



FARKLI PERFORMANS KRİTERLERİ ALTINDA PARALEL MAKİNE ÇİZELGELEME PROBLEMİ

Hilmiye Betül DİKMEN^{1*}, Fatih BALCI², Ecem ÇETİN², Yasemin İLGİN², Hakan KAYA², Yusuf Baran KARTAL², Feyzagül OSMANLI², Ayça Mine ÖZEN², Ece SÜRÜCÜ², Damla KIZILAY²

¹ Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, İzmir, Türkiye

² İzmir Demokrasi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, İzmir, Türkiye

Anahtar Kelimeler

Paralel Makine Çizelgeleme, Sıra Bağımlı Ayar Süreleri, Karma Tamsayı Programlama Modeli, Komşuluk Arama Sezgiseli.

Öz

Üretim planlama faaliyetleri arasında oldukça önemli bir yere sahip olan paralel makine çizelgeleme problemi, işlerin hangi kaynaklar kullanılarak üretilceğinin ve hangi makineye hangi sırada atanacağını belirlemesidir. Üretim ortamında kaynakların aktif kullanımı ve müşteri memnuniyeti sağlama gibi amaçları gerçekleştirmek, işlerin çizelgenmesinin iyi bir şekilde yapılıp yapılmaması ile ilgili olmasının yanı sıra amaç fonksiyonu seçimi ile de doğrudan ilişkilidir. Bu çalışmada ele alınan çizelgeleme probleminde, özdeş olmayan paralel makineler, makine ve işlerin hazırlık zamanları ve işler arasındaki sıra bağımlı ayar zamanları düşünülmüştür. Çalışmada, literatürde sıkça yer alan ve firmalar/araştırmacılar tarafından optimize edilmeye çalışılan amaç fonksiyonlarının birbirlerini nasıl etkilediği ve çeşitli kısıtlardan nasıl etkilendiği analiz edilerek literatüre katkı sağlanması hedeflenmiştir. Çalışmanın çözüm yöntemi olarak karma tamsayı programlama modeli kurulmuş, elde edilen sonuçlar için basit bir ara yüz oluşturularak duyarlılık analizleri yapılmıştır. Ele alınan problemin NP-zor sınıfında bulunması sebebiyle büyük boyutlu veri setleri için sezgisel yöntemlere başvurulmuştur. Bu kapsamda altı farklı komşuluk arama sezgiseli kullanılarak sezgisel yöntemlerin sonuçları tüm amaç fonksiyonları için karşılaştırılmış olup, hangi komşuluk arama sezgiselinin hangi amaç fonksiyonu için daha iyi çalıştığı analiz edilmiştir. Geliştirilen algoritma ile elde edilen olurlu çözümler incelenerek amaç fonksiyonlarının duyarlılık analizleri gerçekleştirilmiştir.

PARALLEL MACHINE SCHEDULING PROBLEM UNDER DIFFERENT PERFORMANCE CRITERIA

Keywords

Parallel Machine Scheduling, Sequence Dependent Setup Times, Mixed Integer Programming Model, Neighborhood Search Heuristics.

Abstract

A parallel machine scheduling problem, which has a very important place among production planning activities, determines which resources will be produced on which machine in which order. Active use of resources and ensuring customer satisfaction in the production environment is directly related to selecting the objective function and whether the work is well-scheduled. In the scheduling problem discussed in this study, non-identical parallel machines, setup times of machines and jobs, and sequence-dependent adjustment times between jobs are considered. It is aimed to contribute to the literature by analyzing how these mostly used objective functions affect each other and how they are affected by various constraints. A mixed integer programming model was established as the solution method of the study, and sensitivity analyzes were performed by creating a simple interface for the results obtained. Since the handled problem is in the NP-hard class, heuristic methods have been applied for large-sized data sets. In this context, six different neighborhood search heuristics were compared for all objective functions, and it was then analyzed which neighborhood search heuristic worked better for which objective function. Sensitivity analyzes were carried out by examining the feasible solutions obtained with the developed algorithm.

* İlgili yazar / Corresponding author: betuldkmn47@gmail.com, +90-232-301-7621

Alıntı / Cite

Dikmen, H.B., Balcı, F., Çetin E., İlgin, Y., Kaya, H., Kartal, Y.B., Osmanlı, F., Özen, A.M., Sürücü, E., Kızılay, D., (2023). Farklı Performans Kriterleri Altında Paralel Makine Çizelgeleme Problemi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 11(3), 1030-1053.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

H.B. Dikmen, 0000-0002-5066-7335
 F. Balcı, 0000-0003-2572-9458
 E. Çetin, 0000-0003-1130-0351
 Y. İlgin, 0000-0001-8216-5703
 H. Kaya, 0000-0002-3305-5089
 Y.B. Kartal, 0000-0003-0133-0362
 F. Osmanlı, 0000-0003-2862-5398
 A.M. Özen, 0000-0002-0695-912X
 E. Sürücü, 0000-0002-6177-2982
 D. Kızılay, 0000-0002-6561-8819

Makale Süreci / Article Process

Başvuru Tarihi / Submission Date	30.01.2023
Revizyon Tarihi / Revision Date	13.06.2023
Kabul Tarihi / Accepted Date	27.08.2023
Yayın Tarihi / Published Date	28.09.2023

PARALLEL MACHINE SCHEDULING PROBLEM UNDER DIFFERENT PERFORMANCE CRITERIA

Hilmiye Betül DİKMEN^{1†}, Fatih BALCI², Ecem ÇETİN², Yasemin İLGİN², Hakan KAYA², Yusuf Baran KARTAL², Feyzagül OSMANLI², Ayça Mine ÖZEN², Ece SÜRÜCÜ², Damla KIZILAY²

¹ Dokuz Eylül University, Faculty of Engineering, Department of Industrial Engineering, Izmir, Türkiye

² Izmir Democracy University, Faculty of Engineering, Department of Industrial Engineering, Izmir, Türkiye

Highlights

- Parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times is discussed.
- Five different objective functions were handled, and their effects on each other were examined.
- A mixed integer model was established, and small-size data sets were solved.
- The neighborhood search heuristic for large-size problems has been proposed.

Purpose and Scope

Within the scope of the study, it is aimed to contribute to the literature by analyzing how the objective functions, which are frequently included in the literature and tried to be optimized by companies/researchers, affect each other and how they are affected by various constraints. These analyses were conducted on parallel machine scheduling problems with constraints, including preparation times of the jobs and machines, sequence-dependent setup times, and number of jobs and machines. Thus, a rich parallel machine scheduling problem is considered to conduct sensitivity analysis.

Design/methodology/approach

A mixed integer programming model was established as the solution method of the study, and sensitivity analyzes were performed on the results obtained. Moreover, heuristic methods based on several neighborhood moves have been applied to large-size data sets. Six different neighborhood search heuristics were used. The results of the heuristics used were compared for all objective functions, and it was analyzed which neighborhood search heuristic worked better for which objective function. In addition, a hybrid algorithm in which all neighborhood search heuristics work together is also included in these comparisons.

Findings

The obtained results are discussed in detail in the numerical results section. For example, the objective functions related to minimizing total tardiness and the number of tardy jobs have positive effects on each other. However, they showed lower performance when the completion time-related objective functions were considered as primal objectives. In addition, it was observed that the changes in the number of jobs and machines affected the total tardiness (T_{top}) value the most among other objective values.

Research limitations/implications

Different neighborhood search heuristics are used in the paper. However, the state-of-the-art heuristics in the literature are not used for parallel machine scheduling problems, so by using these methods, comparisons can be made with the existing results in the literature. Lower bounds can be generated for each objective function value so the solution performance of the mathematical model can be improved.

[†] Corresponding author: betuldkmn47@gmail.com, +90-232-301-7621

Practical implications

These analyses made in the study are handled in the planning process in companies and offer the manager an option to choose the objective function. These studies can be turned into a practically applicable program by designing a user-friendly interface and drawing up daily/weekly scheduling plans in line with the chosen objective function.

Social Implications

Although this research does not have a direct social impact, it can guide the industry to choose the proper objective function, improving the planning processes and reducing costs. The decrease in cost also causes an increase in demand, and thus the volume of production increases. The increase in production volume may also result in hiring more workers. Thus, this study will indirectly create a social impact.

Originality

Although the objective functions discussed in the study have been studied in the literature, no sensitivity analysis has been found to compare the performances of different objective functions as a result of the literature research. As far as the authors' knowledge, this study is the pioneering study in the literature showing how objective function performance changes as the number of jobs and machines change. Besides, this study also provides how the considered objective function affects the values of the other objective functions.

1. Giriş (Introduction)

Çizelgeleme, belirli zaman aralığında işlere, matematiksel veya sezgisel yöntemler kullanılarak sınırlı kaynakların atanmasını sağlayan bir karar verme sürecidir. Çoğunlukla imalat ve servis endüstrilerinde kullanılmaktadır (Akyol ve Saraç, 2017; Eren ve Güner, 2006). Bir imalat atölyesinde kaynakların etkin kullanımı iyi bir çizelgeleme yapılıp yapılmaması ile doğrudan ilişkilidir. Bu doğrultuda kısıtlı kaynaklar göz önünde bulundurularak, işletmelerin zamanında üretim, yüksek verimlilik gibi amaçlarını karşılamak hedeflenmektedir. Aynı operasyonu birden fazla makinenin gerçekleştirebildiği durumda paralel makine ortamları oluşmaktadır. Bu makineler bir işi aynı sürede gerçekleştirebilen aynı tipteki özdeş paralel makineler, bir işi farklı hızlarda gerçekleştirebilen aynı tipteki özdeş olmayan paralel makineler ve bir işi farklı hızlarda gerçekleştirebilen farklı tipteki ilişkisiz paralel makineler olarak üç sınıfa ayrılmaktadır (Pinedo, 2002). Aynı tipteki makinelerin hızlarının farklı olması durumunda hangi işin hangi makineye atanarak uygun bir şekilde sıralama elde edileceği sorusu özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemlerinin temelini oluşturmaktadır. Yapılan literatür taraması ışığında ele alınan özdeş olmayan paralel makine probleminin kapsamını geniş tutacak kısıtlar modele eklenmeye çalışılmıştır. Bunun sonucunda, paralel makinelerin özdeş olmadığı yani işlerin işlem sürelerinin makineye bağlı olarak değiştiği, atanan işler arasında sıra bağımlı hazırlık süresinin; ilk iş için ayrı, makine için ayrı bir hazırlık süresinin bulunduğu bir çizelgeleme problemi ele alınarak küçük boyutlu veriler için karma tamsayılı matematiksel model, büyük boyutlu veri setleri için ise sezgisel model kurulmuş ve analizler bu modeller üzerinden yapılmıştır.

Projenin amacı, paralel makine çizelgeleme problemlerinde farklı performans kriterlerinin etkilerini duyarlılık analizi ile incelemek ve bu analiz sonucunda yapılacak karşılaştırmalar ile literatüre amaç fonksiyonu seçimlerinde fikir oluşturacak nitelikte kaynak sunmaktır. Diğer bir amaç, çalışma sonrasında sürdürülebilir bir üretim ortamına katkıda bulunmaktır. Çalışmada ele alınan her bir amaç fonksiyonu, paralel makine çizelgelemede karşılaşılabilecek senaryoları dikkate alarak belirlenmiştir. Etkin makine kullanımlarını ve ara stok maliyetlerini optimize etmek gibi amaçlar doğrultusunda son işin tamamlanma zamanını (C_{max}) ve işlerin toplam tamamlanma zamanını (C_{top}) minimize etmek; gecikmeleri azaltarak müşteri memnuniyetini sağlamak için maksimum gecikme (T_{max}), geciken iş sayısı (nt) ve işlerin toplam gecikmelerini (T_{top}) minimize etmek amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Bu amaç fonksiyonları literatürde çalışılmış olmakla beraber, yapılan literatür araştırması sonucunda farklı amaç fonksiyonlarının performanslarını karşılaştırmak amacıyla yapılmış bir duyarlılık analizine rastlanmamıştır. Yapılacak olan bu çalışma ile elde edilen sonuçların literatüre ve firmaların amaç fonksiyonu seçimlerine katkı sağlaması hedeflenmektedir. Paralel makine çizelgeleme problemleri ile ilgili literatürde pek çok çalışma bulunmaktadır. Belirli anahtar kelimeler kullanılarak yapılan kaynak araştırması sürecinde bu çalışmalar incelenmiş ve özetlenmiştir.

Mokotoff ve Chretienne (2002), bir çizelgeleme probleminde özdeş paralel makinelerin maksimum tamamlanma zamanını minimize etmek için kesme algoritması kullanmıştır. Eren ve Güner (2006), iki ölçütlü özdeş paralel makine çizelgeleme problemini incelemiştir. Problemin amacı toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikmenin ağırlıklı toplamını en küçükmektir. NP-zor yapıda olan bu problemi çözmek için bir tam sayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Bu model ile 20 işe kadar olan problemler çözümlenip daha büyük boyutlu problemler için tabu arama ve rassal arama yöntemi geliştirilerek 1000 işe kadar olan problemler için çözüm bulunmuştur.

Çevikcan, Durmuşoğlu ve Baskak (2009), paralel makinelerde sıra bağımlı hazırlık sürelerine sahip işlerin çizelgelenmesini ele aldıkları makalelerinde, iş çizelgelenmesinde ürün tasarım özelliklerini dikkate alan bir sistem

sunmuşlardır. Geliştirilen sistemin yol haritasına bağlı olarak sıra bağımlı hazırlık süreleri toplamını en küçükmeye yönelik ürün tasarım özelliklerine bağlı bir sıralama algoritması geliştirilmiş ve literatürde yer alan çeşitli sıralama algoritmaları incelenmiştir.

Türker ve Çağrı (2011), paralel makine ve tek ekip üzerinde iş çizelgelemesi çalışıp karmaşık ve çözümü zor sıra bağımlı hazırlık süreleri ve tek işlemci kısıtını düşünmüşlerdir. Maksimum tamamlanma zamanını minimize etmek için makinelerdeki işlerin sıralanması ve tek işlemci üzerinde gerçekleştirilecek olan hazırlık işlemlerinin sınırlandırılması belirlemek amaçlanmıştır. Problem çözümü için genetik algoritma ve tabu arama yaklaşımları birlikte kullanılmıştır. Genetik algoritma ile problemin başlangıç çözümünü elde edildikten sonra daha iyi çözümler için tabu arama yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların performansı, rastgele arama yöntemi sonuçlarıyla kıyaslanarak önerilen yaklaşımın ele alınan problem için etkin olduğu gözlemlenmiştir.

Alcan ve Balişgil (2012), çalışmalarında özdeş olmayan paralel makine çizelgelemede akış zamanını minimize etmeyi hedeflemiştir. Eren (2012), yaptığı çalışmada makineye-bağımlı bozulma etkili paralel makine çizelgeleme problemini ele almış ve amaç fonksiyonunda da toplam yüklemeyi minimize etmeyi amaçlamıştır. Çözüm için polinom zamanlı algoritma önerilmiş ve geliştirilen model bir örnek üzerinde uygulanmıştır. Yang (2013), özdeş olmayan paralel makinelerde optimum makine bakım sıklığını dikkate alarak tamamlanma süresini minimize etmek üzerine çalışmıştır. Lee, Yu ve Lee (2013), işlerin toplam gecikmesini en küçükmeye yönelik, sıra bağımlı hazırlık sürelerinin bulunduğu ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini tabu arama algoritması ile çözmüşlerdir. Lin ve Hsieh (2014), ilişkisiz paralel makinelerle, sıra ve makine bağımlı hazırlık süreleri ve işlerin hazır olma zamanının bulunduğu problemler üzerinde çalışmışlardır. Yeh vd (2014), bulanık işlem süresi parametrelerinin ve öğrenme etkisinin bulunduğu bir paralel makine çizelgeleme problemi üzerinde çalışmışlardır. Amaç fonksiyonu maksimum tamamlanma zamanını minimize etmek olan problem için genetik algoritma ve benzetim tavlama algoritması ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Vallada, Ruiz ve Framinan (2015), çalışmalarında özdeş ve özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemleri için iş ve makine sırasına bağlı hazırlık sürelerini dikkate alarak genetik algoritma oluşturmuşlardır. Mensendiek, Gupta ve Herrmann (2015), toplam gecikmeyi en aza indirmek için özdeş paralel makine çizelgeleme problemini çalışmışlardır.

Afzalirad ve Rezaeian (2016), özdeş olmayan paralel makinelerde iş sırasına bağlı kurulum süreleri, kaynak kısıtları, sıra bağımlı olmayan hazırlık zamanları ve makine öncelik kısıtları ile toplam tamamlanma zamanını en küçükmeye çalışmıştır. Skutella, Sviridenko ve Uetz (2016), özdeş olmayan paralel makinelerde ağırlıklı toplam tamamlanma zamanını en küçükmeye yönelik doğrusal programlama yöntemi geliştirmişlerdir. Bektur ve Saraç (2016), iki paralel enjeksiyon makinesi bulunan üretimin hazırlık aşamasında, üretilecek ürüne ait kalıbın makinelere vinç ile taşınarak bağlanması üzerinde çalışmışlardır. Makineler tek bir vinci paylaştığından ortak kaynak kullanımı bulunmaktadır. Problemin amacı son işin tamamlanma zamanının en küçükleme olmasıdır. Ele alınan problem NP-zor yapıda olduğundan dolayı matematiksel modelin yanı sıra büyük boyutlu problemlerin çözümü için de genetik algoritma geliştirilmiştir.

Akyol ve Saraç (2017), ortak kaynak kullanan işlerin paralel makinelerde çizelgelemesini ele almıştır. Ele alınan problem için karma tam sayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Çalışmada sıra bağımlı hazırlık süreleri, makine uygunluk kısıtları ve ortak kaynak kullanımı gibi kısıtlar vardır. Küçük boyutlu problemler için tamsayı programlama modeli ile sonuç bulunmuştur. Büyük boyutlu problemler için sezgisel algoritmalar önerilmiştir. Sarıçipek (2018), sıra bağımlı hazırlık süreli özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemi için bir karar destek sistemi tasarlamıştır. Problemde, en büyük tamamlanma zamanının, en büyük gecikmenin, toplam erken bitirme ve geç bitirmelerin en küçükleme gibi birçok amaç fonksiyonu dikkate alınmıştır. Büyük boyutlu problemler için meta sezgisel yöntemler içeren bir karar destek modeli tasarlanmıştır. Kaya ve Karaçizmeli (2018), sıra bağımlı hazırlık süreli, ortak teslim tarihli özdeş paralel makine çizelgeleme problemini ortalama tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanını en küçükmeye yönelik ele almışlardır. Klasik öncelik kuralları ile elde edilen başlangıç çözümü yerel arama algoritması ile geliştirilmiştir.

Karabulut ve Saraç (2019), atölye tipi çizelgeleme probleminin özel bir hali olan esnek atölye tipi çizelgeleme problemini ele almıştır. Üç aşamalı bir çözüm önerisi geliştirilmiştir. Amaç toplam gecikmeyi en aza indirmektir. Kapasite kısıtları eklenerek problem genelleştirilmiş ve benzer çalışmalara kıyasla daha uygulanabilir çözümler üretilmiştir. Önerilen matematiksel modeller ile küçük boyutlu gerçek veri setleri kullanarak kapasite kısıtlı ve kapasite kısıtsız iki ayrı çözüm üretilmiş ve sonuçlar hem birbirleriyle hem de işletmenin mevcut çizelgesiyle karşılaştırılmıştır. Najat vd. (2019), makine arızalarını önlemek için periyodik önleyici bakımı göz önünde bulundurarak geciken iş sayısını en aza indirmek için özdeş paralel makine çizelgeleme problemini ele almıştır. Çözüm için matematiksel model ve sezgisel algoritma olmak üzere iki yöntem önerilmiştir.

Ertem, Özçelik ve Saraç (2021), literatürün genelinden farklı olarak sıra bağımlı hazırlık sürelerini stokastik olarak ele almanın katkılarını açıklamıştır. Sıra bağımlı hazırlık süreli stokastik ilişkisiz paralel makine çizelgeleme

problemi için iki aşamalı stokastik programlama yöntemi kullanılmış ve matematiksel model geliştirilmiştir. Kılıç (2021), bir firmanın boyahane bölümünde sıra bağımlı hazırlık süreli paralel makine çizelgeleme problemi üzerinde çalışmıştır. İşlerin toplam gecikme süresini en aza indirmeyi amaçlayan bir matematiksel model geliştirilmiştir. Ayrıca probleme farklı çizelgeleme kuralları uygulanarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Croce, T'kindt ve Ploton (2021), özdeş paralel makine probleminde geciken iş sayısını minimize etmeyi amaçlamıştır. Çalışmada geciken iş sayısı minimizasyonu amacı ile ele alınan problemin polinom zamanda çözülemediği gösterilmiştir. Daha sonra üstel zaman algoritmalarını kullanarak çözümler elde edilmiştir. Berthier vd. (2022), makine ve sıra bağımlı hazırlık süreleri, makine uygunluğu ve farklı kaynak türü kısıtları altında ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini ele almıştır. Tekstil endüstrisindeki bir vaka üzerinde çalışılmıştır. İki çözüm yöntemi sunulmuştur. Kesin çözümler elde edebilmek için yeni bir matematiksel model önerilmiştir. Aynı zamanda bu karmaşık problemi makul bir sürede çözebilmek için genetik algoritma geliştirilmiştir. Saraç ve Özçelik (2023), ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini, amaç fonksiyonu son işin tamamlanma zamanı ve toplam gecikmenin en küçüklenmesi olacak şekilde çok amaçlı olarak ele almış ve bir meta-sezgisel algoritma geliştirmiştir. Bu algoritmanın yanı sıra genişletilmiş epsilon kısıt yöntemi ile problem çözümlerinde elde edilen pareto optimal çözümler yorumlanmıştır.

İncelenen çalışmaları özetlemek üzere ele alınan amaç fonksiyonu ve çözüm yöntemini belirten literatür özet tablosu Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Literatür özet tablosu (Literature summary table)

Yazarı ve Yılı	$\sum C_i$	$\sum T_i$	$\sum nt_i$	C_{max}	T_{max}	Çözüm Yöntemi
Mokotoff ve Chretienne (2002)				√		Kesme Algoritması
Eren ve Güner (2006)	√				√	Tam Sayılı Programlama, Tabu Arama
Türker ve Çağrı (2011)				√		Genetik Algoritma, Tabu Arama
Alcan ve Balişgil (2012)				√		Genetik Algoritma
Yang (2013)	√					Polinom Zamanlı Algoritma
Lee, Yu ve Lee (2013)		√				Tabu Arama
Lin ve Hsieh (2014)		√				Tavlama Benzetimi, Greedy Sezgiseli
Yeh vd (2014)				√		Genetik Algoritma, Tavlama Benzetimi
Vallada, Ruiz ve Framinan (2015)				√		Genetik Algoritma
Mensendiek, Gupta ve Herrmann (2015)		√				Matematiksel Model ve Dal-Sınır Algoritması, Tabu Arama, Hibrit Genetik Algoritma
Afzalirad ve Rezaeian (2016)	√					Matematiksel Model, Genetik Algoritma ve Yapay Bağışıklık Sistemi
Skutella, Sviridenko ve Uetz (2016)	√					Doğrusal Programlama
Bektur ve Saraç (2016)				√		Matematiksel Model, Genetik Algoritma
Akyol ve Saraç (2017)				√		Karma Tamsayı Programlama, Sezgisel Yöntemler
Sarıççek (2018)		√	√	√	√	Tavlama Benzetimi, Tabu Arama
Kaya ve Karaçizmeli (2018)	√			√		Yerel Arama Algoritması
Karabulut ve Saraç (2019)		√				Matematiksel Model
Najat vd. (2019)			√			Matematiksel Model, Sezgisel Algoritma
Ertem, Özçelik ve Saraç (2021)				√		Matematiksel Model
Kılıç (2021)		√				Matematiksel Model, LEKIN
Croce, T'kindt ve Ploton (2021)			√			Kesin Üstel Zaman Algoritması
Berthier vd. (2022)				√		Matematiksel Model, Genetik Algoritma
Saraç ve Özçelik (2023)		√		√		Meta-sezgisel Yöntem, Epsilon Kısıt Yöntemi

Yapılan literatür taramaları sonucunda paralel makine çizelgeleme problemi üzerine birçok çalışma olduğu gözlemlenirken, özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemlerinin özdeş makine çizelgeleme problemlerine kıyasla daha az sayıda olduğu görülmüştür. Bu nedenle çalışmada özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemi üzerinde farklı amaç fonksiyonlarının birbirlerini nasıl etkilediği ve bu amaç fonksiyonlarının eklenen kısıtlardan nasıl etkilendiği incelenmiştir. Bu doğrultuda özdeş olmayan paralel

makinenin bulunduğu ortamda 5 farklı amaç fonksiyonu ele alınmış ve performansları değerlendirilmiştir. Bu amaç fonksiyonları literatürde sıkça çalışılmış olmakla beraber farklı amaç fonksiyonu değerlerinin birbirlerini nasıl etkileyeceği ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Makalenin devamında yer alan bölümler geliştirilen yöntemlerden, analizlerden ve sonuçlardan detaylı olarak bahsetmektedir. Bölüm 2'de uygulanan yöntemler açıklanmıştır. Problem kapsamında hem karma tamsayı programlama modeli çözülmüş, hem de sezgisel komşuluk arama yöntemleri uygulanmıştır. Bölüm 3'te sayısal sonuçlar ve analizler karşılaştırmalar yapılarak anlatılmıştır. Bölüm 4'te ise sonuçlar ve gelecek çalışmaları hakkında bilgiler verilmiştir.

2. Materyal ve Yöntem (Material and Method)

Bu çalışmada özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemi ele alınarak literatürde çokça kullanılan beş farklı amaç fonksiyonunun duyarlılık analizi ile performansları değerlendirilmiştir. Bu amaç fonksiyonlarının birbirlerine olan etkilerinin sağlıklı bir şekilde analiz edilebilmesi için, her bir amaç fonksiyonu öncelikli amaç olarak çözümlenip, çözüm sonucunda elde edilen değer kısıta eklenerek diğer amaç fonksiyonlarının aldıkları değerler analiz edilmiştir. Bir problem, iki farklı amaç fonksiyonu için ayrı ayrı çözüldüğünde, bu amaç fonksiyonlarının problemin çözümü için nasıl bir etki yarattığını ya da birbirlerini nasıl etkilediklerini görmek mümkün değildir. Bu nedenle bir amaç fonksiyonu için problem çözüldükten sonra, bu amacı sağlayacak şekilde diğer amaç fonksiyonları için çözüm değerleri elde edildiğinde, hangi amaç fonksiyonlarının birbirine zıt, hangilerinin birbirleri ile uyumlu sonuçlar verdikleri anlaşılabilir. Bu sebeple, her bir amaç fonksiyonu öncelikli olacak şekilde, kalan amaç fonksiyonlarının tamamı için çözümler üretilmiş ve karşılaştırmalar yapılmıştır. Problem, yapılan literatür araştırması sonucu belirlenen varsayımlar kapsamında şekillenmiştir. Bu varsayımlar dikkate alınarak problemin analizine yönelik kurulan karma tam sayılı matematiksel modelin yanı sıra büyük boyutlu problemlere uygun sürelerde çözüm aramak adına sezgisel modellerden de faydalanılmıştır. Problemin varsayımları aşağıdaki gibi listelenmiştir.

- Özdeş olmayan paralel makineler mevcuttur.
- Her makinede atanan ilk iş için bir hazırlık süresi mevcuttur.
- Sıra bağımlı hazırlık süreleri mevcuttur.
- İşler işleme başladıktan sonra bölünmemektedir.
- İşler arasında bir öncüllük bulunmamaktadır.
- Bir makinede belirli bir zaman diliminde yalnızca bir iş yapılabilir.
- Çizelgeleme periyodu boyunca tüm makinelere iş atanabilir.
- Her makinenin kendi hazırlık zamanı mevcuttur.

Literatürde sıkça yer alan ve firmalar/araştırmacılar tarafından optimize edilmeye çalışılan amaç fonksiyonlarının tek tek çalıştırıldığında diğer amaç fonksiyonları değerleri üzerindeki performansı analiz edilmiştir. Matematiksel model, performansı incelenecek birincil amaç için çalıştırıldıktan sonra elde edilen optimal değer modele kısıt olarak eklenerek diğer amaç fonksiyonları için sıralı olarak çalıştırılmıştır. Sezgisel modelde ise birincil amaç fonksiyonu ile toplam halinde diğer amaç fonksiyonlarının normalize değeri için iyi sonuçlar aranmıştır. İlgili modeller ve formülasyonlar ilerleyen bölümlerde açıklanmıştır.

2.1. Matematiksel Model (Mathematical Model)

Çalışmaya konu olan farklı performans kriterleri altında paralel makine çizelgeleme problemi analizi için ilk olarak literatür taraması gerçekleştirilerek problemin varsayımları belirlenmiştir. Bektur ve Saraç (2016), amaç fonksiyonu son işin tamamlanma zamanı iken, iki paralel makinenin hazırlık aşamasında bir adet kaynak (vinç) kullandığı, işlerin sıra bağımlı hazırlık sürelerine sahip olduğu ve makine uygunluk kısıtının bulunduğu varsayımları dahilinde paralel makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Ertem, Özçelik ve Saraç (2021), stokastik sıra bağımlı hazırlık süreleri kullanarak özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemleri üzerinde çalışmışlardır.

Problemin analizi için ilk aşamada küçük veri setleri kullanılarak karma tam sayılı doğrusal matematiksel model geliştirilmiştir. Daha sonra uygun sürelerde büyük veri setlerinin analizini gerçekleştirmek için sezgisel yöntemlere başvurulmuştur. Ertem vd. (2021), özdeş olmayan paralel makine problemlerinin çizelgenmesi için matematiksel model kurmuşlardır. Akyol ve Saraç (2017), yaptıkları çalışmada ortak kaynak kullanımını bulanan işlerin paralel makinelerde çizelgenmesi için karma tam sayılı model kurmuşlardır. Eren ve Güner (2006), toplam tamamlanma zamanı ve maksimum gecikmenin ağırlıklı toplamını minimize etmek üzere özdeş paralel makine problemi çözümü için matematiksel model kurmuşlardır. Bu çalışmalardan esinlenerek çizelgeleme probleminin varsayımları belirlenmiştir. Matematiksel model kurarken bu varsayımlar göz önünde

bulundurulmuş ve ilgili amaç fonksiyonu için gerekli kısıtlar yazılmıştır. Analizi yapılacak olan beş farklı amaç fonksiyonu bulunmaktadır ve matematiksel model aşağıdaki gibidir.

İndisler

i: iş ($i=1,2,3\dots N$)
j: iş ($j=1,2,3\dots N$)
k: sıra ($k=1,2,3\dots S$)
m: makine ($m=1,2,3\dots M$)

Parametreler

N: iş sayısı
M: makine sayısı
S: sıra sayısı
bigM: Büyük bir sayı
 p_{im} : i işinin m makinesindeki işlem süresi
 h_i : i işi eğer ilk sıraya atanmışsa hazırlık süresi
 d_i : i işinin termin zamanı
 b_m : m makinesinin hazırlık süresi
 stp_{ij} : i ve j işi arasındaki sıra bağımlı hazırlık süresi

Karar Değişkenleri

x_{ikm} : $\begin{cases} 1, \text{ eğer } i \text{ işi } k \text{ sırasına } m \text{ makinesinde ataniyorsa} \\ 0, \text{ diğer durumlarda} \end{cases}$
 nt_i : $\begin{cases} 1, i \text{ işinde gecikme varsa} \\ 0, \text{ diğer durumlarda} \end{cases}$
 C_i : i işinin tamamlanma zamanı
 T_i : i işinin gecikme miktarı
 C_{\max} : Maksimum tamamlanma zamanı
 T_{\max} : Maksimum gecikme miktarı

Amaç Fonksiyon

$$\begin{aligned} \text{Min } \sum_{i=1}^N C_i & \quad (1) \\ \text{Min } \sum_{i=1}^N T_i & \quad (2) \\ \text{Min } \sum_{i=1}^N nt_i & \quad (3) \\ \text{Min } C_{\max} & \quad (4) \\ \text{Min } T_{\max} & \quad (5) \end{aligned}$$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} C_i + \text{bigM} * (1 - x_{i1m}) & \geq b_m + h_i + p_{im} & \forall i = 1..N, m = 1..M & \quad (6) \\ C_i - \text{bigM} * (1 - x_{i1m}) & \leq b_m + h_i + p_{im} & \forall i = 1..N, m = 1..M & \quad (7) \\ C_i + \text{bigM} * (2 - x_{ikm} - x_{jk-1m}) & \geq C_j + p_{im} + stp_{ij} & \forall i, j = 1..N, m = 1..M, k = 2..S & \quad (8) \\ C_i - \text{bigM} * (2 - x_{ikm} - x_{jk-1m}) & \leq C_j + p_{im} + stp_{ij} & \forall i, j = 1..N, m = 1..M, k = 2..S & \quad (9) \\ \sum_{i=1}^N x_{ikm} & \leq 1 & \forall m = 1..M, k = 2..S & \quad (10) \\ \sum_{k=1}^S \sum_{m=1}^M x_{ikm} & = 1 & \forall i = 1..N & \quad (11) \\ \sum_{i=1}^N x_{ikm} - \sum_{i=1}^N x_{i,k-1,m} & \leq 0 & \forall m = 1..M, k = 2..S & \quad (12) \\ T_i & \geq C_i - d_i & \forall i = 1..N & \quad (13) \\ C_{\max} & \geq C_i & \forall i = 1..N & \quad (14) \\ T_{\max} & \geq T_i & \forall i = 1..N & \quad (15) \\ \text{bigM} * nt_i & \geq T_i & \forall i = 1..N & \quad (16) \end{aligned}$$

İşaret Kısıtları

$$\begin{aligned} x_{ikm} & \in \{0,1\} & \forall i = 1..N, m = 1..M, k = 1..S & \quad (17) \\ nt_i & \in \{0,1\} & \forall i = 1..N & \quad (18) \\ C_i & \geq 0 & \forall i = 1..N & \quad (19) \\ T_i & \geq 0 & \forall i = 1..N & \quad (20) \end{aligned}$$

$$C_{\max} \geq 0 \quad (21)$$

$$T_{\max} \geq 0 \quad (22)$$

Amaç fonksiyonu (1) işlerin tamamlanma zamanının toplamını minimize ederken, amaç fonksiyonu (2) işlerin müşteriye gecikme miktarlarının toplamını minimize eder. Amaç fonksiyonu (3) geciken iş sayısını minimize etmeyi amaçlar. Amaç fonksiyonu (4) işlerin maksimum tamamlanma zamanını minimize ederken, amaç fonksiyonu (5) işler arasında maksimum gecikmenin minimize edilmesini sağlar. Matematiksel model beş farklı amaç fonksiyonu için çalıştırılacağından her bir amaç fonksiyonu için ilgili karar değişkenleri ve kısıtlar modele eklenmelidir. Tablo 2’de ilgili amaç fonksiyonları için gerekli karar değişkenleri (+) ile gösterilmiştir.

Tablo 2: Amaç fonksiyonları ve ilgili karar değişkenleri (Objective functions and related decision variables)

AMAÇ FONKSİYONU	KARAR DEĞİŞKENLERİ					
	x_{ikm}	nt_i	C_i	T_i	C_{\max}	T_{\max}
$\text{Min } \sum C_i$	+		+			
$\text{Min } \sum T_i$	+		+	+		
$\text{Min } \sum nt_i$	+	+	+	+		
$\text{Min } C_{\max}$	+		+		+	
$\text{Min } T_{\max}$	+		+			+

Tablo 3’te ilgili amaç fonksiyonu için modele eklenecek kısıtlar (+) ile işaretlenmiştir.

Tablo 3: Amaç fonksiyonları ve ilgili kısıtlar (Objective functions and related constraints)

AMAÇ FONKSİYONU	KISITLAR																
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$\text{Min } \sum C_i$	+	+	+	+	+	+	+					+		+			
$\text{Min } \sum T_i$	+	+	+	+	+	+	+	+				+		+	+		
$\text{Min } \sum nt_i$	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+	+	+	+		
$\text{Min } C_{\max}$	+	+	+	+	+	+	+		+			+		+		+	
$\text{Min } T_{\max}$	+	+	+	+	+	+	+	+		+		+			+		+

6-12 numaralı kısıtlar tüm amaç fonksiyonları için evrenseldir. Kısıt 6 ve 7, herhangi bir makinede ilk sıraya atanacak olan işin tamamlanma zamanını, makine hazırlık süresi (b_m) ve ilk sıraya atanan işin hazırlık süresi (h_i) parametrelerini dikkate alarak hesaplar. Kısıt 8 ve 9, herhangi bir makinede ilk sıra hariç atanacak olan işin sıra bağımlı hazırlık süresini (stp_{ij}) dikkate alarak hesaplar. Kısıt 10, her iş yalnızca bir sıra ve bir makineye atanabilir, yani işler bölünemez varsayımını sağlarken, kısıt 11, bir makine aynı anda birden fazla iş işleyemez, yani bir sıraya yalnızca bir iş atanabilir varsayımını sağlar. Kısıt 12, ardışıklık kısıtıdır ve işlerin sıra atlamadan işlenmesini garanti eder.

Kısıt 13, i işinin tamamlanma zamanından termin süresinin çıkarılması ile gecikme miktarını hesaplar. Bu kısıt amaç fonksiyonları $\text{Min } \sum T_i$, $\text{Min } \sum nt_i$ veya $\text{Min } T_{\max}$ olduğunda modele eklenmektedir. Kısıt 14, maksimum tamamlanma zamanını hesaplar. Bu kısıt amaç fonksiyonu $\text{Min } C_{\max}$ olduğunda modele eklenmektedir. Kısıt 15, maksimum gecikme miktarını hesaplar. Bu kısıt amaç fonksiyonu $\text{Min } T_{\max}$ olduğunda modele eklenir. Kısıt 16, ikili değişken olan karar değişkeni nt_i ’nin toplamını yani geciken iş sayısını hesaplar. Bu kısıt ise amaç fonksiyonu $\text{Min } \sum nt_i$ olduğunda modele eklenir. Kısıt 17-22 karar değişkenlerinin işaret kısıtlarıdır.

Modelin doğru çalışması için $bigM$ parametresi yeteri kadar büyük olmalıdır. Bu sebeple her veri setinde aynı formülasyonla farklı $bigM$ değerleri hesaplanmıştır. $bigM$ hesaplanırken, ilk olarak işlerin maksimum işlem süreleri toplamının 2 katı alınmıştır. Daha sonra bu değere makine hazırlık süreleri, ilk sıraya atanan işler için maksimum hazırlık süresinin makine sayısı ile çarpımı ve maksimum sıra bağımlı hazırlık süresinin “iş sayısı - 1” ile çarpılması sonucu elde edilen değer eklenmiştir. Matematiksel işlem denklem (23)’teki gibidir.

$$bigM = \sum_{i=1}^N \left(\max_{m=1..M} (p_{im}) * 2 \right) + \sum_{m=1}^M b_m + \max_{i=1..N} (h_i) * 2 + \max_{i,j=1..N} (stp_{ij}) * (N-1) \quad (23)$$

Tablo 4’te her amaç fonksiyonunun iş ve makine sayısına bağlı olarak değişen karar değişkeni ve kısıt sayısı hesaplanmıştır. Bu hesapta n iş sayısını m makine sayısını ifade etmektedir.

Tablo 4: Karar değişkeni ve kısıt sayısı (Number of decision variables and constraints)

AMAÇ FONKSİYONU	KARAR DEĞİŞKENİ SAYISI	KISIT SAYISI
$\sum C_i$	$n+n^2m$	$mn(4+2(n-1)^2) + n - m$
$\sum T_i$	$2n+n^2m$	$mn(4+2(n-1)^2) + 2n - m$
$\sum nt_i$	$3n+n^2m$	$mn(4+2(n-1)^2) + 3n - m$
C_{max}	$n+n^2m+1$	$mn(4+2(n-1)^2) + 2n - m$
T_{max}	$2n+n^2*m+1$	$mn(4+2(n-1)^2) + 2n - m$

Matematiksel modelin çalıştırılabilmesi için gerekli veri setleri hazırlanmıştır. Paralel makine çizelgeleme problemi NP-zor yapıda olduğundan modelin büyük veri setlerinde çözüm ararken zorlanabileceği böylece çözüm süresinin uzayacağı ön görülmüştür ve problemin analizi için ilk olarak küçük veri setleri seçilmiştir. 6-8-10 iş bulunan veri setleri için işlerin makine bağımlı işlem süresi (p_{im}) ve sıra bağımlı hazırlık süreleri (stp_{ij}) Vallada, Ruiz ve Framinan (2015) tarafından üretilmiş olan veri setlerinden elde edilmiştir. Model için ihtiyaç duyulan diğer veriler ($d_i, b_m, h_i, bigM$) uygun formülasyonla Microsoft Excel üzerinde hesaplanmıştır. Hesaplama adımları Bölüm 3 Sayısal Bulgular kısmında belirtilmiştir.

Gerekli veri setleri Microsoft Excel üzerinde oluşturulduktan sonra model IBM ILOG CPLEX OPL 12.10 programında sıralı olarak çalıştırılmıştır. Öncelikle her bir amaç fonksiyonunun optimal değeri bulunarak kısıtlara eklenmiştir. Daha sonra model tek tek diğer amaç fonksiyonları için çalıştırılmıştır. Modelin çıktısı yine aynı MS Excel dosyasına yazdırılarak basit bir ara yüz oluşturulmuş ve el ile doğrulama sağlanmıştır. Bu sağlama ile modelin doğru sonuç verdiği görülmüştür. Ara yüz sayesinde otomatik olarak çizdirilen Gantt diyagramları ile işlerin hangi sıra ile hangi makinede işlendiği görsel olarak sunulup somut bir çıktı oluşturulmuştur.

Optimal değer olan birincil amaç fonksiyonunun diğer amaç fonksiyonları üzerindeki performans analizi gerçekleştirilmiştir. Bu karşılaştırmalarda 6, 8 ve 10 iş sayıları için 6 veri seti sonucunun ortalaması alınarak kendi içerisinde kıyaslanmıştır. Daha sonra artan iş sayıları göz önünde bulundurularak, veri setleri iş sayısına göre birbiri ile kıyaslanmıştır. Bu sayede amaç fonksiyonlarının performansının belirli bir iş sayısı altında değerlendirilmesinin yanı sıra iş sayısı artışı ile problemin göstereceği değişiklikler de analiz edilmiştir.

2.2. Sezgisel Model (Heuristic Model)

Çizelgeleme problemleri kombinatoriyal eniyileme problemleri olduğundan bu problemler genel olarak ya P ya da NP problemler olarak adlandırılır. P tipi problemler polinom zaman sınırlı bir algoritma ile etkin zamanda çözülebilmektedir. NP tipi problemler için polinom zaman sınırlı bir algoritmanın bulunması mümkün görülmemekte ve bu problemler en iyi olarak ancak üstel zamanda çözülebilmektedir (Eren ve Güner, 2002). Lenstra vd. (1977) yaptıkları çalışmada makine çizelgeleme problemlerinin karmaşıklığını inceleyerek C_{max} , T_{max} , $\sum T$ ve $\sum C$ amaç fonksiyonlarını paralel makine ortamında NP-tam olarak sınıflandırmışlardır. Croce vd. (2021) ise NP-zor sınıftaki paralel makine çizelgeleme probleminin $\sum Nt$ amaç fonksiyonu üzerinde polinom zamanda çözemediğini göstermişlerdir. Bu nedenle matematiksel model ile küçük veri setleri için optimal sonuçların elde edilmesine karşın veri seti boyutu arttıkça mevcut yaklaşım çözüm zamanı bakımından verimli bulunmamıştır. Sonuç olarak problemin gerçek hayata uygulanabilirliği için sezgisel yöntemlere başvurulmuştur. Çalışmada sezgisel çözüm yöntemi olarak Komşu Arama (KA) algoritması geliştirilmiştir. Bu sezgisel algoritma ile problemin analizi için olurlu çözümler elde etmek mümkün olmaktadır. Çalışmada altı farklı komşuluk arama sezgiseli kullanılmıştır. Kullanılan sezgisel yöntemlerin sonuçları tüm amaç fonksiyonları için karşılaştırılmış olup, hangi komşuluk arama sezgiselinin hangi amaç fonksiyonu için daha iyi çalıştığı analiz edilmiştir. Ayrıca tüm komşuluk arama sezgisellerinin bir arada çalıştığı hibrit bir algoritma da bu karşılaştırmalara dahil edilmiştir.

Amaç Fonksiyonları

Daha önce matematiksel model ile sıralı olarak çalıştırılan amaç fonksiyonlarının sezgisel çözümde de aynı davranışı sergilemesi için amaç fonksiyonlarının ağırlıklı toplamları alınmıştır. Farklı ifadelerin ağırlıklı toplamını almak için ise normalizasyon uygulanmıştır. Birincil amaç ile alabileceği maksimum değere bölünerek normalize edilen ikincil amacın toplamı en küçüklenmiştir. Böylece sezgisel model birincil amaca öncelik verirken bir yandan normalize edilen ikinci amaç için iyi değerler aramaktadır. Her bir amaç fonksiyonu için maksimum değerler (24-28) denklemlerinde belirtildiği şekilde hesaplanmıştır.

$$\text{Maksimum } C_{max} = \sum_{i=1}^N \left(\max_{m=1..M} p_{im} \right) \quad (24)$$

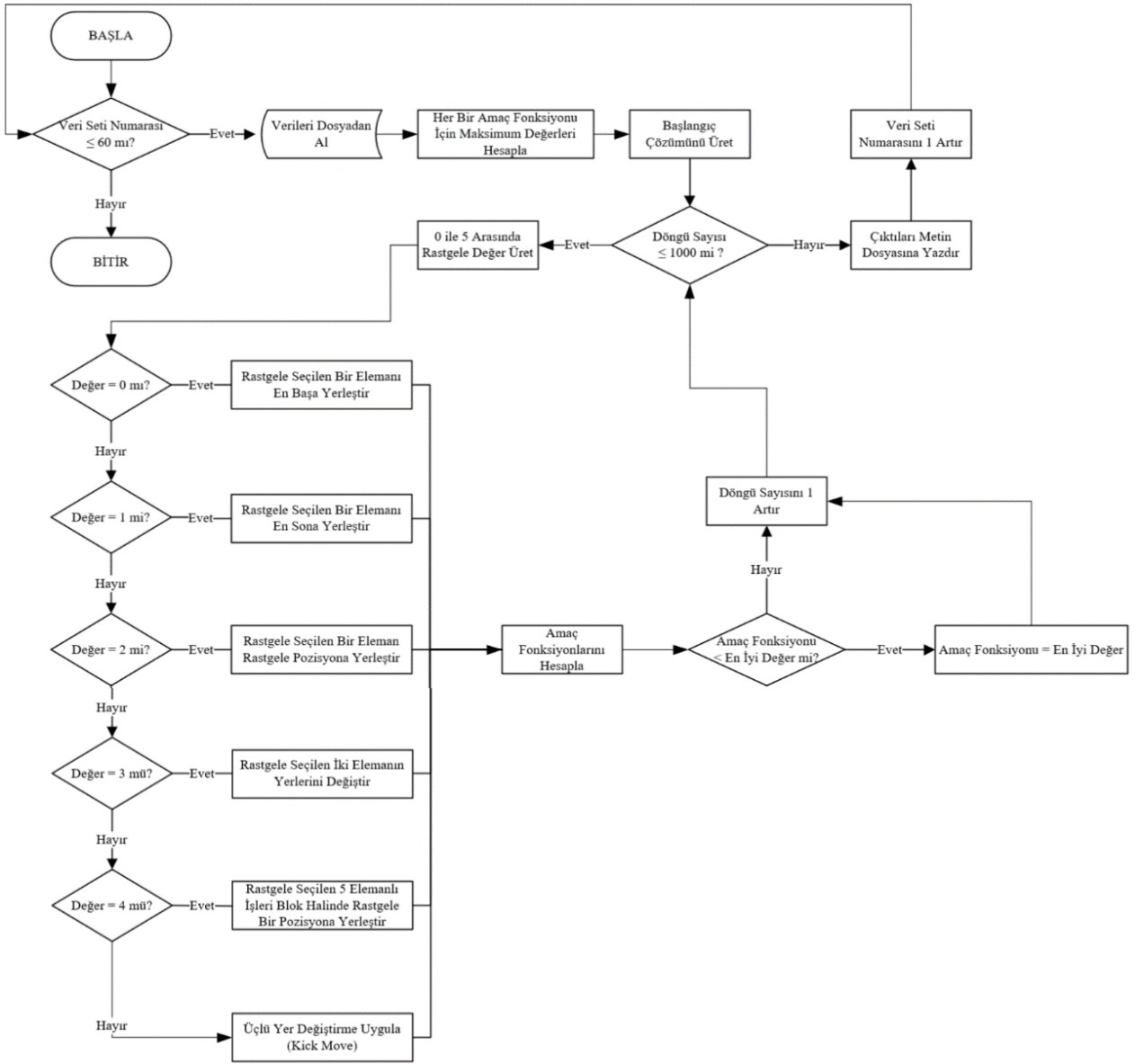
$$\text{Maksimum } C_{top} = N * (\text{maksimum } C_{max}) \quad (25)$$

$$\text{Maksimum } T_{max} = (\text{maksimum } C_{max}) - \min_{i=1..N} d_i \quad (26)$$

$$\text{Maksimum } T_{top} = (\text{maksimum } T_{max}) * N \quad (27)$$

$$\text{Maksimum } N_t = N \quad (28)$$

Kurulan sezgisel modelin akış diyagramı Şekil 1'deki gibidir.



Şekil 1: Komşuluk arama sezgiseli akış diyagramı (Neighborhood search heuristics flowchart)

Kullanılan komşuluk arama sezgiseli ve sözde kodları aşağıdaki gibidir;

1-Rastgele seçilen bir işi en başa yerleştirme.

SıraDegistir1 (*A, boyut) prosedür

Döngü başlangıç {
değer = DegerUret(boyut)

} (değer = 0 iken)

sayi1 = A [değer]

i = değer'den 0'a kadar (i--) {

A [i] = A [i - 1] }

A [0] = sayi1

Prosedür bitiş

2-Rastgele seçilen bir işi en sona yerleştirme.

SiraDegistir2 (*A, boyut) prosedür
 Döngü başlangıç {
 deger = DegerUret(boyut)
 } (deger =boyut - 1 iken)
 sayi1 = A[deger]
 i = deger'den i < boyut'a kadar {
 A[i] = A[i + 1] }
 A[boyut - 1] = sayi1
 Prosedür bitiş

3-Rastgele seçilen bir işi rastgele bir pozisyona yerleştirme.

SiraDegistir3 (*A, boyut) prosedür
 Döngü başlangıç {
 deger1 = DegerUret(boyut)
 deger2 = DegerUret(boyut)
 } (deger1 = deger2 iken)
 Eğer(deger1 < deger2) ise {
 sayi1 = A [deger1]
 i = deger1'den deger2'ye kadar {
 A [i] = A [i + 1] }
 A [deger2] = sayi1 }
 Aksi takdirde{
 sayi1 = A [deger1]
 i = deger1'den deger2'ye kadar(i--) {
 A [i] = A [i - 1] }
 A [deger2] = sayi1 }
 Prosedür bitiş

4-Rastgele seçilen iki işin yerlerini değiştirme.

SiraDegistir4 (*A, boyut) prosedür
 Döngü başlangıç {
 deger1 = DegerUret(boyut)
 deger2 = DegerUret(boyut)
 } (deger1 = deger2 iken)
 Değiştir (A [deger1], A [deger2])
 Prosedür bitiş

5-Rastgele seçilen ardışık 5 elemanlı bloğu rastgele bir pozisyona yerleştirme.

SiraDegistir5(* A, boyut, blok) prosedür
 a = new int[blok]
 b = new int[boyut - blok]
 Döngü başlangıç{
 deger2 = DegerUret(boyut - blok)
 deger1 = DegerUret(boyut - blok + 1)
 } (deger1 = deger2 iken)
 sayac = deger1
 i = 0'dan bloğa kadar {
 a[i] = A[sayac]
 sayac++ }
 i = 0'dan deger1'e kadar {
 b[i] = A[i] }
 i = deger1'den (boyut - blok)'a kadar {
 b[i] = A[i + blok] }
 say = 0
 i = 0'dan deger2'ye kadar {
 A[i] = b[i] }

```

i = deger2'den (deger2 + blok)'a kadar {
    A[i] = a[say]
    say++ }
i = deger2 + blok'tan boyuta kadar {
    A[i] = b[i - blok] }
Sil [ ] a, b

```

Prosedür bitiş

6- Rastgele seçilen üç işin yerlerini değiştirme (Kick Move).

```

SiraDegistir6(A, boyut) prosedür
    deger1 = DegerUret(boyut - 2)
    döngü başlangıç {
        deger2 = DegerUret(boyut - 1)
    } (deger1 >= deger2 iken)
    Döngü başlangıç{
        deger3 = DegerUret(boyut)
    } (deger2 >= deger3 iken)
    sayi1 = A[deger1]
    sayi2 = A[deger2]
    i = deger1'den deger2'e kadar {
        A[i] = A[i + 1]
        Eğer i = deger2 ise {
            A[i] = sayi1 } }
    i = deger2 - 1'den deger3'e kadar {
        A[i] = A[i + 1]
        Eğer i = deger3 ise {
            A[i] = sayi2 } }

```

Prosedür bitiş

Yazılan sözde kodlar literatürde bilinen ve sıkça çalışılan komşuluk arama yöntemleridir. Bu komşuluk arama yöntemlerinin tüm amaç fonksiyonları için tek tek uygulanmasının yanı sıra, tüm komşulukları içeren büyük komşuluk arama yöntemi de uygulanmıştır.

3. Sayısal Bulgular (Numerical Analysis)

Çalışmanın bu bölümünde Matematiksel ve Sezgisel modeller için literatürden elde edilen ve oluşturulan veri setleri açıklanmıştır. Daha sonra bu veri setleri kullanılarak IBM ILOG CPLEX OPL 12.10 programı kullanılarak matematiksel model çözülmüş ve sonuçları analiz edilmiştir. Sezgisel yöntemler ise C++ kodlama dili kullanarak yazılmış ve analizleri verilmiştir.

3.1. Parametre Üretimi (Parameter Generation)

Makine Hazırlık Süreleri (b_m)

Makinelerde üretime başlamadan önce işten bağımsız her makinenin hazırlık süresi bulunmaktadır. Bu süreler düzgün dağılıma göre [0,15] aralığında rassal olarak üretilmiştir.

İlk İş Hazırlık Süreleri (h_i)

Herhangi bir makineye atanan ilk iş için makineden bağımsız hazırlık süresi bulunmaktadır. Bu süreler düzgün dağılıma göre [0,15] aralığında rassal olarak üretilmiştir.

İşlerin İşlem Süreleri (p_{im}) ve Sıra Bağımlı Hazırlık Süreleri (stp_{ij})

Paralel makineler özdeş olmadığından işlerin işlem süreleri makineye bağlı olarak değişmektedir. İşlerin hazırlık süreleri ise sıraya bağımlı olarak değişmektedir. Bu süreler Vallada, Ruiz ve Framinan (2015) tarafından üretilmiş olan veri setlerinden elde edilmiştir. Küçük boyutlu veri setleri için stp_{ij} parametresi (1-10) arasında değer alırken, büyük boyutlu veriler için (1-50) arasında değer almaktadır.

İşlerin Termin Zamanı (d_i)

İşlerin tamamlanıp sevk edilebilmesi için teslim zamanları belirlenmektedir. İşlerin gecikip gecikmediği ve ne kadar geciktiği tamamlanma zamanı ile termin zamanının farkı ile hesaplanır. Her bir işin termin zamanı düzgün dağılıma göre alt sınır denklem (29) üst sınır denklem (30) olacak şekilde rassal olarak üretilmiştir.

$$\min_{m=1..M} p_{im} + \min_{m=1..M} b_m + h_i \quad \forall i = 1..N \quad (29)$$

$$\left(\max_{m=1..M} p_{im} + \max_{m=1..M} b_m + h_i + \max_{j=1..N} stp_{ij} \right) * N * (1/3) \quad \forall i = 1..N \quad (30)$$

Toplanan ve üretilen veriler MS Excel ara yüzünde bulunmaktadır. CPLEX OPL kodu çalıştırılırken veri dosyası tanımlanmıştır ve gerekli komutlar ile bu veriler MS Excel ara yüzünden çekilmiştir. Örnek komut Ek-1'de bulunmaktadır. Sezgisel modelde kullanılacak olan büyük boyutlu veri setleri ise üst bilgi dosyası olarak hazırlanıp modele tanımlanmıştır.

3.2 Matematiksel Model Sonuçları ve Performans Analizi (Results and Performance Analysis of the Mathematical Model)

Her bir amaç fonksiyonu için çalıştırılan modelin çıktısı MS Excel ara yüzüne gerekli komutlar kullanılarak doğrudan yazdırılmıştır. Örnek komut Ek-1'de bulunmaktadır. Karar değişkeni x_{ikm} için doğrudan MS Excel'e yazdırma mümkün olmadığından modele eklenen kod ile x_{ikm} 1 değerini aldığı anda metin dosyasına (.txt) yazdırılmıştır. Bahsedilen kod Ek-1'de bulunmaktadır. Daha sonra MS Excel ile metin dosyası arasında oluşturulan bağlantı ile veriler ara yüze çekilebilmiştir. Karar değişkeninin ara yüze eklenmesi ile beraber işlerin çizelgesi otomatik olarak oluşur ve Gantt diyagramı çizilir. Projenin hedefleri doğrultusunda söz konusu amaç fonksiyonunun altında farklı amaç fonksiyonlarının nasıl etkilendiğini analiz etmek için birincil amacın optimal değeri kısıt olarak modele eklenerek diğer amaç fonksiyonları için sıralı olarak çalıştırılmıştır. Her bir amaç fonksiyonu için oluşturulan 6 veri setinin çalıştırılması sonucu ortaya çıkan ara yüz örneği Ek-2'de görüldüğü gibidir. x_{ikm} karar değişkeninin aldığı değerler işlerin hangi makineye hangi sırada atandığını ortaya koyar. Ara yüze bu değerleri çekmek için oluşturulan metin dosyasının bağlantısı sonucu çizelgenin otomatik olarak oluşması için gerekli tablolar "düşey ara" formülü ile birbirine bağlanarak oluşturulmuştur. Bunun sebebi karar değişkeni değerleri matrisinden çizelgenin oluşabilmesi için gerekli bilginin direkt olarak elde edilememesidir.

Farklı iş sayıları için oluşturulan 6 farklı veri setinin matematiksel model çalıştırılarak elde edildiği değerlerin ortalaması alınmış ve sonuç tabloları oluşturulmuştur. Tablo 5, 6 iş içeren 6 farklı veri setinin ortalamasının sonuçlarını gösterirken, Tablo 6 ve Tablo 7 sırasıyla 8 ve 10 iş içeren 6 farklı veri setinin ortalamalarını göstermektedir. Tabloların başlık sütunu çalıştırılan amaç fonksiyonunu temsil ederken, başlık satırı bu amaç fonksiyonunun optimal değeri modele kısıt olarak eklendiğinde elde edilen değerleri göstermektedir. Her bir tablonun diyagonaline ilgili amaç fonksiyonunun ortalama optimal değerini vermektedir.

Tablo 5: 6 iş için 6 farklı veri setinin amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Average objective function values over 6 data sets for 6 jobs)

6 İŞ ORT					
	Cmax	Tmax	Ttop	Ctop	nt
Cmax	96	22,67	38,17	334,83	1,5
Tmax	105	5,67	12,5	324,17	1,17
Ttop	105,67	5,67	12,5	331,167	1,167
Ctop	104,67	20,17	24,67	313,5	1,33
nt	106,83	20,33	20,83	317,5	0,90

Tablo 6: 8 iş için 6 farklı veri setinin amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Average objective function values over 6 data sets for 8 jobs)

8 İŞ ORT					
	Cmax	Tmax	Ttop	Ctop	nt
Cmax	154	54	126,67	675	2,17
Tmax	164,17	15,83	54,17	664,67	2,5
Ttop	162,33	22,33	47	628,17	2
Ctop	167,83	39,83	72,5	603,33	1,83
nt	161,33	50	79,67	622,83	0,83

Tablo 7: 10 için 6 farklı veri setinin amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Average objective function values over 6 data sets for 10 jobs)

10 İŞ ORT					
	Cmax	Tmax	Ttop	Ctop	nt
Cmax	200,67	79,67	207,4	1047,83	3,5
Tmax	210,33	20,17	74,3	1113	3,5
Ttop	218,67	23,67	68,17	1044,3	2,67
Ctop	212,83	68,5	132	942,17	2,5
nt	208,33	58	101,83	986,33	1,17

Değerlerin analizi için görsel veri oluşturmak adına Tablo 5, 6 ve 7, Ek-3'te bulunan sütun grafiklerine dönüştürülmüştür. Ek-3'te bulunan şekil 11, 12 ve 13'te renkli sütunlar amaç fonksiyonunu temsil etmektedir. Sütunların x eksenindeki amaç fonksiyonu için aldığı y değeri incelenerek performans analizi gerçekleştirilmiştir.

6 iş için oluşturulan Tablo 5 incelendiğinde Tmax ve Ttop amaç fonksiyonları için şu yorumlar yapılabilir: Tmax, Ttop değeri için oldukça iyi performans göstermiş ve optimal değeri yakalayabilmiştir. Ayrıca Tmax, Ttop amaç fonksiyonuna göre Cmax ve Ctop değerleri için daha iyi performans göstermiştir. Nt değeri için ise Ttop ve Tmax amaç fonksiyonları aynı performansı göstermemiştir ama performansları oldukça yakındır. Amaç fonksiyonu seçimi için Ttop ve Tmax karşılaştırıldığında Tmax tercih edilebilir. Toplam gecikmeyi minimize etmeyi amaçlayan bir firma, Ttop yerine Tmax amaç fonksiyonunu seçerek Cmax ve Ctop değerlerinde daha iyi değer elde edecektir.

8 iş için oluşturulan Tablo 6 incelendiğinde Tmax ve Ttop amaç fonksiyonları için şu yorumlar yapılabilir: Amaç fonksiyonu olarak Tmax'i seçmek her zaman Ttop amaç fonksiyonundan iyi performans göstermeyebilir. Ancak eğer firmanın gecikmelerle ilgilenmenin yanı sıra fazla mesaiyi minimize etmek (Cmax) gibi bir amacı bulunuyorsa Ttop 'u seçmek Tmax'e göre daha iyi performans elde edilmesini sağlayacaktır.

6, 8 ve 10 iş için oluşturulan tablolar incelendiğinde nt, Cmax ve Ctop amaç fonksiyonları için şu yorumlar yapılabilir: Tmax ve Ttop değerleri için Ctop performansı Cmax performansına göre bariz iyidir. Ancak Tmax ve Ttop kadar iyi performans göstermemiştir. Amaç fonksiyonu seçimi için Ctop ve Cmax karşılaştırıldığında Ctop tercih edilebilir. Çünkü Tmax, Ttop, Ctop ve Nt değerleri için Cmax'e göre daha iyi performans göstermiştir. Amaç fonksiyonu Ctop seçilirse optimal Cmax değerine yakınlaşılabilir ancak amaç fonksiyonu Cmax seçilirse optimal Ctop değerinden daha uzak değerler elde edilecektir. Firma eğer Cmax değeri için kabul edilebilir bir artış göz önünde bulundursa (kayıtsızlık birimi) Ctop amaç fonksiyonunu tercih ederek Tmax, Ttop, Ctop ve Nt değerlerinde Cmax'e göre daha iyi değerler elde edecektir.

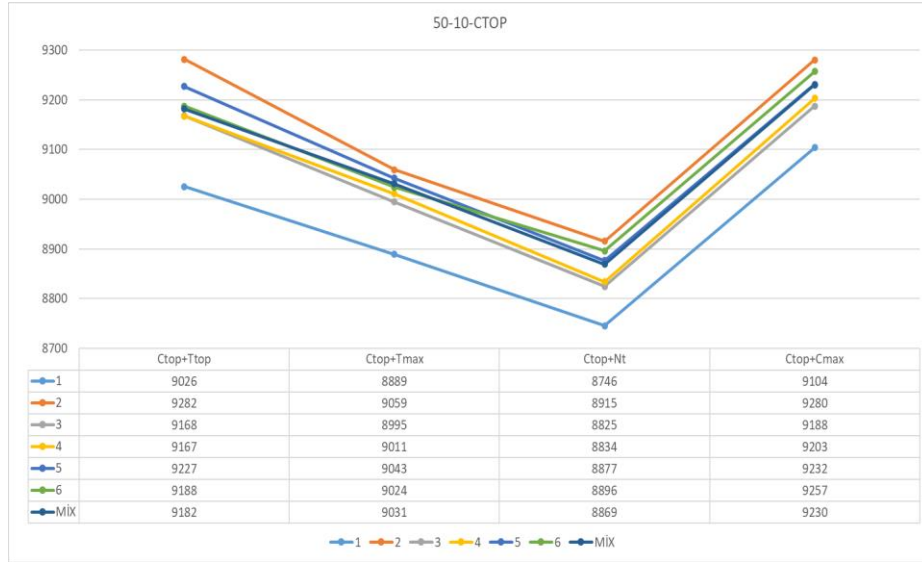
Amaç fonksiyonu olarak Nt tek başına çalıştırıldığında Tmax ve Ttop değerleri çok yüksek çıkmaktadır. Çünkü, amaç fonksiyonu geciken iş sayısını minimize etmeye çalışırken, işlerin ne kadar geciktiği ile ilgilenmemektedir. Ancak amaç fonksiyonları sıralı olarak çalıştırıldığından Tmax ve Ttop için iyi değer sunan alternatif optimaller saptanabilmiştir. 6, 8 ve 10 iş için oluşturulan tablolar incelendiğinde Nt'nin gösterdiği performans Cmax'e göre daha iyidir.

3.3. Sezgisel Model Sonuçları ve Performans Analizi (Results and Performance Analysis of the Heuristic Model)

Kurulan sezgisel modelin C++ dilinde kodu yazılarak 1000 iterasyon için çalıştırılması ile elde edilen sonuçlar bu bölümde tartışılmıştır. Sezgisel modelin doğrulanması için daha önce matematiksel modelde kullanılan küçük boyutlu veri setleri çalıştırılmıştır. 100 iterasyon sonrası elde edilen sonuçlar optimal değerlerle kıyaslandığında birçoğunda sezgisel model optimal sonucu yakalayabilmiştir. Sezgisel modeller için olurlu çözümlerin bulunması yeterli olduğundan optimalin bulunamadığı çözümlerin olması beklenen bir durumdur. Ancak optimal sonuçtan daha küçük değerler elde edilirse bu durum sezgisel modelde hata olduğu anlamına gelir. Bunu test etmek adına iterasyon sayısı büyütülerek değerler tekrar incelendiğinde optimalden daha küçük sonuçlara rastlanmamıştır. Böylelikle sezgisel modelin doğruluğu kanıtlanmıştır.

Büyük boyutlu verilerin analizi için kurulan sezgisel model doğrulandıktan sonra kullanılan algoritmaların performansları değerlendirilmiştir. Sezgisel model öncelikle altı farklı komşuluk arama için çalıştırıldıktan sonra tüm komşuluk arama sezgisellerinin bir arada çalıştığı büyük komşuluk arama sezgiseli de problem çözümü için uygulanmıştır. Sezgisel yöntemlerin sonuçları tüm amaç fonksiyonları için karşılaştırılmış olup, hangi komşuluk arama sezgiselinin hangi amaç fonksiyonu için daha iyi çalıştığı analiz edilmiştir. Bu bağlamda çeşitli tablo ve grafiklere başvurulmuş amaç fonksiyonlarının aldığı değerler incelenmiştir. Bu amaç fonksiyonları birincil amaç ile normalize edilerek minimize edilmeye çalışılan ikincil amaç fonksiyonlarının toplamını temsil etmektedir.

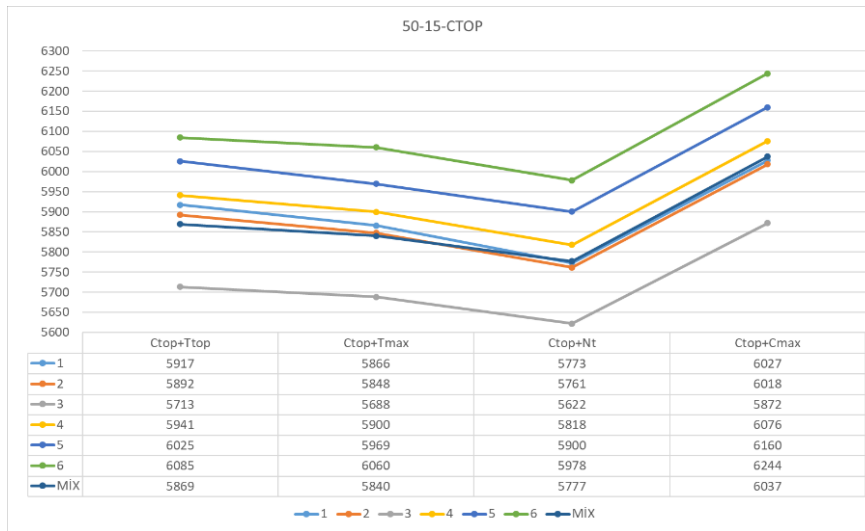
Örneğin birincil amaç fonksiyonu C_{top} iken her iş ve makine sayısı için sezgisellerin bulunduğu çözümler incelenerek en iyi sonucu veren algoritma saptanmıştır. Aşağıdaki Şekil 2'de örnek olarak 50 iş 10 makine için C_{top} birincil amaç fonksiyonunun aldığı değerler çizgi grafiği yardımı ile analiz edilmiştir.



Şekil 2: 50 iş 10 makine için C_{top} amaç fonksiyonu değerleri
(C_{top} objective function values for 50 jobs 10 machines)

Şekil 2 incelendiğinde bariz bir şekilde görülmektedir ki birinci komşuluk arama sezgiseli yani, rastgele seçilen bir işin en başa atanması, diğer sıralama algoritmalarına göre daha iyi sonuç vermiştir. Ancak bu durum her zaman geçerli olmamaktadır.

Şekil 3'ten de görüleceği üzere 50 iş 15 makine için yine aynı amaç fonksiyonu ele alındığında en iyi değeri sunan 3 numaralı, rastgele seçilen bir işi en sona atama, sezgiseli olduğu görülmektedir. Bu sebeple çalıştırılan her bir komşuluk sezgiseli için amaç fonksiyonlarının aldığı değerler incelenerek en iyi değeri sunan algoritmaların özeti Tablo 8'de belirtilmiştir.



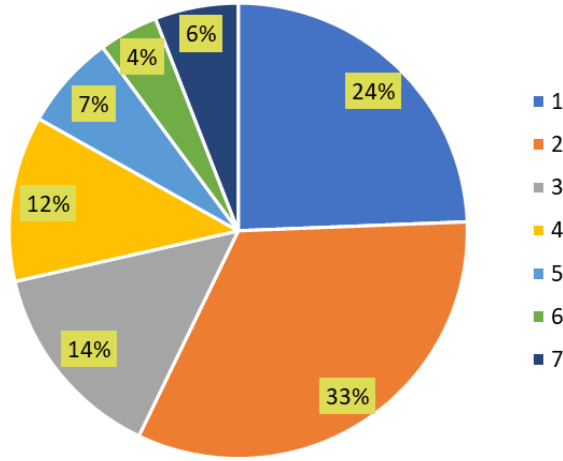
Şekil 3: 50 iş 15 makine için C_{top} amaç fonksiyonu değerleri
(C_{top} objective function values for 50 jobs 15 machines)

Tablo 8 incelendiğinde her bir sezgiselin en iyi değeri sunma yüzdeleri görülmektedir. Birincil amaç C_{top} iken 1 numaralı algoritma %38, 2 numaralı algoritma %17, 3 numaralı algoritma %33, 4 numaralı algoritmanın %13 oranla en iyi sonucu veriyor olmasına karşın 5,6 ve 7 numaralı algoritmalar en iyi değeri sunamamıştır.

Tablo 8: Yedi farklı komşuluk arama sezgisellerinin en iyi değer bulma yüzdesi
(Percentage of finding the best results for seven different neighborhood search heuristics.)

	Ctop	Ttop	Tmax	Cmax	Nt
1	38%	8%	21%	33%	21%
2	17%	54%	46%	13%	33%
3	33%	0%	13%	21%	4%
4	13%	17%	4%	13%	13%
5	0%	17%	4%	0%	13%
6	0%	0%	4%	8%	8%
7	0%	4%	4%	13%	8%

Tablo 8’de yapılan analizlerin amaç fonksiyonu bazlı olmasına karşın tüm amaç fonksiyonları için sezgisellerin sunduğu değerlerin ortalaması alınarak yapılan analiz için Şekil 4’te belirtilen pasta grafiği çizilmiştir.



Şekil 4: Yedi algoritmanın en iyi değeri bulma yüzdesi.
(Percentage of finding the best result for seven algorithms.)

Şekil 4’te görüldüğü üzere tüm amaç fonksiyonları için en iyi değeri bulma oranı %33 ile 2. komşuluk sezgiseline aittir. Daha sonra bunu yakın bir yüzdeyle 1. Komşuluk sezgiseli takip etmektedir. En düşük orana sahip olan sezgiselin %4 ile 6 numaralı üçlü yer değiştirme (kick move) olduğu görülmektedir. Tüm algoritmaların kullanıldığı hibrit yapıdaki sezgiselin de %6 ile en iyi değeri bulmada düşük performans gösterdiği saptanmıştır.

Bu aşamada en iyi değeri bulma performansı en yüksek olan, yalnızca ilk üç komşuluk sezgiselinin bulunduğu ikinci bir hibrit algoritmanın analizinin gerçekleştirilmesine karar verilmiştir ve Tablo-9’da sonuçlar gösterilmiştir.

Tablo 9: Sekiz farklı komşuluk arama sezgisellerinin en iyi değer bulma yüzdesi
(Percentage of finding the best results for eight different neighborhood search heuristics)

	Ctop	Ttop	Tmax	Cmax	Nt
1	21%	4%	21%	25%	17%
2	17%	50%	38%	8%	29%
3	33%	0%	13%	17%	4%
4	13%	8%	4%	4%	8%
5	0%	8%	4%	0%	8%
6	0%	0%	4%	8%	8%
7	0%	4%	0%	8%	8%
8	17%	25%	17%	29%	17%

Tablo 9 incelendiğinde 1, 2 ve 3 numaralı sezgisellerin hibrit olarak ele alındığı 8 numaralı sezgiselin Cmax birincil amaç fonksiyonu için en iyi değer bulmada iyi çalıştığı görülmektedir. Son durumda tüm amaç fonksiyonları için en iyi değer bulma yüzdeleri Şekil 5'teki gibi çıkmıştır.

Çalışmanın temel amacı olan seçilen birincil amacın yanında diğer performans kriterlerinin aldığı değerlerin incelenmesi için yukarıda ele alınan herhangi bir algoritmanın seçilmesi gerekmektedir. Bu sebeple seçilen algoritmanın her amaç fonksiyonu için gösterdiği performansın birbirine yakın olması tercih edilmektedir. Her amaç fonksiyonu için eşit yüzdede (5 adet olduğundan %20) iyi değer bulunduğu varsayılmış ve algoritmaların sunduğu yüzdelerin %20'den sapsması hesaplanarak en yakın algoritma seçilmiştir. Bu algoritma önerilen 8 numaralı, rastgele seçilen işi başa yerleştirme, rastgele seçilen işi sona yerleştirme ve rastgele seçilen bir işi rastgele bir pozisyona yerleştirme olmak üzere 3 farklı komşuluk sezgiselini içeren hibrit algoritmadır. En iyi performansı sunan 2 numaralı algoritma seçilmemiştir çünkü tablo 8'den de görüldüğü üzere Ttop değerleri için %50 iyi performans gösterirken Cmax değerleri için %8 iyi performans göstermiştir.

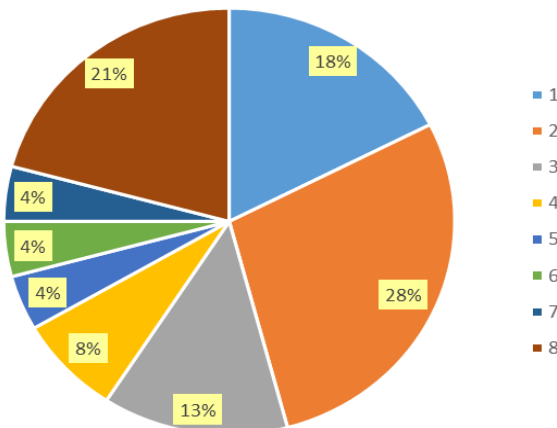
Uygun algoritmanın seçilmesinin ardından oluşturulan toplam 60 veri seti çalıştırılarak ortalama 0,38 dakikada olurlu çözümlere ulaşılrken, matematiksel model kullanılarak çalıştırılan toplam 18 veri seti için çözüme ulaşma süresi ortalama 73 dakika olarak kaydedilmiştir.

Daha sonra sezgisel algoritma ile elde edilen çözümler üzerinden amaç fonksiyonlarının birbirine olan etkisi incelenmiştir. Tablo 10'da örnek olarak 50 iş 10 makine ve 10 veri seti için her bir amaç fonksiyonunun ortalama değerleri verilmiştir. Tabloların başlık sütunu çalıştırılan amaç fonksiyonunu temsil ederken, başlık satırı bu amaç fonksiyonu söz konusu iken elde edilen değerleri göstermektedir. Her bir tablonun diyagonalı ilgili amaç fonksiyonunun olurlu çözümler arasındaki ortalama en iyi değerini vermektedir.

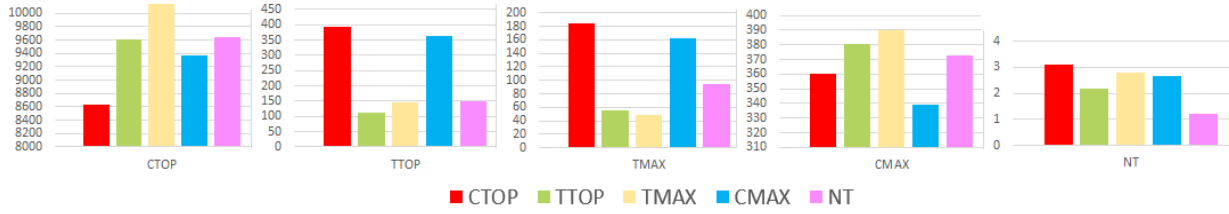
Tablo 10: 50 iş 10 makine için amaç fonksiyonu ortalama değerleri.
(Average objective function values for 50 jobs 10 machines)

50 iş 10 makine	Ctop	Ttop	Tmax	Cmax	Nt
Ctop	8626,0	393,5	184,5	360,0	3,1
Ttop	9607,6	113,7	55,3	380,3	2,2
Tmax	10138,4	147,1	48,1	389,8	2,8
Cmax	9368,4	363,6	161,8	339,5	2,7
Nt	9637,5	147,7	94,9	372,7	1,2

Analizleri kolaylaştırmak adına değerler sütun grafiğine çevrilmiştir. Örneğin 50 iş 10 makine için sütun grafiği Şekil 6'daki gibidir. Çalışmada ele alınan diğer tüm iş ve makine kombinasyonları için tablo ve sütun grafikleri oluşturularak yorumlanmıştır. İlgili tablolar Ek-4'te, sütun grafikleri Ek-5'te bulunmaktadır.



Şekil 5: Sekiz algoritmanın en iyi değeri bulma yüzdesi
(Percentage of finding the best result for eight algorithms)



Şekil 6: 50 iş 10 makine için ortalama değer sütun grafiği (Average value bar chart for 50 jobs 10 machines)

Oluşturulan tablolar ve sütun grafikleri incelendiğinde amaç fonksiyonlarının performansları için çeşitli yorumlar yapılmıştır. İşlerin tamamlanma zamanlarıyla ilişkili olan amaç fonksiyonları Cmax ve Ctop'un birbirleri için iyi performans göstermesine karşın bu iki amaç gecikmelerle ilişkili olan amaç fonksiyonları için Tmax, Ttop ve Nt'ye göre daha düşük performans göstermişlerdir. Ctop amaç fonksiyonu seçildiğinde Cmax için en iyi 2. değeri verirken, Cmax amaç olarak seçildiğinde Ctop için en iyi 2. değeri verdiği görülmüştür. Ttop amaç fonksiyonu olarak seçildiğinde ise Nt ve Tmax için en iyi ikinci değeri sunduğu saptanmıştır.

Yukarıda bahsedilen durumlar tüm iş ve makine kombinasyonları için sağlanmakla birlikte evrensel olduğu söylenebilir. 6, 8, 10 iş içeren küçük veri setleri ve 50 iş 10 makine, 50 iş 15 makine ve 100 iş 10 makine kombinasyonlarını içeren büyük veri setleri incelendiğinde toplam gecikme için en iyi performansı Ttop gösterirken bunun yanı sıra ikinci en iyi performansı Tmax amaç fonksiyonu göstermiştir. Artan iş sayısı ve kombinasyonlar sonucu, Tmax amaç fonksiyonunun yerine ikinci en iyi performans değerini Nt amaç fonksiyonunun aldığı gözlenmiştir.

Makine Sayısı Arttığı Durumda Amaç Fonksiyonu Performansı

Aynı iş sayısı söz konusu olduğunda makine sayısının artışı tüm amaç fonksiyonlarının değerlerinde daha küçük sonuçlar elde edilmesini sağlamıştır. Bunun sebebi işlerin atanabileceği daha fazla paralel makine olması sonucu daha önce işleme başlayabiliyor olmalarıdır. Aşağıdaki Tablo 11'de makine sayısının arttığı durumda amaç fonksiyonlarının performanslarında meydana gelen ortalama iyileşme yüzdeleri görülmektedir. Örneğin 50 iş Ctop değeri için tüm amaç fonksiyonlarının gösterdiği performanslar ortalama %34 oranla daha iyi çıkmıştır. Tüm iş sayıları için oranlar incelendiğinde, makine sayısının artırıldığı durumda gecikmelerle ilgilenen amaç fonksiyonları için elde edilen iyileşme oranlarının tamamlanma zamanlarıyla ilgilenen amaç fonksiyonlarına göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Amaç fonksiyonlarının performanslarındaki en büyük iyileşmenin ise Ttop değeri için elde edildiği kaydedilmiştir.

Tablo 11: Makine sayısı arttığı durumda performanslardaki iyileşme yüzdeleri
(Percentages of improvement in performances as the number of machines increases)

İŞ SAYISI	Ctop	Ttop	Tmax	Cmax	Nt
50	34%	78%	70%	31%	53%
100	31%	74%	57%	31%	53%
200	32%	71%	43%	32%	58%

İş Sayısı Arttığı Durumda Amaç Fonksiyonu Performansı

Aşağıdaki Tablo 12'de iş sayıları artırıldığında amaç fonksiyonlarının değerlerindeki artış yüzdesel olarak belirtilmiştir. Beklenildiği üzere iş sayısı iki katına çıkarıldığında tüm değerlerde bir artış olduğu görülmektedir. Her kombinasyon için en fazla değer artışının Ttop değerinde meydana geldiği saptanmıştır. En az artış ise Cmax değeri için kaydedilmiştir.

Makine sayısı artırıldığında en büyük performans iyileşmesi Ttop değerinde iken makine sayısı sabit tutulup iş sayısı artırıldığında en büyük performans değerindeki artışın yine Ttop değerinde elde edildiği görülmektedir. Özetle iş ve makine sayılarındaki değişimlerin en çok Ttop değerini etkilediği söylenebilir.

Tablo 12: İş sayısı arttığı durumda amaç fonksiyonu değerlerindeki artış oranı
(Increase rate in objective function values as the number of jobs increases)

MAKİNE SAYISI	İŞ SAYISI	Ctop	Ttop	Tmax	Cmax	Nt
10	50 P 100	277%	392%	263%	97%	135%
	100 P 200	302%	681%	183%	100%	253%
15	50 P 100	295%	555%	439%	97%	154%
	100 P 200	294%	871%	322%	96%	238%

4. Sonuç (Conclusion)

Bu çalışmada ele alınan özdeş olmayan paralel makine çizelgeleme problemi üzerinde literatürde çokça kullanılan 5 farklı amaç fonksiyonu için performans analizleri gerçekleştirilmiştir. Problemin Np-zor sınıfında bulunması sebebiyle küçük boyutlu veri setleri için matematiksel model kurularak optimal sonuçlar elde edilmesine karşın, iş ve makine sayısı arttığında mevcut yöntem çözüm süresi bakımından verimli bulunmamıştır. Bu sebeple çalışmanın ikinci bölümünde komşuluk arama algoritmalarına başvurularak sezgisel bir model kurulmuş ve uygun sürelerde olurlu çözümler elde edilmiştir. Matematiksel modelde, birincil amaç fonksiyonu için optimal değer elde edildikten sonra, bu değer kısıt olarak eklenerek sırasıyla diğer amaç fonksiyonları çalıştırılmıştır. Tüm amaç fonksiyonlarının birincil amaç olduğu durumda diğer amaç fonksiyonu değerlerinin nasıl değiştiği gözlemlenmiştir. Böylece amaç fonksiyonlarının değerleri ve performansları arasında tutarlı karşılaştırmalar yapılmıştır. Sezgisel algoritmada ise aynı tutarlı karşılaştırmaların sağlanması için bir amaç fonksiyonuna daha fazla ağırlık verilerek iki amaç fonksiyonu değerinin ağırlıklı toplamı alınmıştır. Bu aşamada ağırlıklandırmanın tutarlı yapılabilmesi için, ikincil amaç fonksiyonu değeri normalize edilmiştir. Bu sayede karşılaştırmalar tutarlı şekilde yapılabilmiş, performanslar doğru şekilde analiz edilebilmiştir. Sezgisel algoritma olarak 6 farklı komşuluk arama algoritmasının ayrı ayrı kullanılmasının yanı sıra, birlikte kullanıldığı büyük komşuluk arama algoritması da olmak üzere 7 farklı yöntem altında sonuçlar analiz edilmiştir. Hangi amaç fonksiyonu için hangi komşuluk arama algoritmasının daha iyi performans sergilediği tartışılmıştır.

Yapılan bu analizler, şirketlerde planlama sürecinde ele alınarak, amaç fonksiyonunu seçmek için yöneticiye seçenek sunmaktadır. Bu çalışmalar kullanıcı dostu bir arayüz tasarlanarak ve seçilen amaç fonksiyonu doğrultusunda günlük/haftalık çizelgeleme planları çıkarılarak, pratikte uygulanabilir bir program haline dönüştürülebilir. Bu açıdan da gelecekteki araştırmacılara ve sektör çalışanlarına hem farklı uygulama teknikleri hem de karar destek sistemine dönüşebilirliği açısından yol göstermektedir. Bu çalışmada bu karar destek sisteminin ilk adımları atılmıştır. Ayrıca, gelecekteki çalışmalarda sezgisel modelde kullanılan çok amaçlı optimizasyon yaklaşımı için normalizasyon dışında farklı yöntemlere başvurulabilir. Çok amaçlı optimizasyon problemlerinde bütün amaçları en iyileyen tek bir çözüm bulunamadığından çoğu zaman amaçların çatışmasından dolayı karar vericilerin çözümler üzerinde verdikleri tercihler önem arz etmektedir. Bu durumda tüm çözüm uzayını temsil edebilecek uygun çözümlerin bulunmasında Pareto Optimal kullanılarak başarılı sonuçlar elde edilebildiği Kaya ve Fırlalı'nın (2016) çalışmasında görülmüştür. İleriki çalışmalarda amaç fonksiyonlarının performans analizinde bu yöntemin uygulandığı sonuçlar incelenebilir.

Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışma TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında desteklenmeye hak kazanmıştır.

Çıkar Çatışması (Conflict of Interest)

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir. No conflict of interest was declared by the authors.

Kaynaklar (References)

- Afzalirad, M. ve Rezaeian, J., 2016. Resource-Constrained Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Times, Precedence Constraints And Machine Eligibility Restrictions. *Computers and Industrial Engineering*, 98, 40–52. doi:10.1016/j.cie.2016.05.020
- Akyol, E. ve Saraç, T., 2017. Paralel Makina Çizelgeleme Problemi için bir Karma Tamsayı Programlama Modeli: Ortak Kaynak Kullanımı, A Mix Integer Programming Model for Parallel Machine Scheduling Problem: Using Shared Resource. *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 5(3), 109–126.
- Alcan, P. ve Balışgil, H., 2012. A Genetic Algorithm Application Using Fuzzy Processing Times İn Non-İdential Parallel Machine Scheduling Problem. *Advances in Engineering Software*, 45(1), 272–280. doi:10.1016/j.advengsoft.2011.10.004
- Bektur, G. ve Saraç, T., 2016. İki Paralel Enjeksiyon Makinasının Kreyin Kisiti Altında Çizelgelenmesi. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 31(4), 903–911. doi:10.17341/gazimmfd.278445
- Berthier, A., Yalaoui a, A., Chehade a, H., Yalaoui a, F., Amodeo a, L. & Bouillot, C.. (2022). Unrelated parallel machines scheduling with dependent setup times in textile industry. *Computers & Industrial Engineering*, 174. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108736>
- Croce, D., T'kindt, V. & Ploton, O., 2021. Parallel machine scheduling with minimum number of tardy jobs: Approximation and exponential algorithms. *Mathematics and Computation*, 397. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125888>
- Çevikcan, E., Durmuşoğlu, M. B. ve Baskak, M., 2009. Paralel Makinalarda Ürün Tasarımı Özellikleri İle İş Çizelgelemenin Bütünleştirilmesi. *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 4(22), 13–34.
- Eren T,Güner E., 2002. Tek ve paralel makinalı problemlerde çok ölçütlü çizelgeleme problemleri için bir literatür taraması. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 17(4), 37 - 69.

- Eren, T., 2012. Makine-Bağımlı Bozulma Etkili Paralel Makineli Çizelgelemede Toplam Yükleme Minimizing Etme. *International Journal of Engineering Research and Development*, 4(1), 22-24.
- Eren, T. ve Güner, E., 2006. Paralel Makineli Çizelgelemede Toplam Tamamlanma Zamanı ve Maksimum Gecikmenin Enküçüklenmesi. *J. Fac.Eng.Arch. Selcuk Univ*, 21, 1-2.
- Ertem, M., Özçelik, F. ve Saraç, T., 2021. Stokastik İlişkisiz Paralel Makine Çizelgeleme Problemi için bir Matematiksel Model. *European Journal of Science and Technology*, (29), 278-283. doi:10.31590/ejosat.1017475
- Karabulut, M. A. ve Saraç, T., 2019. Kapasite Kısıtlı Esnek Atölye Tipi Çizelgeleme Problemi İçin Üç Aşamalı Bir Çözüm Yaklaşımı Ve Bir İşletmede Uygulanması. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 27(3), 233-241. doi:10.31796/ogummf.613268
- Kaya, S. ve Fırlı, N., 2016. Çok Amaçlı Optimizasyon Problemlerinde Pareto Optimal Kullanımı. *Social Sciences Research Journal*, 5(2), 9-18, ISSN: 214775237
- Kaya, S., & Karaçizmeli, İ.H., 2018. Hazırlık Zamanlı Ortak Teslim Tarihli Özdeş Paralel Makine Çizelgeleme Problemlerinin Çok Amaçlı Çözümü, *Harran Üniversitesi Mühendislik Dergisi*, 3(3): 205-213.
- Kılıç, M. (2021). Bir tekstil firmasının boyahane bölümünde paralel makine çizelgeleme problemi için bir matematiksel model önerisi ve farklı çizelgeleme kurallarının karşılaştırılması. *Necmettin Erbakan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Konya*
- Lee, J.H., Yu, J.M. & Lee, D.H., 2013. A tabu search algorithm for unrelated parallel machine scheduling with sequence- and machine-dependent setups: minimizing total tardiness. *Int J Adv Manuf Technol* 69, 2081-2089. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-5192-6>
- Lenstra, J.K., Kan, A.H.G. Rinnooy. & Brucker, P., 1977. Complexity of Machine Scheduling Problems. *Annals of Discrete Mathematics*, 1, 343-362. [https://doi.org/10.1016/S0167-5060\(08\)70743-X](https://doi.org/10.1016/S0167-5060(08)70743-X)
- Lin, Y. K. ve Hsieh, F. Y., 2014. Unrelated Parallel Machine Scheduling With Setup Times And Ready Times. *International Journal of Production Research*, 52(4), 1200-1214. doi:10.1080/00207543.2013.848305
- Mensendiek, A., Gupta, Jatinder N.D. & Herrmann, J., 2015. Scheduling identical parallel machines with fixed delivery dates to minimize total tardiness. *European Journal of Operational Research*, 243(2), 514-522. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.002>
- Mokotoff, E. ve Chretienne, P., 2002. A Cutting Plane Algorithm For The Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem. *European Journal of Operational Research*, 141(3), 515-525. doi:10.1016/S0377-2217(01)00270-3
- Najat, A., Yuan, C., Gursel, S. & Tao, Y., 2019. Minimizing the Number of Tardy Jobs on Identical Parallel Machines Subject to Periodic Maintenance. *Procedia Manufacturing*, 38, 1409-1416. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.01.147>
- Pinedo, M. L., 2002. *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. New Jersey, USA, Prentice Hall. doi: 10.1007/978-0-387-78935-4
- Saraç, T., & Özçelik, F., 2023. A matheuristic algorithm for multi-objective unrelated parallel machine scheduling problem Çok amaçlı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi için bir matsezgisel algoritma. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, vol.38, no.3, 1953-1966.
- Sarıççek, İ., 2018. Özdeş olmayan paralel makina çizelgeleme problemlerinin çözümü için bir karar destek sistemi. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 24(1), 108-116. doi:10.5505/pajes.2017.48658
- Skutella, M., Sviridenko, M. ve Uetz, M., 2016. Unrelated Machine Scheduling With Stochastic Processing Times. *Mathematics of Operations Research*, 41(3), 851-864. doi:10.1287/moor.2015.0757
- Türker, A. K. ve Çağrı, S., 2011. Sıra Bağımlı Hazırlık Operasyonları İçin Tek Ekipli Paralel Makinalarda Çizelgeleme Problemine Karma Yaklaşım. *Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 26(4), 731-740.
- Vallada, E., Ruiz, R. ve Framinan, J. M., 2015. New Hard Benchmark For Flowshop Scheduling Problems Minimising Makespan. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 666-677. doi:10.1016/j.ejor.2014.07.033
- Yang, S. J., 2013. Unrelated Parallel-Machine Scheduling With Deterioration Effects And Deteriorating Multi-Maintenance Activities For Minimizing The Total Completion Time. *Applied Mathematical Modelling*, 37(5), 2995-3005. doi:10.1016/j.apm.2012.07.029
- Yeh, W., Lai, P., Lee, W. & Chuang, M., 2014. Parallel-machine scheduling to minimize makespan with fuzzy processing times and learning effects. *Information Sciences*, 269, 142-158. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.10.023>

Ekler (Appendices)

Ek-1: IBM ILOG CPLEX OPL 12.10 ve MS Excel arasında veri alışverişini sağlamak için yazılan kodlar.

```
6 SheetConnection Data("C:\\Users\\dikmen\\Desktop\\TEZ\\ciktilar\\6\\Nt6.xlsx");
7
8 N from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!A3");
9 M from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!B3");
10 S from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!C3");
11 bigM from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!D3");
12 p from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!G6:H11");
13 stp from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!B25:G30");
14 h from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!A17:F17");
15 d from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!A21:F21");
16 b from SheetRead(Data1, "VeriSeti1!B8:C8");
```

Şekil 7:MS Excel'den veri okutma (Reading data from MS Excel)

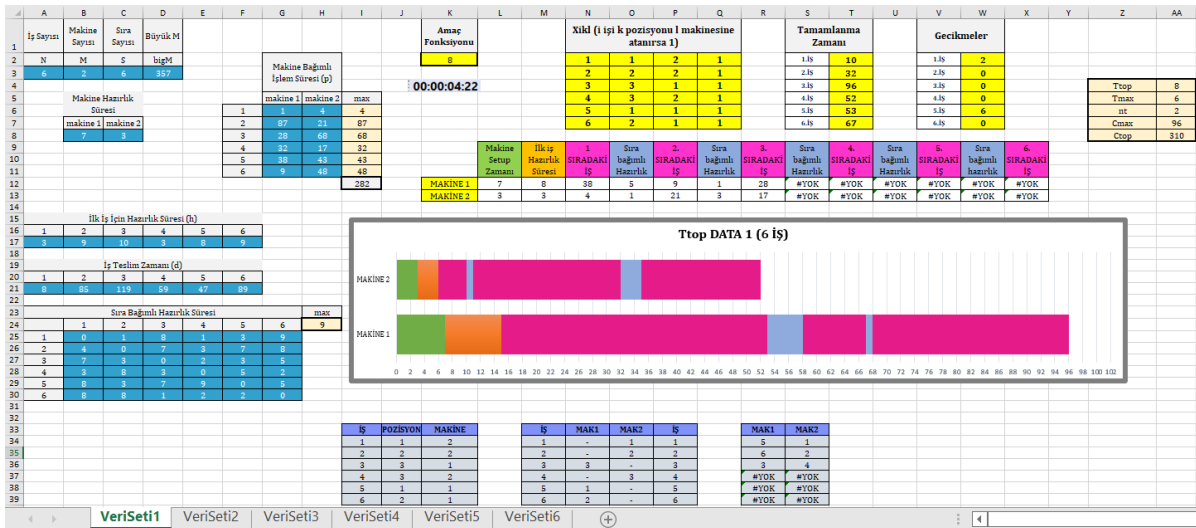
```
18 C to SheetWrite (Data1, "VeriSeti1!T2:T7");
19 Z to SheetWrite (Data1, "VeriSeti1!K2");
20 T to SheetWrite (Data1, "VeriSeti1!W2:W7");
```

Şekil 8: MS Excel'e veri yazdırma (Printing data to MS Excel)

```
55 execute {
56     var ofile=new IloOplOutputFile("Results.txt");
57     for ( var i in is){
58         for ( var j in pos){
59             for ( var k in mak){
60
61                 if (x[i][j][k]>0){
62
63                     ofile.writeln(i, " ; ", j, " ; ", k, " ; ", x[i][j][k]);
64 }
65 }
66 }
67 }
68     ofile.close
69 }
```

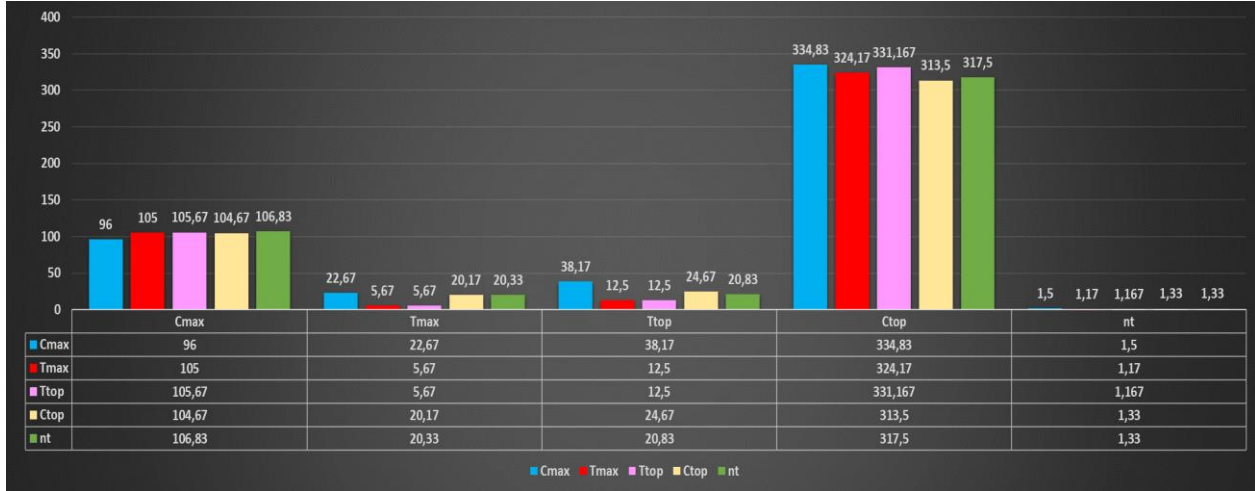
Şekil 9: Xikm karar değişkeni değerlerini metin dosyasına aktarma (Exporting xikm decision variable values to text file)

Ek-2: MS Excel üzerinde oluşturulan ara yüz.

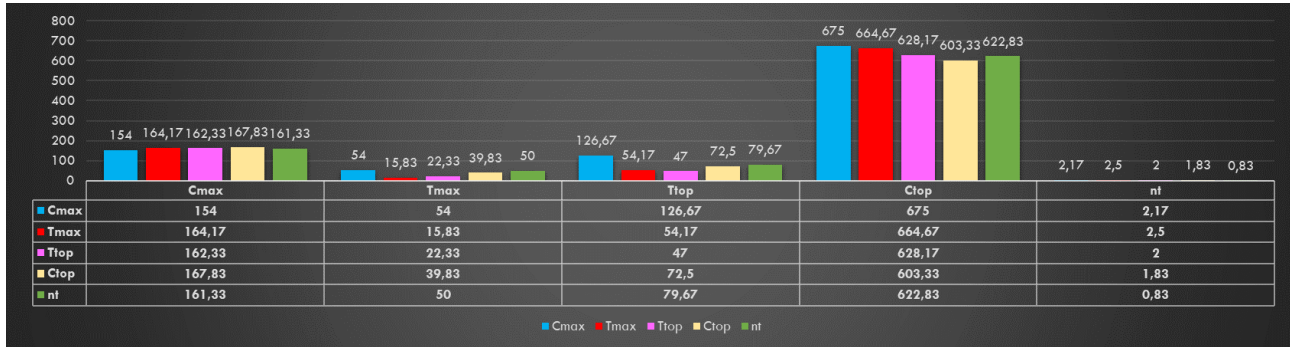


Şekil 10: Örnek gantt diyagramı (Example gantt diagram)

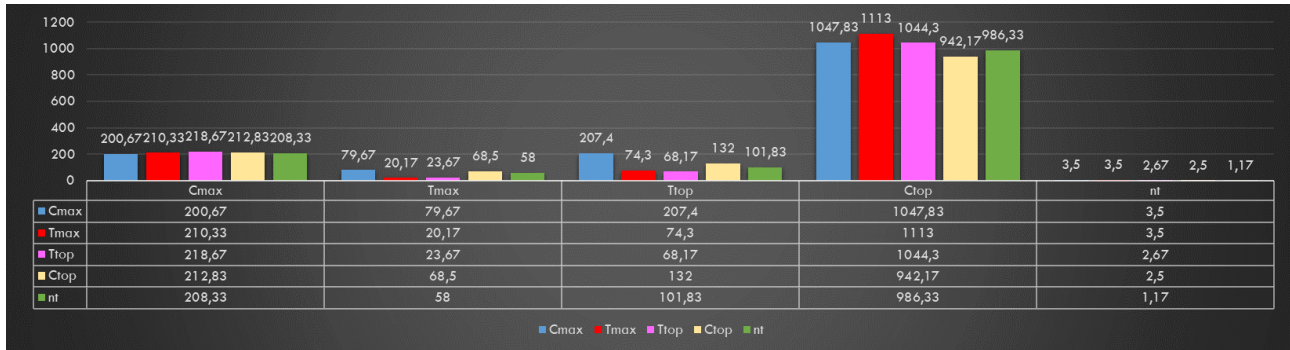
Ek-3: 6,8 ve 10 iş, 6 Küçük Veri Seti İçin Amaç Fonksiyonu Ortalama Değerleri



Şekil 11: 6 iş 6 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri (Objective function mean values for 6 data sets of 6 jobs)



Şekil 12: 8 iş 6 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri (Objective function mean values for 8 jobs 6 data sets)



Şekil 13: 10 iş 6 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri (Objective function mean values for 10 jobs 6 data sets)

Ek-4: 50, 100 ve 200 iş, 10 ve 15 Makine İçeren Büyük Veri Setleri için Amaç Fonksiyonu Ortalamaları

Tablo 13: 50 iş 15 makine 10 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri.
(Objective function mean values for 10 data sets of 50 jobs 15 machines.)

50 iş 15 makine	CTOP	TTOP	TMAX	CMAX	NT
CTOP	5758,2	135,9	83,8	252,8	2,0
TTOP	6573,2	15,7	11,9	264,4	0,6
TMAX	6560,2	16,3	9,3	268,1	0,8
CMAX	6156,3	133,9	76,6	231,9	2,2
NT	6281,9	17,8	17,1	258,1	0,4

Tablo 14: 100 iş 10 makine 10 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Objective function average values for 10 data sets of 100 jobs 10 machines)

100 iş 10 makine	CTOP	TTOP	TMAX	CMAX	NT
CTOP	33517,7	1422,5	463,8	694,0	6,5
TTOP	36785,0	619,9	268,8	749,9	4,9
TMAX	37302,5	828,9	200,7	760,1	5,8
CMAX	34336,3	1415,6	399,4	678,5	6,6
NT	36373,6	887,0	391,2	743,5	3,5

Tablo 15: 100 iş 15 makine 10 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Objective function mean values for 100 jobs 15 machines 10 data sets)

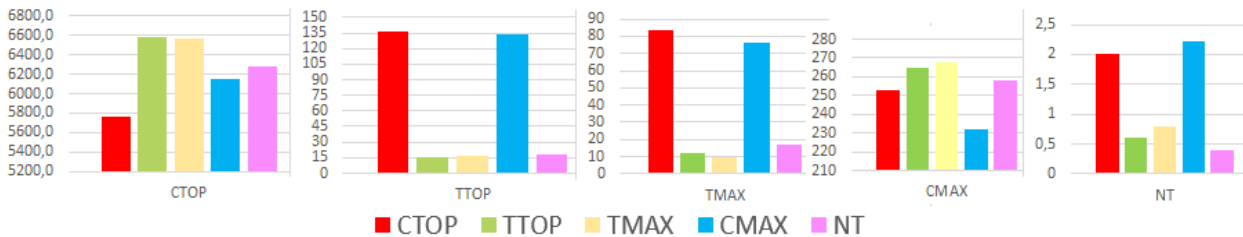
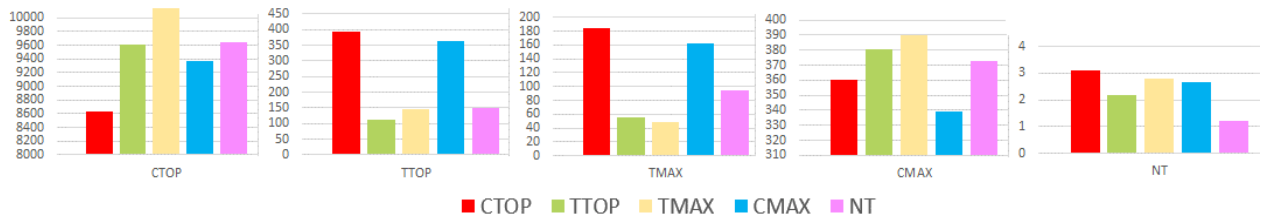
100 iş 15 makine	CTOP	TTOP	TMAX	CMAX	NT
CTOP	23169,0	557,0	258,1	489,3	4,6
TTOP	25917,5	122,4	82,7	521,8	1,6
TMAX	25659,7	148,0	68,9	524,2	2,3
CMAX	23585,9	501,1	274,5	471,6	3,6
NT	25301,7	143,2	101,2	508,3	1,3

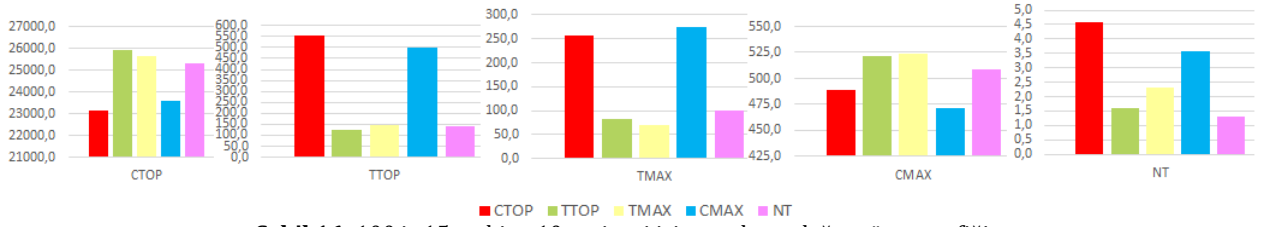
Tablo 16: 200 iş 10 makine 10 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Objective function average values for 200 jobs 10 machines 10 data sets)

200 iş 10 makine	CTOP	TTOP	TMAX	CMAX	NT
CTOP	138478,5	8223,5	996,3	1421,4	19,5
TTOP	144398,6	6296,6	847,6	1476,5	18,2
TMAX	147389,0	7690,7	750,3	1490,5	21,2
CMAX	141347,0	8568,7	1056,5	1393,7	18,8
NT	143970,8	6914,4	966,3	1458,5	15,4

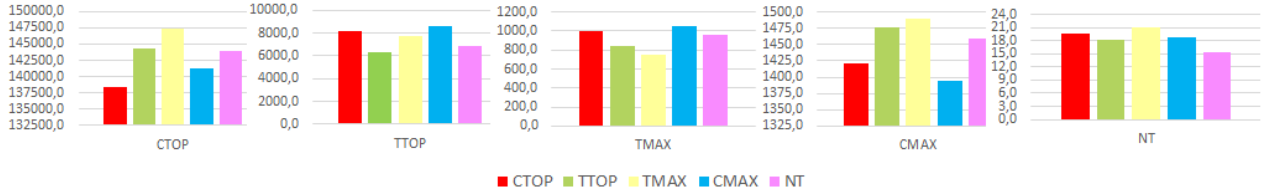
Tablo 17: 200 iş 15 makine 10 veri seti için amaç fonksiyonu ortalama değerleri
(Objective function average values for 200 jobs 15 machines 10 data sets)

200 iş 15 makine	CTOP	TTOP	TMAX	CMAX	NT
CTOP	93121,2	3034,8	662,2	970,2	9,1
TTOP	99729,9	1510,6	465,6	1017,2	6,8
TMAX	99922,7	1848,3	356,2	1011,9	8,9
CMAX	95035,2	3024,6	662,4	945,0	8,6
NT	98796,6	1753,2	538,8	995,1	5,7

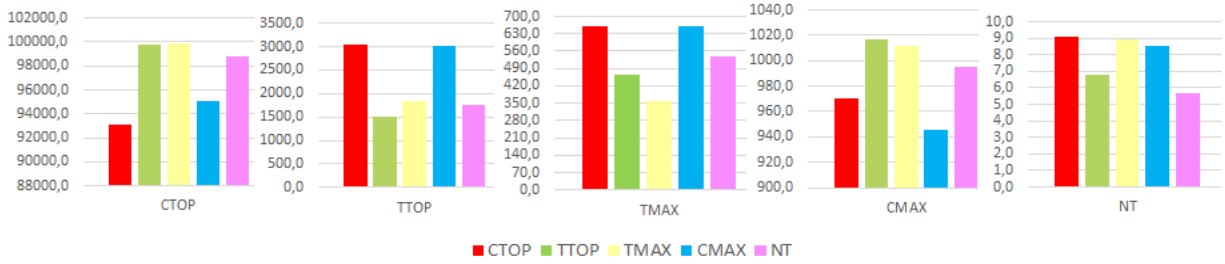
Ek-5: 50, 100 ve 200 iş, 10 ve 15 Makine İçeren Büyük Veri Setleri için Amaç Fonksiyonu Ortalama Grafikleri**Şekil 14:** 50 iş 15 makine 10 veri seti için ortalama değer sütun grafiği
(Average value bar chart for 50 jobs 15 machines 10 data sets)**Şekil 15:** 100 iş 10 makine 10 veri seti için ortalama değer sütun grafiği
(Average value bar chart for 100 jobs 10 machines 10 data sets)



Şekil 16: 100 iş 15 makine 10 veri seti için ortalama değer sütun grafiği
(Average value bar chart for 100 jobs 15 machines 10 data sets)



Şekil 17: 200 iş 10 makine 10 veri seti için ortalama değer sütun grafiği
(Average value bar chart for 200 jobs 10 machines 10 data sets)



Şekil 18: 200 iş 15 makine 10 veri seti için ortalama değer sütun grafiği
(Average value bar chart for 200 jobs 15 machines 10 data sets)