

İki Girişli İki Çıkışlı Sistemlerde Ayrık Zamanda PI-PR² Kontrolör Tasarımı

Ayşe DUMAN MAMMADOV^{1*}, Emre DİNCEL², Mehmet Turan SÖYLEMEZ³

^{1,2,3} Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü, Elektrik-Elektronik Fakültesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.

*¹ dumana@itu.edu.tr, ² dincele@itu.edu.tr, ³ soylemez@itu.edu.tr

(Geliş/Received: 10/02/2023;

Kabul/Accepted: 12/06/2023)

Öz: Bu çalışmada, iki giriş iki çıkışlı sistemler için ayrık zaman düzleminde oransal-integral oransal-çift gecikmeli (PI-PR²) kontrolör yapısı önerilmiştir. Tasarım yöntemi olarak kontrol sistemlerinde sıkça karşılaşılan baskın kutup atama yaklaşımı kullanılmıştır. İki giriş iki çıkışlı sistem bir ayrıştırıcı ile iki alt sisteme bölünmüş ve her bir alt sistem için PIR² kontrolör tasarlanmıştır. Baskın kutuplar istenilen kapalı çevrim sistemin performans özelliklerine göre yerleştirilmiş ve kalan kutupların sınırı baskınlık katsayısı yardımıyla bir çember bölgesi olarak belirlenmiştir. Bu sınır bölgesi, parametre düzlemine aktarılmış ve ilgili kontrolör çözüm kümesi elde edilmiştir. Kontrolör sıfırının konumunun belirlenmesi avantajından yararlanmak için elde edilen PIR² kontrolör PI-PR² kontrolör yapısına çevrilmiştir. Önerilen tasarım yöntemi, bir benzetim çalışması üzerinden anlatılmış ve literatürdeki bazı kontrol yöntemleriyle karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: PI-PR² kontrolör tasarımı, PIR kontrolör, PID kontrolör, baskın kutup atama, ayrık zaman düzlemi.

Discrete PI-PR² Controller Design for Two Input Two Output Systems

Abstract: In this study, a proportional integral double retarded (PI-PR²) controller structure is proposed for two-inputs two-outputs systems in discrete time domain. The dominant pole assignment approach, which is frequently encountered in control systems, is used as the primary design method. The two input two output system is divided into two subsystems by a decoupler and the PIR² controller is designed for each subsystem. Dominant poles are placed according to the desired performance characteristics of the closed-loop system and the boundary of the remaining poles is determined as a circle with the help of the dominance coefficient. This boundary is transferred to the parameter plane and the corresponding controller solution set is obtained. In order to take advantage of determining the location of the controller zero, the obtained PIR² controller is converted to the PI-PR² controller structure. The proposed design method is explained through a simulation study and compared with some control methods in the literature.

Key words: PI-PR² controller design, PIR controller, PID controller, dominant pole placement, discrete time domain.

1. Giriş

Kutup atama yaklaşımı, basit tasarım prosedürü ve kapalı çevrim sistemin performans özelliklerini genel olarak sağlamasından dolayı kontrol sistem tasarımında sıklıkla kullanılmaktadır [1]. Bu yaklaşımın temeli kapalı çevrim sistemin kutuplarını belirlenen noktalara atanmasıdır [2]; fakat, yüksek mertebeli sistemlerde kutupları yerleştirmek zorlaşmaktadır. Bu problemin önüne geçmek için baskın kutup atama yaklaşımı önerilmiştir [3], [4]. Bu yöntemde, kapalı çevrim sistemin performans özellikleri baskın kutuplar tarafından belirlenir ve kalan kutupların baskın kutuplardan yeterince uzakta konumlanması istenir [5].

Zaman gecikmesi olan sistemlerde kapalı çevrim sistemde gecikme teriminden kaynaklı s-düzleminde sonsuz kutup ortaya çıkmaktadır. Bu da baskın kutup atama yaklaşımının uygulanmasını oldukça güçleştirmektedir. Hem bu sebepten hem de günümüzde bilgisayar tabanlı cihazlar kullanıldığından ayrık düzlemde tasarım avantajlı olmaktadır [4], [6]. Bu sebepten, önerilen yöntemde kontrolör tasarımı ayrık düzlemde yapılmıştır.

Oransal integral türev (PID) kontrolör, basit yapıya sahip olması, kolay uygulama sağlaması ve dayanıklılığından dolayı endüstride sıkça tercih edilmektedir. Fakat, türev parametresi yüksek frekansta ölçüm gürültülerine sebep olabilmektedir [7]. Diğer yandan, zaman gecikmesi teriminin bir kontrol stratejisi olarak kullanıldığı çalışmalara rastlanmaktadır [8], [9]. Buradan yola çıkarak, oransal integral gecikmeli (PIR) kontrolör yapısı [10]'da önerilmiştir. PIR kontrolör ile hem türev teriminin olumsuz etkilerinden kaçınılmış hem de bozucu bastırılmış ve sürekli hal hatası giderilmiştir [11], [12]. [13]'de ise PI-PR kontrolör yapısı önerilmiş olup kutup

* Sorumlu yazar: dumana@itu.edu.tr. Yazarların ORCID Numarası: ¹ 0000-0003-3949-2607, ² 0000-0003-2442-4169, ³ 0000-0002-7600-0707

atama yaklaşımında kullanılmıştır. Bu yapı sayesinde PIR kontrolörün kapalı çevrim sistemdeki sıfırlarının olası olumsuz etkileri önlenmiştir.

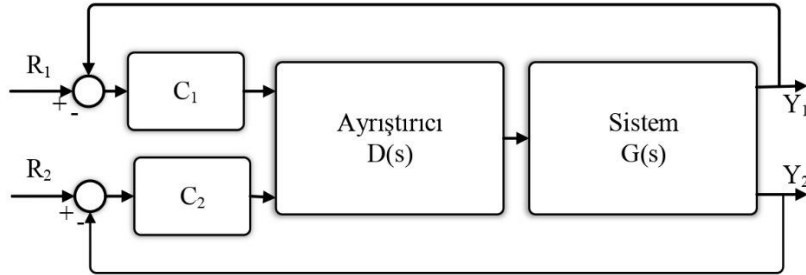
İki giriş iki çıkışlı sistemler endüstrideki çok giriş çok çıkışlı sistemlerin en yaygın türü olmasının yanında çok giriş çok çıkış sistem iki giriş iki çıkış olarak ayrıştırılabilmektedir [14]. Bu sistemlerde baskın kutup atama yaklaşımını uygulamadan önce bir ayrıştırma yöntemi ile kontrol çevrimleri arasındaki etkileşimin kesilmesi sıklıkla uygulanan bir yöntemdir [15]–[18].

Bu çalışmada, iki giriş iki çıkışlı sistemler için ayırık zaman düzleminde baskın kutup atama yaklaşımı kullanılarak yeni bir kontrolör yapısı olan PI-PR² önerilmiştir. Bu yapı ile hem PIR kontrolörün avantajlarından yararlanılmış hem de iki farklı zaman gecikmesi alınmasının kontrolör parametre kümesindeki etkisi incelenmiştir. Bununla birlikte, PI-PR² kontrolör sıfırının konumu belirlenerek PIR² kontrolörün kapalı çevrim sistemdeki sıfırlarının olumsuz etkilerinden kaçınılmıştır. Önerilen yöntem ile, neredeyse sıfır aşım ve minimum yerleşme zamanı bu kontrolör ile sağlanmıştır. Bunun yanında, PIR kontrolör ile sağlanamayan yerleşme zamanı sağlanabilmiştir.

Makale şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde iki giriş iki çıkışlı sistemler için bir ayrıştırma yöntemi verilmiştir. Daha sonra, üçüncü bölümde baskın kutup atama yaklaşımı ile ayırık zamanda PIR² kontrolör tasarımı anlatılmıştır. Burada, ayırık PIR² kontrolör tanımı verilmiş ve baskın kutup atama ile kontrolör parametre kümesi bulunması anlatılmıştır. Dördüncü bölümde benzetim çalışması yapılmış ve beşinci bölümde çalışmanın sonuçları verilmiştir.

2. İki Girişli İki Çıkışlı Sistemler için Ayrıştırma Yöntemi

İki girişli iki çıkışlı geribeslemeli sistemin bir ayrıştırıcı ile kontrol yapısı Şekil 1'de gösterilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde, $G(s)$ sistemini ayrıştırarak teoride iki adet tek-giriş tek-çıkışlı sisteme dönüştürecek olan $D(s)$ ayrıştırıcı matrisinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Böylelikle, sonraki bölümde tanıtılacak olan kontrolör tasarım yöntemi için açık çevrim sistem $(G(s)D(s))$ uygun hale getirilecektir.

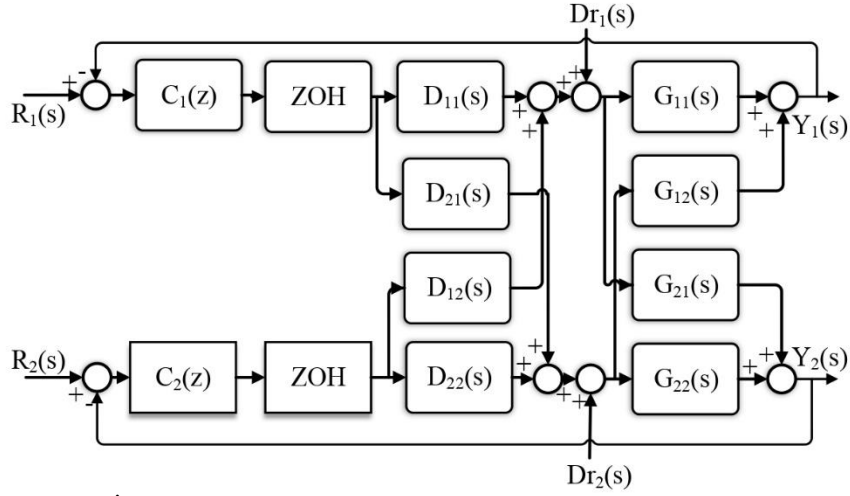


Şekil 1. İki girişli iki çıkışlı sistemin bir ayrıştırıcı ile blok şeması.

İki girişli iki çıkışlı sistemin transfer fonksiyon matrisi aşağıda verilmiştir.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Burada, $G_{i,j}(s) = g_{i,j}(s)e^{-L_{i,j}s} \in \{1,2\}$ olarak ifade edilir. Denklem 1'de verilen sistem Şekil 2'de gösterildiği gibi bir ayrıştırıcı yardımıyla ayrıştırılarak her bir çıkışın mümkün olduğunca bir giriş tarafından etkilenmesi hedeflenmiştir. Burada, R , Y ve D sırasıyla girişler, çıkışlar ve bozucu girişlerini temsil etmektedir. Ayrıştırıcı matrisi aşağıda verilen iki durum göz önüne alınarak tasarlanmaktadır.



Şekil 2. İki girişli iki çıkışlı sistemin ayrıştırıcı matris ile kontrol yapısı.

Durum 1: $G(s)$ 'nin köşegen olmayan elemanlarında sağ yarı düzlemde (SYD) kutup ve köşegen elemanlarında SYD'de sıfır yok ise, [19]'da anlatılan ayrıştırıcı matris ($D(s)$) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$v_1(s) := \begin{cases} 1 & L_{21} \geq L_{22} \\ e^{(L_{21}-L_{22})s} & L_{21} < L_{22} \end{cases} \quad (2)$$

$$v_2(s) := \begin{cases} 1 & L_{12} \geq L_{11} \\ e^{(L_{12}-L_{11})s} & L_{12} < L_{11} \end{cases} \quad (3)$$

$$d_{12}(s) := -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} e^{-(L_{12}-L_{11})s} \quad (4)$$

$$d_{21}(s) := -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} e^{-(L_{21}-L_{22})s} \quad (5)$$

ise

$$D(s) = \begin{bmatrix} v_1(s) & d_{12}(s)v_2(s) \\ d_{21}(s)v_1(s) & v_2(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Durum 2: $G(s)$ 'nin köşegen elemanlarında sağ yarı düzlemde (SYD) kutup ve köşegen olmayan elemanlarında SYD'de sıfır yok ise, $D(s)$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$v_3(s) := \begin{cases} 1 & L_{22} \geq L_{21} \\ e^{(L_{22}-L_{21})s} & L_{22} < L_{21} \end{cases} \quad (7)$$

$$v_4(s) := \begin{cases} 1 & L_{11} \geq L_{12} \\ e^{(L_{11}-L_{12})s} & L_{11} < L_{12} \end{cases} \quad (8)$$

$$d_{11}(s) := -\frac{g_{22}(s)}{g_{21}(s)} e^{-(L_{22}-L_{21})s} \quad (9)$$

$$d_{22}(s) := -\frac{g_{11}(s)}{g_{12}(s)} e^{-(L_{11}-L_{12})s} \quad (10)$$

ise

$$D(s) = \begin{bmatrix} d_{11}(s)v_3(s) & v_3(s) \\ v_4(s) & d_{22}(s)v_4(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Böylelikle, ayrıştırılmış köşegen matrisi $H(s)$ Denklem 12'deki gibi elde edilir.

$$H(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$H(s)$ 'in köşegen olmayan elemanları sıfır iken, köşegen elemanları alt sistem transfer fonksiyonlarıdır ve merkezi olmayan kontrolörler (C_1 ve C_2) ile kontrol edilebilirler. Bu alt sistem transfer fonksiyonları çoklu zaman gecikmesine sahip olabilirler. Çoklu zaman gecikmesi içeren sistemler için doğrudan tasarım yapılması güç olabilmektedir. Bu sebepten, $h_{11}(s)$ ve $h_{22}(s)$ 'nin uygun bir örnekleme zamanı ile ayrık zaman düzlemine aktarılması ve kontrolör tasarımının bu düzlemde yapılması önerilmektedir.

3. Baskın Kutup Atama Yöntemi ile Ayrık Zamanda PIR² Kontrolör Tasarımı

3.1. Ayrık zamanda PIR² kontrolör

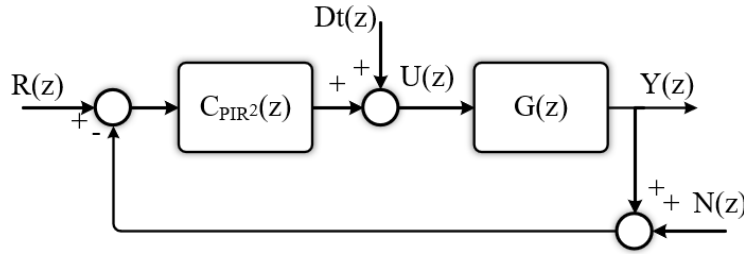
PIR² kontrolörün ayrık zamandaki ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$C_{\text{PIR}^2} = \frac{n_G(z)}{d_G(z)} = K_p + K_i \frac{z}{z-1} - K_{r_1} z^{-h_1} - K_{r_2} z^{-h_2} \quad (13)$$

Burada, $h_1, h_2 \in \mathbb{Z}^+$ ve $K_p, K_i, K_{r_1}, K_{r_2} \in \mathbb{R}$. Bir sistem ayrık zaman düzleminde $m \leq n$ olmak üzere,

$$G(z) = \frac{n_G(z)}{d_G(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \quad (14)$$

şeklinde ifade edilir. $G(z)$ 'nin ölü zamana da sahip olabileceği unutulmamalıdır. Birim geribeslemeli sistemin ayrık PIR² kontrolör ile standart blok şeması Şekil 3'de gösterilmiştir. $Dt(z)$ ve $N(z)$ sırasıyla sisteme giren bozucu ve ölçme gürültüsünü sembolize etmektedir. Şekil 3'e göre kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu Denklem 15'deki gibi yazılır.



Şekil 3. Ayrık PIR² kontrolör ile kapalı çevrim sistem kontrol şeması.

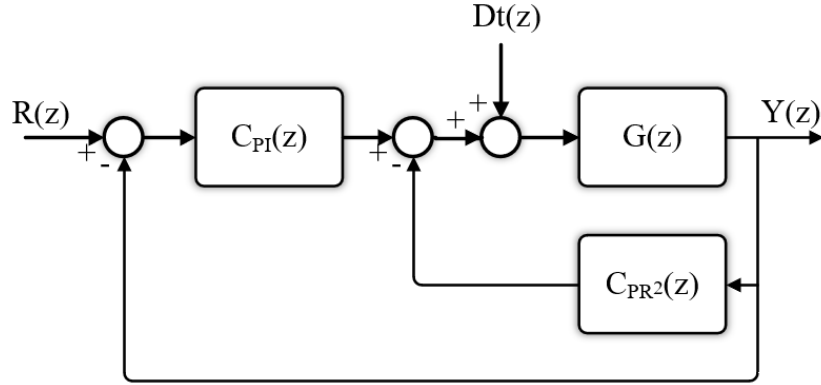
$$P_c(z)_{\text{PIR}^2} = 1 + C_{\text{PIR}^2}(z)G(z) \quad (15)$$

Kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu ise Denklem 16'da verilmiştir.

$$T(z)_{\text{PIR}^2} = \frac{C_{\text{PIR}^2}(z)G(z)}{P_c(z)_{\text{PIR}^2}} = \frac{n_G(K_{r_2}(z-1)z^{h_1} + z^{h_2}(K_{r_1}(z-1) + z^{h_1}(K_p - K_i z - K_p z)))}{K_{r_2} n_G(z-1)z^{h_1} + z^{h_2}(K_{r_1} n_G(z-1) + z^{h_1}(d_G - d_G z + n_G(K_p - K_i z - K_p z)))} \quad (16)$$

3.2. Ayrık zamanda PI-PR² kontrolör yapısı

PI-PR² kontrolör yapısında, Şekil 4'de gösterildiği gibi PR² kontrolör kontrol şemasının iç geribesleme yoluna PI kontrolör ise dış ileri yoluna yerleştirilir.



Şekil 4. Ayırık PI-PR² kontrolör ile kapalı çevrim sistem kontrol şeması.

PIR² kontrolör yerine PI-PR² kontrolör kullanılarak, kontrolör sıfırının ayırık düzlemde konumu belirlenebilir, bu nedenle kapalı çevrim sistemdeki kontrolör sıfırlarının olumsuz etkilerinden kaçınılır. Ek olarak, kapalı çevrim sistemde istenmeyen bir gerçek kutbu varsa, PI-PR² kontrolör sıfırı ile ortadan kaldırılabilir. Ayırık PI ve PR² kontrolörlerin transfer fonksiyonları Denklem 17 ve 18'de verilmiştir.

$$C_{PI}(z) = K_{pi} + K_i \frac{z}{z-1} \quad (17)$$

$$C_{PR^2}(z) = K_{pr^2} - K_{r1}z^{-h_1} - K_{r2}z^{-h_2} \quad (18)$$

Kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu

$$P_c(z)_{PI-PR^2} = 1 + (C_{PI}(z) + C_{PR^2}(z))G(z) \quad (19)$$

olarak yazılır. Kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu Denklem 20'deki gibidir.

$$T(z)_{PI-PR^2} = \frac{C_{PI}(z)G(z)}{P_c(z)_{PI-PR^2}} = \frac{n_G z^{h_1+h_2}(K_{pi}(1-z)-K_i z)}{K_{r2}n_G(z-1)z^{h_1+z^{h_2}}(K_{r1}n_G(z-1)+z^{h_1}(d_G-d_G z+n_G(K_p-K_i z-K_p z)))} \quad (20)$$

Ayırık PI-PR² ve ayırık PIR² kontrolörleri arasında bir ilişki vardır. Denklem 16 ve 20'deki kapalı çevrim transfer fonksiyonları incelendiğinde, her iki kapalı döngü sisteminin kutupları aynıysa aşağıdaki eşitlik sağlanır.

$$K_{pr^2} + K_{pi} = K_p \quad (21)$$

Burada, K_{pr^2} ve K_{pi} sırasıyla oransal-çift gecikmeli kazanç ve oransal-integral kazançlarıdır. Böylelikle, ayırık PIR² kontrolör parametreleri kolaylıkla PI-PR² parametrelerine çevrilebilir. Kapalı çevrim sistemin sıfırları PIR² kontrol yapısı için baskın bölgede veya kararsızlık bölgesinde yer alabilse de ayırık PI-PR² kontrolör yapısında bir sıfır Denklem 22 tarafından verilen noktada ve diğer sıfırlar $z = 0$ noktasında yer almaktadır.

$$z = \frac{K_{pi}}{K_i + K_{pi}} \quad (22)$$

K_{pi} parametresi Denklem 22'de serbestçe seçilir, böylece kontrolör sıfırının konumu keyfi olarak belirlenebilir. K_{pi} seçiminden sonra, Denklem 21 kullanılarak K_{pr^2} bulunur.

3.3. Baskın kutup atama yaklaşımı ile ayırık PIR² kontrolörün parametre kümesinin bulunması

İstenilen kapalı çevrim sistem performans özelliklerine (bu çalışma için, aşım ve yerleşme zamanı) göre belirlenen kutup çifti $z_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ olarak ifade edilsin. İlk olarak, bu kutup çiftini baskın bölgeye atayan parametre kümesinin bulunması gerekmektedir. Bunun için, bu kutuplardan biri Denklem 15'de yerine yazılır.

$$P_c(z) = 1 + C_{\text{PIR}^2}(\sigma \pm j\omega)G(\sigma \pm j\omega) = n_c(\sigma \pm j\omega)n_G(\sigma \pm j\omega) + d_c(\sigma \pm j\omega)d_G(\sigma \pm j\omega) = 0 \quad (23)$$

PIR² kontrolörün parametreleri h_1 ve h_2 zaman gecikmesini ifade ettikleri için pozitif tamsayı olarak seçilirler. h_1 ve h_2 'nin değerleri belirlendikten sonra, Denklem 23 reel ve sanal kısımlarına ayrılır.

$$\text{Re}[P_c(z)] = 0 \quad (24)$$

$$\text{Im}[P_c(z)] = 0 \quad (25)$$

Denklem 24 ve 25 birlikte çözdürüldüğünde, PIR² kontrolörün K_p ve K_i parametreleri kontrolörün diğer parametreleri K_{r_1} ve K_{r_2} cinsinden fonksiyon olarak yazılır.

$$K_p = f_p(K_{r_1}, K_{r_2}) = \alpha_0 + \alpha_1 K_{r_1} + \alpha_2 K_{r_2} \quad (26)$$

$$K_i = f_i(K_{r_1}, K_{r_2}) = \beta_0 + \beta_1 K_{r_1} + \beta_2 K_{r_2} \quad (27)$$

Burada, α_k ve β_k ($k = 0, 1$ ve 2 için) sistem parametrelerine ve sistem yapısına bağlı olan sabit sayılardır. Böylelikle, Denklem 23'de bilinmeyen terimler sadece K_{r_1} ve K_{r_2} olmuş ve istenilen performans kriterlerine göre belirlenen kutup çifti baskın bölgeye yerleştirilmiş olur.

Bu tarz bir kontrolör yapısında, çeşitli incelemeler yapılmış olup $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için en geniş çözüm kümesi elde edildiği görülmüştür. $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için,

$$Q = z[-(d_G + \alpha_0 n_G)z^2 + (d_G + \alpha_0 n_G + \beta_0 n_G)z^3] \quad (28)$$

$$P = zn_G[z - (1 + \alpha_1)z^2 + (\alpha_1 + \beta_1)z^3] \quad (29)$$

$$R = n_G[1 - z - \alpha_2 z^2 + (\alpha_2 + \beta_2)z^3] \quad (30)$$

ise, yeni karakteristik polinom

$$\tilde{P}_c(z) = Q + K_{r_1}P + K_{r_2}R \quad (31)$$

olarak yazılabilir.

Önerilen tasarım yönteminin bir sonraki adımı, baskın kutuplar dışında kalan kutupları yerleştirmektir. Bunun için, ilk olarak kalan kutupların baskın kutuplardan kaç kat uzağa yerleştirileceği belirlenir. Baskın kutuplar ve orijin arasındaki uzaklık $r = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$ ve baskınlık katsayısı m (tipik değeri 3-5 arası) ile sembolize edilirse, kalan kutupların yarıçapı r^m olan çemberin içinde konumlanması istenir. Belirlenen çember bölgesi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\tilde{D} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq r^m, r \in \mathbb{R}^+\} \quad (32)$$

Daha sonra, Denklem 31'de verilen yeni karakteristik polinom $\tilde{P}_c(r^m z)$ olarak yeniden yazılır ve frekans düzlemine $z = e^{j\gamma}$ ifadesi ile aktarılır ($\tilde{P}_c(r^m e^{j\gamma})$). Frekans düzlemindeki yeni karakteristik denklem reel ve sanal kısımlarına ayrılır.

$$\text{Re}[\tilde{P}_c(r^m e^{j\gamma})] = 0 \quad (33)$$

$$\text{Im}[\tilde{P}_c(r^m e^{j\gamma})] = 0 \quad (34)$$

Denklem 33 ve 34 ortak çözümlerse, ayrık PIR² kontrolör parametrelerinden K_{r_1} ve K_{r_2} , γ parametresine göre elde edilir ($K_{r_1}(\gamma)$ ve $K_{r_2}(\gamma)$). Daha sonra, γ parametresi $0 - 2\pi$ aralığında (daireysel bölge) ızgaralama (gridding) yöntemi kullanılarak taranır ve bu bölge $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır. Böylelikle, karmaşık kök geçiş sınırları hesaplanmış olur. Gerçek kök geçiş sınırını bulmak için ise,

$$\tilde{P}_c(r^m) = 0 \quad (35)$$

eşitliği çözümlenerek elde edilen doğru denklemi $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır. Sonuç olarak, $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemi bazı alt bölgelere (en az bir adet) ayrılmış olur. Bu alt bölgelerden istenilen performans kriterlerini sağlayan, diğer bir deyişle belirlenen kutupları baskın bölgeye kalan kutupları da r^m yarıçaplı çemberin içine atayan bölge(ler) kontrolörün parametre çözüm kümesidir.

Çözüm kümesinin boş çıkabileceği unutulmamalıdır. Bu durumda, amaçlanan tasarım özellikleri ve/veya baskınlık katsayısı değiştirilmelidir.

4. Benzetim Çalışmaları

4.1. Örnek 1:

Önerilen tasarım yöntem prosedürünü anlatmak için, Vinante ve Luyben (VL) sütun transfer fonksiyonu kullanılmıştır.

$$G(s) = \begin{bmatrix} -\frac{2.2}{7s+1}e^{-s} & \frac{1.3}{7s+1}e^{-0.3s} \\ -\frac{2.8}{9.5s+1}e^{-1.8s} & \frac{4.3}{9.2s+1}e^{-0.35s} \end{bmatrix}$$

Sistemin kontrol döngüleri arasındaki etkileşim ayrıştırma yöntemi ile kesilebilir. Ayrıştırma yöntemindeki iki durum da bu sistem için uygulanabileceğine göre, ilk durum seçilebilir. Ayrıştırıcı matris $D(s)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5909 \\ \frac{0.6512(9.2s+1)}{9.5s+1}e^{-1.45s} & e^{-0.7s} \end{bmatrix}$$

$D(s)$ yardımıyla, ayrıştırılmış sistem matrisi;

$$H(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} h_{11}(s) & 0 \\ 0 & h_{22}(s) \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Burada, ayrıştırılmış alt sistem transfer fonksiyonları;

$$h_{11}(s) = \frac{0.8465(9.2s+1)}{(7s+1)(9.5s+1)}e^{-1.75s} - \frac{2.2}{7s+1}e^{-s}$$

$$h_{22}(s) = \frac{4.3}{9.2s+1}e^{-1.05s} - \frac{1.6546}{9.5s+1}e^{-1.8s}$$

şekindedir. Görüldüğü üzere, $h_{11}(s)$ ve $h_{22}(s)$ çoklu zaman gecikmesine sahip sistemlerdir ve bu tip sistemler için seçilen bir örnekleme zamanı ile ayrık zaman düzleminde kontrolörler tasarlanması çok daha avantajlıdır. Örnekleme zamanı t_s Nyquist-Shannon örnekleme teoremine göre 1 saniye olarak seçilmiştir. Birinci köşegen elemanı ($h_{11}(s)$)'nin ayrık zamandaki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$h_{11}(z) = \frac{n_{h_{11}}(z)}{d_{h_{11}}(z)}$$

Burada,

$$n_{h_{11}}(z) = -0.002z^{11} - 0.27z^{10} + 0.439z^9 - 0.11z^8 - 0.077z^7 + 0.014z^6 + 0.004z^5 - 0.0003z^4 - 0.00002z^3 + 1.37 \times 10^{-6}z^2 + 7.63 \times 10^{-17}z + 8.49 \times 10^{-18}$$

$$d_{h_{11}}(z) = z^3(z^9 - 2.09z^8 + 0.92z^7 + 0.453z^6 - 0.23z^5 - 0.06z^4 + 0.007z^3 + 0.001z^2 - 0.0001z + 4.07 \times 10^{-6})$$

şeklinde. Kapalı-çevrim sistemde performans kriterleri %0.1 aşım ve 11 saniye yerleşme zamanı olarak istenmiştir. Bu kriterlere karşı gelen ayrık zaman düzlemindeki baskın kutuplar aşağıdaki gibi hesaplanır.

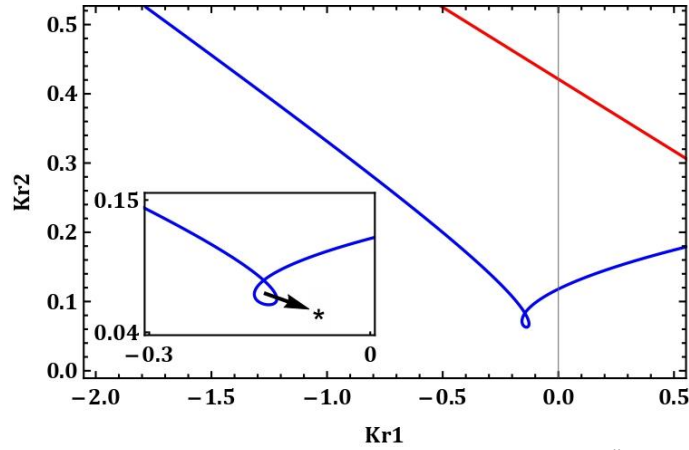
$$z_{1,2} = \sigma \pm j\omega = 0.6857 \pm j0.1144$$

Ayrık PIR² kontrolör gecikme parametreleri $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için, baskın kutuplar kullanılarak diğer kontrolör parametreleri K_p ve K_i , K_{r_1} ve K_{r_2} cinsinden bulunur.

$$K_p = -1.6972 + 1.8379K_{r_1} + 3.1461K_{r_2}$$

$$K_i = -0.4712 + 0.2316K_{r_1} + 0.6572K_{r_2}$$

K_p ve K_i parametreleri karakteristik polinomda yerine yazılır ve denklem yeniden düzenlenir ($\tilde{P}_c(z)$). Daha sonra, baskın kutuplar ve orijin arasındaki uzaklık $r = 0.6951$ ile baskınlık katsayısı $m = 3$ için, kalan kutupların yarıçapı $r^m = 0.3359$ olan çemberin içinde konumlanması beklenir. Bunun için, karakteristik polinom düzenlenerek frekans düzlemine aktarılır ve $\tilde{P}_c(0.3359e^{j\gamma})$ reel ve sanal kısımlarına ayrılır. Daha sonra, bu denklemler birlikte çözdürülür ve ayrık PIR² kontrolör parametreleri $K_{r_1}(\gamma)$ ve $K_{r_2}(\gamma)$ şeklinde bulunur. γ ızgaralanarak 0.8071 yarıçaplı çember $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır (mavi ile gösterilen eğri). Son olarak, $\tilde{P}_c(0.3359) = 0$ da $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır (kırmızı ile gösterilen doğru).



Şekil 5. h_{11} için, $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemindeki ilgili alt bölge (Örnek 1).

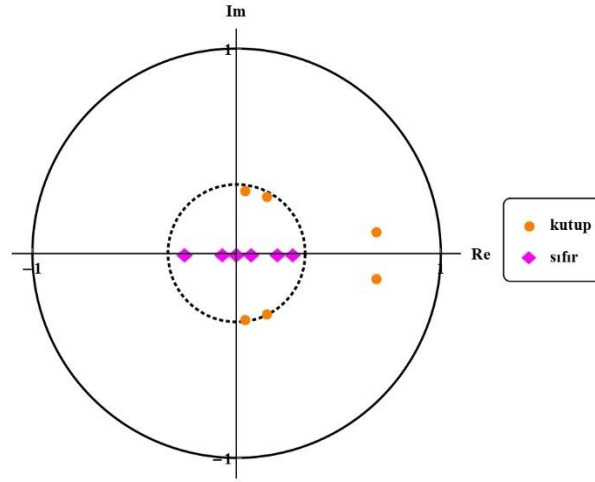
Şekil 5'ten görüldüğü üzere çeşitli bölgeler ortaya çıkmaktadır. Bu bölgelerden * ile gösterilen çözüm bölgesi her bir bölgeden örnek test noktaları seçilip istenilen konfigürasyonun sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilerek bulunur. Diğer bir deyişle, ayrık PIR² kontrolör parametreleri bu bölgeden seçilirse, kapalı çevrim sistemin performans özelliklerine göre belirlenen iki kutup baskın bölgeye atanırken, kalan kutuplar yarıçapı $r^m = 0.3359$ olan çemberin içinde konumlanır. Bu bölge içinden, $K_{r_1} = -0.143$ ve $K_{r_2} = 0.068$ olarak seçilirse, kapalı çevrim sistemin kutupları ve sıfırları incelendiğinde, bir sıfırın konumlandığı görülmektedir. Baskın bölgedeki sıfırın

kapalı çevrim sistemin geçici hal yanıtındaki olumsuz etkisinin önüne geçebilmek için, ayırık PI-PR² kontrolör yapısına geçilebilir. PI-PR² yapısı ile kontrolörün sıfırının konumu belirlenebilir. Kontrolörün sıfırını $z = 0.2$ noktasında seçerek K_{pi} parametresi -0.1149 olarak bulunur. Önerilen ayırık PI-PR² kontrolör

$$C_{PI}(z) = \frac{-0.5744z - 0.1149}{z - 1}$$

$$C_{PR^2}(z) = \frac{-1.6304z^2 + 0.1427z - 0.068}{z^2}$$

şeklinde elde edilir. Kapalı çevrim sistemin kutupları ve sıfırları tasarlanan kontrolör ile ayırık düzlemde Şekil 6'da gösterilmiştir.



Şekil 6. h_{11} için, kapalı çevrim sistemin ayırık PI-PR² ile kutup-sıfır dağılımı (Örnek 1).

Şekil 6'da görüldüğü üzere, kapalı çevrim sistemin kutupları istenildiği gibi yerleştirilmiştir. Bir sonraki aşamada, ayrıştırılmış matrisin ikinci köşegen elemanı h_{22} için de önerilen tasarım prosedürü uygulanır. $t_s = 1$ saniye örnekleme zamanı ile

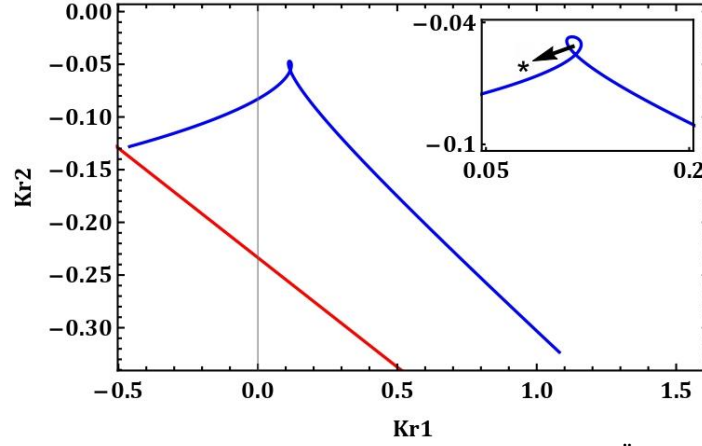
$$h_{22}(z) = \frac{0.0083z^4 + 0.4252z^3 - 0.4773z^2 + 0.088z + 0.0024}{z^5 - 1.6786z^4 + 0.576z^3 + 0.1293z^2 - 0.0156z + 0.0003}$$

yazılabilir. Kapalı çevrim sistem için istenilen performans özellikleri %0.1 aşım ve 11 saniye yerleşme zamanıdır. Baskın bölgedeki kutup çifti $z_{1,2} = 0.6857 \pm j0.1144$ olarak hesaplanır. $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için, K_p ve K_i parametreleri

$$K_p = 1.1758 + 1.8379K_{r_1} + 3.1461K_{r_2}$$

$$K_i = 0.2962 + 0.2316K_{r_1} + 0.6572K_{r_2}$$

şeklinde elde edilir. $m = 3$ için, kompleks kök geçiş $\tilde{P}_c(0.3359e^{j\gamma})$ ve reel kök geçiş $\tilde{P}_c(0.3359)$ sınırları sırasıyla $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır.



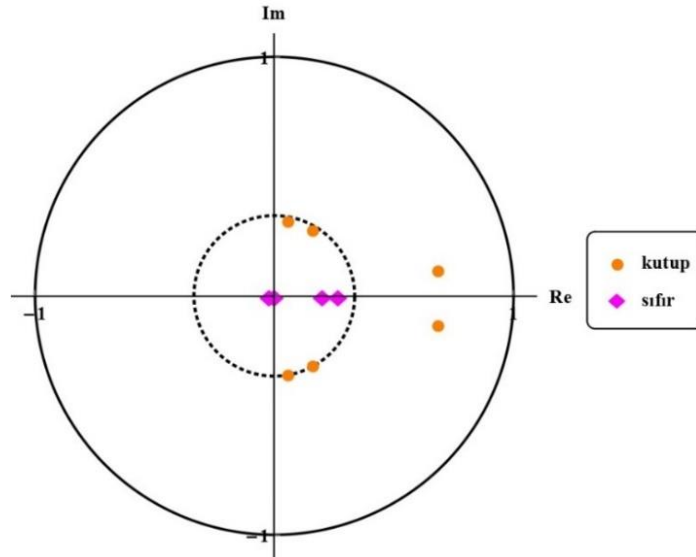
Şekil 7. h_{22} için, $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemindeki ilgili alt bölge (Örnek 1).

Şekil 7'deki * ile gösterilen bölge parametre çözüm kümesidir. Bu bölge içinden, $K_{r_1} = 0.116$ ve $K_{r_2} = -0.05$ olarak seçilirse, kapalı çevrim sistemin kutupları ve sıfırları incelendiğinde, baskın bölgede kontrolörün sıfırının konumlandığı görülmektedir. Bu sıfırın olumsuz etkilerinden kurtulmak için ayrık PI-PR² yapısına geçilmiştir. Kontrolörün sıfırı $z = 0.2$ noktasında seçildiğinde, $K_{pi} = 0.07248$ ile tasarlanan kontrolör

$$C_{PI}(z) = \frac{0.3624z - 0.0715}{z - 1}$$

$$C_{PR^2}(z) = \frac{1.1576z^2 - 0.1157z + 0.0503}{z^2}$$

olarak hesaplanmıştır. Kapalı çevrim sistemin kutupları ve sıfırları ayrık PI-PR² kontrolör ile ayrık düzlemde Şekil 8'de gösterilmiştir.



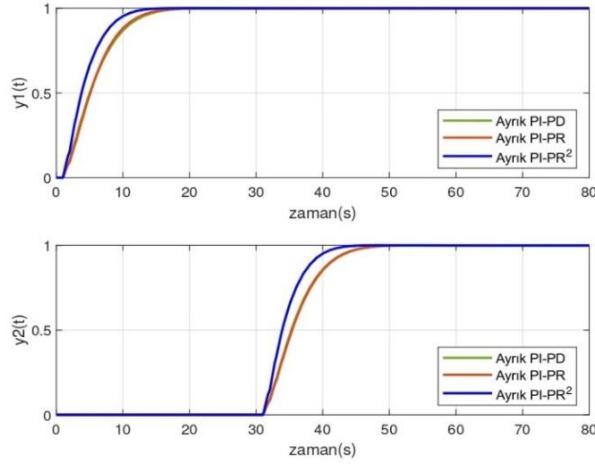
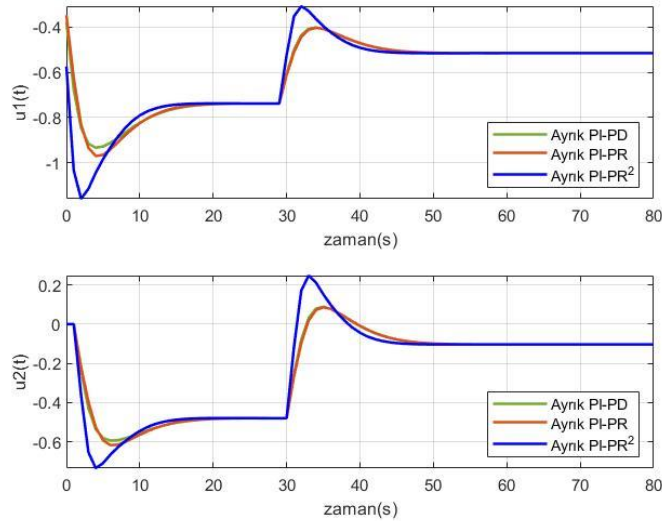
Şekil 8. h_{22} için, kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR² ile kutup-sıfır dağılımı (Örnek 1).

Ayrıştırılmış sistem matrisinin köşegen elemanları için ayrık PI-PR² kontrolör tasarımları tamamlandıktan sonra, bu kontrolörler iki giriş iki çıkışlı sisteme ayrıştırıcı yardımıyla uygulanabilir. Önerilen tasarım yöntemi ayrık PI-PD ve PI-PR kontrolörler ile karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler ile bulunan kontrolörler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Kontrolör parametreleri (Örnek 1).

Yöntem	Kontrolörler
Ayrık PI-PD	$C_{PI}(z) = \frac{-0.3769z+0.0754}{z-1}$ ve $C_{PD}(z) = \frac{-0.961z-0.2137}{z}$
	$C_{PI}(z) = \frac{0.2229z-0.0446}{z-1}$ ve $C_{PD}(z) = \frac{0.5526z+0.2361}{z}$
Ayrık PI-PR	$C_{PI}(z) = \frac{-0.3473z+0.0695}{z-1}$ ve $C_{PR}(z) = \frac{-0.4305z-0.5793}{z}$
	$C_{PI}(z) = \frac{0.2131z-0.0426}{z-1}$ ve $C_{PR}(z) = \frac{0.4574z+0.2954}{z}$

Kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 9 ve 10'da verilmiştir. Sistem yanıtlarını daha iyi inceleyebilmek için, 0. saniyede birinci basamak girişi 30. saniyede ise ikinci basamak girişi sisteme girilmiştir.

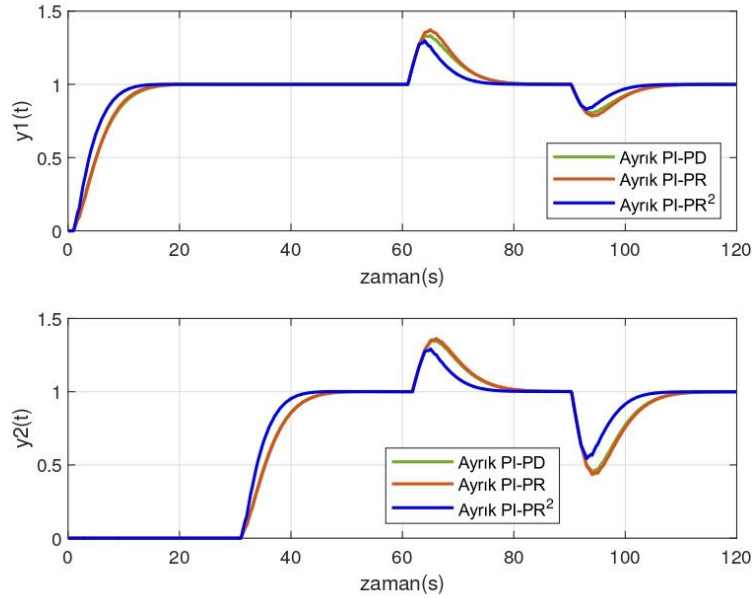
**Şekil 9.** Kapalı çevrim sistem basamak yanıtları (Örnek 1).**Şekil 10.** Kapalı çevrim sistem kontrol işaretleri (Örnek 1).

Şekil 9'da görülebileceği üzere, birinci çevrimde %0.07 aşım ve 11.74 saniye yerleşme zamanı, ve ikinci çevrimde %0.1 aşım ve 11.73 saniye yerleşme zamanı sağlanmaktadır. Böylece, istenilen performans özelliklerinin sağlandığı söylenebilir. Ek olarak, diğer kontrolörlere göre önerilen kontrolörün kontrol işareti bir miktar yüksek görünse de kabul edilen sınırlar içindedir. Verilen kontrolörler için, kapalı çevrim sistemdeki bazı performans özellikleri '(1)' birinci çevrimi '(2)' ise ikinci çevrimi temsil etmek üzere Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Kapalı çevrim sistemdeki performans özellikleri (Örnek 1).

	yz (s)	aşım (%)	ISE
Ayrık PI-PD (1)	15.27	0.05	3.88
Ayrık PI-PD (2)	15.39	0.1	4.08
Ayrık PI-PR (1)	14.64	0.04	3.92
Ayrık PI-PR (2)	15.52	0.1	4.16
Ayrık PI-PR ² (1)	11.74	0.07	3.02
Ayrık PI-PR ² (2)	11.73	0.1	3.12

Önerilen tasarım yöntemini diğer kontrolörlere göre en düşük yerleşme zamanlarının yanında en küçük ISE değerlerine sahiptir. Bozucu bastırma performansını incelemek için 60. ve 90. saniyelerde -0.5 genlikli basamak bozucu sırasıyla birinci ve ikinci bozucu girişlerinden uygulanmıştır. Basamak bozucular ile kapalı çevrim basamak yanıtları Şekil 11'de verilmiştir. Şekil 11'de görüldüğü üzere, önerilen tasarım yöntemi en iyi bozucu bastırma performansına sahiptir.



Şekil 11. 60. ve 90. saniyelerde bozucu giriş ile kapalı çevrim sistem basamak yanıtları (Örnek 1).

4.2. Örnek 2:

Önerilen tasarım yönteminin etkinliğini göstermek için, [20]'de verilen endüstriyel ölçekli bir polimerizasyon (ISP) reaktörü kullanılmıştır. ISP reaktörünün transfer fonksiyon matrisi aşağıda tanımlanmıştır.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{22.89}{4.572s + 1} e^{-0.2s} & -\frac{11.4}{1.807s + 1} e^{-0.4s} \\ \frac{4.689}{2.174s + 1} e^{-0.2s} & \frac{5.8}{1.801s + 1} e^{-0.4s} \end{bmatrix}$$

Baskın kutup atama yöntemini uygulayabilmek için, öncelikle kontrol çevrimleri arasındaki etkileşimin ayrıştırma yöntemi ile kesilmesi gerçekleştirilmiştir. Verilen sistem için ayrıştırıcı matrisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$D(s) = \begin{bmatrix} e^{-0.2s} & 0.5909 \\ \frac{0.6512(9.2s + 1)}{9.5s + 1} e^{-1.45s} & 1 \end{bmatrix}$$

Sistemin kontrol döngüleri arasındaki etkileşim ayrıştırma yöntemi ile kesilebilir. Ayrıştırma yöntemindeki iki durum da bu sistem için uygulanabileceğine göre, ilk durum seçilebilir. Ayrıştırıcı matris $D(s)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{0.498(4.572s + 1)}{1.807s + 1} e^{-0.2s} \\ -\frac{0.8085(1.801s + 1)}{2.174s + 1} & e^{-0.7s} \end{bmatrix}$$

$D(s)$ yardımıyla, ayrıştırılmış alt sistem transfer fonksiyonları

$$h_{11}(s) = \frac{9.2163(1.801s + 1)}{(1.807s + 1)(2.174s + 1)} e^{-0.4s} + \frac{22.89}{4.572s + 1} e^{-0.4s}$$

$$h_{22}(s) = \frac{2.3353(4.572s + 1)}{(1.807s + 1)(2.174s + 1)} e^{-0.4s} + \frac{5.8}{1.801s + 1} e^{-0.4s}$$

şeklinde hesaplanır. Bu noktadan sonra, her bir alt sistem transfer fonksiyonu için ayrı ayrı kontrolör tasarımı yapılır. Birinci köşegen eleman ($h_{11}(s)$) için, $t_s = 0.05$ saniye örnekleme zamanı ile ilgili ayrık transfer fonksiyonu hesaplanır.

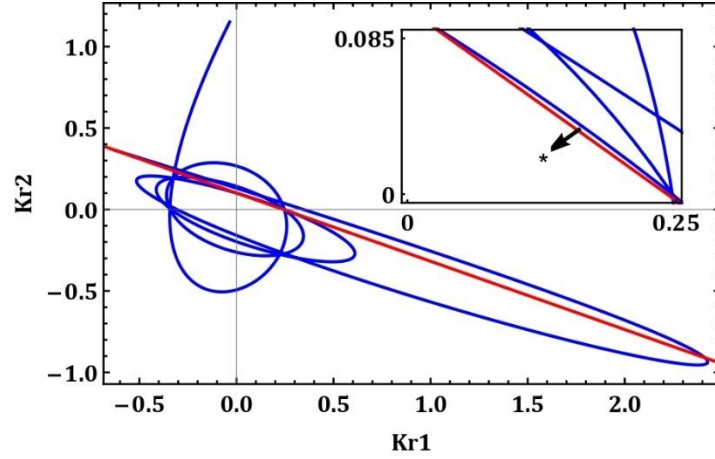
$$h_{11}(z) = \frac{0.4578z^2 - 0.8952z + 0.4376}{z^8(z^3 - 2.9391z^2 + 2.8794z - 0.9403)}$$

Kapalı çevrim sistem için istenilen performans özellikleri %0.1 aşım ve 2.8 saniye yerleşme zamanı amaçlanmaktadır. Baskın bölgedeki kutup çifti seçilen örnekleme zamanı ve performans kriterlerine göre $z = 0.9306 \pm j0.0302$ olarak bulunur. $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için, kontrolörün K_p ve K_i parametreleri K_{r_1} ve K_{r_2} cinsinden elde edilir.

$$K_p = 0.114 + 1.147K_{r_1} + 1.3089K_{r_2}$$

$$K_i = 0.0037 + 0.0066K_{r_1} + 0.0142K_{r_2}$$

$r = 0.9311$ ile $m = 3$ için, kalan kutupların yarıçapı $r^m = 0.8071$ olan çemberin içinde konumlanması beklenir. Bunun için, gerekli adımlar takip edilerek karmaşık (mavi) ve gerçel (kırmızı) kök geçiş sınırları $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır.



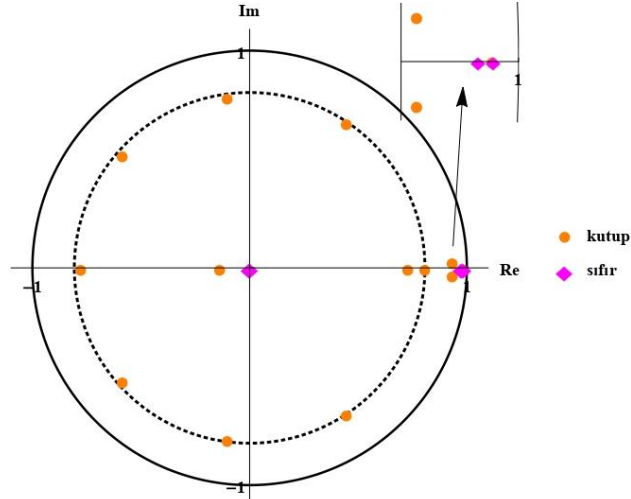
Şekil 12. h_{11} için, $K_{r1} - K_{r2}$ düzlemindeki çözüm kümesi (Örnek 2).

Şekil 12'deki * ile gösterilen bölge istenilen çözüm bölgesidir. Kontrolör parametreleri bu bölgeden $K_{r1} = 0.17$ ve $K_{r2} = 0.03$ olarak seçilirse, baskın bölgede fazladan bir kutbun ve bir sıfırın konumlandığı görülmektedir. Baskın bölgede kalan fazladan kutup için, ayrık PI-PR² yapısı ile kontrolörün sıfırlarının konumu belirlenebilir. Burada, kontrolörün bütün parametreleri yerine konularak $z = 0.9823$ kutbunu iptal edecek K_{pi} parametresi 0.2927 olarak seçilir. Önerilen ayrık PI-PR² kontrolör

$$C_{PI}(z) = \frac{0.298z - 0.2927}{z - 1}$$

$$C_{PR^2}(z) = \frac{0.0555z^2 - 0.17z + 0.03}{z^2}$$

şeklinde elde edilir. Tasarlanan kontrolör ile kapalı çevrim sistemin kutup-sıfır dağılımı Şekil 13'de gösterilmiştir.



Şekil 13. h_{11} için, kapalı çevrim sistemin ayrık PI-PR² ile kutup-sıfır dağılımı (Örnek 2).

Şekil 13'de görüldüğü üzere, kapalı çevrim sistemin kutupları istenildiği gibi yerleştirilmiştir. Fakat, baskın bölgedeki sistemin sıfırının $z = 0.9827$ kapalı çevrim geçici hal yanıtında olumsuz etkisi (yüksek miktarda aşım) vardır. Bunun önüne geçmek için, bir ön filtre (G_f) kullanılmıştır.

$$G_f(z) = \frac{0.0173}{z - 0.9827}$$

Bir sonraki aşamada, ayrıştırılmış matrisin ikinci köşegen elemanı (h_{22}) için de önerilen tasarım prosedürü %0.1 aşım ve 2.65 saniye yerleşme zamanı kriterleri için uygulanır. $t_s = 0.05$ saniye örnekleme zamanı ile

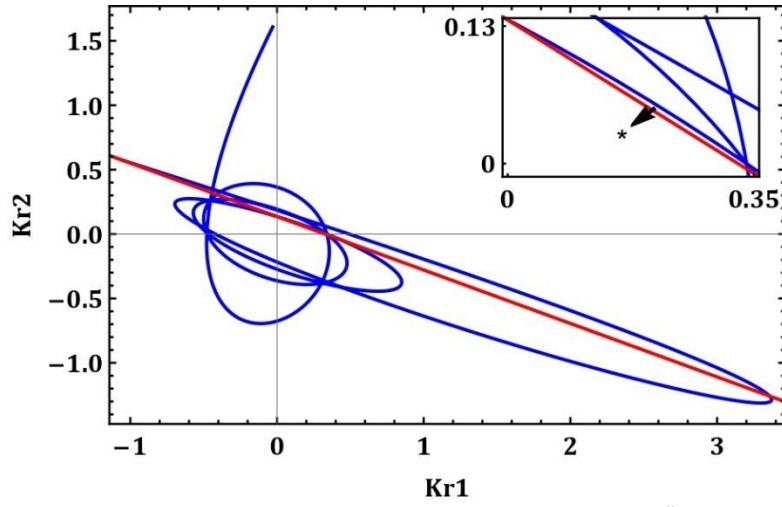
$$h_{22}(z) = \frac{0.292z^2 - 0.571z + 0.2791}{z^8(z^3 - 2.9226z^2 + 2.8472z - 0.9246)}$$

yazılabilir. $h_1 = 1$ ve $h_2 = 2$ için, K_p ve K_i parametreleri

$$K_p = 0.1652 + 1.1555K_{r_1} + 1.3278K_{r_2}$$

$$K_i = 0.0072 + 0.0074K_{r_1} + 0.016K_{r_2}$$

$m = 3$ için, karmaşık ve gerçel kök geçiş sınırları sırasıyla $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemine aktarılır.



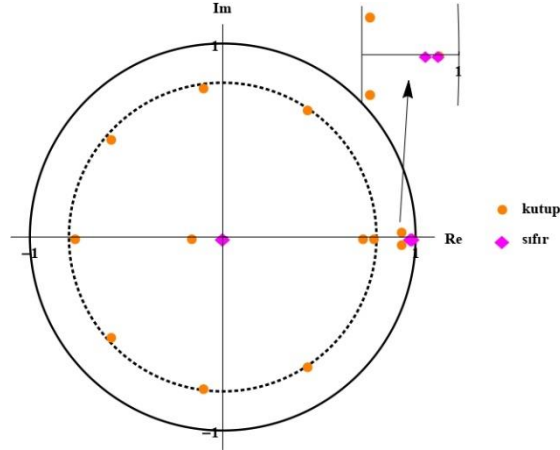
Şekil 14. h_{22} için, $K_{r_1} - K_{r_2}$ düzlemindeki çözüm kümesi (Örnek 2).

Şekil 14'deki * ile gösterilen bölge parametre çözüm kümesidir. Bu bölge içinden, $K_{r_1} = 0.22$ ve $K_{r_2} = 0.048$ olarak seçilirse, aynı şekilde baskın bölgede fazladan bir kutbun ve bir sıfırın konumlandığı görülmektedir. Baskın bölgede kalan fazladan kutup $z = 0.9832$ için, yine ayrık PI-PR² yapısı kullanılabilir. $K_{pi} = 0.5599$ ile tasarlanan kontrolör

$$C_{PI}(z) = \frac{0.5695z - 0.5599}{z - 1}$$

$$C_{PR^2}(z) = \frac{-0.0768z^2 - 0.22z - 0.048}{z^2}$$

olarak hesaplanmıştır. Kapalı çevrim sistemin kutup-sıfır dağılımları Şekil 15'de gösterilmiştir.

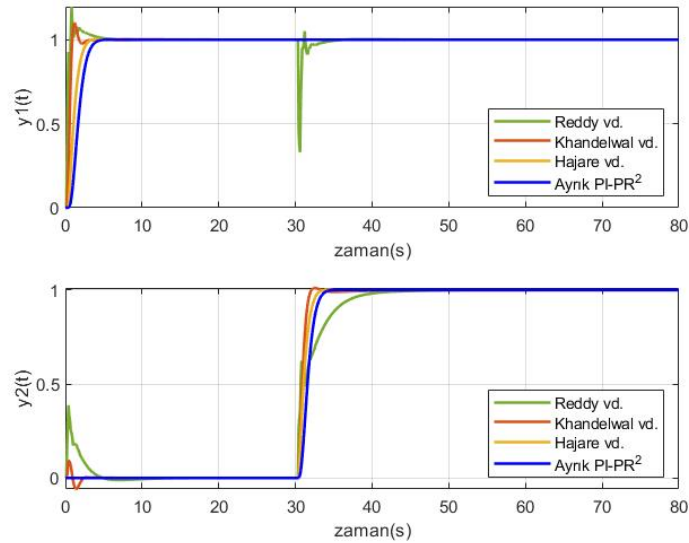


Şekil 15. h_{22} için, kapalı çevrim sistemin ayırık PI-PR² ile kutup-sıfır dağılımı (Örnek 2).

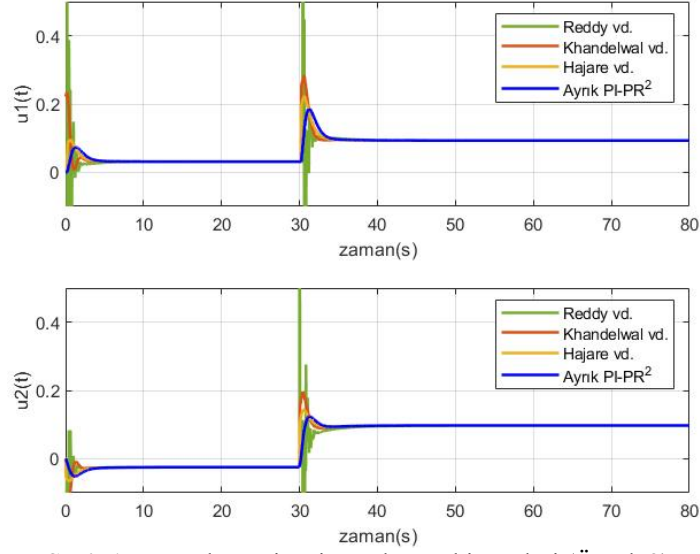
Baskın bölgedeki sistemin sıfırının $z = 0.9827$ da kapalı çevrim geçici hal yanıtında olumsuz etkisini ortadan kaldırmak için, h_{11} için kullanılan ön filtre kullanılmıştır. Önerilen tasarım yöntemi [21]–[23]'de verilen yöntemler ile karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler ile bulunan kontrolörler Tablo 3'de verilmiştir. 0. saniyede birinci basamak girişi 30. saniyede ise ikinci basamak girişi için kapalı çevrim sistemin basamak yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 16 ve 17'de verilmiştir.

Tablo 3. Kontrolör parametreleri (Örnek 2).

Yöntem	Kontrolörler
Reddy vd.	$C_{PID}(s) = 0.53 + \frac{0.2199}{s} + 0.08s$
	$C_{PID}(s) = 0.1158 + \frac{0.0571}{s} + 0.09s$
Khan. vd.	$C_{PI}(s) = 0.222 + \frac{0.0628}{s}$
	$C_{PI}(s) = 0.172 + \frac{0.1235}{s}$
Hajare vd.	$C_{PID}(s) = 0.0248 + \frac{0.0044}{s} + 0.0257s$
	$C_{PID}(s) = 0.0248 + \frac{0.0044}{s} + 0.0257s$



Şekil 16. Kapalı çevrim sistem basamak yanıtları (Örnek 2).



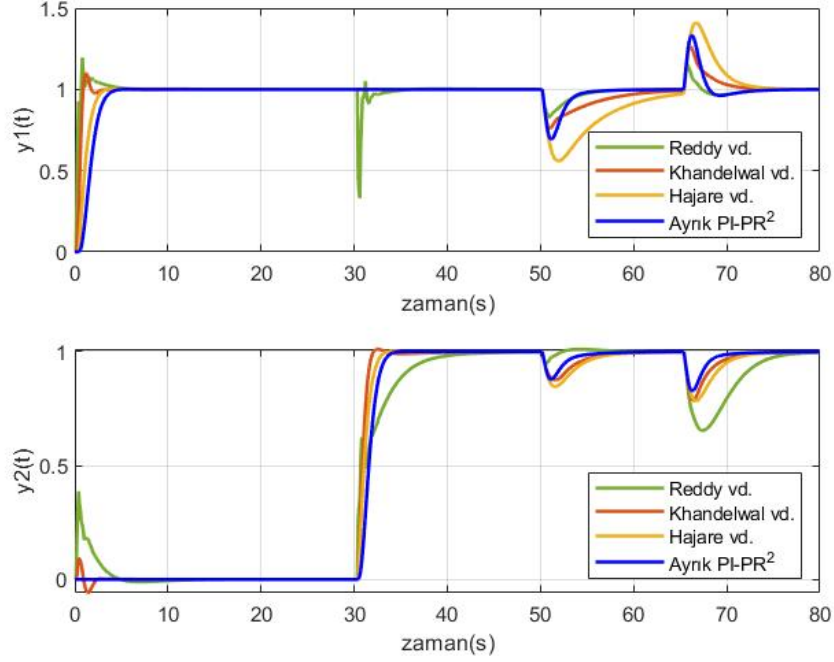
Şekil 17. Kapalı çevrim sistem kontrol işaretleri (Örnek 2).

Şekil 15'de görülebileceği üzere, birinci çevrimde %0.03 aşım ve 3.3 saniye yerleşme zamanı ve ikinci çevrimde %0.05 aşım ve 3.08 saniye yerleşme zamanı sağlanmaktadır. Böylece, istenilen performans özelliklerinin büyük ölçüde sağlandığı söylenebilir. İstenilen kriterlerle sağlanan özellikler arasındaki küçük farkın sebebi tasarımda sıfır aşım istenmesidir. Verilen kontrolörler için, kapalı çevrim sistemdeki bazı performans özellikleri Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4. Kapalı çevrim sistemdeki performans özellikleri (Örnek 2).

	yz (s)	aşım (%)	ISE
Reddy vd. (1)	3.654	19.648	0.355
Reddy vd. (2)	9.12	0	1.059
Khan. vd. (1)	2.129	9.87	0.445
Khan. vd. (2)	1.465	0.97	0.72
Hajare vd. (1)	2.443	0.327	0.871
Hajare vd. (2)	2.446	0.293	0.871
Ayrık PI-PR² (1)	3.35	0.03	0.236
Ayrık PI-PR² (2)	3.13	0.05	0.263

Önerilen tasarım yöntemi diğer kontrolörlere göre yeterince az yerleşme zamanının yanında en düşük aşım ve en iyi ISE değerine sahiptir. 50. ve 65. saniyelerde -0.1 genlikli basamak bozucu sırasıyla birinci ve ikinci bozucu girişlerinden uygulanmış ve Şekil 17'de gösterilmiştir.



Şekil 18. 50 ve 65. saniyelerde bozucu giriş ile kapalı çevrim sistem basamak yanıtları (Örnek 2).

Şekil 18'de görüldüğü üzere, önerilen tasarım yönteminin bozucu bastırma performansı yeterlidir. Bununla birlikte, bu sistem için benzetim çalışmasında belirtilen performans özelliklerine göre PIR kontrolör tasarlanmaya çalışıldığında elde edilen kontrolör kümesinin boş olduğu görülmüştür. h_{11} için, 2.9 saniye ve h_{22} için, 2.7 saniye yerleşme zamanları seçildiğinde bir kontrolör parametre kümesi elde edilebilmiştir. Bulunan K_r parametre kümesi aralıkları ise sırasıyla (0.373,0.4187) ve (0.5273,0.5746) olarak elde edilmiştir.

5. Sonuçlar

Bu çalışmada, iki giriş iki çıkışlı sistemler için merkezi olmayan yapıda ayrık zamanda PI-PR² kontrolör tasarımı önerilmiştir. Tasarımda, baskın kutup atama yöntemi kullanılmıştır. Kontrol çevrimleri arasındaki etkileşim bir ayrıştırıcı yöntemi ile kesilmiş ve her bir alt sistem transfer fonksiyonu için parametre çözüm kümesi elde edilmiştir. Bunun için, ilk olarak istenilen kapalı çevrim sistemin performans özelliklerine göre bir kutup çifti baskın bölgeye yerleştirilmiş, kalan kutuplar için ise konumlanmaları istenen çemberin yarıçapı belirlenmiştir. Daha sonra, belirlenen çember bölgesi parametre düzlemine aktarılarak ilgili çözüm kümesi bulunmuştur.

Önerilen tasarım yöntemi, iki benzetim çalışması üzerinden incelenmiştir. İlk örnekte, önerilen kontrolör PI-PD ve PI-PR kontrolörlerle karşılaştırılmış ve avantajları gösterilmiştir. İkinci örnekte ise literatürdeki bazı kontrol yöntemleri ile karşılaştırılmış ve performans özelliklerini karşıladığı gösterilmiştir (neredeyse sıfır aşım ve minimum yerleşme zamanı). PIR² kontrolör yapısı ile PIR kontrolöre kıyasla daha geniş çözüm kümesi bulunabilmiştir. Bununla birlikte, PIR kontrolör ile sağlanamayan yerleşme zamanı sağlanabilmiştir.

Baskın bölgede kalan kutup için, PI-PR² yapısı önerilmiştir; böylece, hem bu kutbun olumsuz etkilerinden kurtulmuş hem de kontrolör sıfırının konumu istenilen şekilde belirlenebilmiştir. Baskın bölgede kalan sistemin sıfırı için ise, bir ön-filtre kullanılması önerilmiş ve istenmeyen geçici hal yanıtından kaçınılmıştır. Bu tasarım yöntemi ile elde edilen çözüm kümesinin boş çıkabileceği unutulmamalıdır. Eğer, parametre seti boş bulunursa, uygun bir çözüm kümesi bulunana kadar tasarım kriterleri ve/veya baskınlık katsayısı değiştirilmelidir.

Gelecek çalışma olarak, PIR² kontrolörün sürekli zaman düzleminde tasarımı düşünülebilir. Ek olarak, bu tasarım yönteminin çok giriş çok çıkışlı sistemler için genişletilmesi için çalışmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- [1] Åström KJ, Murray RM. Feedback systems: An introduction for scientists and engineers. New Jersey, USA, Princeton University, 2010.
- [2] Ackermann J, Bartlett A, Kaesbauer D, Sienel W, Steinhauser R, Robust control: Systems with uncertain physical parameters. London, Springer, 1993.
- [3] Halder K, Das S, Gupta A, Time delay handling in dominant pole placement with PID controllers to obtain stability regions using random sampling, *International Journal of Control*, 2020, 94(12), 3384-3405.
- [4] Wang H, Han QL, Liu J, He D, Discrete-time filter proportional–integral–derivative controller design for linear time-invariant systems, *Automatica*, 2020, 116, 1-15.
- [5] Wang QG, Zhang Z, Åström KJ, Zhang Y, Zhang Y, Guaranteed dominant pole placement with PID controllers, *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2), 5842–5845.
- [6] Dincel E, Söylemez MT, Guaranteed dominant pole placement with discrete-PID controllers: a modified Nyquist plot approach, *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 47(3), 3122–3127.
- [7] Åström KJ, Hägglund T, The future of PID control, *Control Engineering Practice*, 2001, 9(11), 1163–1175.
- [8] Kharitonov VL, Niculescu SI, Moreno J, Michiels W, Static output feedback stabilization: Necessary conditions for multiple delay controllers, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(1), 82-86.
- [9] Niculescu SI, Michiels W, Stabilizing a chain of integrators using multiple delays, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(5), 802-807.
- [10] Ramírez A, Mondié S, Garrido R, Sipahi R, Design of proportional-integral-retarded (PIR) controllers for second-order LTI systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 61(6), 1688–1693.
- [11] López K, Mondié S, Garrido R, A tuning procedure for the Cascade Proportional Integral Retarded Controller, *IFAC-PapersOnLine*, 2018, 51(14), 61-65.
- [12] Ramirez A, Sipahi R, Fast Consensus Against Noise in a Large-Scale Multi-Agent System with Distributed Proportional-Retarded (PR) Controllers, 2018 Annual American Control Conference (ACC), 2018, Milwaukee, WI, USA, 3666-3671.
- [13] Mammadov AD, Dincel E, Söylemez MT, Analytical design of discrete PI–PR controllers via dominant pole assignment, *ISA Transactions*, 2022, 123, pp. 312–322, 2022.
- [14] Hu Z, Li D, Wang J, Xue F, Analytical Design of PID Decoupling Control for TITO Processes with Time Delays, *Journal of Computers*, 2011, 6(6), 1064-1070.
- [15] Noeding M, Martensen J, Lemke N, Tegethoff W, Koehler J, Selection of decoupling control methods suited for automated design for uncertain TITO processes, 2018 IEEE 14th International Conference on Control and Automation (ICCA), 2018, Anchorage, AK, USA, 498–505.
- [16] Wutthithanyawat C, Wangnippamto S, Design of Decentralized PID Controller with Coefficient Diagram Method Based on Inverted Decoupling for TITO System, 2018 International Electrical Engineering Congress (iEECON), 2018, Krabi, Thailand, 1–4.
- [17] Lakshmanprabu SK, Elhoseny M, Shankar K, Optimal tuning of decentralized fractional order PID controllers for TITO process using equivalent transfer function, *Cognitive Systems Research*, 2019, 58, 292–303.
- [18] Mammadov AD, Dincel E, Söylemez MT, Design of decentralized proportional–integral proportional–retarded controllers in discrete-time domain for two-input two-output processes, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2023, 45(3), 427-439.
- [19] Maghade DK, Patre BM, Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes, *ISA Transactions*, 2012, 51(4), 550–558.
- [20] Chien IL, Huang HP, Yang JC, A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick, *Industrial & engineering chemistry research*, 1999, 38(4), 1456-1468.
- [21] Reddy MDL, Padhy PK, Ansari IA, Auto-tuning method for decentralized PID controller of TITO systems using firefly algorithm, 2019 International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICCS), 2019, Madurai, India, 683–688.
- [22] Khandelwal S, Aldhandi S, Detroja KP, Decoupling control with etf based gpm tuning for multivariable processes, 2019 Fifth Indian Control Conference (ICC), 2019, New Delhi, India, 63–67.
- [23] Hajare VD, Patre BM, Khandekar AA, Malwatkar GM, Decentralized PID controller design for TITO processes with experimental validation, *International Journal of Dynamics and Control*, 2017, 5(3), 583–595.