Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi
Hacettepe University Journal of Economics and Administrative Sciences

https://dergipark.org.tr/tr/pub/huniibf

ISSN:1301-8752 E-ISSN:1309-6338

Başvuru Tarihi / Submission Date: 11/04/2023
Kabul Tarihi / Acceptance Date: 07/08/2023

DOI: 10.17065/huniibf.1281343
2023, 41 (4), 650-674

Araştırma Makalesi / Research Article

Kareye Tamamlama Yöntemi ve Aritmetik-Geometrik Ortalama Eşitsizliğiyle İki Aşamalı Tedarik Zinciri Probleminin Çözümü ve Analizi

Harun Öztürk[1]

Öz

Bu çalışmada, farklı ülkelerde bulunan tek bir üretici ve tek bir perakendeciden oluşan iki aşamalı tedarik zinciri problemi için bir bütünleşik stok kontrol modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmanın amacı, bütünleşik toplam maliyeti minimum yapacak şekilde üreticinin parti sayısının ve perakendecinin parti büyüklüğünün, yani bütünleşik üretim-stok kontrol politikası parametrelerinin birlikte hesaplanmasıdır. Tek kalem ürünün siparişi, eşit büyüklükte partiler halinde teslim alınmaktadır. Perakendecinin teslim aldığı her parti iyi kaliteli ürünlerle birlikte kusurlu ürünler de içermektedir. Kusurlu ürünler, kalite kontrol işleminin ardından indirimli fiyattan satılmak üzere tek parti halinde stoktan çıkarılmaktadır; kusurlu ürün sayısı kadar iyi kaliteli fakat daha yüksek fiyatlı ürünler yerel bir tedarikçiden satın alınmaktadır. Üretici ve perakendecinin toplam stok maliyeti fonksiyonları elde edilmiş ve bütünleşik toplam stok maliyeti fonksiyonu türetilmiştir. Optimum çözüm diferensiyel hesabı kullanmadan aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği ve kareye tamamlama yöntemiyle elde edilmiştir. Sayısal bir örnek yardımıyla teorik sonuçlar elde edilmiş ve duyarlılık analizleri verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Tedarik Zinciri, Stok Kontrolü, Matematiksel Model, Kareye Tamamlama Tekniği, Aritmetik-Geometrik Ortalama Eşitsizliği.*

The Complete Squares Method and the Arithmetic-Geometric Mean Inequality to Solve and Analyze A Two-Level Supply Chain Problem

Abstract

In this study, an integrated inventory model is developed for a two-level supply chain problem consisting of a single manufacturer and a single retailer located in different countries. The aim of this study is to jointly calculate the number of batches of the manufacturer and the batch size of the retailer, i.e. the parameters of the integrated production-inventory control policy, in a way that minimizes the integrated total cost. The order of a single type of product is delivered in batches of equal size. Each batch received by the retailer contains both good quality products and defective products. Defective products are removed from inventory as a single batch at a discounted price after a quality control process; good quality products, equal to the number of defective products, are purchased from a local supplier, but at a higher price. The total cost functions for the manufacturer and the retailer are obtained and the integrated total cost function is derived. The optimal solution is obtained by using the complete square method and the arithmetic-geometric mean inequality without using differential calculus. With the help of a numerical example, theoretical results were obtained and sensitivity analyses were given.

Keywords: *Supply Chain, Inventory Control, Mathematical Model, Complete Squares Method, Arithmetic-Geometric Mean Inequality.*

[1] Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, harunozturk@sdu.edu.tr, https://orcid.org/0000-0003-0193-6663.

Atıf/Cite as: Öztürk, H. (2023) Kareye tamamlama yöntemi ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle iki aşamalı tedarik zinciri probleminin çözümü ve analizi. *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 41 (4), 650-674.

GİRİŞ

Üretim sistemlerinin değişmesi, ürün çeşitliliğindeki artış, tedarik, talep ve üretim faktörlerindeki belirsizlikler stok bulundurmayı zorunlu kılmıştır. Stok bulundurmak, satın alma, sipariş, malzeme, işçilik, depolama ve taşıma maliyetleri gibi çeşitli maliyetlerin ortaya çıkmasına neden olduğundan, stokların bir işletmenin kârlılığını etkileyen faktörler arasında önemli bir yeri vardır. Stok kontrolünün amacı, istenilen malı istenilen zamanda hazır bulundurmak ve bunu en ekonomik biçimde gerçekleştirmektir (Kobu, 1993).

Stok kontrol problemlerinin matematiksel modeller yardımıyla çözümü Harris (1913) tarafından yapılan çalışmayla başlamıştır. Bu çalışmadaki stok kontrol probleminde amaç, toplam stok maliyetini minimum yapacak şekilde ne miktarda sipariş verilmesi ve ne zaman sipariş verilmesi gerektiğinin belirlenmesidir. Bu amaçla geliştirilen model, literatürde klasik ekonomik sipariş miktarı modeli olarak bilinmektedir. Bu modelde, yıllık talebin bilindiği, sabit ve sürekli olduğu, tedarik süresinin ihmal edilerek siparişlerin anında teslim alındığı ve sadece sipariş verme ve elde bulundurma maliyetlerinin bulunduğu varsayılmıştır (Kobu, 1993; Taha, 2007).

Klasik ekonomik sipariş miktarı modelinin giderek daha karmaşık bir yapıya bürünen gerçek yaşam problemlerini çözebilir hale gelmesi için bu modeldeki varsayımlara yenileri eklenmiş ya da mevcut varsayımlar gevşetilmiştir. Bu varsayımlardan bazılarına; her partide iyi kaliteli ürünlerle birlikte kusurlu ürünler de bulunması (Schwaller, 1988; Zhang ve Gerchak, 1990), kusurlu ürünlerin ayıklanması süresinin dikkate alınması (Jaber vd., 2014; Salameh ve Jaber, 2000), yok satmaya izin verilmesi (Grubbström ve Erdem, 1999), bozulabilen ürün (Goyal ve Giri, 2001), enflasyon ve paranın zaman değeri (Buzacott, 1975), ödemelerde gecikmeye izin verilmesi (Goyal, 1985), öğrenmenin etkisi (Salameh vd., 1993) ve çevresel duyarlılığın dikkate alınması (Hovelaque ve Bironneau, 2015) örnek olarak verilebilir. Kusurlu ürünleri belirlemek amacıyla sipariş sonucu teslim alınan her partinin tamamen kalite kontrol (inceleme) işleminden geçmesi ve bu sürenin dikkate alınmasının etkisini modelleyen Salameh ve Jaber (2000)'in çalışmasıyla birlikte stok literatüründe oldukça hızlı ilerlemenin olduğu söylenebilir (Gautam vd., 2021; Khan vd., 2011) Jaber vd. (2014), siparişlerin farklı ülkede bulunan bir üreticiden teslim alındığını ve kalite kontrol işleminin ardından belirlenen kusurlu ürünlerin ya dışkaynak kullanılarak tamirini ya da bu ürünlerin inceleme süresinin tamamlanmasının ardından tek parti halinde indirimli fiyattan satılarak aynı sayıda fakat iyi kalitedeki ürünlerin yerel bir tedarikçiden daha yüksek fiyata satın alındığını düşünmüştür.

Sürekli değişen ve hızla gelişen küresel pazar, endüstriyel ortamı daha rekabetçi hale getirmiştir. Özellikle de son yirmi yılda, operasyonel faaliyetler sonucu ortaya çıkan maliyetleri azaltmak ve tedarik zinciri boyunca müşteri taleplerine daha hızlı cevap vermek amacıyla tedarik zinciri yönetimine olan ilgi artmıştır. Tedarik zinciri üyelerinin (tedarikçi, üretici, dağıtıcı, perakendeci vb.) birbirlerinden bağımsız olarak hareket etmeleri ve sadece kendi sistemlerini eniyilemeye çalışmaları küresel pazarda rekabet edebilmelerini zorlaştırmaktadır. Sadece perakendecinin optimum sipariş politikasının dikkate alınması üreticinin maliyetinde artışa sebep olduğu gibi sadece tedarikçinin üretim ve dağıtım politikasının dikkate alınması da perakendeci için avantajlı olmamaktadır (Banerjee ve Burton, 1994; Özdemir, 2004). Diğer taraftan, Türkiye'deki firmaların stok ve konut yatırımları gayri safi milli hasılanın yaklaşık olarak %21'ini oluşturmaktadır (Erkekoğlu, 2007). Sonuç olarak, tüm bu durumlar, stok kontrolünde tedarikçileri ve/veya alıcıları da içeren tüm sistemin performasını eniyilemeye çalışan ve iş birliği ve koordinasyona dayanan yaklaşımlar geliştirmeyi gerekli kılmıştır. Goyal (1976), üreticinin ve perakendecinin maliyetleri toplamından oluşan tedarik zinciri sisteminin bütünleşik toplam maliyetini minimum yapacak şekilde sipariş büyüklüğünün ve dağıtım politikasının belirlenmesi yaklaşımını önermiştir. Sayısal analiz sonucunda önerilen yaklaşımın, üyelerin birbirlerinden bağımsız olarak benimsedikleri üretim ve stok yenileme kararlarına göre daha avantajlı olduğu elde edilmiştir. Banerjee (1986), iki aşamalı tedarik zinciri sisteminde üretim kapasitesinin sınırlı olduğunu ve her dönemin siparişinin *Lot-for-lot* yöntemiyle karşılandığını dikkate almıştır. Goyal ve Nebebe (2000), iki aşamalı tedarik zinciri probleminde üreticiden perakendeciye gönderilen ilk partinin q-büyüklüğünde olduğunu sonraki parti büyüklüklerinin birbirine eşit ve λq (λ, birim zamandaki üretim miktarının birim zamandaki talep miktarına oranı) büyüklüğünde olduğunu varsaymıştır. Öztürk (2022), Jaber vd. (2014) tarafından ele alınan sipariş büyüklüğü belirleme problemini iki aşamalı tedarik zinciri problemine genişletmiş, üreticiden perakendeciye gönderilen parti büyüklüklerinin geometrik (oransal) değişim gösterdiği ve ilk parti büyüklüğünün q, sonraki parti büyüklüklerinin ise λq olduğu durumlar için problem çözümünde diferensiyel hesabı ve önerilen algoritmayı kullanmıştır.

Optimizasyon (eniyiyi bulma) problemlerini—yani kısıtlanmış veya kısıtlanmamış bir fonksiyonun maksimum veya minimum noktalarını bulmayı içeren problemleri çözmek için diferensiyel hesap kullanılabilir (Barnett vd., 2017; Taha, 2004). Stok kontrol problemlerinde optimum çözüm genel olarak diferensiyel hesabıyla—yani birinci metrebeden türevin sıfıra eşitlenmesiyle bulunmaktadır. Bir stok kontrol probleminin matematiksel bir dille/sembollerle ifade edilmesiyle matematiksel formülasyonu oluşturabilir. Cebirin semboller ve sembollerle yapılan işlemleri ele alması (Can, 2015), stok kontrol problemlerinin çözümlerinin de kareye tamamlama ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği gibi yöntemlerin kullanılmasıyla cebirsel bir yaklaşım izlenerek bulunabileceğini göstermektedir. Klasik ekonomik sipariş miktarı modelinin optimum çözümünü diferensiyel hesabı kullanmadan cebirsel bir yaklaşım izleyerek kareye tamamlama yöntemiyle elde eden ilk çalışma Grubbström (1995) tarafından yapılmıştır. Teng (2009), klasik ekonomik sipariş miktarı modeliyle yok satmaya izin veren ekonomik sipariş ve üretim miktarı modellerinin çözümünü aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak elde etmiştir.

Bu çalışmada, eşit parti büyüklüğü, kusurlu ürün, indirimli fiyattan satış ve yeniden satın almanın birlikte dikkate alındığı farklı ülkelerde bulunan tek bir üretici ve tek bir perakendeciden oluşan iki aşamalı bir tedarik zinciri problemi ele alınmaktadır. Üreticinin üretim hazırlık maliyeti sabittir ve tek kalem ürünü sınırlı üretim miktarı ile üretmektedir. Perakendeci siparişini sonlu sayıda ve eşit büyüklükte partiler halinde sabit sipariş maliyeti ile teslim almaktadır. Üretici ve perakendeci için ürünleri elde bulundurma maliyeti ortaya çıkmaktadır. Perakendecinin teslim aldığı her parti iyi kalitedeki ürünlerle birlikte kusurlu ürünlerde içermektedir. Kusurlu ürünler indirimli fiyattan satılmaktadır ve bu ürünler yerine talebi karşılamak üzere tamamı iyi kalitede ve daha yüksek fiyatlı ürünler yerel bir tedarikçiden satın alınmaktadır. Bu durumda perakendeci için satın alma ve stokta tutma maliyetleri ortaya çıkmaktadır. Üretici, perakendeci ve tedarik zinciri bütünleşik toplam maliyeti matematiksel olarak formülleştirilmektedir, parti sayısı ve parti büyüklüğünün optimum değerleri kareye tamamlama yöntemi ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği kullanılarak bulunmaktadır. Bu çalışmanın amacı Jaber vd. (2014) tarafından ele alınan problemi üç yönde genişletmektir: (1) perakendecinin siparişlerini bağımsız olarak değil üreticinin de sistem içine dahil edilmesiyle iki aşamalı tedarik zincirinde üretim ve dağıtım politikasını birlikte belirlemek, (2) üreticiden perakendeciye eşit büyüklükteki partilerin teslimini yapmak, (3) optimum çözümü diferensiyel hesabı kullanmadan cebirsel yaklaşımla elde etmek.

Çalışma aşağıdaki gibi organize edilmiştir. Birinci bölümde, konu ile ilgili literatür yer almaktadır. İkinci bölümde, problemin tanımı, varsayımlar ve gerekli notasyon verilmiştir. Üçüncü bölümde, bütünleşik toplam maliyet fonksiyonu türetilmiş ve optimum çözüm elde edilmiştir. Dördüncü bölümde, optimum çözüm sonuçlarını sayısal olarak göstermek amacıyla bir örnek ve duyarlılık analizi yer almaktadır. Beşinci bölümde, yönetsel çıkarımlara yer verilmiştir. Sonuç bölümünde, çalışmanın özetine, elde edilen bulgulara ve gelecekte yapılabilecek çalışmalara değinilmiştir.

1. LİTERATÜR TARAMASI

Grubbström ve Erdem (1999), yok satmaya (stoksuz kalma) izin veren ekonomik sipariş miktarı modelinde optimum sipariş miktarı ve optimum stoksuzluk miktarını kareye tamamlama yöntemiyle elde etmiştir. Cárdenas-Barrón (2001), ekonomik üretim miktarı modelinde yok satmaya izin verilmesi durumunda optimum üretim miktarını ve optimum stoksuzluk miktarını aynı yöntemle bulmuştur. Huang (2003), kusurlu ürün ve yok satma varsayımlarına izin veren ekonomik üretim ve sipariş miktarı modellerinde inceleme süresinin ihmal edildiğini dikkate almış ve optimum çözümü kareye tamamlama yöntemiyle bulmuştur. Bu model, Tu vd. (2011) tarafından optimum çözümün aritmetik-geometrik ortalama ve Cauchy-Schwarz eşitsizliğiyle yeniden bulunmasıyla genişletilmiştir. Teerapabolarn ve Khmarod (2014), Huang (2003) tarafından geliştirilen modeller için optimum çözümü kareye tamamlama yöntemi ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak elde etmiştir. Chiu (2008), üretim sırasında iyi kaliteli ürünlerle birlikte kusurlu ürünlerin de üretildiği ve kusurlu ürünlerin üretim tamamlandıktan sonra aynı üretim sisteminde tamir edildiği bir ekonomik üretim miktarı modelinde optimum üretim miktarı ve optimum stoksuzluk miktarını kareye tamamlama yöntemini kullanarak elde etmiştir. Leung (2008), önceki dönemde karşılanamayan talebin yeni siparişle bir kısmının karşılandığı kalan kısmının ise kayıp satışlar olarak ifade edildiği kısmi stoksuzluk durumu altında bir ekonomik sipariş miktarı modelinin optimum çözümünü kareye tamamlama yöntemiyle elde etmiştir. Chang ve Ho (2011), bir ekonomik sipariş miktarı modelinde optimum sipariş miktarını aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle bulmuştur. Bu modelde, sipariş üzere teslim alınan her partinin kusurlu ürünler içerdiği ve talebin sadece iyi kalitedeki ürünlerle karşılanmasından dolayı kusurlu ürünlerin ayıklanması gerektiği düşünülmüştür. Siparişteki ürünlerin inceleme işlemi devam ederken kalite kontrol işlemi tamamlanan ürünler partiler halinde satış işleminin yapılacağı depolara taşınmaktadır. Teng ve Hsu (2015), üretim sırasında üretilen kusurlu ürünlerin üretim süreci sonunda tek parti halinde indirimli fiyattan satıldığı bir ekonomik üretim miktarı modelinde optimum üretim süresini aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle elde etmiştir. Kusurlu ürünlerin stoktan çıkarılması zamanı için inceleme hızının üretim miktarından büyük ya da eşit ve küçük olması durumları düşünülmüştür. Chang ve Ouyang (2017), yok satma, kusurlu ürün, kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamiri ve tamirden sonra hurda ürün bulunması varsayımları altında önerilen ekonomik üretim miktarı modelinde optimum üretim miktarı ve optimum stoksuzluk miktarını aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle hesaplamıştır. Öztürk (2019), bir ekonomik üretim miktarı modelinde üretim sırasında iyi kaliteli ürünlerle birlikte kusurlu ürünlerin de üretildiğini, kalite kontrol işleminin üretimle birlikte başladığını ve üretimden sonra da devam ettiğini, kusurlu ürünlerin ya indirimli fiyattan satıldığını ya da aynı üretim sisteminde üretimden sonra tamir edildiğini varsaymış, problemin optimum çözümünü kareye tamamlama yöntemiyle elde etmiştir. Chung vd. (2020), Leung

(2008) ‘un çalışmasındaki problemin çözümü için önerilen kareye tamamlama yönteminin optimum çözüme yakın bir çözüm sunmasından dolayı optimum çözüm için gerekli koşulları yeniden ele almışlardır. Jayaswal vd. (2021), kusurlu ürün üretimi ve öğrenmenin birlikte etkisini dikkate alan bir üretim parti büyüklüğü belirleme probleminde, talep miktarının ödemede gecikmeye izin verilen süreye bağlı olduğunu düşünmüş ve optimum parti büyüklüğünü aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak bulmuştur. Rahman ve Khatun (2023), aralık sayılar için aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğinin genelleştirilmiş halini elde etmiş ve klasik ekonomik sipariş miktarı modelinde talep miktarının, sipariş ve stokta tutma maliyetlerinin aralık sayılar olarak tanımlandığı varsayımıyla optimum çözümü bulmuştur. Mahato ve Mahata (2023), yok satmaya ve ödemede şartlı gecikmeye izin veren modelde optimum sipariş miktarını ve optimum stoksuzluk miktarını aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle bulmuştur.

Yang ve Wee (2002), Goyal (1976) tarafından önerilen iki aşamalı tedarik zinciri modelinde üreticinin ortalama stok miktarını yeniden elde etmiş ve toplam maliyet fonksiyonunu minimum yapan sipariş miktarını ve parti sayısını kareye tamamlama yöntemiyle bulmuştur. Wee ve Chung (2007), bu modeli perakendecinin yok satma varsayımını ekleyerek genişletmiştir ve optimum sipariş miktarı, optimum stoksuzluk miktarı ve parti sayısını veren eşitlikleri aynı yöntemle elde etmiştir. Hoque ve Goyal (2005), iki aşamalı tedarik zinciri probleminde üreticiden perakendeciye gönderilen partilerin ilk e – tanesinin geometrik değişim gösterdiği geriye kalan (m-e) – tanesinin birbirine eşit ve geometrik değişimli son partinin büyüklüğü kadar olduğunu varsaymış ve ele alınan bütünleşik stok kontrol modelinde optimum parti büyüklüğünü ve parti sayısını kareye tamamlama yöntemiyle elde etmiştir. Wu ve Ouyang (2003), iki aşamalı tedarik zinciri modelini yok satma varsayımını ekleyerek genişletmiş ve optimum çözümü kareye tamamlama yöntemini kullanarak bulmuştur. Huang (2006), tedarikçinin üreticiye üreticinin de perakendeciye ödemede belirli bir süre gecikmeye izin vermesi ve perakendecinin sınırlı depo alanına sahip olması durumunda iki aşamalı tedarik zinciri sisteminin bütünleşik toplam maliyetini enküçükleyen çevrim süresini kareye tamamlama yöntemiyle elde etmiştir. Hsieh vd. (2008), aynı model için optimum sipariş miktarını, optimum stoksuzluk miktarını ve parti sayısını aritmetik-geometrik ortalama ve Cauchy- Schwarz eşitsizlikleriyle bulmuştur. Chung (2009), Wee ve Chung (2007)’un çalışmasında optimum çözüm için önerilen cebirsel yaklaşımdaki eksiklikleri gidermiştir. Teng vd. (2011), Wee ve Chung (2007) tarafından ele alınan problemde toplam maliyet fonksiyonunu yeniden düzenlemiş ve optimum çözümü aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak elde etmiştir. Chen vd. (2014), iki aşamalı tedarik zinciri modelini üreticinin perakendeciye ödemede şartlı gecikmeye izin vermesi varsayımını ekleyerek genişletmiş ve sipariş çevrim süresini aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak bulmuştur. Seliaman vd. (2018), tedarikçiden teslim alınan hammaddelerden bir kısmının kusurlu olduğu varsayımı altında tek bir tedarikçi ve tek bir üreticiden oluşan iki aşamalı tedarik zinciri probleminin çözümünü kareye tamamlama yöntemiyle bulmuştur. Seliaman vd. (2020), çok aşamalı bir tedarik zinciri probleminin çözümünü aynı yöntemle elde etmişlerdir. Tablo 1’de yukarıdaki çalışmalar ve bu çalışmalara ilişkin bilgiler verilmiştir. Literatürde iki aşamalı bir tedarik zinciri probleminin optimum çözümünü kareye tamamlama ya da aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği yöntemiyle elde eden çalışmaların sayısının fazla olduğu söylenebilir. Bu çalışmaların hiçbirinde optimum çözüm her iki yöntemi de kullanarak bulunmamıştır. Tedarik zincirinde herhangi bir noktada kusurlu ürünler stoklarının da bulunduğu ve bu ürünlerin üretim-dağıtım politikası üzerindeki etkisini modelleyen çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir. Bu çalışmalarda, kusurlu ürünler ya tedarikçiye gönderilmekte ya da indirimli fiyattan satılmaktadır. Üreticiyi ve perakendeciyi birlikte içine alan bir sistemde kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satılarak aynı sayıda iyi kaliteli ürünün satın alınması ve optimum çözümün kareye tamamlama ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğiyle bulunması, bu çalışmada ele alınan problemi ve çözüm yöntemini diğer çalışmalardan farklı kılmakta ve alan yazındaki önemli bir boşluğu doldurmaktadır.

Tablo 1: Literatürdeki Çalışmalar ve Özellikleri

Makale	İki aşamalı tedarik zinciri	Yöntem	Kusurlu ürün	Diğer özellikler
Grubbström ve Erdem (1999)		Kareye tamamlama		Yok satma
Cárdenas-Barrón (2001)		Kareye tamamlama		Yok satma
Yang ve Wee (2002)	X	Kareye tamamlama		Eşit parti büyüklüğü
Huang (2003)		Kareye tamamlama	X	Kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satışı Yok satma
Wu ve Ouyang (2003)	X	Kareye tamamlama		Eşit parti büyüklüğü Yok satma
Hoque ve Goyal (2005)	X	Kareye tamamlama		Geometrik-Eşit parti büyüklüğü
Chiu (2008)		Kareye tamamlama	X	Kusurlu ürünlerin tamiri Yok satma
Hsieh vd. (2008)	X	Aritmetik-geometrik ortalama ve Cauchy-Schwarz eşitsizlikleri		Eşit parti büyüklüğü
Teng vd. (2011)	X	Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği		Eşit parti büyüklüğü Yok satma
Chen vd. (2014)	X	Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği		Eşit parti büyüklüğü
Öztürk (2019)		Kareye tamamlama	X	Kusurlu ürünlerin tamiri
Seliaman vd. (2018)	X	Kareye tamamlama	X	Kusurlu ürünlerin tedarikçiye teslimi
Seliaman vd. (2020)	X	Kareye tamamlama		Eşit parti büyüklüğü
Jayaswal vd. (2021)		Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği	X	Kusurlu ürünlerin hurdaya ayırımı
Mahato ve Mahata (2023)		Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği		
Bu çalışma	X	Kareye tamamlama, Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği	X	Eşit parti büyüklüğü Kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satışı ve aynı sayıda iyi kaliteli ürün alımı

2. PROBLEMİN TANIMI, VARSAYIMLAR VE SİMGELER

Tek bir üretici birim zamandaki talep miktarı D birim olan tek kalem ürünü farklı bir ülkede bulunan tek bir alıcısı (perakendeci) için birim zamandaki üretim hızı P ile sürekli olarak üretmektedir. Üretim için ortaya çıkan hazırlık maliyeti A ve sipariş verme maliyeti K'dır. Perakendeci siparişini düzenli periyotlarla n-tane parti ile teslim almaktadır. Üreticinin perakendeciye gönderdiği partilerin büyüklükleri birbirine eşittir ve her parti y birimden oluşmaktadır. Üretici ve perakendecinin bir birim ürünü stokta tutma maliyetleri sırasıyla h_U ve h'dir. Üretici ilk partinin üretimini tamamlandıktan sonra alıcıya teslim etmektedir. Perakendecinin teslim aldığı her parti ρ oranında kusurlu ürün içermektedir. Kusurlu ürünleri ayırmak için teslim alınan her parti birim zamandaki inceleme hızı X ile tamamen kalite kontrolden geçmektedir. Tüm ürünler tarandıktan sonra belirlenen kusurlu ürünler indirimli fiyata ikincil pazarda toptan satılmak üzere eldeki stoktan çıkarılmaktadır ve birim indirimli satış fiyatı c_S'dir. Perakendeci ilgili ürüne karşı olan talebi karşılamak üzere satışını yaptığı kusurlu ürünlerin sayısı kadar iyi kalitedeki ürünü daha yüksek bir fiyata yeni bir siparişle yerel bir firmadan tedarik etmekte ve eldeki stoğa eklemektedir. Yeni siparişteki ürünlerin birim satın alma maliyeti c_E ($c_E > c_S$) ve bir birim ürünü stokta tutma maliyeti h_E'dir. Üreticiden teslim alınacak bir sonraki parti, eldeki tüm iyi kalitedeki ürünlerin tüketilmesinden sonra gerçekleşmektedir.

Matematiksel model sunumu için ihtiyaç duyulan semboller şunlardır:

y	Parti büyüklüğü
n	Parti sayısı
D	Birim zamandaki talep miktarı
P	Birim zamandaki üretim miktarı
X	Birim zamandaki incelenen ürün miktarı
ρ	Kusurlu ürün oranı
K	Perakendecinin sipariş maliyeti
A	Üreticinin üretim hazırlık maliyeti
c_I	Birim inceleme maliyeti ($/birim)
h_U	Üreticinin birim stokta tutma maliyeti ($/birim/yıl)
h	Perakendecinin stokta tutma maliyeti ($/birim/yıl)
h_E	İvedi sipariş için stokta tutma maliyeti ($/birim/yıl)
c_E	İvedi sipariş için birim satın alma maliyeti ($/birim)
c_S	Kusurlu ürünler için indirimli birim satış fiyatı ($/birim)

Matematiksel modeli elde etmek amacıyla yapılan varsayımlar şunlardır:

- Talep, sabittir, süreklidir ve bilinmektedir.
- Üretim miktarı, talep miktarından büyüktür, $P > D$.
- Birim zamandaki incelenen ürün miktarı, talep miktarından büyüktür, $X > D$.
- Siparişleri tedarik etme süresi sıfırdır.
- Planlama ufku sonsuzdur.

3. MATEMATİKSEL MODEL

Çalışmanın bu bölümünde, üreticinin ve perakendecinin toplam maliyet fonksiyonları türetilmekte, tedarik zinciri sisteminin toplam maliyetini minimum yapan optimum parti sayısı ve parti büyüklüğü cebirsel yaklaşımla elde edilmektedir.

3.1. Üreticinin Toplam Maliyeti

Bütünleşik sistemde üreticinin stok seviyesinin zamana göre değişim grafiği Şekil 1'de verilmektedir. Üretim ve dağıtım faaliyetlerinin işleyişi şu şekildedir: Perakendeci sipariş bilgilerini üretici ile paylaştığı için üretici ilk partiyi üretmek üzere üretime başlar. İlk partinin üretimi tamamlandıktan sonra perakendeciye teslimi gerçekleşir ve eldeki stok seviyesi sıfırdır. Üretici, geri kalan $(n-1)y$ adet ürünü üretmek üzere üretime devam eder, üretim sırasında her y/D zamanında perakendeciye y büyüklüğünde parti teslimatını gerçekleştirmektedir ve üretim hızı talep miktarından daha büyük olduğundan ürünler stokta birikmektedir. Üretimden sonra da teslimat yapıldığından, üreticinin stok seviyesi azalırken perakendecinin stok seviyesi artmaktadır. Üretilen tüm ürünlerin teslimatı yapılana kadar bu işlem devam etmektedir. Üretimin başlangıcından bir sonraki üretim başlangıcına kadarki süre üreticinin üretim çevrim süresi (nT) olmaktadır.

Üreticinin toplam stok maliyeti, üretime hazırlık maliyeti ($A/(nT)$) ve stokta tutma maliyeti toplamlarından oluşmaktadır. Üreticinin stokta tutma maliyeti ortalama stok miktarının birim stok maliyetiyle çarpımından hesaplanır. Üreticinin toplam stok miktarı, ACEF dörtgeninin alanıyla ifade edilen sistemdeki toplam stoktan, BCDG bölgesinin alanıyla ifade edilebilen perakendeciye gönderilen stok miktarının çıkarılmasıyla elde edilir. Dolayısıyla toplam stok denklem (1)'deki gibidir.

$$\text{Üreticinin toplam stok miktarı} = A(ACEH) - A(AFH) - A(BCDG)$$
$$= \left(\frac{y}{P} + \frac{(n-1)y}{D}\right)(ny) - \frac{(ny/P)(ny)}{2} - \left[y\left(\frac{(n-1)y}{D}\right) + y\left(\frac{(n-2)y}{D}\right) + \cdots + y\left(\frac{y}{D}\right)\right]$$
$$= ny\left(\frac{y}{P} + \frac{(n-1)y}{D}\right) - \frac{n^2y^2}{2P} - \left[\frac{n(n-1)y^2}{2D}\right] \tag{1}$$

Üreticinin ortalama stok miktarı, toplam stok miktarının çevrim süresine oranlanmasıyla hesaplanmaktadır ve aşağıdaki gibidir.

$$\text{Üreticinin ortalama stok miktarı} = \frac{\text{Üreticinin toplam stok miktarı}}{\text{çevrim süresi}}$$
$$= \frac{ny\left(\frac{y}{P}+\frac{(n-1)y}{D}\right) - \frac{n^2y^2}{2P} - \frac{n(n-1)y^2}{2D}}{ny/D}$$
$$= \frac{y}{2}\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]. \tag{2}$$

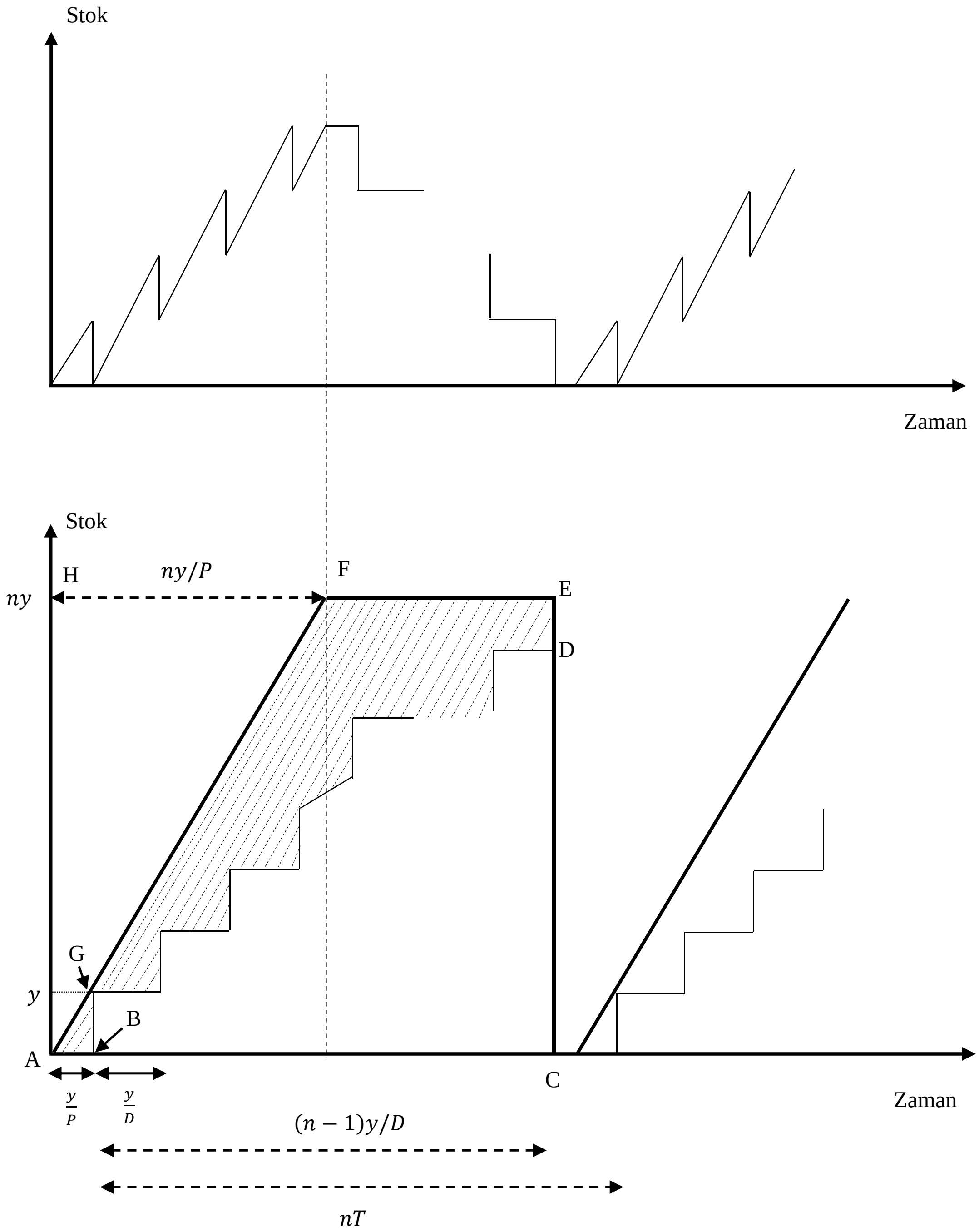
Buradan, üreticinin stokta tutma maliyeti birim stok maliyeti ile ortalama stok miktarının çarpımıyla hesaplanmaktadır ve aşağıda verilmektedir.

$$\text{Stokta tutma maliyeti} = h_U\left\{\frac{y}{2}\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}. \tag{3}$$

Tüm maliyetler dikkate alındığında, üreticinin toplam maliyeti (TCU), aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$TCU = \frac{A}{(ny/D)} + h_U \left\{ \frac{y}{2} \left[(n-1)\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P} \right] \right\}$$
$$= \frac{DA}{ny} + \frac{h_U y}{2} \left[(n-1)\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P} \right]. \qquad (4)$$

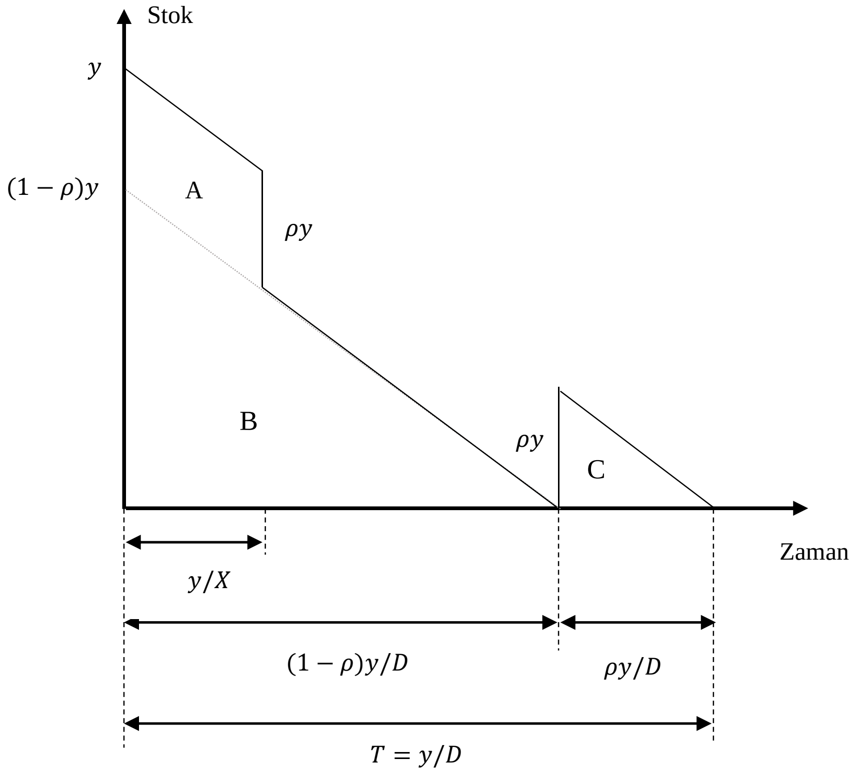
Şekil 1: Üreticinin Stok Seviyesinin Zamanla Değişimi (Kaynak: Yazar tarafından oluşturulmuştur)



3.2. Perakendecinin Toplam Maliyeti

Perakendecinin stok seviyesinin zamana göre değişimi Şekil 2'de gösterilmiştir (Jaber vd., 2014). Perakendecinin y büyüklüğünde bir partiyi teslim almasından y büyüklüğünde yeni bir partiyi teslim almasına kadar geçen süre çevrim süresidir ve T ile ifade edilmiştir. Talep sadece kusursuz ürünlerden karşılanacağından, perakendeci teslim aldığı her partiyi kalite kontrol sürecinden geçirmektedir. İnceleme süresince (y/X) hem talep karşılanmaktadır hem de kusurlu ürünler belirlenmektedir. Bu süre sonunda belirlenen ρy birim kusurlu ürün stoktan çıkarılmaktadır ve talep elde bulunan iyi kalitedeki ürünlerden karşılanmaya devam etmektedir. $(1-\rho)y/D$ zaman periyodu içerisinde kusursuz (iyi kaliteli) ürünlerin tamamı tükenmektedir, ρy büyüklüğünde ve tamamen kusursuz ürünlerden oluşan bir parti teslim alınmaktadır. Bu durumda, çevrim süresi içerisindeki kusursuz ürün miktarı, üreticiden teslim alınan partideki kusursuz ürünler ile sonradan satın alınan kusursuz ürünler toplamıdır ve $(1-\rho)y+\rho y=y$ birimdir. Dolayısıyla, çevrim süresi $T=y/D$ eşitliği ile hesaplanmaktadır. Bununla birlikte, perakendecinin inceleme süresi boyunca stoksuzluğa düşmemesi için üreticiden teslim alınan partideki kusursuz ürün miktarının ($(1-\rho)y$) en az inceleme süresindeki talep miktarı (Dy/X) kadar olması gerekmektedir. Yani, $(1-\rho)y \geq Dy/X$ ya da $\rho \leq 1-D/X$ eşitsizliği sağlanmalıdır.

Şekil 2: Perakendecinin Stok Seviyesinin Zamanla Değişimi



Perakendecinin çevrim başına toplam stok maliyeti, sipariş maliyeti (K), inceleme maliyeti ($c_I y$), yeni sipariş için satın alma maliyeti ($c_E \rho y$), stokta tutma maliyeti ve kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satış gelirinden ($c_S \rho y$) oluşmaktadır. Perakendecinin stokta tutma maliyeti, üreticiden teslim alınan partideki ürünlerle yeniden siparişteki ürünlerin stokta tutulmasından kaynaklanmaktadır. Stokta tutma maliyeti, toplam stok miktarının (A, B ve C alanlarının toplamı) birim stok maliyetiyle çarpımından hesaplanmaktadır. Üreticiden teslim alınan siparişteki ürünler için birim stokta tutma maliyeti h ve eldeki stoğa sonradan eklenen ürünler için birim stokta tutma maliyeti h_E olmak üzere perakendecinin çevrim başına stokta tutma maliyeti aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} &Stokta\ tutma\ maliyeti = h(A+B) + h_E(C) \\ &= h\left((\rho y)(y/X) + \frac{(1-\rho)y\big((1-\rho)y/D\big)}{2}\right) + h_E\left(\frac{\rho y(\rho y/D)}{2}\right) \\ &= h\left(\frac{\rho y^2}{X} + \frac{(1-\rho)^2 y^2}{2D}\right) + h_E\left(\frac{\rho^2 y^2}{2D}\right). \end{aligned} \tag{5}$$

Bu durumda, perakendecinin çevrim başına toplam maliyeti (TP), aşağıdaki gibidir.

$$TP = K + c_I y + c_E \rho y + h\left(\frac{\rho y^2}{X} + \frac{(1-\rho)^2 y^2}{2D}\right) + h_E\left(\frac{\rho^2 y^2}{2D}\right) - c_S \rho y\ . \tag{6}$$

Perakendecinin toplam stok maliyeti (TPU), çevrim başına stok maliyetinin (TP) çevrim süresine (T) oranlanmasıyla elde edilir ve denklem (7)'de verilmiştir.

$$TPU = \frac{KD}{y} + c_I D + c_E D\rho + \frac{hD\rho y}{X} + \frac{h(1-\rho)^2 y}{2} + \frac{h_E \rho^2 y}{2} - c_S D\rho\ . \tag{7}$$

3.3. Bütünleşik Toplam Maliyet

İki aşamalı tedarik zinciri probleminin bütünleşik toplam maliyeti (ITU), üreticinin (TCU) ve perakendecinin (TPU) maliyetleri toplamıdır ve aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} &ITU(n,y) = TCU + TPU \\ &= \frac{DA}{ny} + \frac{h_U y}{2}\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right] + \frac{KD}{y} + c_I D + c_E D\rho \\ &+ \frac{hD\rho y}{X} + \frac{h(1-\rho)^2 y}{2} + \frac{h_E \rho^2 y}{2} - c_S D\rho \\ &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{D(K+A/n)}{y} \\ &+ \frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}. \end{aligned} \tag{8}$$

Bütünleşik sistemdeki amaç, toplam maliyeti enküçükleyecek şekilde üreticiden perakendeciye teslim edilecek parti sayısının (n) ve parti büyüklüğünün (y) belirlenmesidir.

3.4. Kareye Tamamlama Yöntemiyle Optimum Çözümün Bulunması

Optimum parti büyüklüğünü bulmak için kareye tamamlama yöntemini kullanmak üzere denklem (8)'deki bütünleşik toplam maliyet fonksiyonu düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} &ITU(n,y) = D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{DU_1}{y} + \frac{yU_2}{2} \\ &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{U_2}{2y}\left(y^2 + \frac{2DU_1}{U_2}\right) \\ &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{U_2}{2y}\left[\left(y - \sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}}\right)^2 + 2y\sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}}\right] \end{aligned}$$

$$= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{U_2}{2y}\left(y - \sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}}\right)^2 + U_2\sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}}$$

$$= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \frac{U_2}{2y}\left(y - \sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}}\right)^2 + \sqrt{2DU_1U_2}\,. \qquad (9)$$

Burada,

$$U_1 = K + \frac{A}{n},$$
$$U_2 = h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]$$

olarak ifade edilmektedir.

Her $x, y \in R$ için $(x-y)^2$ negatif olamayacağından (Nesin, 2019, s.17-19), denklem (9)'daki karesi alınan ifade sıfır olduğunda, yani, $y - \sqrt{2DU_1/U_2} = 0$ olduğunda $ITU(n,y)$ fonksiyonu minimum değerini alır. Bu durumda, $y - \sqrt{2DU_1/U_2} = 0$ için $ITU(n,y)$ fonksiyonunu minimum yapan parti büyüklüğü aşağıda verilmiştir.

$$y^* = \sqrt{\frac{2DU_1}{U_2}} = \sqrt{\frac{2D(K+A/n)}{h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2+h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right)+\frac{D}{P}\right]}}\,. \qquad (10)$$

Denklem (10)'da verilen y, denklem (9)'da yerine yazılırsa ve düzenleme yapılırsa $ITU(n,y)$ fonksiyonu aşağıdaki eşitliğe indirgenir.

$$\begin{aligned} ITU(n) &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) + \sqrt{2DU_1U_2} \\ &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) \\ &+ \sqrt{2D\left(K + \frac{A}{n}\right)\left(h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right)}\,. \end{aligned} \qquad (11)$$

Benzer olarak, optimum parti sayısını (n) bulmak için kareye tamamlama yöntemini kullanmak üzere $ITU(n)$ fonksiyonu düzenlenirse,

$$\begin{aligned} ITU(n) &= D\big(c_I + \rho(c_E - c_S)\big) \\ &+ \sqrt{2D\left\{\begin{matrix} K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left(\frac{2D}{P} - 1\right)\right] \\ +Ah_U\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{U_3}{n}\left(n - \sqrt{\frac{U_4}{U_3}}\right)^2 + 2\sqrt{U_3U_4} \end{matrix}\right\}}\,. \end{aligned} \qquad (12)$$

eşitliği elde edilir. Burada,

$$U_3 = Kh_U\left(1 - \frac{D}{P}\right),$$
$$U_4 = A\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left(\frac{2D}{P} - 1\right)\right]$$

olarak ifade edilmektedir.

U_3 ve U_4 ifadeleri pozitif olmak üzere, $ITU(n)$ fonksiyonu minimum değerini, $n - \sqrt{U_4/U_3} = 0$ olduğunda alır. Buradan, $ITU(n)$ fonksiyonunu minimum yapan parti sayısı aşağıdaki gibidir.

$$n = \sqrt{\frac{A\left[h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2+h_U\left(\frac{2D}{P}-1\right)\right]}{Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)}} . \tag{13}$$

Parti sayısı, pozitif tamsayı değerler alan bir karar değişkenidir. Bu durumda, tüm parametre değerleri denklem (13)'te yerine yazıldığında parti sayısı için bir tamsayı değeri elde edilmezse optimum parti sayısı (n^*) aşağıdaki eşitliklerden herhangi biri yardımıyla elde edilir.

1. Parti sayısı

$$n_1 = \left\lfloor \sqrt{\frac{A\left[h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2+h_U\left(\frac{2D}{P}-1\right)\right]}{Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \right\rfloor, \tag{14}$$

$ITU(n_1) \leq ITU(n_1 + 1)$ koşulunu sağlarsa optimum parti sayısı $n^* = n_1$'dir. Ya da

2. Parti sayısı

$$n_2 = \left\lfloor \sqrt{\frac{A\left[h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2+h_U\left(\frac{2D}{P}-1\right)\right]}{Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \right\rfloor + 1 , \tag{15}$$

$ITU(n_2) \leq ITU(n_2 - 1)$ koşulunu sağlıyor ise optimum parti sayısı $n^* = n_2$'dir. Burada, $\lfloor x \rfloor$, x'den büyük olmayan en büyük tamsayıdır.

3.4.1. Özel Durumlar

Üretici her dönemde siparişin tamamını perakendeciye tek seferde teslim ederse (*Lot-for-lot,* $n = 1$), bütünleşik sistemdeki optimum parti büyüklüğü denklem (10)'dan aşağıdaki gibidir.

$$y^* = \sqrt{\frac{2D(K+A)}{h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2+\frac{h_U D}{P}}}. \tag{16}$$

Sistemde sadece perakendecinin bulunduğu üreticinin bu sisteme dahil edilmediği düşünülürse, bu durumda $A = 0$ ve $h_U = 0$ için optimum sipariş miktarı aşağıdaki gibidir.

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h\left(\frac{2D\rho}{X}+(1-\rho)^2\right)+h_E\rho^2}}. \tag{17}$$

3.5. Aritmetik-Geometrik Ortalama Eşitsizliğiyle Optimum Çözümün Bulunması

Teorem: (Aritmetik-Geometrik Ortalama Eşitsizliği)

Her $a, b \geq 0$ için,

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \tag{18}$$

olur ve eşitlik sadece $a = b$ için geçerlidir.

İspat:

$0 \leq (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ eşitsizliğinde her iki tarafa da $4ab$ eklersek,

$4ab \leq a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

elde ederiz. Her iki tarafın karekökünü alıp 2'ye bölersek istenilen eşitsizlik elde edilir (Nesin, 2019, s.51-52).

Denklem (8)'deki $ITU(n,y)$ fonksiyonunun ilk terimi bir sabit olduğundan $ITU(n,y)$ fonksiyonunu minimum yapmaya çalışmak aynı zamanda aşağıda verilen $ITSU(n,y)$ fonksiyonunu minimum yapmakla eşdeğerdir.

$$ITSU(n,y) = \frac{D(K+A/n)}{y} + \frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}. \quad (19)$$

$ITSU(n,y)$ fonksiyonundaki her iki terimde pozitiftir. $a = \frac{D(K+A/n)}{y}$ ve $b = \frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}$ için aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini uygulayalım:

$$2\sqrt{\left(\frac{D(K+A/n)}{y}\right)\left(\frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}\right)} \leq \frac{D(K+A/n)}{y} + \frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}. \quad (20)$$

Her iki tarafı da düzenlersek,

$$\sqrt{2D(K+A/n)\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}} \leq ITSU(n,y) \quad (21)$$

elde ederiz. Eşitsizliğin sağındaki ifade ($ITSU(n,y)$) en küçük değerini

$$ITSU(n,y) = \sqrt{2D(K+A/n)\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\}}. \quad (22)$$

olduğunda alır ve eşitlik

$$\frac{D(K+A/n)}{y} = \frac{y}{2}\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\} \quad (23)$$

iken sağlanır. Denklem (23) çözümlenirse, optimum parti büyüklüğü (y^*) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y^* = \sqrt{\frac{2D(K+A/n)}{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]}}. \quad (24)$$

Denklem (24), denklem (10) ile aynıdır. Denklem (21)'den devam edersek, her iki tarafın da karesini alıp

$$2D(K + A/n)\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\} \leq ITSU^2. \tag{25}$$

elde ederiz. Eşitsizliğin sol tarafındaki $2D$ ifadesini eşitsizliğin sağ tarafına geçirirsek

$$(K + A/n)\left\{h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left[(n-1)\left(1-\frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right]\right\} \leq \frac{ITSU^2}{2D}. \tag{26}$$

elde ederiz. Eşitsizliğin sol tarafını düzenlersek,

$$Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)n + \frac{A}{n}\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + Ah_U\left(1-\frac{D}{P}\right) \leq \frac{ITSU^2}{2D}. \tag{27}$$

elde ederiz. Eşitsizliğin sol tarafındaki en sağdaki iki ifade de pozitif olmak üzere aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullanarak eşitsizliğin sol tarafını küçültelim:

$$\begin{aligned}
&Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)n + \frac{A}{n}\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] \\
&+K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + Ah_U\left(1-\frac{D}{P}\right) \\
&\geq K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + Ah_U\left(1-\frac{D}{P}\right) \\
&+2\sqrt{\left\{Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)n\right\}\left\{\frac{A}{n}\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right]\right\}} \\
&= K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + Ah_U\left(1-\frac{D}{P}\right) \\
&+2\sqrt{KAh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right]}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Son iki eşitsizlikten,

$$K\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] + Ah_U\left(1-\frac{D}{P}\right) + 2\sqrt{KAh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right]} \leq \frac{ITSU^2}{2D}. \tag{29}$$

elde ederiz. Aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliğini kullandığımızda eşitliğin olması için

$$Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)n = \frac{A}{n}\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 - h_U\left(1-\frac{2D}{P}\right)\right] \tag{30}$$

eşitliği sağlanmalıdır. Sonuç olarak, yukarıdaki denklem çözümlenirse, parti sayısı (n) denklem (31)'deki gibidir.

$$n = \sqrt{\frac{A\left[h\left(\frac{2D\rho}{X} + (1-\rho)^2\right) + h_E\rho^2 + h_U\left(\frac{2D}{P} - 1\right)\right]}{Kh_U\left(1-\frac{D}{P}\right)}}. \tag{31}$$

Denklem (31), denklem (13) ile aynıdır. Parti sayısı pozitif tamsayı değerler alan bir değişken olduğundan, tüm parametre değerleri denklem (31)'de yerine yazıldıklarında bir tamsayı değeri elde edilmezse, optimum parti sayısı bir önceki bölümde verilen adımlardan yararlanılarak bulunur.

4. SAYISAL ANALİZ

Çalışmanın bu bölümünde, parti sayısının ve parti büyüklüğünün optimum çözümlerini sayısal olarak göstermek ve parametrelerdeki değişimlerin optimum çözüm üzerindeki etkisini incelemek amaçlanmıştır. Parametre değerleri Jaber vd. (2014) ve Huang (2002) tarafından yapılan çalışmalardan alınmıştır. Parametre değerleri aşağıdaki gibidir: talep miktarı $D = 50000$ birim/yıl, üretim miktarı $P = 160000$ birim/yıl, inceleme miktarı $X = 175200$ birim/yıl, üreticinin hazırlık maliyeti $A = 300$ \$/hazırlık, üreticinin stokta tutma maliyeti $h_U = 2$ \$/birim/yıl, perakendecinin sipariş maliyeti $K = 100$ \$/sipariş, perakendecinin stokta tutma maliyeti $h_P = 5$ \$/birim/yıl, yeni siparişteki ürünler için satın alma maliyeti $c_E = 40$ \$/birim, yeni siparişteki ürünler için stokta tutma maliyeti $h_E = 8$ \$/birim/yıl, kusurlu ürünler için indirimli satış fiyatı $c_S = 20$ \$/birim, inceleme maliyeti $c_I = 0.5$ \$/birim, kusurlu ürün oranı $\rho = 0.02$.

Bu değerler için, $U_1 = 200, U_2 = 8.237278, U_3 = 137.5$ ve $U_4 = 1233.683$ olarak bulunur. Ayrıca, $1 - D/X = 0.714612$ için $\rho \leq 1 - D/X$ koşulu sağlandığından, problemin olurlu bir çözümü vardır. Tüm parametre değerleri denklem (13)'te yerlerine yazılırsa parti sayısı $n = 2.99537$ elde edilir. Bu durumda, denklem (15)'ten $n_2 = 3$ için $ITU(n_2 = 3)$ = 57835.32 $\leq ITU(n_2 - 1 = 2)$ = 58097.97 sağlandığından optimum parti sayısı n^* = 3 olur. Bu değer denklem (10)'da yerine yazılırsa optimum parti büyüklüğü y^* = 1558.2 birim olarak bulunur. n^* = 3 ve y^* = 1558.2 değerlerini denklem (4) ve (7)'de yerlerine yazarak üreticinin ve perakendecinin toplam maliyetlerini sırasıyla 5838.29 \$ ve 51997.03 \$ elde ederiz. Tedarik zinciri sisteminin bütünleşik toplam maliyeti 57835.32 \$'dır.

Tablo 2: Bağımsız ve Bütünleşik Yaklaşımlardaki Sayısal Analiz Sonuçları

Üretim ve dağıtım politikası	Bağımsız	Bütünleşik
Perakendecinin parti büyüklüğü	1434 birim	1558 birim
Üreticinin üretim miktarı	4302 birim	4675 birim
Perakendecinin toplam maliyeti	51973 \$	51997 \$
Üreticinin toplam maliyeti	5906.55 \$	5838.29 \$
Sistemin toplam maliyeti	57879.55 \$	57835.32 \$

Tam talep (Lot-for-lot) politikasının benimsenmesi durumunda her dönemin siparişi tek parti halinde teslim alındığından parti sayısı $n = 1$, optimum parti büyüklüğü denklem (16)'dan y^* = 2699.92 birim hesaplanır. Üreticinin ve perakendecinin toplam maliyetleri sırasıyla 53415.79 \$ ve 6399.44 \$ bulunur. Tedarik zinciri sisteminin bütünleşik toplam maliyeti 53415.79 + 6399.44 = 59815.23 \$ elde edilir.

Tedarik zincirindeki üyelerin birbirinden bağımsız olarak hareket etmeleri durumunda, perakendecinin optimum sipariş miktarı denklem (17)'den y^* = 1434.10 birim elde edilir. Bu değer denklem (4)'te yerine yazılırsa üreticinin toplam maliyetini (TCU) minimum yapan optimum parti sayısı n^* = 3 olarak bulunur. Üreticinin (TCU) ve perakendecinin (TPU) toplam maliyetleri, y^* = 1434.10 ve n^* = 3 değerlerini denklem (4) ve (7)'de yerlerine yazarak sırasıyla 5906.55 $ ve 51973.00 $ elde ederiz. Tedarik zinciri sisteminin toplam maliyeti 51973 + 5906.55 = 57879.55 $ bulunur. Tablo 2'de bağımsız ve bütünleşik yaklaşımlardaki üretim ve dağıtımın işleyişi verilmektedir. Bu sonuçlar, bütünleşik yaklaşımla optimum üretim ve dağıtım politikasının belirlenmesinin tedarik zinciri sistemi için daha avantajlı olduğunu göstermektedir.

4.1. Duyarlılık Analizi

Bu altbölümde, parametre değişimlerinin optimum çözüm ve tedarik zinciri sisteminin bütünleşik toplam maliyeti üzerindeki etkisi araştırılmaktadır. Sonuçlar ve denklem (32) ile hesaplanan bütünleşik toplam maliyet ile bağımsız sistemin toplam maliyeti arasındaki yüzdesel fark (%Δ), Tablo 3-6'da ayrıntılı olarak verilmiştir.

$$\%\Delta = \frac{Bütünleşiktoplammaliyet - Bağımsıztoplammaliyet}{Bağımsıztoplammaliyet} \times 100\,. \tag{32}$$

Kusur oranındaki değişimin optimum çözüm ve toplam maliyet üzerindeki etkisi Tablo 3'te verilmektedir. Kusur oranı arttığında, parti sayısı aynı kalırken parti büyüklüğü artmaktadır. Sabit talep miktarı için çevrim süresi ($T = y/D$) parti büyüklüğünün artmasıyla arttığından, yani sipariş verme aralıkları uzadığından üreticinin toplam maliyeti azalmaktadır fakat perakendecinin ve sistemin bütünleşik maliyeti artmaktadır. Üreticiden teslim alınan siparişlerde daha çok kusurlu ürün bulunması perakendecinin ve tedarik zincirinin toplam maliyetini arttırarak bütünleşik sistemin avantajlı olmasını ortadan kaldıracak ve artan maliyet baskısı nedeniyle perakendeci stok yenileme kararını bağımsız olarak alacaktır. Bu durum, tedarik zincirinde bilgi paylaşımı ve işbirliği sağlanmadığından zincir içerisinde stokların bir yerde birikmesine ve aşırı stok bulundurmaktan kaynaklı maliyetlerin artmasına ya da tedarik gecikmesinden dolayı müşteri taleplerinin istenilen düzeyde karşılanmamasına yol açacaktır.

Tablo 3: Kusur Oranındaki (ρ) Değişimin Optimum Çözüm ve Toplam Maliyet Üzerindeki Etkisi

Parametre	Parti sayısı (n^*)	Parti büyüklüğü (y^*)	Toplam maliyet			%Δ
ρ			Perakendeci	Üretici	Bütünleşik	
0.001	3	1546	33093.64	5843.03	38936.67	-0.1297
0.01	3	1546	33093.64	5843.03	38936.67	-0.0990
0.02	3	1552	42047.15	5840.71	47887.85	-0.0764
0.05	3	1558	51997.03	5838.29	57835.32	-0.0405
0.10	3	1576	81856.71	5832.02	87688.73	-0.0178
0.15	3	1602	131657.89	5824.40	137482.30	-0.0092
0.20	3	1623	181505.65	5819.59	187325.24	-0.0054
0.30	3	1637	231402.62	5816.85	237219.47	-0.0032

Tablo 4'te talep miktarındaki değişimin optimum çözüm ve toplam maliyet üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Talep miktarı arttığında, parti sayısı ve parti büyüklüğü beraber artmaktadır. Perakendecinin, üreticinin ve sistemin bütünleşik maliyeti talep miktarının artmasıyla artmaktadır. Talep miktarı 50000 birimden 75000 birime çıktığında (%50 arttığında), perakendecinin toplam maliyeti 51997.03 $'dan 76068.07 $'a, üreticinin toplam maliyeti 5838.29 $'dan 6815.85 $'a ve bütünleşik toplam maliyet 57835.32 $'dan 82883.93 $'a yükselmekte ve sırasıyla %46.29, %16.74 ve %43.31 oranlarında artış gözükmektedir. Ancak bu seviyelerde, üretim ve dağıtım kararlarında bütünleşik yaklaşımın avantajını koruyamayacak olması, alınacak kararların tekrar gözden geçirilmesini gerekli kılacaktır. Talep miktarının yıllık 10000 birim seviyelerinde olduğu durumda stok yenileme kararlarında bütünleşik yaklaşımın maliyetleri azaltarak daha avantajlı olduğu görülmektedir

Tablo 4: Talep Miktarındaki (D) Değişimin Optimum Çözüm ve Toplam Maliyet Üzerindeki Etkisi

Parametre	Parti sayısı (n^*)	Parti büyüklüğü (y^*)	Toplam maliyet			%Δ
D			Perakendeci	Üretici	Bütünleşik	
10000	2	856	12230.20	2607.87	14838.07	-0.4431
30000	3	1191	32400.68	4677.68	37078.36	-0.0611
50000	3	1558	51997.03	5838.29	57835.32	-0.0764
75000	4	1706	76068.07	6815.85	82883.93	-0.0063
100000	5	1868	99947.95	7181.54	107129.49	-0.0352

Perakendecinin hem üreticiden teslim aldığı siparişteki ürünler hem de soradan satın aldığı ürünler için stokta tutma maliyetlerindeki (h, h_E) değişimlerin optimum sonuçlar üzerindeki etkisi Tablo 5'te verilmektedir. Stokta tutma maliyetleri arttığında, parti sayısı artarken parti büyüklüğü azalmaktadır.

Tablo 5: Perakendecinin Stokta Tutma Maliyetlerindeki (h, h_E) Değişimlerin Optimum Çözüm ve Toplam Maliyet Üzerindeki Etkisi

Parametre	Parti sayısı (n^*)	Parti büyüklüğü (y^*)	Toplam maliyet			%Δ
h, h_E			Perakendeci	Üretici	Bütünleşik	
(2.5, 4)	2	2375	49992.33	5532.81	55525.14	-0.2365
(3.75, 6)	3	1688	51039.89	5810.61	56850.49	-0.0038
(5, 8)	3	1558	51997.03	5838.29	57835.32	-0.0764
(6.25, 10)	3	1455	52857.77	5892.03	58749.80	-0.0276
(7.5, 12)	4	1205	53543.75	5973.82	59517.57	-0.0103

Örneğin, stokta tutma maliyetleri sırasıyla 5 ve 8'den 7.5 ve 12'ye arttığında, parti sayısı 3'ten 4'e yükselirken parti büyüklüğü 1558 birimden 1205 birime düşmektedir. Stokta tutma maliyetlerinin artmasıyla, perakendeci, üretici ve bütünleşik maliyetler artmaktadır. Bu durumda, bütünleşik ve bağımsız yaklaşımlardaki tedarik zinciri sistemi toplam maliyeti arasındaki fark azalacak ve üyeler stok yenileme kararlarında bağımsız hareket edebileceklerdir. Yüksek elde bulundurma maliyetlerinde, perakendeci için parti büyüklüklerinin az olması daha avantajlı olurken teslim alınan parti sayısının artacak olması üretici için maliyet artışına sebep olacaktır. Stokta tutma maliyetleri düştüğünde de bütünleşik yaklaşımın maliyet tasarrufu sağladığı sonucu ihmal edilebilecektir. Maliyetlerin yeterli düzeylerde olmamasının tedarik zinciri bütünleşik maliyetinde önemli seviyede artışa yol açabileceği görülmektedir.

Yereldeki tedarikçiden satın alınan ürünlerin birim maliyetindeki değişimin optimum sonuçlar üzerindeki etkisi Tablo 6'da verilmektedir. Birim satın alma maliyetinin parti sayısı ve parti büyüklüğü üzerinde herhangi bir etkisi bulunmamaktadır. Birim satın alma maliyeti arttığında, üreticinin toplam maliyeti değişmezken, perakendecinin ve dolayısıyla tedarik zinciri sisteminin bütünleşik maliyeti artmaktadır. Perakendecinin toplam maliyeti tek başına arttığında, stok yenileme kararlarında bütünleşik yaklaşım fayda sağlamayacak ve perakendecinin kâr etmesi devam etmeyecek, sonucunda ekonomik açıdan tedarik zincirinin sürdürülebilirliği sorgulanacaktır.

Tablo 6: Yereldeki Tedarikçiden Satın Alınan Ürünlerin Satın Alma Maliyetindeki (c_E) Değişimin Optimum Çözüm ve Toplam Maliyet Üzerindeki Etkisi

Parametre	Parti sayısı (n^*)	Parti büyüklüğü (y^*)	Toplam maliyet			%Δ
c_E			Perakendeci	Üretici	Bütünleşik	
25	3	1558	36997.03	5838.29	42835.32	-0.1031
40	3	1558	51997.03	5838.29	57835.32	-0.0764
70	3	1558	81997.03	5838.29	87835.32	-0.0503
100	3	1558	111997.03	5838.29	117835.32	-0.0375

5. YÖNETSEL ÇIKARIMLAR

Kusurlu ürünlerin üretilmesi durumu kaçınılmazdır. Bu nedenle, işletmeler kusurlu ürünlerin belirlenmesi ve iyi kaliteli ürünlerden ayrılması amacıyla kalite kontrol işlemini yürütmektedir ve bu şekilde pazarda itibarlarını sürdürmektedirler. Çalışmadaki sonuçlara göre, kusurlu ürünler stoklarının tedarik zinciri içerisinde yer alması ve bu ürünlerin kalite kontrol işleminin ardından değerlendirilmesiyle iyi kaliteli ürünler alınması, izlenecek üretim-stok kontrol politikasının belirlenmesi üzerinde doğrudan etkilidir. Tedarik zincirinin tasarımında işletmelerin mali durumlarının, tedarikçiye yakınlığın ve bilgi paylaşımı ile koordinasyonu sağlamanın dikkate alınması ve bu durum stokları azaltarak işletme kaynaklarının verimli şekilde kullanılmasını sağladığından zincir dizaynında bu bilgilerin kullanılması gerektiği görülmektedir.

6. SONUÇ

Bu çalışmada, üreticiden teslim alınan siparişlerde kusurlu ürünlerin bulunması, kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satılması ve kusurlu ürün sayısı kadar iyi kalitedeki ürünün yerel bir tedarikçiden satın alınması varsayımları altında farklı ülkelerde bulunan tek bir üretici ve tek bir perakendeciden oluşan iki aşamalı bir tedarik zinciri problemi ele alınmıştır. İvedi siparişle fazladan ürün satın alınması perakendeci için satın alma ve stokta tutma maliyetleriyle ilişkilendirilmiştir. Problemin çözümü kareye tamamlama yöntemi ve aritmetik-geometrik ortalama eşitsizliği kullanılarak elde edilmiştir. Optimum çözüm sayısal olarak gösterilmiş ve duyarlılık analizine yer verilmiştir.

Sayısal analiz sonucunda, tedarik zincirindeki üyelerin işbirliğine dayanan bütünleşik sistemin, üyelerin bağımsız olarak stok kontrol politikalarını belirlediği sisteme göre maliyet tasarrufu sağlayarak avantajlı olduğu görülmüştür. Teslim alınan partilerde daha fazla kusurlu ürün bulunması, perakendeci ve tedarik zinciri sisteminin toplam maliyetini arttırmıştır. Talep miktarının artması, üreticiden perakendeciye taşınan parti sayısını ve partilerin büyüklüğünü arttırmış, sistemin toplam maliyetini de arttırmıştır. Perakendecinin stokta tutma maliyetindeki artış, parti sayısının artmasına fakat parti büyüklüğünün azalmasına neden olmuştur. Yereldeki tedarikçiden satın alınan ürünler için birim satın alma maliyeti arttığında parti sayısı ve parti büyüklüğü değişmezken toplam maliyet artmıştır.

Çalışmada geliştirilen model, kalite kontrol sürecinde inceleme hataları, önleyici bakım ve makine arızalanması, yok satmaya izin verilmesi ve oluşan talebin teslim alınan siparişle kısmen ya da tamamen karşılanması, paranın zaman değeri ve çevresel duyarlılığın dikkate alınmasıyla genişletilebilecektir.

YAZAR BEYANI

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Bu çalışma bilimsel araştırma ve yayın etiği kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Etik Kurul Onayı

Bu araştırma Etik Kurul Onayı gerektirmemektedir.

Yazar Katkıları

Harun Öztürk: Katkı oranı (%100)

Çıkar Çatışması

Yazarlar açısından ya da üçüncü taraflar açısından çalışmadan kaynaklı çıkar çatışması bulunmamaktadır.

KAYNAKÇA

Banerjee, A. (1986). A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor. *Decision Sciences, 17*(3), 292-311. https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1986.tb00228.x

Banerjee, A., & Burton, J. S. (1994). Coordinated vs. independent inventory replenishment policies for a vendor and multiple buyers. *International Journal of Production Economics, 35*(1-3), 215-222. https://doi.org/10.1016/0925-5273(94)90084-1

Barnett, M. A., Ziegler, M. R., & Byleen, K. E. (2017). *Genel Matematik*. (Çev. A. Sabuncuoğlu (Ed.)). Ankara, Nobel Akademik Yayıncılık.

Buzacott, J. A. (1975). Economic order quantities with inflation. *Journal of the Operational Research Society, 26*(3), 553-558. https://doi.org/10.1057/jors.1975.113

Can, T. (2015). *Yöneylem Araştırması: Nedensellik Üzerine Diyaloglar I.* Beta Basım Yayın.

Cárdenas-Barrón, L. E. (2001). The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically. *International Journal of Production Economics, 70*(3), 289-292. https://doi.org/10.1016/S0925-5273(00)00068-2

Chang, C. T., & Ouyang, L. Y. (2017). An arithmetic-geometric mean inequality approach for determining the optimal production lot size with backlogging and imperfect rework process. *Journal of Applied Analysis & Computation, 7*(1), 224-235. https://doi.org/10.1080/00207543.2019.1696491

Chang, H. C., & Ho, C. H. (2011). A note on solving the EOQ model with imperfect quality subject to in-house inspection. *IMA Journal of Management Mathematics, 22*(3), 301-306. https://doi.org/10.1093/imaman/dpq002

Chen, S. C., Cárdenas-Barrón, L. E., & Teng, J. T. (2014). Retailer's economic order quantity when the supplier offers conditionally permissible delay in payments link to order quantity. *International Journal of Production Economics, 155*, 284-291. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.05.032

Chiu, S. W. (2008). Production lot size problem with failure in repair and backlogging derived without derivatives. *European Journal of Operational Research, 188*(2), 610-615. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.04.049

Chung, K. J. (2009). A note on the economic lot size of the integrated vendor–buyer inventory system derived without derivatives: A comment. *European Journal of Operational Research, 198*(3), 979-982. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.11.014

Chung, K. J., Liao, J. J., Lin, S. D., Chuang, S. T., & Srivastava, H. M. (2020). Mathematical analytic techniques and the complete squares method for solving an inventory modelling problem with a mixture of backorders and lost sales. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas, 114*, 1-10. https://doi.org/10.1007/s13398-019-00764-8

Erkekoğlu, H. (2007). AB'ye tam üyelik sürecinde Türkiye'nin üye ülkeler karşısındaki göreli gelişme düzeyi: Çok değişkenli istatistiksel bir analiz. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 14*, 28-50.

Gautam, P., Maheshwari, S., Kausar, A., & Jaggi, C. K. (2021). Inventory models for imperfect quality items: A two-decade review. In P. K. Kapur, G. Singh, S. Panwar (eds.), *Advances in Interdisciplinary Research in Engineering and Business Management* (pp. 185-215). Springer.

Goyal, S. K. (1976). An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem. *International Journal of Production Research, 15*(1), 107-111. https://doi.org/10.1080/00207547708943107

Goyal, S. K. (1985). Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. *Journal of the Operational Research Society, 36*, 35-38. https://doi.org/10.2307/2582421

Goyal, S. K., & Nebebe, F. (2000). Determination of economic production—shipment policy for a single-vendor—single-buyer system. *European Journal of Operational Research, 121*, 175-178. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00013-2

Grubbström, R. W. (1995). Modelling production opportunities—an historical overview. *International Journal of Production Economics, 41*(1-3), 1-14. https://doi.org/10.1016/0925-5273(95)00109-3

Grubbström, R. W., & Erdem, A. (1999). The EOQ with backlogging derived without derivatives. *International Journal of Production Economics, 59*(1-3), 529-530. https://doi.org/10.1016/S0925-5273(98)00015-2

Harris, F. W. (1913). How many parts to make at once. *Factory, The Magazine of Management, 10*(2), 135-136, 152.

Hsieh, T. P., Chang, H. J., Weng, M. W., & Dye, C. Y. (2008). A simple approach to an integrated single-vendor single-buyer inventory system with shortage. *Production Planning and Control, 19*(6), 601-604. https://doi.org/10.1080/09537280802462789

Hoque, M., & Goyal, S. K. (2005). An algebraically derived minimal cost solution technique of the ıntegrated vendor-buyer problem. *International Journal of Operations Research, 2*(1), 43-48.

Hovelaque, V., & Bironneau, L. (2015). The carbon-constrained EOQ model with carbon emission dependent demand. *International Journal of Production Economics, 164*, 285-291. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.11.022

Huang, C. K. (2002). An integrated vendor-buyer cooperative inventory model for items with imperfect quality. *Production Planning & Control, 13*(4), 355-361. https://doi.org/10.1080/09537280110112424

Huang, Y. F. (2003). The deterministic inventory models with shortage and defective items derived without derivatives. *Journal of Statistics and Management Systems, 6*(2), 171-180. https://doi.org/10.1080/09720510.2003.10701076

Huang, Y. F. (2006). An inventory model under two levels of trade credit and limited storage space derived without derivatives. *Applied Mathematical Modelling, 30*(5), 418-436. https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.05.009

Jaber, M. Y., Zanoni, S., & Zavanella, L. E. (2014). Economic order quantity models for imperfect items with buy and repair options. *International Journal of Production Economics, 155*, 126-131. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.10.014

Jayaswal, M. K., Mittal, M., Sangal, I., & Yadav, R. (2021). EPQ model with learning effect for imperfect quality items under trade-credit financing. *Yugoslav Journal of Operations Research, 31*(2), 235-247. https://doi.org/10.2298/YJOR2002

Khan, M., Jaber, M. Y., Guiffrida, A. L., & Zolfaghari, S. (2011). A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items. *International Journal of Production Economics*, 132(1), 1-12. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.03.009

Kobu, B. (1993). *Üretim Yönetimi*. Avcıol Basım-Yayın

Leung, K. N. F. (2008). A use of the complete squares method to solve and analyze a quadratic objective function with two decision variables exemplified via a deterministic inventory model with a mixture of backorders and lost sales. *International Journal of Production Economics, 113*(1), 275-281. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.08.007

Mahato, C., & Mahata, G. C. (2023). Optimal ordering policy under order-size dependent trade credit and complete backlogging derived algebraically. *OPSEARCH, 60*(1), 420-444. https://doi.org/10.1007/s12597-022-00614-z

Nesin, A. (2019). *Analiz I*. Nesin Yayıncılık.

Özdemir, A. İ. (2004). Tedarik zinciri yönetiminin gelişimi, süreçleri ve yararları. *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 23*, 87-96.

Öztürk, H. (2022). Optimal manufacturer-buyer cooperative inventory models under unequal shipment policy with emergency replacement of sub-standard items. *International Journal of Integrated Supply Management, 15*(1), 49-73. https://doi.org/10.1504/IJISM.2022.119586

Rahman, Md S., & Khatun, R. (2023). Generalised arithmetic mean-geometric mean inequality and its application to find the optimal policy of the classical EOQ model under interval uncertainty. *Applied Mathematics E-Notes, 23*, 90-99.

Salameh, M. K., Abdul-Malak, M. U., & Jaber, M, Y. (1993). Mathematical modelling of the effect of human learning in the finite production ınventory model. *Applied Mathematical Modelling, 17*, 613-615. https://doi.org/10.1016/0307-904X(93)90070-W

Salameh, M. K., & Jaber, M. Y. (2000). Economic production quantity model for ıtems with ımperfect quality. *International Journal of Production Economics, 64*, 59-64. https://doi.org/10.1016/S0925-5273(99)00044-4

Schwaller, R. L. (1988). EOQ under ınspection costs. *Production and Inventory Management, 29*, 22-35.

Seliaman, M. E., Cárdenas-Barrón, L. E., & Rushd, S. (2020). An algebraic decision support model for inventory coordination in the generalized n-stage non-serial supply chain with fixed and linear backorders costs. *Symmetry, 12*(12), 1998. https://doi.org/10.3390/sym12121998

Seliaman, M. E., Khan, M., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2018). Algebraic modelling of a two level supply chain with defective items. *RAIRO-Operations Research, 52*(2), 415-427. https://doi.org/10.1051/ro/2017063

Taha, H. A. (2004). *Yöneylem Araştırması*. (Çev. Ş. A. Baray, Ş. Esnaf). Literatür Yayıncılık.

Teerapabolarn, K., & Khamrod, S. (2014). The inventory models with backorders and defective items derived algebraically and AGM. *International Journal of Pure and Applied Mathematics, 97*(2), 225-230. http://dx.doi.org/10.12732/ijpam.v97i2.11

Teng, H. M., & Hsu, P. H. (2015). Optimal production lots for items with imperfect production and screening processes without using derivatives. *International Journal of Management and Enterprise Development, 14*(2), 172-185. https://doi.org/10.1504/IJMED.2015.070100

Teng, J. T. (2009). A simple method to compute economic order quantities. *European Journal of Operational Research, 198*(1), 351-353. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.05.019

Teng, J. T., Cárdenas-Barrón, L. E., & Lou, K. R. (2011). The economic lot size of the integrated vendor–buyer inventory system derived without derivatives: A simple derivation. *Applied Mathematics and Computation, 217*(12), 5972-5977. https://doi.org/10.1016/j.amc.2010.12.018

Tu, Y. C., Huang, Y. F., Chen, Y. C., & Chen, H. F. (2011). Using simple methods to derive EOQ and EPQ models with shortage and imperfect quality. *Journal of Information and Optimization Sciences, 32*(6), 1333-1340. https://doi.org/10.1080/02522667.2011.10700122

Öztürk, H. (2019). The derivation of production lot sizing with imperfect quality, inspection and rework using an algebraic approach. *Journal of Research in Business, 4*(2), 93-110. https://doi.org/10.23892/JRB.2019.56

Wee, H. M., & Chung, C. J. (2007). A note on the economic lot size of the integrated vendor–buyer inventory system derived without derivatives. *European Journal of Operational Research, 177*(2), 1289-1293. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.11.035

Wu, K. S., & Ouyang, L. Y. (2003). An integrated single-vendor single-buyer inventory system with shortage derived algebraically. *Production Planning & Control, 14*(6), 555-561. https://doi.org/10.1080/09537280310001613722

Yang, P. C., & Wee, H. M. (2002). The economic lot size of the integrated vendor-buyer inventory system derived without derivatives. *Optimal Control Applications and Methods, 23*(3), 163-169. https://doi.org/10.1002/oca.706

Zhang, X., & Gerchak, Y. (1990). Joint lot sizing and inspection policy in an EOQ model with random yield. *IIE Transactions, 22*, 41-47. https://doi.org/10.1080/07408179008964156