

Research Article/Araştırma Makalesi

Investigating the Mathematical Discourses of Secondary School 8th Grade Students: Case of Linear Equations

Hatice ÇOLAK¹  Mustafa AKINCI^{*2} 

¹ Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Turkey, haticekubra.ho@gmail.com

² Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Turkey, mustafa.akinci@beun.edu.tr


* Corresponding Author: mustafa.akinci@beun.edu.tr

Article Info

Received: 08 January 2023

Accepted: 16 March 2023

Keywords: Middle school mathematics education, linear equations, change of mathematical discourses, commognitive theory

 10.18009/jcer.1231165

Publication Language: Turkish

Abstract

In algebra teaching, the conceptual difficulty and complex structure of equation systems should be taken into account. On the other hand, algebra teaching, which encourages students to memorize the rules, is mostly practical, not related to daily life, includes only symbols and operations, creates an obstacle to the emergence of this structure. Within the scope of linear equations, the necessity of studies that examine the developmental learning of students and the teaching of the subject of linear equations by teachers from a socio-cultural perspective together with learning and teaching is foreseen. In this direction, it was aimed to reveal the development of secondary school students' mathematical discourses on linear equations and their relationship with teaching. In line with this goal, semi-structured clinical interviews and classroom observations were conducted with the participants consisting of seven students. When the findings were evaluated, it was determined that the students had difficulties in forming mathematical statements about linear equations.



To cite this article: Çolak, H., & Akıncı, M. (2023). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel söylemlerinin incelenmesi: Doğrusal denklemler durumu. *Journal of Computer and Education Research*, 11 (21), 376-404. <https://doi.org/10.18009/jcer.1231165>


Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Söylemlerinin İncelenmesi: Doğrusal Denklemler Durumu

Makale Bilgisi

Geliş: 08 Ocak 2023

Kabul: 16 Mart 2023

Anahtar kelimeler: Ortaokul matematik eğitimi, doğrusal denklemler, matematiksel söylemlerin değişimi, matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım teorisi

 10.18009/jcer.1231165

Yayın Dili: Türkçe

Öz

Cebir öğretiminde denklem sistemlerinin, kavramsal olarak zorluğu ve karmaşık yapısının dikkate alınması gerekmektedir. Diğer taraftan, öğrencileri kuralları ezberlemeye teşvik eden, çoğunlukla uygulamaya dönük, gündelik hayatla ilişkili bulunmayan, yalnızca sembol ve işlemi kapsayan uygulamaları içeren cebir öğretimi, bu yapının açığa çıkmasında engel oluşturmaktadır. Doğrusal denklemler kapsamında öğrencilerin gelişimsel öğrenmelerini ve öğretmenlerin doğrusal denklemler konusunun öğretimini sosyo-kültürel bakış açısından ele alan öğrenme ile öğretimi birlikte inceleyen çalışmaların gerekliliği öngörülmektedir. Bu doğrultuda araştırmada, ortaokul öğrencilerinin doğrusal denklemlerle ilgili söylemlerinin değişimini ve öğretimle olan bağını ortaya çıkarmak hedeflenmiştir. Bu hedef doğrultusunda yedi öğrenciden oluşan katılımcılarla yarı yapılandırılmış klinik görüşme ve sınıf gözlemleri gerçekleştirilmiştir. Bulgular değerlendirildiğinde öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili matematiksel söylemleri oluştururken güçlük çektikleri belirlenmiştir.

Summary

Investigating the Mathematical Discourses of Secondary School 8th Grade Students: Case of Linear Equations

Hatice ÇOLAK ¹  Mustafa AKINCI ^{*2} 

¹ Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Turkey, haticekubra.ho@gmail.com

² Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Turkey, mustafa.akinci@beun.edu.tr

* Corresponding Author: mustafa.akinci@beun.edu.tr

Introduction

Algebra teaching, which is based on primary school and has an important place in mathematics teaching, has been one of the learning areas of the mathematics curriculum. Algebra is taught at every grade level starting from the sixth grade. Algebra, which people need in their daily life situations and in their professional lives, is one of the important learning areas that students should learn (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Algebra is the language of mathematics and variables play a role in teaching algebra (Usiskin, 1999). It has been observed in the studies that have been brought to the literature so far that the thoughts of teachers and students about linear equations are mostly examined according to the cognitive and constructivist approach. There is a need for research conducted under a socio-cultural perspective that examines students' developmental learning and teachers' teaching of linear equations within the scope of linear equations. In this direction, the aim of our research is to reveal the development of secondary school students' mathematical discourses on linear equations and their relationship with teaching.

Method

The case study, which is one of the qualitative research designs, was used in the research. In this study, the case is to examine the change in students' mathematical discourses in the learning of linear equations in the classroom. The participants of this research, which was implemented at the 8th grade level in a public school in Turkey, consisted of seven 8th grade students. Classroom observations and semi-structured clinical

interviews were used as data collection tools. The analysis of the data was carried out according to the elements of the theory of the communicative approach to mathematical cognition. Data were analyzed as word use, visual mediators, routines, and authenticated narratives, respectively.

Results

It was determined that the students' word use in the first interview was predominantly phrase-driven use. In the first interview with the students, it was seen that the students didn't use visual tools, except for the visual mediators presented to the students. Visual mediators mostly used by the students are separating the unknowns in the given expression and showing them with figures. During the first interview with the students, no routine use was observed. Students' affirmed endorsed narratives about linear equations were determined by using the vocabulary, visual mediators and routines in the first interview. In the second interview with the students, it was determined that the students used phrase-driven use and object-driven use words like the teacher. For example, in the first interview, the students were asked, "what does the word linear mean to you?" When the question was asked, students stated that they did not remember the linear concept. In the second interview, it was observed that the students used object-driven use words by answering as "it should be straight" and "it should go the same way". In the second interview, the visual mediators were the tables and graphs that the students used in geometric and algebraic routines. In cases where there was a linear relationship between them, the students created tables using the algebraic routine and transferred them to the graph. During the second interview, it was determined that the students used two different routines related to linear equations as geometric and algebraic routines. The word use, visual mediators and routines used by the students were used to identify the affirmed endorsed narratives.

Discussion and Conclusion

As a result of the comparative analysis of the change in the students' discourse on linear equations with the discourse used by the teacher, it was seen that the discourse used by the teacher was mostly suitable for the developmental level of the students' discourses. It has also been observed that there are differences between the discourses of teachers and students. It has been observed that if the teacher's discourse is clear and understandable, the

students can adapt the teacher's discourse to themselves, but when some concepts are not understood in the teacher's discourse, the students have difficulty in adapting their discourse to the teacher's discourse. In order to improve mathematical communication in the classroom and support students' discursive development, teachers need to understand the developmental processes of students' discourse and create their discourses more clearly and precisely.

In this study, it was determined that the students had difficulties in forming mathematical discourses about linear equations. Since similar results are obtained in studies conducted within the scope of the theory examined in the literature, more research can be done. In this direction, studies that examine the subject of linear equations in detail and that deal with learning in a developmental way or studies that create learning situations should be carried out. In addition, since this study is a case study, it can be examined whether other teachers in Turkey have similar communication disorders in their classrooms.

According to the situations obtained as a result of the examinations, it was observed that there was a communication disorder in the examined class. It has been observed that one of the main reasons for this is that teachers do not care about the development process of their students and that the teacher does not express his discourses clearly for the students. In this direction, teachers can be trained on how to make their discourse clear in learning environments and how to prevent communication disorders. Lessons can be planned and adapted to their learning situations, taking into account the developmental processes of students regarding linear equations. If positive feedback is received from these studies, it can be applied by conducting studies to train teachers.

Giriş

Aritmetiğin genelleşmiş boyutu olarak görülen cebir öğrencilerin hayatına altıncı sınıftan itibaren girmektedir. Ortaokulda cebir öğrenme alanının önemli konularından bir tanesi doğrusal denklemlerdir. Bu denklemlerde, çözüme ulaşma ve çözümün doğruluğunu sınavan durumlar araştırılmaktadır. Literatüre baktığımızda doğrusal denklemler konusuyla ilgili, öğrencilerin denklemleri kavramaları ve açıklamalarını etkileyen önemli zorluk ve kavram yanlışlarının olduğu görülmektedir. Öğrencilerin, iki farklı harfin aynı sayı değerini alamayacağını düşünmeleri, kuralları ve işlemleri aşırı genellemeleri ($x^2+y^2=25$ ise $x+y=5$ vb.), sözel durumları cebirsel denklemlere dönüştürememeleri (Bir sayının üç eksiğini, $3-x$; $2e+3m$ ifadesini, 2 elma ve 3 muzun toplamı olarak çevirme vb.), bu tür kavram yanlışlarına örnektir (Chow, 2011; Kücherman, 1981). Kavram yanlışları, öğrencilerin sembollerini geçmişteki öğrenmeleriyle ilişkilendirememesi, zihinde oluşturamadıkları semboller üzerinde anlamsız eylemler yapmalarına yol açmaktadır (Drijvers, Goddijn & Kindt, 2011; Herscovics & Linchevski, 1994). Cebir öğrenirken karşılaşılan zorlukların sebebi, fonksiyonel yaklaşımının ön planda olması ve bu yaklaşımın tam olarak yapılandırılmamasından kaynaklanmaktadır (Sfard, 2005). Bu sebeple, öğrencilerin, bilinmeyenleri oluştururken karşılaştıkları zorluklar ve bilinmeyenlerle denklem kuramamaları, yapısalcılığa geçilememesinin bir sonucudur (Sfard, 1995). Buna ilaveten, "aritmetikteki işlemsel ve kavramsal yetersizlikler, değişken ve eşitlik kavramının anlaşılmasını engellemekte" (Schoenfeld & Arcavi, 1988), öğrencilerin cebirdeki denklem ve denklem sistemlerini kavramada zorlanmalarına neden olmaktadır. Bunun yanında, öğrencilerin sözel ifadeleri denklemlere (Stacey & MacGregor, 2000) ve denklemleri sözel durumlara dönüştürmedeki güçlükleri (Dede, 2005; Real, 1996), denklem sistemlerini yorumlamada zorluk oluşturmaktadır. Bu nedenle, cebir öğretiminde denklem sistemlerinin, kavramsal zorluğu ve karmaşık yapısının dikkate alınması gerekmektedir. Öğrencileri kuralları ezberlemeye yönlendiren, uygulamaya dönük, gündelik hayatla ilişkili bulunmayan, sembol ve işlemi kapsayan uygulamaları içeren cebir öğretimi, bu yapının anlaşılmasını zorlaştırmaktadır (Kaya, 2017; Laughbaum, 2003). Bu durum, öğretmenlerin ve öğrencilerin denklem sistemleriyle ilgili kavramsal anlamalarının araştırılmasını gerektirmektedir. Doğrusal denklemlerle ilgili düşüncelerin soyutlama, bilişsel ve yapılandırmacı yaklaşıma göre incelendiği çalışmalar doğrusal denklemlere ait literatürde araştırılmıştır (Aktepe, 2012;

Moschkovich, 1996; Memnun & Altun, 2012). Ancak incelenmiş olan araştırmalarda öğrencilerin gelişimsel öğrenmelerini, öğretmenlerin doğrusal denklemleri öğretimini sosyo-kültürel bakış açısından ve öğrenmeyle öğretimi birlikte inceleyen çalışmalara rastlanılmamıştır. Bu doğrultuda bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin doğrusal denklemlere yönelik matematiksel söylemlerinin değişimini gelişimini ve öğrenme ortamıyla olan bağını ortaya çıkarmaktır. Bu bağlamda araştırmada cevap aranılmaya çalışılacak soru “Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusunda sınıf içerisindeki matematiksel söylemlerinin değişimi nasıldır?” şeklinde düzenlenmiştir. Bu araştırma problemine aşağıdaki alt problemler aracılığıyla cevaplar aranmıştır:

1. Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili sözcük kullanımı nasıl değişim göstermiştir?
2. Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili görsel araçları nasıl değişim göstermiştir?
3. Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili rutinleri nasıl değişim göstermiştir?
4. Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili anlatıları nasıl değişim göstermiştir?

Kavramsal Çerçeve

Bu başlık altında öğrenciler doğrusal denklemlerle ilgili söylemlerinin değişimini incelemek amacıyla kavramsal çerçeveden ve bu çerçevenin anahtar kavramlarından bahsedilecektir.

Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım

İletişimsel yaklaşım teorisi düşünmeyi bireyin kendisiyle iletişimi biçiminde açıklayarak düşünme ile iletişim arasındaki ikilemi ortadan kaldırmıştır (Sfard, 2008). Söylem, birey ya da bireylerin aralarında bulunan iletişim biçimidir, sözel olabilir ya da olmayabilir ve duruma göre değişmektedir (Sfard, 2008). Matematiksel düşüncenin tekniğini ortaya çıkarmak için öğrencilerin günlük yaşamda ve matematikte kullanmış oldukları söylemler oldukça önemlidir. Çünkü öğrenciler düşünme süreçlerini ifade etmeye alışık olmayabilir, ancak neleri bildiğini söyleyebilir. Sfard matematiksel öğrenmeyi matematiksel söyleme katılma sürecindeki sürekli değişim biçiminde ifade etmektedir (Güçler, 2016). Matematiği öğrenme, matematiksel söylemlerin daha belirgin ve net biçimde görülmesine yardımcı olur (Sfard, 2001). Bu araştırmada, katılımcıların söylemleri incelenirken, doğrusal denklemler konusu kapsamında, matematiksel iletişimde kullanmış oldukları semboller, gösterimler, kelimeler, diyagramlar ve simgelerin bulunduğu cümleler farklı zaman aralıklarında incelenmiştir. Bunun sebebi olarak ise matematiksel öğrenmenin ortama bağlı

kişisel veya kişiler arasındaki iletişimin değişmesiyle söylemlerinde de farklılığın meydana geldiği sanılmaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada matematiksel söylemlerin dört unsuru dikkate alınmıştır. Bunlar: sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatılardır (Sfard, 2008).

Sözcük Kullanımı: Söylemlerin ayırıcı özelliklerinden biri kullandıkları anahtar kelimelerdir (Sfard, 2008). Matematikteki sözcükler yalnızca miktar ya da şekil ifade etmezler. Günlük hayatta kullanmış olduğumuz söylemlerde pek çok sayıyla bağlantılı sözcükler karşımıza çıkmaktadır. Ancak okulda kullanılan matematiksel söylemlerde bir kelimelerin kullanımı ilgili alana mahsustur. Sözcük kullanımı önemlidir, çünkü matematiksel iletişimde veya iletişimin bozukluğunda esas öge sözcük kullanımımızdır. Çünkü konuşmada, fiillerde, yazılan ve çizilenlerde, doğruluğu onaylanan her şeyin içinde vardır. Söylenen tüm bu öğelerle iletişim güçlenebilir veya iletişimsel meseleler oluşabilir. Sözcük kullanımının sıralı aşamaları örneklerle şu şekilde ifade edilebilir.

Sözcük kullanımı sıralı dört basamaktan oluşur. Bunlar: edilgen kullanım, rutin bazlı kullanım, tabir bazlı kullanım ve nesne bazlı kullanımdır (Sfard, 2008). Öğrenciler edilgen kullanım basamağında matematiksel kelimeleri sözel şekilde ifade edememelerine rağmen, o kelimeleri farklı kişilerden işittiklerinde belli rutinleri gerçekleştirebilirler. Bilhassa küçük yaşlardaki bireylerde edilgen bazlı kullanım daha net şekilde görülebilir. Bu basamakta, birey “toplam” sözcüğünü cümle içerisinde uygulayamaz. Öğrenciler rutin bazlı sözcük kullanımında belli matematiksel sözcükleri söylemlerinde uygulamaya başlar, fakat bu kullanım yalnızca belli fiilimsi rutinlerle sınırlı kalmaktadır. Örnek verilecek olursa birey “toplam” sözcüğünü söyleminde kullanabiliyor ancak bu sözcüğü her işittiğinde ve gördüğünde kendiliğinden saymaya başlıyorsa, birey “toplam” sözcüğünü rutin bazlı uygulamaktadır. Başka bir ifadeyle, öğrencide “toplam” sözcüğü sayma eylemiyle sınırlı kalmaktadır. Tabir bazlı sözcükler kullanılırken matematiğe ait terimlerden çok o kelimelerin içinde bulunan tabirler bireyin söylemine hâkim olmaktadır. Bu basamakta bireyler, matematiksel sözcükleri kullandıkları rutinlerin yerine belli tabirlerle bağlantı kurmaktadır. Örneğin öğrenci “toplam nedir?” sorusuna “(sayma eylemini yapmadan) toplam dendiği zaman çeşitli nesnelere grupluyoruz” şeklinde yanıtlar söylüyorsa, toplam sözcüğünü tabir bazlı uygulamaktadır. Sözcük kullanımının son basamağı olan nesne bazlı kullanımda, birey kelimeleri isim şeklinde uygulayabilmektedir. Bu basamakta matematiksel

sözcükler nesneleştirilmiş ve kendi içerisinde mana taşıyan somut matematiksel birimlere ve kavramlara çevrilmiştir (Güçler, 2016).

Görsel Araçlar: İletişim sürecinde etkisi olan unsurlardan biri de görsel nesnelere (Sfard, 2008). Günlük hayattaki söylemlerle, söylemlerin içerisinde bulunan materyallerin resimleri arasında bağlantı kurulurken, matematiksel söylemlerde daha çok sembollerle bağlantı kurulabilir. Görsel araçlar üzerindeki iletişim; kendiliğinden gerçekleşir ve somutlaştırılmıştır. Matematiksel söylemdeki görsel araçlar, matematiksel iletişimdeki yazılı ve sözlü biçimde kullanılan bütün görselleri içermektedir. Tablolar, semboller, grafikler, geometrik figürler ve matematiksel olarak anlam ifade eden simgeler görsel araçlara örnek oluşturmaktadır. Matematiksel söylem analizi yapılırken söylemi gerçekleştiren öğrencilerin ne tür görsel araçları kullandığını belirlemek yetersizdir. Analizin tamamlanmasını sağlayan, öğrencilerin görsel araçları ne şekilde kullandıklarının, bu araçları uygulama basamağındaki kelime seçimleri ve görsel araçları hangi matematiksel anlatıları tasdik etmek amacıyla uyguladıklarının belirlenmesi analizin tamamlanmasını sağlar (Güçler, 2016).

Rutinler: Sfard (2008), matematiksel söyleme katılan bireylerin sürekli tekrarladıkları eylemleri rutin olarak adlandırmaktadır. Rutinler matematiksel söylemin diğer öğelerini örtük veya aleni biçimde etkilemektedir. Özellikle, bu eylemler; matematiksel sözcükler veya sayılar ve geometrik şekillerle ilgili süreçleri ifade etmektedir. Bu örüntüler, öğrencilerin fiilleri ile matematiksel söylemlerindeki diğer unsurları yönlendirmektedir. Rutinler, söylem içerisindeki sözcükler ya da fiiller arasında tutarlılık veya iletişimsel bozukluk olup olmadığını keşfetmemize yardımcı olmaktadır. Eğer biz söylem analizinde yalnızca sözcük kullanımına bakmış olsaydık bu durumda sınırlandırılırdık, söylem analizinde fiilleri araştırmak bize farklı bakış açılarını ortaya çıkarmaktadır. Rutinlerin araştırılması, katılımcıların fiillerinin analiziyle sağlanmaktadır. Rutin analizi yapılırken birinci olarak rutinlerin açığa çıkmasına ve uygulanmasına sebebiyet veren durumlar tespit edilir. Sfard (2008) teorisinde rutinin ne şekilde, ne zaman kullanıldığının incelenmesi önem arz etmektedir. Rutinin ne şekilde kullanıldığı, rutin uygulanmasında kullanılan yöntemi ve fiili kapsamaktadır. Rutinin ne zaman uygulandığı bireylerin rutini kullanmasını hangi şartlarda uygun bulduğunu kapsamaktadır.

Rutinlerin ne zaman kullanıldığı iki farklı terim içerisinde incelenmektedir. Bunlar: uygulanabilirlik ve kapanıştır. Uygulanabilirlik, bireyin hangi koşullarda belli bir rutini kullanacağını vurgularken, kapanış katılımcının hangi koşullarda kullandığı rutinin bitirildiği düşüncesine varıldığını içermektedir (Güçler, 2016).

Tasdik Edilen Anlatılar: Söylem esnasında bireylerin doğru varsaydığı iddialardır (Sfard, 2008). Bu iddialar, matematiksel söylemin diğer unsurları olan sözcük kullanımı, görsel araçlar ve rutinler tarafından teyit edilmelidir. Sfard (2008) matematikçiler için tanımlar, teoremler ve ispatların tasdik edilmiş anlatılar olduğunu ifade etmektedir. Matematikçilerin, öğretmenlerin ve öğrencilerin söylemindeki temel öğeler birbiriyle farklılık gösterebilir (Güçler, 2016).

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, olgunun bütüncül bir analiz ile birlikte ayrıntılı olarak betimlenmesini sağlayan ve bilhassa süreci anlamaya ilişkin incelemelerde uygulanmaktadır (Merriam, 1998). Birden fazla durumu bir araya getirerek bir olguyu izah etmek olasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2006). Bu çalışmada durum, sınıf içinde doğrusal denklemlerin öğrenimi yani öğrencilerin matematiksel söylemlerinin değişimi iken bu değişim Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım teorisinin öğeleriyle açıklanmaya çalışılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmada amaçlı örnekleme türlerinden olan kolay erişilebilir örnekleme türü kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme metodu belirli nitelikleri bulunan özel durumların araştırılmasında kullanılmaktadır. Amaçlı örnekleme metodunda araştırmaya katılan kişiler, araştırmayı gerçekleştiren kişi tarafından seçilmektedir. Araştırmayı gerçekleştiren kişi, uygulayacağı çalışmanın hedeflerine uygun olan bireylerle örnekleme meydana getirmektedir (Balci, 2005). Öğrencilerin söylemleriyle ilgili kesin sonuca varılmayan durumlarda bizzat kendileriyle yine iletişim sağlayabilmek amacıyla irtibat kurulmasına özen gösterilmiş ve bireylerin kendisini daha rahat açıklamaları amacıyla araştırmayı gerçekleştiren kişinin tanışmış olduğu öğrencilerle çalışılmıştır. Araştırmada yer alan öğrencilerin isteklilik durumuna göre araştırmaya katılımına özen gösterilmiştir.

Araştırmada bulunan öğrencilerin asıl kimliklerine yer verilmemiştir.

Durum çalışmasında katılan bireylerin miktarının fazla olmaması, durum çalışmasının detaylı ve etraflıca inceleyen bir araştırma yöntemi olmasını sağlamaktadır (Yıldırım & Şimşek 2018). Bu kapsamda bu araştırmada öğrenci miktarının az olmasından dolayı ayrıntılı ve derin bir şekilde çözümleme yapılması uygun görülmüştür.

Öğrenci ve gözlem yapılacak sınıfın belirlenmesi için 2021-2022 güz döneminde öğretmenin görev yapmakta olduğu yalnızca bir okulda gözlem gerçekleştirilmiştir. Gözlemdeki amaç sınıf içi etkileşimde öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen arasında etkileşimin yoğun olduğu kişilerin belirlenmesidir. Yapılan bu gözlem öncesinde öğrencilere araştırma ile ilgili bilgilendirmeler yapılmıştır. Öğretmenin ve öğrencilerin etkileşimi, öğrencilerin velilerinin ve okul idaresinin de kamera kullanımına izin vermesinden dolayı ve çalışmanın gerçekleştirileceği sınıf için öğretmenin dersine girmiş olduğu 8.sınıf düzeyinde bir şube ile araştırmanın gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.

Görüşmenin yapıldığı öğrenciler araştırmanın başında tüm sınıfa uygulanmış olan doğrusal denklemler konusunun kazanımlarında geçen kavramları tanımlamalarına ve kazanımlarla ilgili soruları cevaplama durumlarına göre ve sınıf gözlemleri sonucunda yapılan değerlendirmelere göre belirlenmiştir. Yapılan bu görüşme ve sınıf gözlemleri incelendiğinde, tüm öğrenciler arasından Berk, Baki, Ezgi, Özge, Mehmet, Deniz ve Hatice takma isimleri verilen yedi öğrencinin katılımcı olarak seçilmesine karar verilmiştir. Yapılan bu seçimde veri çeşitliliği düşünülerek, öğrencilerin söylemlerindeki değişiklikler ve farklı öğrenci tipleri esas alınmıştır. Çalışma başında uygulanan tarama soruları ve sınıf gözlemlerinde matematiksel söylemleri bakımından zengin verilerin elde edilebileceğinin düşünüldüğü bu sınıf ile ders öncesinde ve ders sonunda olmak üzere iki görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde, sorulan soruların matematiksel doğruluğu, programın ve öğrencilerin düzeyine uygunluğu, değişik tarz sorulardan oluşması (sözel ve görsel biçimli vb.) ve öğrencilerin alışık oldukları soru tarzları olmaması göz önünde bulundurulmuştur. Problemlerin geçerliği açısından uzman görüşü alınmıştır. Görüşmelerin gerçekleştiği ortam olarak sessiz, rahat ve sürekli kullanılabilir bir sınıf olarak boş bir sınıf kullanılmıştır. Görüşme gerçekleşirken video kamera bir köşede sabitlenmiş ve katılımcının söyledikleri ile yazdıkları yakın çekimle daha net biçimde toplanmıştır. Görüşme başlamadan önce araştırmacı katılımcılara söylediklerinin bir öğretmen ve herhangi bir arkadaşıyla

paylaşılacağı, notlarının hiçbir şekilde değişmeyeceği, videonun yalnızca araştırmacı tarafından izleneceği, katılımcının gerçek ismi yerine takma isminin kullanılacağı söylenilerek katılımcının soruları yanıtlarken rahat olması sağlanmıştır.

Birinci görüşmedeki sorular Genel Bilgiler ve Okul Matematiği olarak iki bölüme ayrılmıştır. Genel Bilgiler bölümünde 4 soru sorulmuştur. Bu bölümde öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili ön bilgileri sınanmış, konuyla ilgili hatırladıklarını kendi cümleleriyle ifade etmeleri istenmiştir. Buradaki amaç, öğrencilerin dersin işlenişi dışında herhangi bir yerden etkilenip etkilenmediklerini tespit edebilmektir. Okul Matematiği bölümünde ise 10 soru sorulmuştur. İlk iki soruda öğrenciden bilinmeyen ve eşitlik kavramlarının kendi cümleleriyle ifade etmesi istenmiştir. Üçüncü soruda dengede bulunan terazideki şeker kütlelerinin kaç kg olduğunu bulması için izleyeceği yol öğrenciye sorulmuştur. Dördüncü soruda öğrenciden boş terazi kefelerine verilmiş olan denklemin görüntüsünü oluşturup çözmesi için izleyeceği adımlar sorulmuştur. Beşinci soruda iki cetvelin dik kesişmesi durumunda verilen iki noktanın nasıl ifade edileceği sorulmuş ve buna ek olarak bu noktalardan hareketle sıralı ikili kavramını öğrencilerden kendi cümleleriyle ifade etmesi istenmiştir. Altıncı soruda verilen bir örüntüde doğrusal ilişki olması durumunda oluşturması gereken denklem sorulmuştur. Yedinci soruda öğrenciye doğrusallık kavramının neyi çağrıştırdığı ve devamındaki soruda verilen tablodaki değişkenler arasındaki doğrusal ilişki sorgulanmış ve verilmeyen değeri öğrencinin bulması istenmiştir. Dokuzuncu soruda doğrusal ilişkisi bulunan bir problem sorulmuş ve buradan hareketle öğrenciden denklem kurması istenmiştir. Son soruda konunun son kazanımı olan eğimin tanımı ve öğrencide çağrıştırdıkları sorulmuş ve öğrenciden açıklaması istenmiştir.

İkinci görüşmedeki sorular ilk görüşmedekine benzer şekilde Genel Bilgiler ve Okul Matematiği olmak üzere iki bölümden oluşmuştur. Genel Bilgiler bölümünde, 8 soru sorulmuştur. Bu bölümde, ön bilgileri yoklanmış ve okul dışında herhangi bir destek alıp almadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Okul Matematiği bölümünde her bir kazanımı içeren (toplam 6 kazanım) sorular sorulmuştur. İlk soruda öğrencinin denkleme örnek vermesi ve yazdığı denklemin kökünü bulması istenmiştir. Buna ek olarak öğrenciye soruda hangi durumlar söz konusu olduğunda eşitliğin bozulmayacağı sorulmuştur. Bunun devamındaki iki soruda denklem çözme için kullanılacak stratejiler öğrenciye sorulmuş ve denklemin kökünü bulması istenmiştir. Bir diğer soruda doğrusallık kavramı sorgulanmış ve bunun

beraberinde verilen denklemlerden hangilerinin doğrusal olduğunun bulunması istenmiştir. Verilen denklemin grafiği, verilen noktanın doğruyu sağladığı durumda bilinmeyen ne olduğu, üç noktası verilen bir şeklin verilmeyen noktasını bulma, bu noktanın eksenlere uzaklığını bulma gibi sorularda öğrenciye sorulmuştur. Bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarının çağrıştırdıkları, doğrusal ilişkisi bulunan iki değişkenin denklemini bulma, koordinat sistemi eksen ve orijin kavramlarının çağrıştırdıkları, verilen denklemlerdeki doğruların grafiklerinin eksenlere değme durumlarının incelenmesi ve son olarak verilen denklemlerin eğimini bulmasına yönelik sorular öğrenciye sorulmuştur.

Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Bu araştırmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasına uygun olarak süreç ve algılara yönelik veri toplaması gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte sınıf gözlemleri ile beraber öğrencilerle yapılan görüşmeler, öğrenci defterleri ve derste kullanılan çalışma kâğıtlarından yararlanılmıştır. Gözlem yapılacak okul ve sınıf amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Dersin gözlemlenebilmesi ve ses kaydı alınması için, okul idaresinden ve İl Milli Eğitim Müdürlüğünden izinler alınmıştır.

Sınıf gözlemleri: Gözlemler altı haftalık bir süreçte 40 dakikalık ders saati sürecinde 12 ders saati içerisinde gerçekleştirilmiştir. Çalışma 2022 bahar döneminde video kamera ile kayıt alınarak yaklaşık 2 aylık bir zaman diliminde (6 hafta) gerçekleştirilmiştir. Sınıf içerisinde doğal ortamı etkilememesi açısından kamera ile kayıt süreci güz döneminde başlamıştır. Böylece öğrenci ve öğretmenin video kameraya alışması sağlanarak kameranın ders içindeki doğal durumu etkileme miktarı en düşük seviyeye indirgenmiştir. Video kaydında öğretmen ve öğrencilerin iletişimleri arasındaki konuşmalar ile öğretmenin söylemlerine odaklanılmıştır. Ders gözlemine ilişkin notlar gözlem protokolüne kaydedilmiştir. Gözlem protokolü üç sütundan oluşmuştur. İlk sütunda belli aralıkları gösteren zaman bilgileri yer almıştır. İkinci sütunda öğretmenin matematiksel söylemleri, öğretmen ve öğrenciler arasında geçen söylemler yazılmıştır. Üçüncü sütunda araştırmacının ek notlarına yer bırakılmıştır.

Görüşmeler: Araştırmada, yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler, araştırmalarda bireylerin kavramlarla ilgili düşüncelerini açığa çıkarmak için kullanılmıştır (Goldin, 2000; Koichu & Harel, 2007). Klinik görüşmelerdeki problemler öğretmen ve öğrencilerin oluşturmuş oldukları matematiksel söylemleri açığa çıkaracak

şekilde (Sfard, 2008) doğrusal denklemler konusuyla ilgili yapılmış olan çalışmalardaki problemler incelenerek oluşturulmuştur (Desmond, 1997; Flanagan, 2001; Harper, 2002; Law, 1991; Thağı, Gimenez & Rosich, 2011). Görüşme sorularında yer alan doğrusal denklemlere yönelik problemler, öğrencilerin düzeylerine uygunluk ve farklı gösterim türlerini içermeleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Daha sonra görüşme protokolü oluşturulmuştur. Bu protokol uygulanmadan önce seçilen bir öğrenci ile ön görüşme sağlanmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Öğrencilerle problemler üzerine gerçekleştirilen görüşmeler video kamera ile sessiz bir ortamda kayda alınmıştır. Görüşmelerde, sorulan soruların matematiksel doğruluğu, programın ve öğrencilerin düzeyine uygunluğu, değişik tarz sorulardan oluşması (sözel ve görsel biçimli vb.) ve öğrencilerin alışık oldukları soru tarzları olmaması göz önünde bulundurulmuştur. Problemlerin geçerliği açısından uzman görüşü alınmıştır.

Görüşmelerin gerçekleştiği ortam olarak sessiz, rahat ve sürekli kullanılabilir bir sınıf olarak boş bir sınıf kullanılmıştır. Görüşme gerçekleşirken video kamera bir köşede sabitlenmiş ve katılımcının söyledikleri ile yazdıkları yakın çekimle daha net biçimde toplanmıştır. Görüşme başlamadan önce araştırmacı Öğrenci Bilgilendirme Metnini okumuş, katılımcılara söylediklerinin bir öğretmen ve herhangi bir arkadaşıyla paylaşılmayacağı, notlarının hiçbir şekilde değişmeyeceği, videonun yalnızca araştırmacı tarafından izleneceği, katılımcının gerçek ismi yerine takma isminin kullanılacağı söylenilerek katılımcının soruları yanıtlarken rahat olması sağlanmıştır.

Birinci görüşmedeki sorular Genel Bilgiler ve Okul Matematiği olarak iki bölüme ayrılmıştır. Genel Bilgiler bölümünde 4 soru sorulmuştur. Bu bölümde öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili ön bilgileri sınanmış, konuyla ilgili hatırladıklarını kendi cümleleriyle ifade etmeleri istenmiştir. Buradaki amaç, öğrencilerin dersin işlenişi dışında herhangi bir yerden etkilenip etkilenmediklerini tespit edebilmektir. Okul Matematiği bölümünde ise 10 soru sorulmuştur.

İkinci görüşmedeki sorular birinci görüşmede olduğu gibi Okul Matematiği ve Genel Bilgiler şeklinde iki kısımdan oluşmuştur. Genel Bilgiler bölümünde, 8 soru sorulmuştur. Bu bölümde, ön bilgileri yoklanmış ve okul dışında herhangi bir destek alıp almadığı belirlenmeye çalışılmıştır. Okul Matematiği bölümünde her bir kazanımı içeren (toplam 6 kazanım) dört soru sorulmuştur.

Tablo1. İki görüşmeye ilişkin soru tipleri.

Soru tipi 1	Kavramların açıklamasını yaptırma ve örnek isteme
Soru tipi 2	Denklem kurma ve kurulan denklemi çözme ve uygulanan basamakların açıklamasını isteme
Soru tipi 3	Koordinat ekseninde sıralı ikililerin yerini belirleme/ Verilmeyen noktayı bulma ve sıralı ikili biçiminde yazma
Soru tipi 4	Doğrusal ilişkisi bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini belirleme /tablo ve denklemle gösterme
Soru tipi 5	Doğru eğimini bulma / Denklem ve grafiklerin eğimle ilişkisini belirleme

Veri Analiz Süreci

Verilerin transkripti: Öğrenciler ile gerçekleştirilen görüşmelerin verileri toplandıktan sonra ders gözlemleri yazıya aktarılmıştır. Görüşmeler yazıya aktarılırken katılımcıların aynı anda oluşturdukları sözel ifadeleri, fiilleri ve çizimlerini belirtmek için, “ne söylüyor?”, “ne yapıyor?” ve “ne çiziyor?” ifadelerini içeren üç sütun hazırlanmıştır. “Ne söylüyor?” sütununda katılımcının sözel olarak söyledikleri, “ne yapıyor?” sütununda gerçekleştirilen fiiller, “ne çiziyor?” sütununda ise çizdiği resimler (geometrik çizimler, cebirsel notasyonlar vb.) bulunmaktadır. Katılımcıların fiillerinin kendi sözel ifadelerinden ayrılması için yazı karakteri italik biçimde yazılmıştır. Buna ek olarak her satır numarayla gösterilmiştir. Görüşmelerin yazıya aktarımını daha detaylı yapmak amacıyla kısaltmalar kullanılmıştır.

Kodlama: Veriler yazıya aktarıldıktan sonra, araştırmacı tarafından dikkatli bir şekilde okunarak, doğrusal denklemler kavramıyla ilgili kısımlar renkli kalemle işaretlenmiş ve notlar alınmıştır. Daha sonra sırasıyla sözcük kullanımı, görsel araçlar, rutinler ve tasdik edilmiş anlatıların analizi yapılmıştır. Sözcük kullanımının analizi için doğrusal ve denklem kelimelerinin geçtiği cümleler bağlamıyla birlikte ya da bu kelimeler telaffuz edilmeden onlar hakkında konuşulan durumlar alınarak bir tablo oluşturulmuştur. Daha sonra bu sözcük kullanımının dört hiyerarşik aşaması olan edilgen, rutin bazlı, tabir bazlı ve nesne bazlı sözcük kullanımına göre analiz gerçekleştirilmiştir. Sözcük kullanımında çoğunluklu olarak kullanılanlar tespit edilerek katılımcının sözcük kullanımının düzeyi saptanmıştır. Daha sonra görsel araçların analizi için transkript, araştırmacı tarafından tekrar gözden geçirilerek, problemlerde verilmiş olan görsel araçlar ile öğrencilerin kullandıklarının ayrıştırılması için bir tablo hazırlanmıştır. Daha sonra rutinler için genel rutin tablosu; her bir problem için tetikleyicisi, fiilin nasıl gerçekleştirildiği ve rutinin kapanışı ile birlikte yazılmıştır. Bu fiiller arasından tekrarlananlardan rutinler tespit edilerek nihai rutin tablosu;

tetikleyicisi, rutinin ne olduğu, nasıl ve ne zaman gerçekleştirildiği ve kapanışı açıklanarak dört sütun halinde gösterilmiştir. Son olarak tasdik edilmiş anlatıların analizi için transkript derin bir biçimde araştırılmıştır. Belirlenmiş olan anlatılar öğrencilerin sözcük kullanımlarında, rutinlerinde ve görsel araçlarında uygulanıp uygulanmadığı ve bu öğeler tarafından da tasdik edilip edilmediği de araştırılarak çözümlenmiştir.

Sözcük kullanımının analizi: Bu analiz için doğrusal ve denklem sözcüklerinin kullanıldığı ya da bu sözcüklerin geçmediği ancak onlarla ilgili konuşulan tümcelerden alıntılar ve sözcük kullanımının düzeyinin bulunduğu iki sütundan meydana gelen bir tablo hazırlanmıştır. Sonrasında katılımcıların sözcük kullanımları dört sıralı basamağa göre incelenmiştir. Birinci aşama olan edilgen sözcük kullanımında; katılımcıların doğrusal, denklem, bilinmeyen, katsayı, sabit terim gibi kelimeleri cümle içinde kullanımı yerine “bu”, “şu”, “o” gibi ifadelerin kullanıldığı durumlar araştırılmıştır. İkinci aşama olan rutin-bazlı sözcük kullanımında; katılımcıların doğrusal, denklem, bilinmeyen, katsayı, sabit terim gibi kelimeleri bir eylem biçiminde kullandığı durumlar araştırılmıştır. Üçüncü aşama olan tabir-bazlı sözcük kullanımında; katılımcıların doğrusal, denklem, bilinmeyen, katsayı, sabit terim eylemi hakkında söylediği cümleler ve bu kavramlarla ilgili kullandığı genel kalıplar incelenmiştir. Son olarak dördüncü aşama olan nesne-bazlı sözcük kullanımında; kelimelerin nesnelleştirilmiş haliyle kullanıldığı durumlar ele alınmıştır. Sonrasında, katılımcıların sözcük kullanımları bu dört aşamadan çoğunluklu olarak hangi basamakta bulunduğu tespit edilmiştir.

Görsel araçların analizi: Görsel araçlar, matematiksel söyleme dâhil olan kişilerin iletişimi desteklemek amacıyla kullanmış oldukları her türlü görsel nesnedir (Sfard, 2008). Görsel araçların analizinde transkript araştırmacı tarafından tekrar analiz edilmiş, problemlerde yer alan görsel araçlarla öğrencilerin kullandıkları arasında ayırım yapabilmek amacıyla bir tablo hazırlanmıştır. Öğrencilerin kullanmış oldukları görsel araçlar veri analizinin diğer öğelerle bağdaştırılarak analizi gerçekleştirilmiştir.

Rutinlerin analizi: Rutinler kendisini sürekli tekrarlayan eylemlerdir (Sfard, 2008). Rutinler tespit edilmeden önce yazıya aktarılanlar tekrar okunmuş ve genel bir rutin tablosu, her bir problem için tetikleyici, fiilin nasıl gerçekleştirildiği ve nasıl sonlandırıldığı ile birlikte hazırlanmıştır. Bu fiiller arasından iki ya da daha fazla sayıda tekrarlananlar rutin olarak belirlenip nihai rutin tablosu hazırlanmıştır. Rutin tablosunda ise dört sütun halinde rutinin

tetikleyicisi, rutinin ne olduğu, nasıl ve ne zaman gerçekleştirildiği ve kapanışının ne olduğu belirtilmiştir. Rutinin tetikleyicisi bir problem veya katılımcının kendine sormuş olduğu bir soru olabilir. Rutinin kapanışı ise rutinin sonunda gerçekleştirilen bir fiil ya da sözcüğün kullanımınıdır.

Tasdik edilmiş anlatıların analizi: Konuşma esnasında öğrencilerin doğru olarak kabul ettikleri argümanlardır (Sfard, 2008). Tasdik edilmiş anlatıların analizi için yazıya aktarılanlar derinlemesine analiz edilmiştir. Belirlenen konuşmalar öğrencilerin kullandıkları sözcüklerde, rutinlerde ve görsellerde kullanılıp kullanılmadığı ve bu öğeler tarafından da tasdik edilip edilmediği de araştırılarak inceleme gerçekleştirilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin doğrusal denklemler konusuyla ilgili yapılan iki farklı görüşmedeki matematiksel söylemleri incelenmiştir. Matematiksel söylemlerin değişimini analiz etmek amacıyla iki görüşmeden de toplanan söylemler birbirleriyle kıyaslanmıştır. Elde edilen bulgular araştırmanın alt problemlerine paralel şekilde paylaşılmıştır.

Öğrencilerin Doğrusal Denklemlerle İlgili Sözcük Kullanımlarındaki Değişim

Araştırmaya katılan öğrencilerin tamamı birinci görüşmede sorulan sorulara verdikleri cevaplar analiz edildiğinde söylemlerinde kullanmış oldukları sözcüklerin genel olarak tabir bazlı olduğu tespit edilmiştir. Örneğin öğrencilere bilinmeyen, sabit terim ve katsayı kavramlarını ifade etmeleri istendiğinde, öğrencilerin söylemlerinde matematiksel kavramlardan ziyade bu kavramların içinde bulunduğu tabir bazlı sözcüklerin yer aldığı gözlemlenmiştir. Bilinmeyen, sabit terim ve katsayı kavramlarını açıklamak için Ezgi'nin tabir bazlı sözcükleri kullandığı açıklaması; *"Bilinmeyen, bir sayıyı sembol veya harfle göstermek, x veya y gibi bir harf. Sabit terim, bir sayının sabit olması değişmemesi. Katsayıyı tam hatırlamıyorum ama bir sayının çarpılması hani kat diyor ya çarpma yapıyoruz"* şeklinde olup Berk'in tabir bazlı sözcükler kullandığı açıklaması *"Bilinmeyen, belli olmayan bir sayı yerine harf yazılır. Katsayı, o harfin başındaki sayı. Sabit terim o sayıyı bulduğumuz o harf"* iken Mehmet'in tabir bazlı sözcükler kullandığı açıklaması ise *"Bilinmeyen, bir sayının yanında bir harf olması, Katsayı, harfin yanındaki sayıdır, sabit terimi hatırlamıyorum"* şeklindedir.

Öğrencilerin tamamı eşitlik kavramını açıklarken söylemlerinde yine tabir bazlı sözcükleri kullandıkları ancak sadece bir öğrencinin denklem kavramı ile ilgili açıklamada

bulduğu tespit edilmiştir. Diğer öğrenciler denklem kavramını hatırlamadıklarını belirtmişlerdir. Özge'nin eşitlik kavramı için tabir bazlı sözcüklerin yer aldığı açıklaması; *"İçerisinde harf ya da işaretler olursa bilinmeyen olur. Sabit terim, sayının sonunda, sadece sayıyla olan. Katsayıyı bilmiyorum ama artısı ve eksisi olan sayılar olabilir."* şeklinde iken Deniz'in tabir bazlı sözcüklere yer verdiği açıklaması *"Eşitlik, bir sayının ikisinin de aynı olması"* şeklinde olup Hatice'nin eşitlik kavramıyla ilgili açıklaması *"Eşitlik, terazi üzerine konulan şeylerin birbirine eşit olması, bir şeylerin eşit olması aynı olması"* şeklindedir. Birinci görüşmeye ait paylaşılan bu alıntılardan öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili bu kavramları açıklarken sözcük kullanımlarında tabir bazlı sözcüklere yer verdikleri görülmüştür.

Öğrencilerle yapılan ikinci görüşmede sözcük kullanımlarının değiştiği, yedi öğrencinin yapmış oldukları söylemlerde çoğunlukla tabir bazlı ve nesne bazlı sözcükler kullandıkları tespit edilmiştir. Birinci görüşmede bilinmeyen, katsayı ve sabit terim kavramları ile ilgili yapılan açıklamalarda öğrencilerin sıklıkla tabir bazlı sözcükler kullandıkları görülürken ikinci görüşmede öğrencilerin bu kavramlar için yaptıkları açıklamaların nesne bazlı sözcüklerden oluştuğu tespit edilmiştir. Örneğin Ezgi'nin bu kavramlarla ilgili söylemleri; *"Bilinmeyen değişen, eşitliklerde kullandığımız katsayısı olan ve denklem çözmemize yarayan harf ya da semboller, katsayı değişkenin yanında bulunan"* biçiminde olup Berk'in bilinmeyen, katsayı ve sabit kavramları için tabir ve nesne bazlı sözcüklerin kullanıldığı açıklaması; *"Bilinmeyen sayının olmadığı zaman bir harf veya sembole gösterilen şeyler"* iken Mehmet'in tabir ve nesne bazlı sözcüklerin kullanıldığı açıklaması; *"Bilinmeyen değişen, harfle sayı yazma, katsayı çarpma işlemi, sabit terim sadece sayılar"* biçimindedir.

Öğrencilerin birinci görüşmede eşitlik kavramı hakkında yapmış oldukları konuşmalardaki sözcükler tabir bazlı iken ikinci görüşmede bazı öğrencilerin yine tabir bazlı sözcükler kullandıkları bazı öğrencilerin ise bu kavramı açıklarken nesne bazlı sözcükler kullanarak açıklamalarda buldukları gözlemlenmiştir. Buna karşılık birinci görüşmede sadece bir öğrenci denklem kavramını tabir bazlı sözcükler kullanarak açıklama yaparken ikinci görüşmede öğrencilerin tamamının denklem kavramını açıklayabildiği ancak bu açıklamalardaki sözcük kullanımlarının tabir bazlı olduğu görülmüştür.

İkinci görüşmede öğrencilere eşitlik ve denklem kavramları tekrar sorulduğunda, Özge *"Eşitlik, bir şeyin sayıyla aynı ve eşit olması, denklem o da eşitlikle aynı"* şeklinde tabir bazlı sözcüklerin bulunduğu bir açıklamada bulunurken, Deniz *"Bir terazi düşünelim ikisinin de"*

aynı olması, dengede olması, denklemi hatırlamıyorum” şeklinde açıklamada bulunmuş, Deniz denklemi hatırlamadığını ifade etmiş ancak görüşmede sorulan ek bir soruya “Tek bir değer için cevap doğru çıkarsa denklem olur” biçiminde genel tabir oluşturmuştur. Hatice ikinci görüşmede eşitlik kavramını hatırlamadığını söylerken, denklem kavramını; “Her sayı için sağlamaz” biçiminde tabir bazlı sözcüklerin kullanıldığı bir açıklamada bulunmuştur.

Öğrencilerin Doğrusal Denklemlerle İlgili Görsel Aracılar Kullanımındaki Değişim

Öğrencilerle yapılan birinci görüşmede, öğrencilere yöneltilen sorulardaki görseller haricinde belirgin olarak kullanmış bir görsel aracı tespit edilmemiştir. Öğrencilerin yoğun olarak kullandıkları görsel araçlar, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri parçalama ve şekille gösterme ile ilgili sorulara cevap verirken gerçekleşmiştir. Örneğin, Baki’ye “Terazi kefesi üzerinde dengede bulunan şeker paketleri ve ağırlıklar verildiğinde bir paket şekerin miktarını bulmak için nasıl bir denklem oluşturursunuz?” sorusu sorulduğunda Baki şeker kütlelerine x ve a diyerek denklemi oluştururken iki değişkeni aynı anda kullanmıştır. Başlangıçta bilinmeyen şeker kütlesi için iki değişken kullandığını fark etmemiştir. Öğretmen ve öğrenci arasındaki aşağıdaki diyalog sonucunda denklemin tek değişkenli olduğu görülür.

Öğretmen: Şekerin kg cinsinden kütlesini bulmak için nasıl bir yol izlersin?

Baki: $3x$ 'den $1x$ 'i çıkartırım, $2x$ kalır. $2a$ 'yı 2 'ye bölerim $1a$ kalır.

Öğretmen: Yani sen şeker miktarını a ile gösterdin.

Baki: Evet hocam

Öğretmen: Peki bu x 'ler?

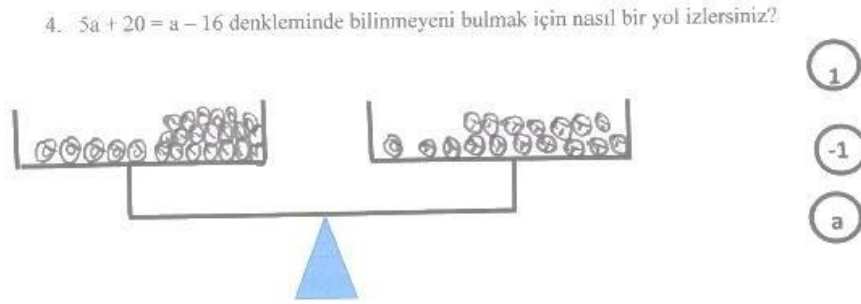
Baki: Hocam yanlış yaptım x kalır. Yani x 1 'e eşit olur. a yerine x yazacağız hocam.

Baki'nin bu soru ile ilgili görsel aracı Şekil 1'de görülmektedir:



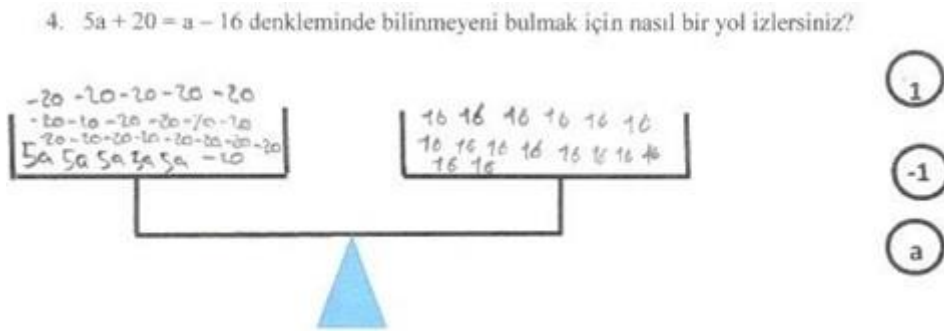
Şekil 1: Baki'nin bilinmeyenleri kullanarak denklem oluşturmasını içeren terazi örneği

Benzer şekilde diğer öğrencilerinde aynı soruya vermiş oldukları cevaplarda görsel araçlar kullandıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilere “ $5a + 20 = a - 16$ denkleminde bilinmeyeni bulmak için nasıl bir yol izlersiniz?” sorusu sorulduğunda, öğrencilerin hepsinin görsel aracı kullanarak sağ kefede bulunanların sol kefede bulunanlara eşit olması gerektiğini söylemişlerdir. Ancak sadece bir öğrencinin bilinmeyenleri ve sabit sayıları kefelere doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Berk kefelere yerleştirirken sol kefedeki ağırlığın sağ kefedeki ağırlığa eşit olması gerektiğini düşünerek Şekil 2’de görülen görsel aracı doğru bir biçimde oluşturmuştur:



Şekil 2: Berk'in birinci görüşmede bilinmeyeni bulurken oluşturduğu görsel araçlara örnek

Deniz ise sol kefedeki ağırlığın sağ kefedeki ağırlığa eşit olması gerektiğini ifade etmiş ancak bilinmeyenleri yerleştirirken katsayı kavramında yanılığa düştüğünden ve sağ kefedede sadece sabit sayı bulunması gerektiği düşüncesinden dolayı bilinmeyene yer vermemiştir. Deniz'in vermiş olduğu cevaba eşlik eden görsel aracı Şekil 3'te verilmiştir.

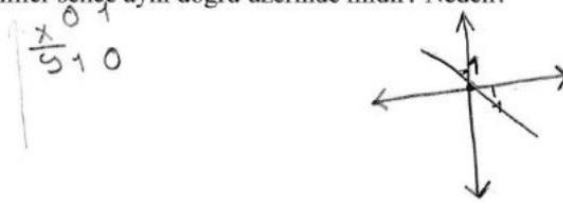


Şekil 3: Deniz'in birinci görüşmede bilinmeyeni bulurken oluşturduğu görsel araçlara örnek

Öğrencilerin ikinci görüşmedeki ön plana çıkan görsel araçları geometrik ve cebirsel rutin olarak kullandıkları tablolar ve grafikler olmuştur. Örneğin, Özge tablo ve grafikleri oluştururken, verilen doğrusal denklemdeki sıralı ikililerden yararlanarak bulunan tüm noktaların oluşturduğu doğrular arasındaki ilişkiyi dikkate alarak geometrik rutini kullanmıştır. Özge'nin bu görsel aracı Şekil 4'te verilmektedir.

$y = -x + 1$ doğrusal denkleminin grafiğini çizebilir misin? Çizdiğin bu grafikte tüm sıralı

ikililer sençe aynı doğru üzerinde midir? Neden?



Şekil 4: Gözde'ye ait görsel aracı örneği

Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak değiştiği durumlarda oluşturduğu denklemlerde ise cebirsel rutinden yararlanarak tablo oluşturmuş ve bunları grafiğe aktarmıştır.

Öğrencilerin Doğrusal Denklemlerle İlgili Rutin Kullanımındaki Değişimi

Öğrencilerin birinci görüşmede kullanmış oldukları belirgin bir rutin belirlenmemiştir. Örneğin, Özge'nin denklem oluştururken bilinmeyenleri harfle göstermesi ve aynı ağırlıkları benzer şekilde aynı harfle ifade etmesi, buna karşılık karşı tarafta sadece bir sayıya eşit olacağını düşünmesi bir rutin olarak düşünüldüğünde bunu sorularda dört kez kullanmıştır. Benzer olarak diğer öğrencilerin denklem oluştururken bilinmeyenleri harfle göstermesi ve aynı ağırlıkları benzer şekilde aynı harfle ifade etmesi, buna karşılık karşı tarafta sadece bir sayıya eşit olacağını düşünmesi bir rutin olarak düşünüldüğünde, bunu sorularda Ezgi 2, Berk 5, Baki 3, Deniz 2, Hatice 1 ve Mehmet 4 kez kullanmıştır.

Öğrenciler ile yapılan ikinci görüşmede geometrik ve cebirsel olmak üzere iki farklı rutin gözlemlenmiştir. Öğrenciler bir denklemi oluştururken, denklemin kökünü bulmaya çalışırken, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak değişimini ifade eden kuralı bulmaya çalışırken ve verilen bir doğru denkleminde eğimin bulunmasının istendiği denklemlerde farklı sayılarda cebirsel rutin kullandıkları tespit edilmiştir. Ezgi 9, Berk 10, Baki 11 Deniz 8, Hatice 10, Özge 9 ve Mehmet 12 farklı cebirsel rutin kullanmıştır. Örneğin öğrencilerin metin halinde verilen bir ifadeyi cebirsel olarak ifade ederken bilinmeyeni x ile gösterip oluşturmuş oldukları ifadeyi bir sayıya eşitlemeleri ve bunu diğer sorulan sorularda da uygulamaları bir cebirsel rutindir. Öğrencilerin cebirsel rutinini gösteren örnek aşağıda Şekil 5'te gösterilmektedir:

“Bir sayının 3 katının 4 eksiği 11’e eşittir.” İfadesini cebirsel olarak ifade edebilir misin?

$$3x - 4 = 11$$

“Ali’nin parasının 2 katının 8 TL eksiği 42 TL’dir.” İfadesini denklem olarak ifade edebilir misin?

$$2x - 8 = 42$$

Şekil 5: Cebirsel rutin örneği

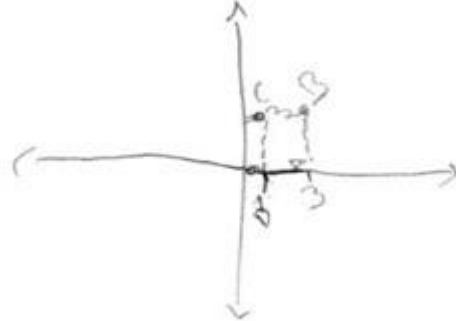
İkinci görüşmede öğrenciler doğrusal ilişki içeren denklemin tablo ve grafiğini oluştururken, verilen sıralı ikililerden hareketle verilmeyen noktanın koordinatlarını bulurken, verilen doğrunun geçtiği noktanın orijini bulurken, eksnelere paralel ya da iki ekseni de kesen bir doğruyu belirlerken geometrik rutin olarak değerlendirilen grafikler ve tablolar kullanmışlardır. Ezgi 10, Berk 14, Baki 16 Deniz 13, Hatice 13, Özge 13 ve Mehmet 13 farklı cebirsel rutin kullanmışlardır. Örneğin öğrencilerin üç köşesi verilen dikdörtgen şeklinde bir tarlanın dördüncü köşesinin bulunmasını istendiğinde kullandıkları rutin örnek olarak gösterilebilir. Bu geometrik rutin aşağıda Şekil 6’da görülmektedir.

Dikdörtgen şeklinde bir tarlanın köşe koordinatlarından üç tanesi A(3,0), B(3,3) ve C(-1,3)’dür.

Bu tarlanın,

- Dördüncü köşesini bulabilir misin?
- Bu köşenin x eksenine uzaklığı kaç br’dir?

1



Şekil 6: Geometrik rutin örneği

Öğrencilerin Doğrusal Denklemlerle İlgili Anlatılarındaki Değişimi

Öğrencilerle yapılan birinci görüşmede, öğrencilerin kullanmış oldukları tasdik edilen anlatıları tabir bazlı olup bu anlatılar görüşme esnasında kullandıkları sözcükler, görsel araçlar ve rutinlerden yararlanılarak tespit edilmiştir. Örneğin bütün öğrencilerin bilinmeyen kavramıyla ilgili tabir bazlı anlatıları denklem çözerken kullandıkları cebirsel rutinelere eşlik eden söylemleri analiz edilerek elde edilmiştir. Örneğin Ezgi’nin söylemi; “Bilinmeyen, bir sayının gerçek değerini söylemeden x veya y gibi bir harfle söylenmesidir” şeklinde iken Berk’in söylemi; “Bilinmeyen, belli olmayan bir sayı yerine harf yazılır” şeklinde olup

Özge'nin söylemi "*İçerisinde harf ya da işaretler olursa bilinmeyen olur*" şeklindedir. Diğer dört öğrencinin bilinmeyen kavramı ile ilgili açıklamaları benzer şekilde tabir bazlı açıklamalardan oluşmaktadır.

Eşitlik kavramıyla ilgili öğrencilerin söylemleri analiz edildiğinde bütün öğrencilerin eşitlik kavramıyla ilgili açıklamaları tabir bazlı anlatılardır. Bu tabir bazlı anlatılar öğrencilerin terazi yardımıyla denklem çözerken kullandıkları cebirsel rutinlere eşlik eden söylemleri analiz edilirken tespit edilmiştir. Öğrencilerden Baki'nin söylemi; "*Eşitlik, iki sayının eşit olmasıdır*" şeklinde iken Hatice'nin söylemi; "*Eşitlik, terazi üzerine konulan şeylerin birbirine eşit olması, bir şeylerin eşit olması aynı olması*" şeklinde olup Mehmet'in söylemi "*Eşitlik, bir sayının bir sayıya eşit olmasına denir*" şeklindedir. Diğer taraftan öğrencilerden sadece bir Özge denklemi; "*Denklem eşitlikle aynı şey*" derken diğerleri bu kavramı hatırlamadıklarını ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin ikinci görüşmedeki tasdik edilen anlatıları yine sözcük kullanımı, görsel araçlar ve rutinlerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Örneğin öğrencilerin hepsinin bilinmeyen kavramıyla ilgili nesne bazlı anlatıları yine denklem çözerken kullandıkları cebirsel rutinlere eşlik eden söylemleri analiz edilerek elde edilmiştir. Bu öğrencilerden Ezgi'nin söylemi; "*Bilinmeyen, değişen eşitsizliklerde kullandığımız katsayısı olan ve denklem çözmemize yararandır*" şeklinde iken Berk'in söylemi; "*Bilinmeyen, sayının olmadığı zaman bir harf veya sembolle gösterilen şeyler. Katsayı sembolün yanındaki sayıdır. Sabit terim sembolü olmayan sabit sayıya denir*" şeklinde olup Özge'nin söylemi; "*Bilinmeyen bir sayının harf veya sembolle gösterilmesi, katsayı harfin önündeki sayı, sabit terim önünde hiçbir harf veya sembolü olmayandır*" şeklindedir. Öğrencilerin konuşmalarından yapılan alıntılar söylemlerinin tabir bazlı açıklamalardan nesne bazlı açıklamalara değiştiğinin göstergesi olarak sunulabilir.

İkinci görüşmede öğrencilerden Mehmet'in eşitlik kavramı ile söylemi; "*Eşitlik, cebirsel ifadelerin eşit olması, denklem iki tarafın eşit olmasıdır*" şeklindeki açıklaması verilen bir problemin denklemini oluşturma ve bu denklemin kökünü bulma durumunda cebirsel rutinleri kullanırken tespit edilmiştir. Mehmet'in eşitlikle ilgili söylemi nesne bazlı iken denklem kavramı tabir bazlı olarak değişmiştir. Denklem kavramını birinci görüşme esnasında altı öğrenci bu kavramı hatırlamadıklarını belirtmişlerdir. İkinci görüşmede ise öğrencilerin bu kavramla ilgili yapmış oldukları söylemlerin tabir bazlı ve nesne bazlı olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin Baki'nin nesne bazlı anlatısı; "*Tek bir değer için sağlıyorsa*

denklemdir" şeklinde iken Berk'in nesne bazlı anlatısı "Sembolle gösterdiğimiz x 'i tek bir sayıya eşit olanlar denklemdir" şeklinde olup, Ezgi'nin nesne bazlı anlatısı; "Çözüme ulaştırmaya çalıştığımız bilinmeyenli eşitliklerdir" şekline olmuştur.

Birinci görüşmede öğrencilerden doğrusal ve eğim kavramlarını açıklamaları istendiğinde öğrencilerin bu kavramları hatırlamadıkları veya matematikte kullanılan anlamları dışında açıklamalarda buldukları görülmüştür. Örneğin Hatice'nin doğrusal kavramıyla ilgili açıklaması "Bir sayının doğru olması, yanlış olmaması" şeklindedir. Eğim kavramına gelince, birinci görüşmede sadece Berk bu kavramla ilgili açıklamada bulunmuştur. Berk'in eğim kavramıyla ilgili tabir bazlı söylemi "Bir yol var eğik, araba eğik yoldan çıkarsa bu eğim" biçiminde olmuştur.

İkinci görüşmede öğrencilerin doğrusal kavramıyla ilgili söylemleri analiz edildiğinde bu söylemlerin ağırlıklı olarak tabir bazlı olduğu sadece bir öğrencinin söyleminin nesne bazlı olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin belirlenen bu söylemleri, doğrusal ilişki içeren bir durumun denkleminin istendiği problemde, öğrencilerin tablo ve grafik çizerken kullandıkları cebirsel ve geometrik rutinlerinden görülmektedir. Ezgi'nin doğrusal kavramıyla ilgili tabir bazlı anlatısı "Doğrusal bozulmadan aynı giden anlamına gelir. Doğrusal ilişki de aynı şey demek ilişkisi olan değişkenler arasında bozulma olmadan aynı devam etmesi" şeklinde iken Özge'nin tabir bazlı anlatısı "Doğrusal, koordinat sistemi üzerinde çizilen sonsuz çizgiler ve üstündeki sayılardır" şeklinde olmuştur. Sadece Mehmet, ikinci görüşmede, doğrusal kavramıyla ilgili nesne bazlı açıklamada bulunmuştur. Mehmet'in bu kavramla ilgili anlatısı "Doğrusal düz olması, aynı şekilde gitmesidir" şeklindedir. Öğrencilerle yapılan birinci ve ikinci görüşmelerden sonra doğrusal kavramıyla ilgili açıklamaların genel olarak açıklanamayan ya da matematikteki anlamının dışındaki açıklamalardan tabir bazlı açıklamalara doğru değişim gösterdiği söylenebilir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden alınan kesitler bu değişimi göstermektedir.

Eğim kavramıyla ilgili öğrencilerin söylemleri analiz edildiğinde bu söylemlerden iki tanesinin nesne bazlı anlatılar beş öğrencinin ise tabir bazlı anlatılar olduğu görülmüştür. Bu söylemler, öğrenciler eğimle ilgili sorulara cevap verirken kullandıkları geometrik rutin ve görsel araçlar olan grafikler yardımıyla tasdik edilmiştir. Berk'in eğim kavramıyla ilgili tabir bazlı anlatısı "Eğim bir yolun eğikliğidir." şeklinde iken Mehmet'in tabir bazlı anlatısı "Eğim, çizginin çapraz olmasıdır" şeklindedir. Ezgi'nin eğim kavramı hakkında nesne

bazlı anlatısı “Dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı” iken Hatice’nin nesne bazlı anlatısı “dikey yüksekliğin yatay yüksekliğe oranı” biçiminde olmuştur.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerle ilgili matematiksel söylemlerinin değişimi matematiksel biliş iletişim yaklaşım teorisi çerçevesinde açıklanmaya çalışılmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili sözcük, görsel araçlar, rutinler ve anlatılarının nasıl değişim gösterdiği araştırılmıştır. Yapılan bu araştırma neticesinde öğrencilerin söylemlerinde değişim gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili bazı sözcük kullanımının tabir bazlı sözcüklerden yine tabir bazlı sözcükler veya nesne bazlı sözcükler kullanımına değiştiği görülmektedir (Örneğin öğrencilerden Ezgi birinci görüşmede bilinmeyen kavramını “Bilinmeyen, bir sayıyı sembol veya harfle göstermek, x veya y gibi bir harf” şeklinde açıklarken ikinci görüşmede bu kavramı “Bilinmeyen değişen, eşitliklerde kullandığımız katsayısı olan ve denklem çözmeye yarayan harf ya da semboller” şeklinde açıklamıştır). Yine bazı öğrenciler birinci görüşmede matematiksel kavramlarla ilgili herhangi bir açıklamada bulunmazken ikinci görüşmede ilgili kavramlara ait söylemlerinde tabir bazlı veya nesne bazlı sözcüklere yer verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin sözcük kullanımındaki bu değişim öğretmenin sınıf ortamında iletişim kurmak için ders esnasında kullandıkları sözcükler ile anlaşılabilen öğrencilerin kendi başlarına gerçekleştirdiği öğrenmelerde vesile olabilir.

Birinci görüşme ile ikinci görüşmede öğrencilerin söylemlerine eşlik eden görsel araçlarda değişim gözlemlenmiştir. Birinci görüşmede öğrencilerin görsel araçları genellikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyenleri parçalama ve şekille gösterme ile ilgili sorulara cevap verirlerken gerçekleşirken ikinci görüşmede öğrencilerin söylemlerine eşlik eden görsel araçlar çoğunlukla öğrencilerin ikinci görüşmedeki ön plana çıkan görsel araçları geometrik ve cebirsel rutin olarak kullandıkları tablolar ve grafikler olmuştur. Her iki görüşmede de öğrencilerin söylemlerine eşlik görsel araçların ortak noktası onlara sorulan sorularda görsellerin bulunmasıdır. Yani öğrencilere metin şeklinde sorulan sorularda öğrencilerin söylemlerine görsel aracı eşlik etmemiştir.

Öğrenciler birinci görüşmede kullandıkları rutinler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözümünde bilinmeyenleri harfle gösterme, aynı ağırlıkları benzer şekilde aynı harfle ifade etme, ve bilinmeyeni bir sayıya eşitleme şeklinde olmuştur. İkinci görüşmede ise öğrencilerin rutin kullanımları birinci görüşmeye nazaran arttığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bu rutinleri ağırlıklı olarak denklem oluştururken, denklemin kökünü bulmaya çalışırken, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak değişimini ifade eden kuralı bulmaya çalışırken ve verilen bir doğru denklemde eğimin bulunmasının istendiği denklemlerde gerçekleştirmişlerdir.

Öğrencilerin birinci görüşmede cevap verebildikleri sorularda matematiksel kavramlarla ilgili söylemleri tabir bazlı anlatılar olmuştur. Öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları kavramlarla (eğim, doğrusal gibi) ilgili sorulara cevaplayamadıkları gibi geçmiş yıllardan öğrenmiş oldukları kavramlarla (denklem, bilinmeyen gibi) ilgili soruları da cevap verememişlerdir. İkinci görüşmede öğrencilerin nadiren cevaplayamadıkları sorular olmuştur. İkinci görüşmede öğrencilerin söylemleri tabir bazlı ve nesne bazlı anlatılar şeklinde değişmiştir. Bazı öğrencilerin altı ve yedinci sınıftaki kavramlarla ilgili söylemlerindeki değişim tabir bazlı anlatıdan nesne bazlı anlatıya değişim göstermiştir. Ancak sekizinci sınıfta öğrencilerin ilk kez karşılaştıkları kavramlar üzerine yapılan söylemleri incelendiğinde birinci görüşmede öğrencilerin bu kavramları tanımlayamadığı ikinci görüşmede ise bu kavramlar üzerine yapılan söylemlerin hemen hemen hepsinin tabir bazlı anlatılar olduğu ortaya çıkmıştır (Örneğin Ezgi'nin birinci görüşmede doğrusal kavramıyla ilgili bir açıklaması bulunmazken ikinci görüşmede bu kavramla ilgili anlatısı "Bozulmadan aynı giden anlamına gelir" şeklindedir). Bu çıkan sonuç cebir öğrenme alanına ait bir durum olabileceği gibi diğer öğrenme alanlarında da bu duruma paralel sonuçlar görülebilir.

Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım teorisi bu çalışma kapsamında öğrencilerin söylemlerindeki değişimi ve farklılıkları resmetmesi açısından önemlidir. Dolayısıyla bu teori sınıf ortamındaki matematiksel iletişimin önemini bir kez daha göstermektedir (Akdoğan, Güçler & Argün, 2019; Kılıçoğlu & Kaplan, 2019). Diğer taraftan cebir öğrenirken karşılaşılan zorlukların asıl sebebinin fonksiyonel yaklaşımının esas alınıp bu yaklaşımın yapılandırılmamasından kaynaklanmaktadır. Bundan dolayı, öğrencilerin, bilinmeyenleri ifade ederken karşılaştıkları zorluklar ve bilinmeyenlerden yola çıkarak bir denklem

kuramamaları, yapısalcı yaklaşıma geçememelerinin bir neticesidir (Sfard, 1995). Buna ek olarak, aritmetikteki işlemsel ve kavramsal yetersizlikler, değişken ve eşitlik kavramının anlaşılmasını engellemekte (Schoenfeld & Arcavi, 1988) ve bu sorun, öğrencilerin cebirdeki denklem ve denklem sistemlerini kavramada güçlük yaşamalarına neden olmaktadır. Özellikle, öğrencilerin “eşittir” işaretinin anlamı üzerinde düşünmemeleri, bu işareti, soldan sağa doğru eylem belirten bir sembol olarak algılamaları, cebirsel denklemlere geçişlerini güçleştirmektedir (Carpenter & Levi, 2000; Falkner, Levi & Carpenter, 1999). Bunun yanında, öğrencilerin sözel ifadeleri denklemlere (Stacey & MacGregor, 2000) ve denklemleri sözel durumlara dönüştürmedeki güçlükleri (Dede, 2005; Real, 1996), denklem ve denklem sistemlerini yorumlamada güçlük yaşamalarına yol açmaktadır.” bu çalışmalardaki ifadeleri desteklemektedir.

Bu araştırmada, öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili matematiksel söylemleri oluştururken güçlük çektikleri belirlenmiştir. Bunun temel sebeplerinden birinin öğretmenlerin öğrencilerinin gelişim sürecini önemsememesi ve öğretmenin söylemlerini öğrenciler için açık bir biçimde ifade edilemediği söylenebilir. Cebir öğretiminde denklem sistemlerinin, kavramsal olarak zorluğu ve karmaşık yapısının dikkate alınması gerekmektedir. Öte yandan, öğrencileri kuralları ezberlemeye teşvik eden, çoğunlukla uygulamaya dönük, gündelik hayatla ilişkili bulunmayan, yalnızca sembol ve işlemi kapsayan uygulamaları içeren cebir öğretimi, bu yapının açığa çıkmasında engel oluşturmaktadır (Laughbaum, 2003). Bu doğrultuda öğretmenler, öğrenme ortamlarında söylemlerini açık hale nasıl getirebileceği ve iletişim bozukluklarını nasıl engelleyeceği ile ilgili yetiştirilebilir (Akdoğan, Güçler & Argün, 2019). Öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili gelişim süreçleri dikkate alınarak dersler planlanıp öğrenme durumlarına uygun hale getirilebilir. Bu araştırmalardan olumlu bir dönüt alınırsa öğretmenleri yetiştirmeye dönük çalışmalar yapılarak uygulanabilir. Bu durum, cebirsel düşünmenin oluşturulmasında aktif rol alan olan öğretmenlerin ve bu düşünmenin kazandırılması gerektirilen öğrencilerin denklem sistemleri ile ilgili kavramsal anlamalarının araştırılıp incelenmesini gerektirmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin doğrusal denklemlerle ilgili matematiksel söylemleri oluştururken güçlük çektikleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda, doğrusal denklemler konusunu detaylı bir biçimde inceleyen öğrenmeyi gelişimsel şekilde ele alan araştırmaların ya da

öğrenme durumlarının meydana getirildiği çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Cebirde karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin başında aritmetikten cebire geçiş sürecinde yaşanan zorluklar görülebilir (Kabadaş & Yavuz-Mumcu, 2022; Kaya, 2017; Ulaş & Yenilmez, 2017). Geçiş sürecindeki zorlukları aydınlatmak için öğretmen ve öğrenci söylemlerinin değişimi incelenebilir. Doğrusal denklemler konusuna yönelik öğrenme ortamları tasarlanarak öğrencilere bu süreç sonunda yöneltilen problem durumlarını anlamlandırması ve oluşturduğu söylemlerin analizi yapılabilir. Matematik öğretmeni adaylarının doğrusal denklemler konusuna yönelik alan bilgilerinin matematiksel söylemlerini oluşturma süreçlerini nasıl etkilediği buna yönelik söylemlerinin incelenip değerlendirilmesini içeren bir araştırma yapılabilir.

Etik Kurul Belgesi

Etik Kurul Komisyon Adı: Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Etik Kurulu

Evrak Tarih ve Sayısı: 08.02.2022-131073

Kurum Kayıt Tarihi ve Sayısı: 17.01.2022/124189

Protokol No: 16

Yazar Katkı Beyanı

Hatice ÇOLAK: Kavramsallaştırma, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, yorumlanması, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.

Mustafa AKINCI: Kavramsallaştırma, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, yorumlanması, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.

Kaynaklar

- Akdoğan, E. E., Güçler, B., & Argün, Z. (2019). Lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü hakkındaki matematiksel söylemlerinin öğretim bağlamında gelişimi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2).
- Aktepe, E. (2012). 7. sınıflarda cebirsel denklemlerin yapılandırmacı öğretim yaklaşımına uygun hazırlanmış çalışma yapılarıyla öğretiminin öğrenci başarısına etkisi (Yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Balcı, A. (2005). *Açıklamalı eğitim yönetimi terimleri sözlüğü*. 7. Baskı, Ankara: Pegem Akademi.
- Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. National center for improving student learning and achievement in mathematics and science*. (13.06.2021 tarihinde <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470471.pdf> adresinden alınmıştır.)
- Chow, T. F. (2011) *Students' difficulties, conceptions and attitudes towards learning algebra: an intervention study to improve teaching and learning*. (Unpublished doctoral dissertation). Curtin University.

- Dede, Y. (2005). I. dereceden denklemlerin yorumlanması: Eğitim fakültesi 1. sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. *C.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, 29(2), 197-205.
- Desmond, N. S. (1997). *The geometric content knowledge of prospective elementary teachers*. (Yayınlanmamış doktora tezi). University of Minnesota, Minnesota.
- Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes. In *Secondary algebra education*. Brill.
- Falkner, K.P., Levi, L., & Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-236.
- Flanagan, K. A. (2001). *High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment*. (Yayınlanmamış doktora tezi). The Pennsylvania State University, Pennsylvania.
- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. A. E. Kelly & R. Lesh (Eds), *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Güçler, B. (2016). Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Eds), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde Ankara: Pegem yayıncılık.
- Harper, S. R. (2002). *Enhancing elementary pre-service teachers' knowledge of geometric transformations*. (Yayınlanmamış doktora tezi). University of Virginia, Virginia.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1).
- Kabadaş, H., & Yavuz-Mumcu, H. (2022). Aritmetikten cebire geçiş süreçlerinde model kullanmanın etkisi: Bir öğretim deneyi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 11(4).
- Kaya, D. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*, 1 (1), 47-59.
- Kılıçoğlu, E. & Kaplan, A. (2019). An examination of middle school 7th grade students' mathematical abstraction processes. *Journal of Computer and Education Research*, 7 (13), 233-256. <https://doi.org/10.18009/jcer.547975>
- Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3).
- Kücherman D. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Eds.), *Children's understanding of mathematics: 11-16*. London: John Murray
- Laughbaum, E. (2003). Developmental algebra with function as the underlying theme. *Mathematics and Computer Education*, 37 (1).
- Law, C. K. (1991). *A genetic decomposition of geometric transformations*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Purdue University, Indiana.
- Memnun, D. S., & Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17-37.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). Principles and Standards for School Mathematics, Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Real, L. F. (1996). Secondary pupils' translation of algebraic relationships into everyday language: A Hong Kong Study, (Eds. Luis, P. & Angel, G.). Paper presented at PME 20, Valencia, Spain, 3.

- Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *The Mathematics Teacher*, 81(6), 420-427.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3).
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research?. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 393-413.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (2).
- Thaqi, X., Giménez, J., & Rosich, N. (2011, February). *Geometrical transformations as viewed by prospective teachers*. 7th Conference of European Research in Mathematics Education kongresinde sunulmuş bildiri, Rzeszów, Poland.
- Ulaş, T. & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*, 1 (2), 103-117.
- Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 7-13). National Council of Teachers of Mathematics.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin yayıncılık.