdir (An, Kulm ve Wu, 2004; Işıksal, 2006; Simon ve Blume, 1994; Özmantar ve Bingölbali, 2009). Öğretmenin, eğitim-öğretim sürecindeki rolü düşünüldüğünde alan bilgilerinin bilinmesi önemli görülmektedir. Nitekim öğretmenler ile temel kavramlara yönelik yapılacak çalışmaların önemli olduğu ve onların düşünme yapılarının incelendiği çalışmalara ihtiyaç duyulduğu belirtilmektedir (Esen ve Çakıroğlu, 2012). Bu açıdan sahada deneyime sahip öğretmenlerin ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgilerinin incelenmesi önemli görülmektedir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik düşüncelerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmenlerin birim kavramına yönelik alan bilgileri ölçme kavramına ait olan şu karakteristikler bağlamında ele alınmıştır; niteliği tanıma, birim kavramı ve birimin uygunluğu, eş birimlerin kullanımı, birimlerin yinelenmesi. Araştırma problemi “Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgileri nasıldır?” şeklindedir. Bu amaca uygun olarak aşağıda verilen alt problemlere cevap aranmıştır.

- ⊙ Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik genel alan bilgileri nasıldır?
- ⊙ Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik özel alan bilgileri nasıldır?

Yöntem

Çalışmada nitel araştırma yaklaşımı kullanılmıştır. Nitel araştırmalar bir konuyu detaylı ve derinlemesine araştırma imkânı sunmaktadır (Patton, 2002). Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik algılarının görüşmeler üzerinden incelenmesi amaçlandığı için nitel araştırma yaklaşımlarından olgu bilim (fenomenoloji) deseni kullanılmıştır. Olgu bilim deseni bir grubun bir olgu ya da bir durum hakkındaki tecrübelerinin anlamlı hale getirilmesi şeklinde ifade edilmektedir (Creswell, 2007). Ayrıca farkında olunan ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayış sahibi olunmayan olgulara odaklanma amaçlanmaktadır (Yıldırım, 2018). Buradaki olgulardan kasıt olaylar, algılar, deneyimler, yönelimler, kavramlar ve durumlardır. Günlük hayatta karşılaşılan ancak tam anlamının kavranmadığı olguları araştırmayı amaçlayan çalışmalar için olgubilim deseni uygun araştırma zemini oluşturmaktadır (Yıldırım, 2018). Bu bağlamda araştırmanın amacı bilinen bir kavram olan birim kavramının katılımcılar tarafından nasıl algılandığını araştırmak olduğu için nitel araştırma yaklaşımlarından olgu bilim desenin kullanımı uygun görülmüştür.

Çalışma Grubu

Çalışmanın amacı gereği devlet okullarında görevli ortaokul matematik öğretmenleriyle araştırma yürütülmüştür. Çalışma grubu farklı illerdeki devlet okullarında görev yapan farklı mesleki deneyim yıllarına sahip ortaokul öğretmenlerinden oluşmaktadır. Çalışmada 4'ü kadın 2'si erkek toplam 6 ortaokul matematik öğretmeni ile görüşülmüştür. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme ile katılımcılar önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılama durumuna göre seçilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Çalışmadaki ölçütler şu şekilde belirlenmiştir: Katılımcıların matematik öğretmeni olması ve en az 3 yıllık deneyime sahip olmaları. 3 yıllık deneyim şartı uzaktan eğitim süreci düşünülerek en azından bir yıllık yüz yüze eğitim-öğretim deneyimine sahip olunması gerektiği düşünülerek koyulmuştur. Katılımcılar gönüllülük esasına göre belirlenmiştir. Ayrıca çalışmaya katılan katılımcıların isimleri yerine deneyim yıllarına göre çoktan aza doğru çeşitli şekillerde kodlamalar kullanılmıştır. Örneğin 19 yıllık deneyime sahip öğretmen Ö1, 15 yıllık deneyime sahip öğretmen Ö2 şeklinde kodlanmıştır. Tablo 1'de katılımcıların deneyim yılları ve mezun olunan okul türüne göre dağılımları verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcıların deneyim yılları ve mezun olunan okul türüne göre dağılımı

Deneyim Yılı	En Son Mezun Olunan Okul Türü	Matematik Öğretmeni
19 yıl	Lisans	Ö1
15 yıl	Lisansüstü	Ö2
13 yıl	Lisansüstü	Ö3
6 yıl	Lisans	Ö4
4 yıl	Lisans	Ö5
3 yıl	Lisansüstü	Ö6

Tablo 1 de görüldüğü gibi katılımcılardan 3'ü lisans mezunuyken diğer 3'ü ise lisansüstü (Ö3 ve Ö6 doktora öğrencisi, Ö2 yüksek lisan mezunu) mezunudur.

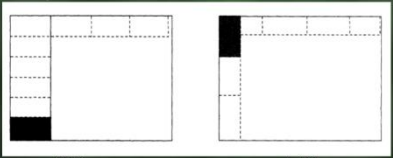
Çalışmada Kullanılan Veri Toplama Araçları

Veriler hazırlanmış olan yarı yapılandırılmış görüşmeler ile örnek durumlar üzerinden toplanmıştır. Nitel araştırmaların özelliği gereği (Fraenkel ve Wallen, 2012) elde edilen veriler genelleme amacıyla değil fikir sunma amaçlı kullanılmaktadır. Görüşme formunda demografik bilgiler de yer almaktadır. Öğretmenlerin mezun oldukları okul türü (lisans, lisansüstü) ile mesleki kıdem yıllarının araştırmanın bulguları ile ilişkili olarak sunulması beklenmiştir. Hazırlanan görüşme formunun kapsam geçerliği için farklı üniversitelerden iki matematik eğitimcisinin uzman görüşüne başvurulmuş ve formun araştırma problemine uygun olup olmadığı ile yeterliliğine dair görüş alınmıştır. Uzman görüşleri sonrası bir matematik öğretmeni ile pilot çalışma yapılmış ve gerekli düzeltmeler (örneğin pedagojik alan bilgisini ölçtüğü düşünülen sorular çıkarılmış, soru sayısı zaman sınırı nedeniyle azaltılmış ve bazı ifadeler daha net anlaşılması yönünde verilen öneriler doğrultusunda değiştirilmiştir) yapıp görüşme formuna son hali verilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme sorularının son hali toplam 10 soru olup araştırmacılar tarafından ilgili alan yazından (Çiftçi, 2015; Esen ve Çakıroğlu, 2012; Simon ve Blume, 1994) yararlanılarak oluşturulmuştur. Görüşme soruları genel olarak öğretmenlerin birim kavramının oluşumuna yönelik düşüncelerini ortaya çıkarmaya yönelik

hazırlanmıştır. İlk beş soruda (1, 2, 3, 4. ve 5) öğretmenlerin birim kavramı hakkında önemli gördüğü fikirler ile br^2 ve br^3 oluşumuna yönelik düşüncelerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Örneğin “Ölçme sürecinde birim fikrinin yeri hakkında ne düşünüyorsunuz?” ile “Birim kare ve birim küp oluşumu hakkında ne düşünüyorsunuz?” soruları bu amaca yönelik hazırlanmıştır. 6 ve 7. sorular örnek durumlar üzerinden birim kullanımını yorumlamayı gerektirirken (Şekil 2’de verilmiştir) son üç soru (8, 9 ve 10) ise alan formülü ile birim kare sayısı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarma amacına yönelik hazırlanmıştır. Çalışmanın güvenilirliği için araştırmacı etkisini azaltmak adına bütün görüşmeler aynı kişi tarafından yapılmıştır. Görüşmeler pandemi nedeniyle Zoom platformu üzerinden gerçekleştirilmiş ve video kaydı alınmıştır. Katılımcılardan video kaydı için izin alınmıştır. Aşağıda görüşme sorularına eklenen iki örnek durum verilmiştir.

Alan ölçmeye yönelik örnek durum

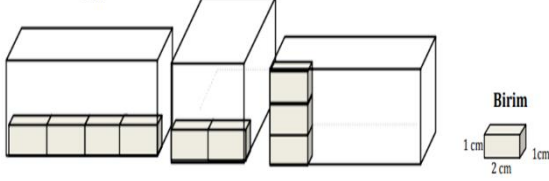
6. Fezra öğretmen öğrencilerine bir karton ve küçük dikdörtgen kartlar dağıtmıştır. Daha sonra öğrencilerden bu kartonu kaplamak için kaç adet karta ihtiyaç duyulacağını bulmalarını istemiştir. Ayrıca dikdörtgenlerin üst üste getirilmemesi ve kesilmemesi gerektiğine dikkat edilmesini istemiştir. Öğretmen öğrencilerinin kartonu kaplama süreçlerini incelerken iki farklı cevap dikkatini çekmiştir. İlk gruptaki öğrenciler kartları yatay bir düzende yerleştirip sonucu $6 \times 4 = 24$ bulurken (Şekil a), ikinci gruptaki öğrenciler kartları hem yatay hem de dikey bir düzende yerleştirerek sonucunun $3 \times 4 = 12$ (Şekil b) olduğunu savunmuşlardır.



Şekil a. Şekil b.

Fezra öğretmenin bu soruyu sormadaki amacı ne olabilir?
Siz bu öğrenci çözümleri hakkında ne düşünüyorsunuz?

Hacim ölçmeye yönelik örnek durum



7. Ahmet öğretmen hacim konusunda boyutları yukarıdaki gibi verilen dikdörtgenler prizmasının hacmini öğrencilere sormuştur. Ahmet öğretmenin bu soruyu sormasındaki amacı ne olabilir? Öğrencilerden gelebilecek olası cevaplar nelerdir?

Şekil 2. Görüşme sorularından örnek durumlar

Şekil 2 de verilen örnek durumlardan alan ölçme için olan durum Simon ve Blume (1994) çalışmasından uyarlanmıştır. Öğrencilere birim kare kavramının önemini kavratılmasına yönelik hazırlanmıştır. Örnek durumda verilen küçük dikdörtgen ile büyük şeklin alanını bulmaya yönelik öğrenci çözümleri verilmiştir. İlk çözüm küçük birim sayısı üzerinden yapılırken ikinci çözüm verilen dikdörtgen birimin uzun kenarı baz alınarak yapılmıştır. Katılımcıların bu durumu fark edip yorumlamaları beklenmiştir. Hacim ölçmeye yönelik verilen durum ise Esen ve Çakıroğlu'nun (2012) çalışmalarında kullanılan bir sorudan uyarlanarak hazırlanmıştır. Soruda bir cismin üç farklı açıdan görünümü verilmiştir. Dikdörtgenler prizmasının hacminin yanında uzunlukları verilmiş olan küçük birim cinsinden bulunması istenmiştir. Ayrıntı uzunlukları 1 cm, 2 cm, 1cm şeklinde olan birimin büyük cisim içindeki konumlandırılmaları 1. ve 2 şekilde farklılık göstermektedir. İlk yerleştirmeyi takiben ikinci yerleştirmede görünen yüze 4 tane küçük birim gelmesi gerekirken birimin yönü değiştirilip iki tane gelmiştir. Hacim öğrenmede formül kullanma ezbere öğrenildiği için bu şekilde bir soruda da çözüm hemen görülen yüzlerdeki birim sayılarının çarpılması şeklinde

gerçekleşebilmektedir. Deneyimli öğretmenlerin özel alan bilgisine yönelik olan bu durumu fark etmesi ve olası öğrenci hataları ile bu hatanın kaynaklarını belirleyebilmesi beklenmiştir. Diğer sorular da ilgili alan yazın araştırılarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur.

Veri Analizi

Öğretmenler ile yapılan görüşmelerden elde edilen veriler nitel tekniklerle çözümlenmiştir. Görüşmelerden elde edilen video kayıtları izlenerek yazılı metinlere dönüştürülmüştür. Öğretmenlerle görüşmelerden elde edilen verilerden kod ve temalar belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi yapmada amaç benzer verileri belirli kavram ve temalar etrafında toplamak ve bunları okuyacak kişilerin anlayabileceği şekilde düzenleyip yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Öğretmenlerle görüşmelerden elde edilen kod ve temalar yorumlanırken Ball ve diğerlerinin (2008) matematik öğretmenlerine yönelik kavramsal çerçevesinden yararlanılmıştır. Buna göre öğretmenlerin matematik öğretmek için sahip olması gereken alan bilgisi; genel alan bilgisi, yatay alan bilgisi ve özel alan bilgisi olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır. Çalışmada yatay alan bilgisi ile ilgili veriler sınırlı olduğu için bu bilgi türü genel alan bilgisi altında ele alınmıştır. Görüşme soruları bu bilgi türlerine göre analiz edilmeye çalışılmıştır. Görüşmeler birinci yazar tarafından yapılmış olup veri analizi kısmı her araştırmacı tarafından ayrı ayrı yapılmış ve daha sonra bir araya getirilerek ortak kodlar oluşturulmuştur. Farklı kodlar için araştırmacılar bir araya gelerek bu kodlar üzerinde tartışıp fikir birliğine varmışlardır. Öğretmenlerin görüşmeler sırasında verdikleri cevaplar ve örnekler dikkate alınarak araştırmacılar tarafından belirlenen kod ve temalar bulgular bölümünde öğretmenlerin cevaplarından doğrudan alıntılar yapılarak sunulmuştur.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri: Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonu

Etik değerlendirme kararının tarihi= 14.03. 2022

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası= E-35853172-399-00002085056

Bulgular

Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgilerinin incelenmeye çalışıldığı bu çalışmada öncelikle ilk alt problem olan “Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik genel alan bilgileri nasıldır?” sorusuna yönelik bulgulara yer verilmiştir. Bu kısımda

ilk olarak matematik öğretmenlerinin “Matematik eğitiminde birim kavramını nasıl açıklarsınız?” sorusuna yönelik verdikleri cevaplardan elde edilen kodlar Şekil 3’te sunulmuştur.



Şekil 3. Katılımcıların birim kavramına yönelik düşüncelerinden elde edilen kodlar

Matematik eğitiminde ölçmede birim kavramına yönelik katılımcıların görüşlerinden elde edilen kodlar ölçmede birim teması altında toplanmıştır. Bu kısımda çoğunlukla ölçmede birim denilince uzunluk, çevre, alan ve hacim gibi kavramlar ile standart ölçme birimlerinin düşünüldüğü görülmektedir. Öte yandan iki boyut, üç boyut, kare, küp, kaplama vs. gibi kavramların daha az (Ö5, Ö6) düşünüldüğü görülmüştür. Katılımcıların birim kavramına yönelik bir öğretmen olarak önemli gördüğü fikirlerden elde edilen kod ve temalar Tablo 2 de sunulmuştur.

Tablo 2. Birim kavramı hakkında önemli görülen fikirlerden elde edilen kod ve temalar

Temalar	Kodlar	Katılımcılar
Anlamlılık	Sonucu anlamlandırma	Ö1, Ö3, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6
	Boyut	Ö3, Ö4, Ö2, Ö5, Ö6
	Önem	Ö1, Ö3, Ö2, Ö5, Ö6
	Aidiyet	Ö4, Ö2, Ö5, Ö6
	İhtiyaç hissettirme	Ö3, Ö6
	Temel şey (ölçme için)	Ö3
Kullanım	Nesnelerin özellikleri	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6
	Ölçme yapma	Ö1, Ö2, Ö3, Ö6
	Standartlaştırma	Ö3, Ö2, Ö4, Ö6
	Oran, Karşılaştırma, Ölçme aracı	Ö3

Tablo 2 de birim fikrine yönelik önemli görülen fikirler kullanım ve anlamlılık olmak üzere iki tema altında toplanmıştır. Anlamlılık teması altında birim kavramını anlamlandırmaya yönelik katılımcıların önemli gördükleri fikirlerden boyut, aidiyet (standart birim kullanımında uzunluk, alan veya hacim hangisine ait olduğunu gösterme), önem ve sayısal verinin anlamlandırılması (yani birimsiz kullanılan sayısal ifadelerin anlamsız olduğu) en fazla ifade edilirken, kullanım teması altında ölçülecek nesnelerin özellikleri, ölçme yapma ile standartlaştırma daha çok kullanılan kavramlar olmuştur.

Özellikle sonucu anlamlı kılmak adına birimleri yazdırmaya çok önem verildiği belirtilmiştir. Buna yönelik aşağıda katılımcılara ait alıntılara yer verilmiştir.

“...çocukların bahsettiği sadece sayıların olduğu bir yerde neyden bahsettiklerini anlayamayabilirdik yani birim kavramı nedense orada boyut olayına çok önem veriyorum. Hani boyutla ilişkilendirmelerini önemsiyorum o yüzden sıkıntı olurdu günlük hayatta da derslerde de hani bir şeyi anlamamızı sağlıyor bahsettiğimiz şeyin ne olduğunu anlamamızı sağlıyor.” (Ö4)

Aşağıda aynı kişiden (Ö2) farklı kodlara ait alıntılara yer verilmiştir.

“Birim herhangi bir kavramı açıklamak için, onun neye ait olduğunu göstermek için kullandığımız kavram... yani kavramları neye ait olduğunu göstermek için kullandığımız işte uzunluk ölçüsü mü ağırlık ölçüsü mü sıvı ölçüsü mü bunları ifade etmek için kullandığımız kavramlar... birim olmazsa yani havada kalıyor birim demek onun nereye ait olduğunu göstermek için kullandığımız bir kavram yani birimsiz olduğu zaman hani bir zümreye veya bir şeye ait olup olmadığını bilemiyoruz işte boy ölçüyoruz 10 dediğimiz zaman bu santim mi işte uzunluk mu ağırlık mı bilemediğimiz için birim burada çok önemli bence... elde ettiğimiz verinin nereye ait olduğunu kavramamızı sağlıyor... sonuçta kavram kargaşasını önlemiş oluyor. Bu nedenle birimin ortaya çıkması değerlidir diye düşünüyorum.” (Ö2)

Burada Ö2'nin hem ölçme yapma hem de önem ve aidiyet ile ilgili düşüncelere sahip olduğu görülmektedir. Aşağıda bir diğer bilgi türü olan yatay alan bilgisine ait bir alıntıya yer verilmiştir. Verilen alıntıda Ö6'nın birim kavramı ile üslü ifadeler konusu arasında ilişki kurmaya çalıştığı görülmektedir.

“Üç boyutlu cisimlerin hacmini ölçerken aslında ne kadar yer kaplamaları deyince zaten hacim akıllarına gelmesi gerekiyor öğrencilerin. Neden hacim diye bahsediyoruz üç boyutlu olduğu için orada da bir küp kavramı karşımıza çıkıyor bu üslü ifadeleri öğretirken oradaki küp kavramını hatırlatıyor şey dedim zekâ küpleri var böyle renkli küpler dedim hani orada küp kavramı bizim zekâ küpü üç boyutlu olduğundan biz de üste 3 sayısını gördüğümüzde küpü diye okuyacağız falan diye biraz bağdaştırmaya çalıştım...” (Ö6)

Bu kısımda çalışmanın ikinci alt problemi olan “Matematik öğretmenlerinin ölçmede birim kavramına yönelik özel alan bilgileri nasıldır?” sorusuna yönelik bulgulara yer verilmiştir. Öncelikle matematik öğretmenlerinin birim kare ve birim küp oluşumuna yönelik düşüncelerinin irdelendiği sorulara yönelik katılımcıların görüşlerinden elde edilen kod ve temalar ile örnek durumlara yönelik bulgulara yer verilmiştir. Tablo 3 de alan ve hacim ölçme için kullanılan birim kare ve birim küp oluşumuna dair öğretmenlerin görüşlerinden elde edilen kod ve temalar sunulmuştur. Burada birim kare ve birim küp oluşumundan kasıt tek boyutlu birim kullanımından iki boyutlu ve üç boyutlu birim kullanımına geçiş aşamasıdır.

Tablo 3. Katılımcıların alan ve hacim ölçme için kullanılan birim kare ve birim küp oluşumuna yönelik düşüncelerinden elde edilen kod ve temalar

Temalar	Kodlar	Birim	Katılımcılar
İşlemsel	Farklı cevaplar(birime göre değişen cevaplar)	Birim kare/küp	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
	Kenarların çarpımı, genelleme	Birim kare	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6
	Kenar sayısı, uzunluk sayısı	Birim kare	Ö2, Ö1, Ö3, Ö4, Ö6
	Farklı görevler(alan ve hacim ölçme)	Birim kare/küp	Ö2, Ö3, Ö4
	Standart birim kullanımı	Birim küp	Ö2, Ö4, Ö6
	Aynı görev(ölçme yapma)	Birim kare/küp	Ö1, Ö6
	Materyal kullanımı, boyut farkı	Birim kare/küp	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6
	Yüzeyi/içini doldurma	Birim kare/küp	Ö3, Ö4, Ö5
Kavramsal	Farklı alanlarla ilişkilendirme	Birim kare/küp	Ö3, Ö4
	Yatay- dikey yerleştirme, sıra dizilim	Birim kare	Ö3, Ö5
	Kaplama, birim sayısı	Birim kare	Ö5, Ö6
	Birim yineleme	Birim kare/küp	Ö6

Katılımcıların birim kavramına yönelik görüşlerinden elde edilen kodlar işlemsel ve kavramsal olarak iki tema altında toplanmıştır. İşlemsel teması altındaki kodlardan kenarların çarpımı ile farklı cevaplar (birime göre değişen cevaplar) bütün katılımcılar tarafından ifade edilirken kavramsal teması altında birim yineleme, kaplama, doldurma ve ilişkilendirmenin çok az katılımcı tarafından belirtildiği görülmektedir. Nitekim öğretmenlerin ölçme kavramına ait olan karakteristiklerden olan; birimin uygunluğu, eş birimlerin kullanımı, birimlerin yinelenmesi gibi ifadeleri kullanması beklenmiştir. Kavramsal anlamaya yönelik daha çok materyal kullanımı ile boyut farkı çoğu katılımcı tarafından ifade edilmiştir.

Ayrıca örnek durumlardan elde edilen bulgulara bakıldığında Ö4 birinci örnek durum (alan kavramına yönelik) için öğretmenin hatalı birim seçimi yaptığı şeklinde yorum yapmış ve öğrenci çözümlerini yorumlayamamıştır. Dikdörtgenin uzun kenarını baz alan öğrencinin karmaşık düşündüğünü belirtmiş ancak açıklama yapamamıştır. Standart olmayan birim ile hacim ölçümüne yönelik verilen ikinci örnek durum (hacim kavramına yönelik) için öğretmenin üç boyut fikrini kavratmaya çalıştığını ve birim küp vermesi gerektiğini belirtmiştir. Ö2 de birinci örnek durum (alan kavramına yönelik) için öğretmenin hatalı birim seçimi yaptığı şeklinde yorum yapmış ve öğrenci çözümlerini yorumlayamamıştır. Aşağıda Ö2'ye ait alıntıya yer verilmiştir.

“Aslında burada hani dikdörtgen vermesi bence hatalı birim kare yani kare vermesi daha mantıklı olur kare verse çünkü farklı cevaplar ortaya çıkmazdı burada aynı cevabı bulurdu. Onun için mesela iki farklı şekilde cevap gelmiş öğrencilerden... kare olsa aynı cevap verecek öğrenci farklı bir cevap verme şansı olmayacaktı... çünkü kare olsaydı ikinci öğrenci ister yatay ister dikey yerleştiresin aynı sonucu bulacaktı...” (Ö2)

Ö2 ayrıca olası öğrenci cevabı için çözüm yaptığında ikinci durumdaki dizilimin değiştiğini fark edememiş ve cevap olarak 24 birim olacağını belirtmiştir. Ayrıca metrik uzunluğu kullanmanın gerekmediğini belirtmiştir. Aşağıda Ö2'nin ifadelerine yer verilmiştir.

“Şimdi yatay olarak yerleştirdiğimiz zaman 4 tane var kısa kenarı boyunca 2 tane tabana kaç tane yerleştiriyoruz bundan 8 tane yerleştiriyor 4 x 2'nin 8 tane yükseklikte 3 tane burada

baktığımız zaman sekiz çarpı üçten 24 tane diye cevap gelmiştir... Direk orada şekli saymıştır sayı saymıştır 4 tane var orada 2 tane orada şeklinde yani uzunluk kullanacak bir durum yok aslında orada bizim uzunluğu vermemize herhangi bir gerek olmuyor ...“(Ö2)

Ö1 de birinci örnek durumda öğrenci çözümlerinden birinin yanlış olduğunu belirtmiş çözümleri yorumlayamamış sadece sayısal açıdan ikinci çözümün yanlış olduğunu ifade etmiştir. Hacim için verilen örnek durumda öğrencilerin farklı yerleştirmeler yapabileceğini belirtmiş ancak soruda değişen yerleşim düzenini fark edememiştir. Öğrencilerden beklenen hatalı yanıt Ö1 tarafından da yapılmıştır. Ö3 de alan için verilen durumda ilk çözümün şeklin içini dolduran birim sayısı olduğunu belirtirken ikinci çözümü anlamadığını belirtmiştir. İkinci çözümde tek bir kenar uzunluğu üzerinden gidildiğini ifade ederken neden bunun yapıldığını anlamadığını belirtmiştir. Hacim için verilen durumda ilk çözüm önerisinde öğrencilerden gelebilecek olası hatayı yapmış ancak küçük birimin uzunluğundan yola çıkarak hesapladığında bir tuhaflık olduğunu belirtmiştir. Birkaç kez denedikten sonra ikinci dizilimin farklı olduğunu ve bunun öğrencileri hataya götüreceğini belirtmiştir. Verilen birimin küp gibi görüldüğünü ve hacim formülünden yola çıkarak yanlış cevaplar geleceğini ifade etmiştir. Ö4 alan için verilen durumda öğretmenin standart olmayan birim kullanımını amaçladığını belirtirken öğrenci çözümleri için ikinci çözümün nedenini anlamadığını ifade etmiştir. İlk grubun küçük dikdörtgen sayısı üzerinden alanı bulduğunu, ikinci grubun tam olarak ne amaçladığını bilmediğini ifade etmiştir. Öte yandan küçük dikdörtgenin uzun kenarını referans aldıklarını fark etmiş ancak bunun nedeni olarak gerekçe gösterememiştir. İkinci örnek durum için öğretmenin farklı birimler verildiğinde çocukların cismin hacmini nasıl bulabileceklerini yani ezbere bir anlayıştan ziyade yorumsal bir bakış açısı getirmeyi amaçladığını ifade etmiştir. Olası öğrenci çözümlerinde önceki katılımcılarla benzer şekilde 24 cevabını vermiş ancak küçük birimin uzunluklarını kullandığında farklı sonuç çıktığını fark etmiştir. Bunun nedeni üzerinde düşünmüş ancak bir sonuca ulaşamamıştır. Ö5 de ilk durum için öğretmenin amacını anlamadığını belirtmiş öğrenci çözümleri için ikinci grubun çözümünü yorumlayamamıştır. Ayrıca bu tarz bir soruyu kendi öğrencilerine uygulamayacağını ifade etmiştir. İkinci örnek durumu öğretmenin birim değişikliğini gözlemleme amacıyla sormuş olabileceğini belirtmiş ve olası öğrenci cevaplarında cevabın 24 birim şeklinde bulunacağını ifade etmiştir. Ö5 de olası öğrenci hatasını öngöremediği gibi aynı hatayı uygulamıştır. Ö6 ilk örnek durumda üzerine düşünüp çizimler yaptıktan sonra iki çözüm arasındaki farkı ifade etmiştir. İlk çözümde alan hesabının küçük dikdörtgen birim cinsinden yapıldığını, ikinci çözümde ise küçük dikdörtgenin uzun kenarı üzerinden hesaplandığını ifade etmiştir. Öğretmenin birim kullanımının önemine ve birimin bütün uzunluklarının birbirine eşit (birim kare) olması gerektiğine vurgu yapmak istediğini belirtmiştir. İkinci durum için birim küp verilmediği için birimin yerleşiminden kaynaklı farklı öğrenci cevapları gelebileceğini belirtmiştir. Bu durumların birim kare ve birim küp kullanımını hissettirmeye yönelik sorulduğunu ifade etmiştir. Ö6 örnek durumlarda öğrenci çözümlerini yorumlayabildiği gibi olası öğrenci hatalarını da öngörmüştür. Öte yandan Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5 olası öğrenci hatasını fark edemedikleri gibi benzer hatayı da yapmışlardır. Bu durum standart

olmayan birimlerin kullanımında katılımcıların da ciddi sıkıntıları olduğunu göstermektedir. Çalışmanın son kısmında matematik öğretmenlerinin birim kavramının öğretimine yönelik yaşadıkları zorluklar ve bu zorluklarla başa çıkma yollarına dair görüşlerinden elde edilen kodlar Tablo 4 de verilmiştir.

Tablo 4. Birim kavramının öğretimine yönelik yaşanan zorluklar ve çözüm yolları

Zorluk yaşayan	Zorluklar	Çözüm Yolları	Katılımcılar
Öğrenci	Kavrayamama	Görselleştirme	Ö3, Ö2, Ö5, Ö6
	Soyut Olması		Ö1, Ö2, Ö4, Ö5
	Dönüşümler, Geçişler	Materyal Kullanımı,	Ö1, Ö4, Ö5
	Bireysel farklılıklar	Somutlaştırma	Ö2, Ö6
Öğretmen	Kavramdan kaynaklı		Ö1, Ö5, Ö6
Öğrenci/Öğretmen	Ezberletme, Ezberleme		Ö3, Ö1
Öğretmen	Günlük hayatta olmaması	Günlük Hayat	Ö4, Ö5
	Derine inmemesi, Yüzeysel verme	Örnekleri,	Ö3, Ö4, Ö6
Öğrenci/Öğretmen	Standart olmayan birim kullanımı	Fırsat Kollamak	Ö3, Ö4, Ö6
		Birim kare ve küp kullanımı	

Tablo 4 de verilen katılımcıların birim kavramına yönelik zorlukları öğretmen ve öğrencinin yaşadığı zorluklar şeklinde ikiye ayrılabilir. Öğrencilerin genel olarak kavrayamama, soyut olması ve dönüşümlerde sıkıntı yaşadığı belirtilirken, öğretmenlerin günlük hayatta çok kullanılmamasından kaynaklı bazı birimlerin anlatımında sıkıntı yaşadığı ifade edilmiştir. Özellikle sınıfta gösterimde küçük olan (1m, 1cm, 1mm) birimlerin gösterilebildiği ancak büyük olan (1 hm, 1 km) birimlerin gösterilmesinde sıkıntı yaşandığı belirtilmiştir. Buna yönelik çözüm önerileri ise günlük hayat örnekleri, görsellerin kullanımı ve somutlaştırma şeklinde olmuştur. Ayrıca standart olmayan birimlerin kullanımından kaynaklı da öğrenci ve öğretmenlerin zorluklar yaşadığı belirtilmiştir. Bunun için de birim kare ve birim küp kullanımı önerilmiştir. Nitekim örnek durumlarda bu kısımda öğretmenlerin sıkıntı yaşadığı görülmüştür. Aşağıda Ö5'in yaşadığı zorluklara yönelik görüşlerine yer verilmiştir.

“Yanında birim yazmıyorsa kafasından geçen şeyleri anlamamız da aslında zorlaşıyor... Mesela çocuk 1 kilometreyi görmek istiyor biz ona 1 milimetreyi gösterdiğimiz zaman 1 metreyi gösterdiğimiz zaman hocam diyor 1 kilometre bazen çocuklar bunu isteyebiliyor. Bu noktada belki işte görseller kullanılabilir ya da mesela şimdi yürüyüş yapıyoruz ne kadar yürüyeceğiz hesaplayalım gibi yani bunların aslında biraz da zamanını kollamak gerek, çocuklara böyle yaşantısal şeyler sunmak...”

Aşağıda bir katılımcının standart olmayan birim kullanımı ve somut örnek kullanımına yönelik görüşlerine yer verilmiştir.

“Birim kavramında biz bir dikdörtgen birimini kullanacaksa o dikdörtgen birimini kullandığımızda kısa ve uzun kenarı farklı uzunluklara sahip olduğundan çocuğun kafası karışabilir aynı benim kafamın karışması gibi o yüzden mutlaka aynı kenar uzunluklarına sahip eğer alan ölçme yapıyorsa bir kare kullanmamız gerekir yani birimimizin bütün kenar uzunlukları eşit olmalı... Yoksa farklı kenar uzunluklarına sahip şekil kullandığımız da çocuklardan farklı cevaplar gelebilir... Eğer kare ve küp kavramına çok aşına değillerse hani bu

nereden çıktı gibi olabiliyorlar o yüzden somut örnekler üzerinden gitmek en azından daha yararlı oluyor... Hani zekâ küpü renkli çeviriyorsunuz haa diyorlar tamam 3 tane boyutu vardır şeklinde... Ya da çocuk zaten ilkokuldan aşına olarak geliyorsa kare nedir küp nedir şeklinde birim kavramında zorluk çekmiyor ama diğerleri bayağı bir zorluk çekiyor..."(Ö6)

Ö6 burada özellikle standart olamayan birim kullanımının zorluklara neden olduğunu açıkça belirtmektedir. Ayrıca somut örnek kullanımının önemine de vurgu yaptığı görülmektedir. Aşağıda Ö2'nin öğrencilerin yaşadığı zorluklara yönelik görüşlerine yer verilmiştir.

"Birim kavramının anlaşılmasına yönelik zorluklar çocuğun soyut somut hani bu kavramları soyut somut kısmında anlaması biraz zorlaşıyor. Yani açıkçası onun için görsel olarak mutlaka bunun desteklenmesi gerekiyor ki çocuk buradaki birimi net kavrayabilsin yani hacimdir işte alandır bunları net kavrayabilsin yani..."(Ö2)

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Matematik öğretmenlerinin matematik eğitiminde ölçmede birim kavramına yönelik alan bilgilerinin incelendiği bu çalışmada, ölçmede birim kavramının katılımcıların çoğunluğu tarafından uzunluk, çevre, alan ve hacim gibi kavramlar ile standart ölçme birimleri şeklinde düşünüldüğü tespit edilmiştir. Katılımcıların birim kavramına yönelik bir öğretmen olarak önemli gördüğü fikirlerden anlamlılık teması altında boyut, aidiyet ve sayısal verinin anlamlandırılması en fazla ifade edilirken, kullanım teması altında ise ölçülecek nesnelerin özellikleri, ölçme yapma ile standartlaştırma daha fazla kullanılan kavramlar olmuştur. Özellikle sonucu anlamlı kılmak adına birimleri yazdırmaya çok önem verildiği bütün katılımcılar tarafından ifade edilmiştir. Bu açıdan genel alan bilgisi yönünden bir eksiklik olmadığı görülmüştür.

Katılımcıların birim kare ve birim küp oluşumuna yönelik görüşlerinden işlemsel teması altında toplanan kodlardan kenarların çarpımı ile farklı cevaplar bütün katılımcılar tarafından ifade edilirken kavramsal teması altında birim yinleme, kaplama, doldurma ve ilişkilendirmenin çok az katılımcı tarafından belirtildiği görülmüştür. Bu durum işlemsel anlamaya ağırlık verildiği şeklinde yorumlanmıştır. Nitekim matematik öğretmenlerinin sahip olduğu bilginin niteliğine dikkat çeken çalışmalar öğretmenlerin matematik bilgilerinin hem ilişkisel hem de derinlemesine bir yapıda olması gerektiğini vurgulamaktadır (Ball, 1988; Ball ve diğer, 2005). Alan bilgilerinin örnek durumlar üzerinden irdelenmeye çalışıldığı kısımda katılımcıların özel alan bilgilerindeki eksiklikler göze çarpmıştır. Matematik öğretmenlerinin dikdörtgenin alanının birimlerin yinelenmesi ve yinelenme sayısının belirlenmesi sonucu bulunduğunu fark etmesi ve bu yinelenme sayısının da belirli bir düzen içinde yapıldığını keşfetmesi beklenmektedir (Çiftçi, 2015). Yani birim karelerin sütun ve satırlar boyunca belli bir düzen içinde ele alınması gerekmektedir. Nitekim kaplama eylemi eğer belli bir düzen içinde yapılırsa ölçmede kolaylık sağlayabilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Katılımcılardan sadece ikisinin sıra diziliminden bahsettiği, birim yinlemeden ise sadece bir öğretmenin bahsettiği görülmüştür. Nitekim ilkokul öğretmenlerinin uzunluk, alan ve hacim konusuna yönelik temel kavramlara ilişkin bilgilerinin incelendiği bir çalışmada katılımcıların alan ölçmeye ilişkin anlamlandırmalarının sınırlı olduğu ve bu sebeple alan ölçme sürecini öğrencilerin nasıl

yapılandırdıklarına yönelik çok fazla bir bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür (O'Keefe ve Bobis, 2008).

Öğretmenler alan formülünün toplam birim kare sayısını daha kolay bir şekilde hesaplamaya dayandığını ve bu toplam birim kare sayısını hesaplamak için de sütun ve satır sayılarının çarpılması gerektiğini belirtmişlerdir. Ancak alan kavramına yönelik verilen örnek durumdaki öğrenci çözümlerini bir katılımcı hariç diğerleri yorumlayamamıştır. Nitekim Simon ve Blume (1994) de öğretmen adayları ile benzer sonuçlara ulaşmıştır. Özellikle birim kavramına yönelik öğrenci hatalarındaki örüntüleri yakalama ve öğrenciler tarafından geliştirilen genellemeleri fark etme konusunda ciddi eksiklikler olduğu görülmüştür. Hata kaynağının fark edilmemesi bir yana aynı hatanın öğretmen tarafından da yapıldığı gözlenmiştir. Bu sonuca paralel olarak Esen ve Çakıroğlu'nun (2012) çalışmasında da verilen yanlış öğrenci çözümünün katılımcıların bazıları tarafından fark edilmediği ve bu yanlışın bazı katılımcılar tarafından tekrar edildiği görülmüştür. Katılımcıların görüşlerine yatay alan bilgisi açısından bakıldığında birim kavramı ile üslü ifadeler konusu, rasyonel sayılarda sayı doğrusunda birim kullanımı, grafikler için birim kullanımı ve kareköklü ifadeler ile ilişkilendirmelerin yapıldığı görülmüştür. Ancak bu ilişkilendirmelerin sadece iki katılımcı tarafından yapıldığı görülmüştür. Son olarak birim kavramına yönelik yaşanan zorlukların öğretmen ve öğrencinin yaşadığı zorluklar şeklinde ikiye ayrıldığı görülmüştür. Öğrencilerin soyut olmasından dolayı kavramda ve dönüşümlerde sıkıntı yaşadığı, öğretmenlerin günlük hayatta çok kullanılmamasından kaynaklı bazı birimlerin anlatımında sıkıntı yaşadığı ifade edilmiştir. Nitekim ölçme konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde, genel olarak öğrencilerin ölçme konusuna ilişkin kavramsal öğrenmede zorlandığı, konuların anlamlandırılmadan ezbere öğrenilen formüller şeklinde anlaşıldığı görülmektedir (Battista ve Clements, 1996; Dağlı ve Peker, 2012; Karaca, 2014; Moyer, 2001; Tan-Şişman ve Aksu, 2016). Katılımcılar tarafından ayrıca bu zorluklara yönelik çözüm önerileri de sunulmuştur.

Bu çalışmanın bulgularından yola çıkarak sadece birim kavramının anlatımına yönelik etkinliklerin lisans düzeyinde ders olarak eklenmesi ve bu kavramın önemi üzerinde durulması önerilmektedir. Matematik alan bilgisi açısından bakıldığında genel alan bilgisinde sıkıntı olmamakla birlikte özel ve yatay alan bilgisine yönelik olarak bu kavrama ilişkin içeriklere yer verilebilir. Özellikle standart olmayan birim kullanımında katılımcıların öğrenci hatalarını öngöremediği gibi benzer hataları yaptığı düşünüldüğünde standart olmayan birim kullanımı üzerinde durulması gerektiği görülmektedir. Buna göre ortaokul öğretim programında bu kavrama yönelik daha çok kazanıma yer verilmesi halinde öğretmenlerin birim kavramı üzerine daha çok yoğunlaşacağı düşünülmektedir. Bu durumda da ölçme öğrenme alanında yaşanan sıkıntıların azalacağı düşünülmektedir. Gerek standart gerekse standart olmayan birimlere yönelik farkındalık oluşturmaları için bu kavrama yönelik hizmet içi eğitim kursları verilebilir. Bu kursların verimli olması adına kurs içeriklerinin grup tartışmaları ile

verilmesi önerilmektedir. Ayrıca birim kavramına yönelik sınıf içi gözlemlerin yapıldığı bir çalışma ile mevcut çalışmanın sonuçlarının karşılaştırıldığı bir çalışma yapılması da önerilmektedir.



ENGLISH VERSION

Introduction

Individuals generally employ their mathematics-related knowledge to solve problems in daily life. Measurement, which is one of the sub-learning areas of mathematics, has an essential function in gaining mathematical skills. Measurement can be defined as the comparison of a property of a physical object with a unit used to quantify that property (Bright, 1976). It is related to various knowledge and skills that students frequently meet daily (Ministry of National Education [MONE], 2009). Many subjects, such as shopping cost, sleeping time, height and weight calculation, and distance include measurement activities encountered in daily life. People have been engaged in measurement-related activities in the past and have used their measurement methods and measurement units. The measurement activities generally cover three steps: The first step is determining the objects' property to be measured. For example, it may be necessary to measure the weight, area or volume of the object to be measured. The second step is to select a unit for measurement use (Olkun and Uçar, 2007). This unit can be a non-standard unit such as span, fathom or step, or it can be a standard unit (Olkun and Uçar, 2007). The last step is to compare the object with the selected measurement unit. This comparison can be made in various ways, such as matching, coating or filling. In the educational program, it is aimed that students first make comparisons and rankings based on intuition then measure using non-standard and standard units. (MONE, 2018).

Research generally suggests that students have difficulty in conceptual learning about measurement, and they regard topics such as measuring perimeter, area and volume as formulas learned by rote without making sense (Battista and Clements, 1996; Dağlı and Peker, 2012; Karaca, 2014; Moyer, 2001; Tan-Şişman and Aksu, 2016). It has been stated that students at all grade levels confuse the concepts of area and perimeter (Dağlı, 2010). Determining the property of the object to be measured, choosing a unit and making a comparison which are part of the measurement, are essential ideas that students have difficulty in understanding. The second stage of measurement, unit selection, is one of the topics emphasized during the teaching process. Because regarding the unit as a measurement tool is considered necessary to calculate the area (Çavuş-Erdem, 2018). Therefore, the act of measuring an area is determining how many suitable measuring units should be used for covering a particular area.

The same situation is valid for volume and length, and it is seen that understanding the concept of a unit plays a significant role in understanding these concepts. In addition, studies on student teachers reveal the importance of these topics (Esen and Çakıroğlu, 2012; Simon and Blume, 1994).

In the study by Simon and Blume (1994), which investigated pre-service teachers' content knowledge on measuring area, the participants were asked to find out how many rectangular cards can cover the area of a rectangular table. They presented two different coating methods and discussed the differences of these methods in the class. The first of these methods was to find the area with the help of the total number of units, and the second one was to find the area using the side lengths of the given small rectangular cards. However, the participants cannot comprehend the details of these methods. The study concluded that the pre-service teachers did not know how to connect the area with the rectangle shape. Another finding is that the shape and size of the unit arrays depend on the unit selected for area measurement and the object's dimensions. Esen and Çakıroğlu (2012) also examined pre-service teachers' understanding of using units in measuring volume through interviews.

An example was given to the participants, and they were asked to evaluate it. In this way, their thoughts on measuring volume and their thoughts on measuring volume with non-standard units were examined. It was found that some of the participants did not notice the incorrect solution given in the example. Furthermore, some of them repeated the same error in their answers. On the other hand, O'Keefe and Bobis (2008) investigated primary school teachers' knowledge of the basic concepts of length, area and volume and their knowledge about students' structuring of the measurement process. Four teachers with different years of experience were asked questions about the basic concepts of measurement and the process, and their knowledge about student learning. It was observed that the participants' comprehension about the field measurement was limited; therefore, they did not have much information about how the students may structure the field measurement process. It was also determined that they did not use different teaching methods and techniques in area measurement. Considering these findings, it can be stated that there are deficiencies in the explanations and representations of the in-service teachers and pre-service teachers about mathematical concepts and processes. Given that this situation naturally affects student learning negatively, it is confident that there is a need for studies on teachers' content knowledge.

It is known that teachers are one of the most important components affecting mathematics education. The study by Shulman (1986) revealed the knowledge that teachers should have. Ball et al. (2008) put forward a conceptual framework for mathematics teachers based on the teacher knowledge model developed by Shulman (1986). In this conceptual framework, the knowledge that teachers should have is divided into two groups as pedagogical content knowledge and content knowledge. Pedagogical content knowledge is about how to teach a specific subject area. It is grouped under three categories: teaching content and student information, teaching content and teaching information, and

teaching content and program information. Content knowledge is divided into three categories: general content knowledge, special content knowledge and horizon content knowledge. Since this study aims to examine teachers' understanding of how the unit concept is formed, other types of knowledge (content and student knowledge, content and teaching knowledge, and content and program knowledge) are not included in the study. In the study, the concept of unit is examined based on the content knowledge. The related information types are given below:

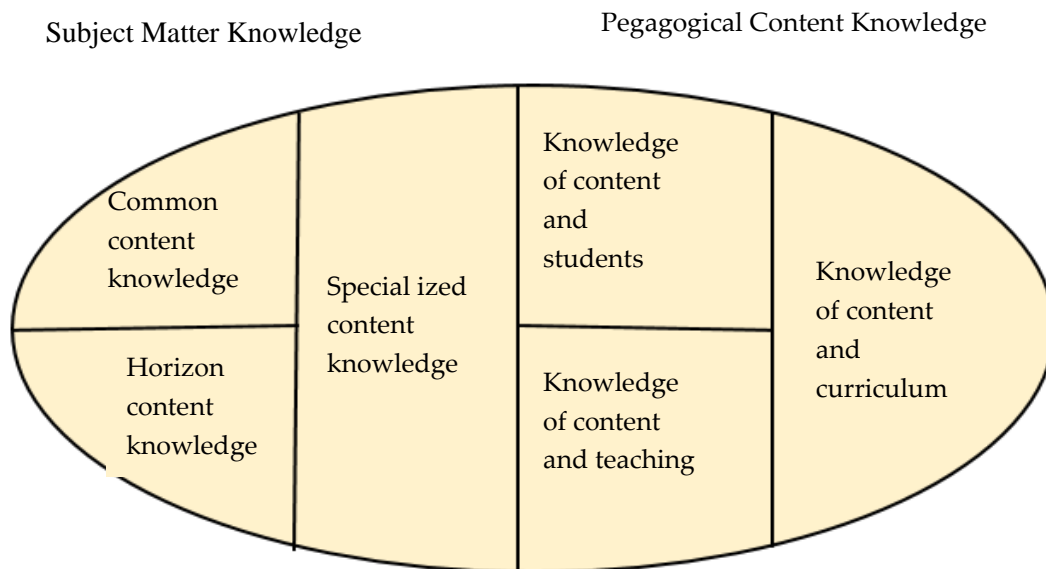


Figure 1. Information types required for mathematics teaching (Ball, Thames and Phelps, 2008)

Figure 1 shows the necessary knowledge types for mathematics teaching, but some of them may be used for other domains of teaching. Mathematical knowledge and skills are the knowledge that every individual who knows mathematics can have. Determining a number between two decimal expressions or converting length units to each other can be given as its examples. The teachers' knowledge of whether a subject in mathematics is related to other subjects in the program is the horizon content knowledge (Ball, et. al., 2008). For example, associating the concept of unit in measurement with the square and cube of a number in exponential expressions is part of this knowledge. In the study the horizontal domain knowledge is considered under general domain knowledge. Finally, specialized content knowledge is defined as the type of knowledge used by teachers (Ball, et al., 2008). An example of this type of knowledge is to present mathematical ideas, know the benefits of different representations, find patterns in student errors, and determine the generalization status of algorithms created by students (Hill, Schilling and Ball, 2004). Being able to interpret the sample solutions given in the interview items used in this study falls under this type of knowledge. Interview items have been developed according to these types of information, and the findings are discussed based on this framework.

Studies on teacher knowledge show that the content knowledge of teachers and of student teachers affects their teaching methods and, therefore, students' success (Ball, Hill, and Bass, 2005; Hill, et al., 2008). Teachers should have a piece of good content knowledge in order to support student learning. Some studies reported that teachers' mathematics content knowledge was associated with the mathematics courses they took during their undergraduate years (Rowan, Correnti, and Miller, 2002; Wayne and Youngs, 2003). On the other hand, it is also emphasized that these courses are not sufficient for teachers to teach mathematics and that the structure and characteristics of mathematics content knowledge should take into consideration the classroom context (Franke, Carpenter, Levi and Fennema, 2001; Hiebert, Gallimore and Stigler, 2002). Studies dealing with mathematics content knowledge in the context of the classroom stated that there are significant deficiencies in teachers' content knowledge on different subjects (such as numbers, fractions, algebra) (An, Kulm, and Wu, 2004; Işıksal, 2006; Simon and Blume, 1994; Tzmantar and BingTlbali, 2009). Considering the role of the teacher in the education-teaching process, it is important to know the content knowledge. Therefore, studies about the basic knowledge of teachers are important, and there is a need for studies examining their thinking structures (Esen and Çakıroğlu, 2012). It is essential to examine the content knowledge of teachers who have experience in the content about the concept of unit in measurement.

Aim

In this study it is aimed to examine the thoughts of mathematics teachers about the concept of a unit in measurement. Their content knowledge about the unit concept has been discussed in the context of the following characteristics of the measurement concept; recognition of quality, concept of unit and suitability of unit, use of equivalent units, and repetition of units. The study's research problem is formulated as follows: "How is the content knowledge of mathematics teachers about the concept of unit in measurement?" In line with this aim, the study attempts to answer the following:

- ⊙ At which level do math teachers have content knowledge about the unit concept in measurement?
- ⊙ At which level do math teachers have specific content knowledge about the unit concept in measurement?

Method

The study was designed as qualitative research. Qualitative research provide an opportunity to investigate a topic in depth (Patton, 2002). Since the study aims to examine the perceptions of mathematics teachers towards the concept of unit in measurement through interviews, the phenomenology design, one of the qualitative research approaches, was used. This design is defined as making the experiences of a group about a phenomenon or a situation meaningful (Creswell, 2007). In addition, it also aims to focus on the phenomena that we may be aware of but do not have an in-depth and detailed understanding (Yıldırım, 2018). What phenomena mean here is events, perceptions,

experiences, orientations, concepts and situations. The phenomenology design constitutes a suitable research ground for studies that aim to investigate the phenomena encountered in daily life, but whose full meaning cannot be comprehended (Yıldırım, 2018). The use of phenomenology design was deemed appropriate since the research aimed to investigate how the concept of unit, which is a known concept, was perceived by the participants.

Participants

The study participants are secondary school mathematics teachers with varying levels of teaching experience working at public schools in different cities. Interviews were made with six secondary school mathematics teachers. Of them four were female and 4 male. Criterion sampling, which is one of the purposive sampling methods, was used to select the participants. Through the criterion sampling, participants are selected based on a set of predetermined criteria (Yıldırım and Şimşek, 2018). The criteria used in the sampling process were determined as follows: The participants must be a mathematics teacher and have at least 3 years of experience. The 3-year experience requirement has been set considering the distance education process used in the recent period. Therefore, they were required to have at least one year of face-to-face education experience. The other point was that the participants should participate in the study voluntarily. Instead of using the names of the participants various codes were used based on their years of teaching experience. For instance, a participant with a 19-year experience of in teaching was coded as T1 or another one with a 15-year of experience in teaching was coded as T2. Table 1 presents the distribution of the participants based on their teaching experience and educational background.

Table 1. *Distribution of the participants based on their teaching experience and educational background*

Teaching experience (in years)	Educational background	Codes
19 years	Undergraduate	T1
15 years	Graduate	T2
13 years	Graduate	T3
6 years	Undergraduate	T4
4 years	Undergraduate	T5
3 years	Graduate	T6

As can be seen in Table three participants had undergraduate education and the remaining three had graduate education (T3 and T6 were doing PhD and T2 had a master's degree).

Data collection tools

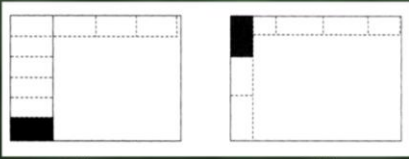
The data of the study were collected through interviews. Due to the requirements of qualitative research (Fraenkel and Wallen, 2012), the data obtained are used to present ideas, not to make generalizations. Demographic information is also included in the interview form. The educational

background of the participants (undergraduate, graduate) and their teaching experience were employed in the discussion of the study's findings. An interview form was developed by the authors based on the relevant studies. (Çiftçi, 2015; Esen and Çakıroğlu, 2012; Simon and Blume, 1994). For the content validity of the interview form, it was reviewed by two education specialists on mathematics education working at different universities. They analysed the form concerning whether or not it served for the research problems and whether or not it adequately covered the topic at hand. Following this review, a pilot study was conducted on one mathematics teacher. Based on the pilot study's findings, necessary corrections were made on the form. For example, some of the items were removed from the form. In addition, the number of questions was reduced due to the time limit, and some expressions were changed in line for a clearer understanding. After these modifications, the interview form was finalized. The final version of the semi-structured interview form included ten questions. The interview questions were generally designed to reveal the teachers' views on the formation of the unit concept. The first five questions (1, 2, 3, 4. and 5) are about the significant points regarding the unit concept for teachers. They also deal with the teacher views on the construction of the br^2 ve br^3 . Sample items from this group are as follows: "What do you think about the role of the unit concept in the measurement process?" and "What do you think about unit square and unit cube formation?" The items 6 and 7. required making comments on using units based on samples (see Figure 2). The last three items in the interview form (8, 9 and 10) are designed to reveal the relationship between the area formula and the unit square number. The same author made the interviews to improve the reliability. Due to the pandemic, the interviews were held via the Zoom platform and were recorded. Permission was obtained from the participants for video recording. Below are two examples of situations added to the interview questions.

Situation related to area measurement

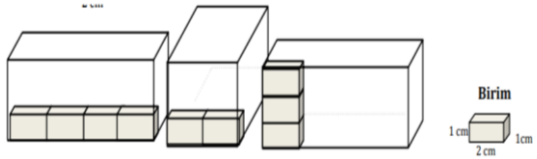
Situation related to volume measurement

6. Feyza teacher distributed a cardboard and small rectangular cards to her students. She then asked the students to figure out how many cards would be needed to cover this cardboard. She also wanted to be careful that rectangles should not be overlapped or cut. While the teacher was examining the cardboard coating processes of his students, two different answers caught his attention. While the students in the first group placed the cards in a horizontal order and found the result $6 \times 4 = 24$ (Figure a), the students in the second group argued that the result was $3 \times 4 = 12$ (Figure b) by placing the floors in both a horizontal and vertical order.



Şekil a. Şekil b.

What could be the purpose of Feyza teacher in asking this question? What do you think about these student solutions?



7. Teacher Ahmet asked the students about the volume of the rectangular prism, whose dimensions are given as above. What could be the purpose of Ahmet teacher asking this question? What are the possible answers from the students?

Figure 2. Sample interview items

The case for field measurement given in Figure 2 was adapted from the study of Simon and Blume (1994). It was designed to make students comprehend the importance of the unit square concept. Students' solutions are given to find the area of the small rectangle and the large shape given in the example case. While the first solution is based on the small number of units, the second is based on the long side of the rectangular unit. Participants were expected to notice and interpret this situation. The situation for measuring volume was designed by adapting a question used in the study of Esen and Çakiroğlu (2012). In the question, the view of an object from three different angles is given. In the question, the volume and lengths of the rectangular prism are given and it is asked to find the answer in small units. The position of the unit, whose edge lengths are 1 cm, 2 cm, and 1 cm, in the large object differs in two cases in Figure 2. While there should be 4 small units on the face appearing in the second position after the first position, two units appear since the direction of the unit was changed. Given that using formulas in volume learning is learned by rote, a question such as this can be solved by multiplying the unit numbers in the visible faces. Experienced teachers were expected to realize this situation and to identify potential student errors along with its sources. Other questions were also created by authors based on the relevant studies.

Data analysis

The data obtained from the interviews with the teachers were analyzed using qualitative techniques. The video recordings of the interviews were transcribed and converted into written texts. Codes and themes were developed based on the interview data. For this purpose, content analysis was used to analyse the data. Content analysis aims to gather data about certain concepts and themes, and to organize and interpret them in a way that readers can understand. (Yıldırım and Şimşek, 2018). While interpreting the codes and themes obtained as a result of the analysis of the interviews, the conceptual framework for mathematics teachers developed by Ball et al. (2008) was used. In this framework, the content knowledge teachers should have to teach mathematics is categorized under the following three headings: common content knowledge, horizon content knowledge and specialized content knowledge. Since the study's data on horizon content knowledge is limited, it was added to the common content knowledge. The first author made the interviews, and the data analysis was carried out by each author separately. Then they met to form common codes. The authors reached a consensus on different codes as a result of their discussions. Considering the answers and examples given by the participants during the interviews, the codes and themes determined by the authors were presented in the findings section by directly quoting the answers of the teachers.

Ethical permission

In this study, all the rules specified in the Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive were followed. None of the actions specified under the title of Actions

Contrary to Scientific Research and Publication Ethics, which is the second part of the Directive, have been taken.

Ethics committee permission information: Name of the committee that made the ethical evaluation = Hacettepe University Ethics Committee

Date of ethical review decision = 14. 03. 2022

Ethics assessment document number= E-35853172-399-00002085056

Findings

In this study, in which the field knowledge of mathematics teachers about the concept of unit in measurement is examined, first of all, the first sub-problem, "How is the common content knowledge of mathematics teachers about the concept of unit in measurement?" The findings for the question are included. In this part, first of all, mathematics teachers asked, "How do you explain the concept of unit in mathematics education?" The codes obtained from the answers given to the question are presented in Figure 3.

The findings of the study, in which the content knowledge of mathematics teachers about the concept of unit in measurement is analysed, were discussed first regarding the first research problem, namely "How is the content knowledge of mathematics teachers about the concept of unit in measurement?" In order to answer this question, the participants were asked to reply the following question in the interview: "How do you explain the concept of unit in mathematics education?" The codes were developed from the answers to this question which are presented in Figure 3.



Figure 3. Codes developed from the teacher views about the unit concept

The codes developed from the teacher views about the unit concept are grouped under the unit's theme in measurement. As shown in Figure 3, the participants expressed the concept of unit in

measurement in terms of terms such as length, perimeter, area and volume, and standard measurement units. On the other hand, it was seen that concepts such as two-dimensionality, three-dimensionality, square, cube, and covering were mentioned less (T5, T6). The codes and themes obtained from the important ideas of the participants as a teacher about the unit concept are presented in Table 2.

Table 2. Codes and themes obtained from important ideas about the concept of unit

Themes	Codes	Participant codes
Making sense	Making sense of the result	T1, T3, T2, T4, T5, T6
	Dimension	T3, T4, T2, T5, T6
	Importance	T1, T3, T2, T5, T6
	Belonging	T4, T2, T5, T6
	Need	T3, T6
	Basic thing (for measuring)	T3
Use	Properties of objects	T1, T2, T3, T4, T6
	Measuring	T1, T2, T3, T6
	Standardization	T3, T2, T4, T6
	Ratio, Comparison, Measuring tool	T3

As can be seen in Table 2 the important ideas for the participants about unit in measurement were grouped under two themes: making sense and use. Under the first theme the participants consider important to make sense of the concept of unit, size, belonging (indicating which one belongs to length, area or volume in the use of standard units), importance and making sense of numerical data (that is, numerical expressions used without units are meaningless) were mostly expressed. Under the use theme, measuring and standardization have been the concepts that are used more frequently. In particular, it was stated by the participants that great importance was attached to have student to write the units in order to make the result meaningful. Some quotations from the participant statements about these themes are given below:

“...we might not be able to understand what the children were talking about in a place with only numbers. In other words, I attach great importance to size in the unit concept. Because students should associate it with size. If this were not the case, it would be a problem both in daily life and in lessons because these provide understanding of the subject.” (T4)

“The unit is used to explain any concept and to show which concept belongs to where. In other words, it is a concept we use to show what concepts belong to where. For example, it may be a measure of length, a measure of weight, or a measure of liquid. Without a unit, it is impossible to show where something belongs to. For example, when we say 10 while measuring height, the unit needs to be added to the number. Otherwise, we cannot know whether this number refers to length or weight. That's why the unit is so important. The unit allows us to understand where data we obtain belongs to. In this way, it avoids conceptual confusion. That's why I think it is important to express the unit.” (T2)

In the example above, it is seen that T2 has thoughts about both measuring and the importance of the unit in stating the source of belonging. A quotation about the horizontal area information is given below. Here it is seen that T6 tried to establish a relationship between the concept of unit and the subject of exponential expressions.

“When asked how much space these objects take up when measuring the volume of three-dimensional objects, students should already think of volume. Why do we talk about volume,

because these objects are three-dimensional. So here comes the concept of a cube. While teaching exponential expressions, I said that there are Rubik's Cubes, colorful cubes, because they remind the concept of cube. Since our cube concept is three-dimensional, I tried to reconcile it a little so that when we see the number 3 on top, we will read it as the cube or something..." (T6)

The findings on the research question, At which level do math teachers have content knowledge about the unit concept in measurement? are discussed in this section. Table 3 show the codes and themes developed from the interview data about the unit concept in measurement and the unit cube. Here, the formation of unit square and unit cube means the transition from one-dimensional units to two-dimensional and three-dimensional units.

Table 3. Codes and themes about unit square and formation of unit cube concerning area and volume

Themes	Codes	Unit	Participant codes
Procedural	Different answers (based on units)	unit square /cube	T1, T2, T3, T4, T5, T6
	Multiplication of sides, generalization	unit square	T1, T2, T3, T4, T5, T6
	Number of sides, number of lengths	unit square	T2, T1, T3, T4, T6
	Different tasks (measuring area and volume)	unit square /cube	T2, T3, T4
	Standard unit usage	unit square	T2, T4, T6
	Same task (measuring)	unit square /cube	T1, T6
	Material use, size difference	unit square /cube	T1, T2, T4, T5, T6
	Surface/filling	unit square /cube	T3, T4, T5
Conceptual	Associating with different fields	unit square /cube	T3, T4
	Horizontal-vertical placement, row arrangement	Unit square	T3, T5
	Covering, number of unit	Unit square	T5, T6
	Unit repetition	unit square /cube	T6

The codes about unit square and formation of unit cube concerning area and volume are grouped under two themes, namely procedural and conceptual. While different answers (answers that vary according to the unit) from the codes under the operational theme were expressed by all participants, it is seen that under the conceptual theme, unit repetition, covering, filling and association were stated by very few participants. Teachers were expected to use expressions such as the suitability of the unit, the use of equivalent units, and the repetition of units, which are among the characteristics of the measurement concept. With the use of more materials for conceptual understanding, the size difference was expressed by most of the participants.

In addition, the findings obtained from the sample cases show that T4 commented that the teacher made an incorrect unit selection for the first sample case (for the concept of area) and could not interpret the student's solutions. He stated that the student thought it was complex based on the long side of the rectangle, but he could not explain. He stated that for the second example case (for the concept of volume) given for volume measurement with non-standard units, the teacher tried to make the idea of three dimensions comprehended and he should give unit cubes. In T2, he commented that the teacher made an incorrect unit selection for the first example case (for the concept of field) and the student could not interpret his solutions. Below is an excerpt from the statements of T2.

“Actually, I think it is wrong to give a rectangle here. It would make more sense to give a unit square or square. If he used a square, different answers would not have arisen and he would have found the same answer here. Therefore, students provided two different answers. If square was used, the student would have given only one answer. Because the student would not have a chance to give a different answer. Because if the square was used, the second student would find the same result whether he placed it horizontally or vertically....” (T2)

T2 also did not realize that the sequence in the second case had changed when he made a solution for the possible student answer and stated that there would be 24 units. He also stated that it is not necessary to use the metric length. Below are the statements of T2.

“When we place it horizontally there are 4 of them. There are 2 on the short side. How many of these do we put on the floor? 8 of them. There are 8 out of 4×2 results. There are 3 in height. Eight times three is 24, that answer was given. The student counted the shape: 4 there and 2 there. In fact, there is no use for length. There is no need for us to give the length. ...”(T2)

In the first example, T1 stated that one of the student's solutions was incorrect but could not interpret the solutions. He only stated that the second solution was incorrect in terms of numbers. In the example given for the volume, he stated that students can make different placements. However, he could not notice the changing layout in the question. The incorrect answer given by the students was also made by T1. T3 stated that the first solution for the area was the number of units that fill the shape but stated that he did not understand the second solution. While he stated that a single edge length was used in the second solution, he stated that he did not understand why this was done. In the case given for the volume, he made an error that the students could make in the first solution, but he stated that there was something strange when he calculated it based on the length of the small unit. After trying several times, he stated that the second sequence was different and this would cause students to give incorrect answers. He stated that the given unit was seen as a cube and that incorrect answers would be given based on the volume formula. While T4 stated that the teacher intended to use non-standard units in the example about area, he stated that he did not understand the reason for the second solution of the students. He reported that the first group found the area over the number of small rectangles. The participant stated that he did not know exactly what the second group intended.

On the other hand, this participant noticed that the students referred to the long side of the small rectangle, but could not explain why. Regarding the second example, this participant stated that the teacher aimed to develop an interpretive point of view that allows children to find the object's volume by giving different units. Concerning possible student solutions, this participant answered 24, similar to the previous participants. However, this participant noticed that different results were obtained when he used the lengths of the small unit. He thought about the reason for this, but could not conclude. The teacher coded as T5 stated that he did not understand the purpose of the teacher in the example. This participant could not interpret the solution of the second group in the student solutions in the same example. In addition, this teacher stated that he would not apply such a question to his students. The participant stated that the teacher might have asked for the unit change to observe in the second example and stated that the possible answer would be 24 units. The participant coded as T5

could not foresee the possible student error and made the same error himself. The participant who was coded as T6 expressed the difference between the two solutions after thinking about the first example making drawings. This participant stated that in the first solution, the area is calculated in units of the small rectangle, and in the second solution, it is calculated over the long side of the small rectangle. T6 also stated that the teacher wanted to emphasize the importance of using units and that all unit lengths should be equal (unit square). In addition, this participant stated that since the unit cube is not given in the second example, different student answers may be given due to the placement of the unit. The participant stated that these situations were asked to show unit square and unit cube use. T6 was able to interpret the students' solutions and predicted possible student errors.

On the other hand, the participants coded as T1, T2, T4 and T5 did not realize the possible student errors and made a similar error. This situation shows that the participants have serious problems using non-standard units. In the last part of the study, the difficulties experienced by mathematics teachers in teaching the unit concept and their views on coping with these difficulties are discussed. The codes related to these are given in Table 4.

Table 4. *Difficulties regarding the teaching of the unit concept and potential solutions*

Person having difficulty	Difficulty	Solution	Participant codes
Students	Not being able to comprehend		T3, T2, T5, T6
	Being abstract	Visualization	T1, T2, T4, T5
	Transformations, Transitions	Use of materials,	T1, T4, T5
	Individual differences	Concretization	T2, T6
Teacher	Conceptual difficulties		T1, T5, T6
Student/teacher	Route teaching and learning		T3, T1
Teacher	Lack of any example in daily life	Examples from daily life,	T4, T5
	Not using in-depth information, using superficial information	Using opportunities	T3, T4, T6
Student/teacher	Use of a nonstandard unit	Using the unit square and cube	T3, T4, T6

As can be seen in Table 4 the difficulties reported by the participants are divided into two categories: difficulties experienced by teachers and difficulties experienced by students. Regarding the latter, the participants mentioned the students' inability to comprehend the topic and the abstract nature of the topics. Concerning the difficulties experienced by teachers the following are reported: lack of examples of the topic in daily life. Participants reported that small size units (1m, 1cm, 1mm) are easy to discuss in classrooms, but it is hard to discuss large units (1 hm, 1 km). They suggested that using daily life examples, visuals and concrete examples may reduce the problems. In addition, the participants stated that students and teachers experienced difficulties using non-standard units. The use of unit square and unit cube is suggested to reduce this difficulty. In exemplary cases, it has been

observed that teachers have difficulties in regard to this. Below are the statements of T5 about the difficulties he experienced.

“ If there is no unit written next to the number, it becomes difficult for us to understand it. For example, the children wants to see 1 kilometer, when we show him 1 millimeter or 1 meter, they cannot fully understand them. In these cases, visuals can be used or questions can be asked such as let's calculate how long we will walk. In this way, connections can be made with real-world events...”

Below is the statements of a participant in regard to the use of a non-standard unit and the use of concrete examples.

“ When we use a rectangle as a unit concept, the children may be confused because the short and long sides of the rectangle have different lengths. Therefore, we must use a square which have the same side lengths. In other words, all the side lengths of our unit must be equal. Otherwise, when we use shapes with different side lengths, different answers may come from the children. If they are not very familiar with the concept of square and cube, it is more useful to use concrete examples. For example, when we say you are turning a Rubik's cube, the students understand and they say that it has 3 dimensions. Or, if the child already knows what a square is and what a cube is from their knowledge gained at primary school, he has no difficulty in unit concept. But if the students do not know them, they have difficulty....”(T6)

T6 clearly states the sources of difficulty in the use of non-standard units. In addition, the participant emphasized the importance of the use of concrete examples. The statements of T2 in regard to the difficulties experienced by students are given as follows:

“Difficulties in understanding the unit concept are related to the children's understanding of abstract and concrete concepts. For this reason, these subjects need to be supported visually so that they can clearly understand the unit here....”(T2)

Discussion, conclusion and suggestions

In this study, in which the content knowledge of mathematics teachers on the concept of unit in measurement in mathematics education was examined, it is found that most of the participants considered the concept of unit as length, perimeter, area and volume, and regarded it in terms of standard measurement units. Under the first theme the participants consider it important to make sense of the concept of unit, size, belonging (indicating which one belongs to length, area or volume in the use of standard units), importance and making sense of numerical data (that is, numerical expressions used without units are meaningless) were mainly expressed. Under the use theme, measuring and standardization have been the concepts that are used more frequently. In particular, it was stated by the participants that great importance was attached to have a student to write the units in order to make the result meaningful. Therefore, the participants do not have apparent deficiencies in terms of their common content knowledge.

While different answers were expressed by all participants with the product of the sides from the codes based on the participants' views gathered under the operational theme of unit square and unit cube formation, it is seen that very few participants specified unit repetition, covering, filling and association under the conceptual theme. This was interpreted as the participants' emphasis on

procedural understanding. Studies that draw attention to the nature of the knowledge that mathematics teachers should have emphasized that teachers' mathematical knowledge should be both relational and in-depth (Ball, 1988; Ball et al., 2005). In the study where the field knowledge was examined through examples, the deficiencies in the special content knowledge of the participants were observed. It was expected that the mathematics teachers would realize that the area of the rectangle can be found as a result of the repetition of the units and the determination of the repetition number, and that this repetition is made in a certain order (Çiftçi, 2015). In other words, unit squares should be handled in a certain order along columns and rows. If the covering action is done in a certain order, it can facilitate measurement (Van de Walle, Karp, and Bay-Williams, 2012). It is seen that only two of the participants talked about the rank order and only one teacher talked about the unit repetition. A study examining primary school teachers' knowledge on the basic concepts of length, area and volume found that the participants had limited understanding of area measurement. Therefore, they did not have much information about how students structured the area measurement process (O'Keefe and Bobis, 2008).

The teachers stated that the area formula is based on calculating the total number of unit squares more easily and that the number of columns and rows should be multiplied to calculate this total number of unit squares. However, in the example given for the area concept, the participants could not interpret the students' solutions except for one participant. Similarly, Simon and Blume (1994) reached similar results in their study on pre-service teachers. It was found that the participants had severe deficiencies in revealing the patterns in students' incorrect solutions regarding the unit concept and in recognizing the generalizations developed by the students. It has been observed that the same incorrect solution was given by the teacher, aside from the fact that the source of the error was not noticed. In parallel with this result, it was reported in the study of Esen and Çakıroğlu (2012) that the incorrect student solution was not noticed by some of the participants who repeated the same incorrect answer. When the views of the participants are examined in terms of horizon content knowledge, it is seen that the concept of unit and the subject of exponential expressions are associated with using units on the number line in rational numbers, the use of units for graphs and square root expressions. However, it is seen that only two participants made these associations. Finally, it is found that the difficulties experienced regarding the unit concept were divided into two groups: the difficulties experienced by the teacher and those experienced by the student. It is stated that students have difficulties in comprehension and transformations of the concepts due to their abstractness and that teachers have difficulties in expressing some units because they are not used much in daily life. When the studies on measurement are examined, it is seen that students generally have difficulty in conceptual learning about measurement and the topics are understood as formulas learned by rote without making sense of them (Battista and Clements, 1996; Dağlı and Peker, 2012; Karaca, 2014; Moyer, 2001; Tan-Şişman and Aksu, 2016). Participants suggested some solutions to overcome these problems.

Based on the findings of this study, it is suggested that activities for the expression of the unit concept should be added as an undergraduate course and the importance of this concept should be emphasized. In terms of mathematics content knowledge, there is no problem in general content knowledge, but content related to this concept can be included for special and horizon content knowledge. It is seen that the use of non-standard units should be emphasized, especially when it is considered that the participants could not predict students' incorrect answers and made similar mistakes in the use of non-standard units. Accordingly, it is thought that teachers will focus more on the concept of unit if more acquisitions for this concept are included in the middle school program. Therefore, problems experienced in measurement and learning might be reduced. In-service training courses on this concept can be offered to raise awareness for both standard and non-standard units. In order for these courses to be productive, it is recommended that group discussions should accompany the course contents. In addition, it is recommended to conduct a study in which classroom observations are made on the concept of the unit and in which the results of the current study are compared.

Kaynakça

- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172. doi: 10.1023/b:bjmte.0000021943.35739.1c
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and Reasoning in Mathematical Pedagogy: Examining What Prospective Teachers Bring to Teacher Education*. Unpublished Doctoral Dissertation, Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?. *American Educator*, 29(1), 14-17. <http://hdl.handle.net/2027.42/65072>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554.
- Battista, M. T. & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of threedimensional rectangular arrays of cubes. *Journal of Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- Bright, G. W. (1976). *Estimation as part of learning to measure*. National Council of Teachers of Mathematics Yearbook.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Thousands Oaks, CA: SAGE Publications.
- Çavuş-Erdem, Z. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Çiftçi, Ş. K., (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin alan bilgilerinin öğretim materyali geliştirme temelli mesleki gelişim çalışması bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Dağlı, H. & Peker, M. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerin çevre uzunluğunu hesaplamaya ilişkin ne biliyor? *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 5(3), 330-351. <http://www.keg.aku.edu.tr/>
- Esen, Y., & Cakıroğlu, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları. *MAT-DER Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(1), 21-30. <https://dergipark.org.tr/en/pub/med/issue/10435/127798>.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689. <https://doi.org/10.3102/00028312038003653>.

- Fraenkel, J. R., & Wallen, N.E. (2012): *How to design and evaluate research in education*. (8. Baskı). New York: McGraw-Hill International Edition.
- Hiebert, J., Gallimore, R., & Stigler, J. W. (2002). A knowledge base for the teaching profession: What would it look like and how can we get one? *Educational Researcher*, 31(5), 3-15. <https://doi.org/10.3102/0013189X031005003>.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511. <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>.
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30. https://sii.soe.umich.edu/newsite_temp/documents/hill_schill_ball.db.r59E46.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions*. Unpublished Doctoral Dissertation, Institute of Education Sciences, Middle East Technical University, Ankara.
- Karaca, Aydın. Ö. (2014). 8. sınıf öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim ölçme kavramlarını anlamaya ilişkin yeterliliklerinin incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2009). *6-8. Sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Yayınları.
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197. https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1054&context=teal_facpub
- Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. (3.baskı) Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
- O'Keefe, M., & Bobis, J. (2008). Primary teachers' perceptions of their knowledge and understanding of measurement. In M. Goss, R. Brown, & K. Makar (Eds), *Navigating currents a directions* (pp. 391-398). Brisbane, QLD: MERGA.
- Özmantar, M. F. & Bingölbali, E. (2009). Sınıf öğretmenleri ve matematiksel zorlukları. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 8(2), 401-427. <https://eds.s.ebscohost.com/eds/pdfviewer/pdfviewer?vid=0&sid=6dbc652f-f9d5-4b80-8767-1ba5ee2bd765%40redis>.

- Patton, M. Q. (2002). Two decades of developments in qualitative inquiry: A personal, experiential perspective. *Qualitative social work, 1*(3), 261-283. <https://doi.org/10.1177/1473325002001003636>.
- Rowan, B., Correnti, R., & Miller, R. (2002). What large-scale survey research tells us about teacher effects on student achievement: insights from the prospects study of elementary schools. *The Teachers College Record, 104*(8), 1525-1567. <https://doi.org/10.1111/1467-9620.00212>.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior, 13*(2), 183-197. [https://doi.org/10.1016/0732-3123\(94\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0732-3123(94)90022-1)
- Tan-Sisman, G. & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*: 1293–1319. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9642-5>
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Wayne, A. J., & Youngs, P. (2003). Teacher characteristics and student achievement gains: A review. *Review of Educational Research, 73*(1), 89- 122. <https://doi.org/10.3102/00346543073001089>
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (11. Baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi. s.242-243.