

AKÜ FEMÜBİD 23 (2023) 065901 (1542-1550)

AKU J. Sci. Eng. 23 (2023) 065901 (1542-1550)

DOI: 10.35414/akufemubid.1287525

Araştırma Makalesi / Research Article

## Katı Zerreler İçeren Bir Akışkan Hüzmesinin Plakaya Doğru Akışının Sayısal Yöntemlerle Modellenmesi

Bahar ALANBEL ERSİN\*, Derya KARABULUT, Faruk ÖRTEŞ

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İstanbul.

Sorumlu yazar e-posta: abahar@iuc.edu.tr

derya.karabulut@iuc.edu.tr

faruk.ortes@iuc.edu.tr

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9249-2502>ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1903-9525>ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4802-3810>

Geliş Tarihi: 25 Nisan 2023 ; Kabul Tarihi: 15 Kasım 2023

### Öz

Belli bir profilde katı zerreler barındıran viskoz bir akışkanın hareketli bir plakaya doğru akışı farklı mühendislik alanlarını ilgilendiren problemleri kapsamaktadır. İki fazlı durma noktası akışı olarak modellenen bu fenomen birçok uygulama alanındaki problemlerin çözümünde de kullanışlıdır. Bu sebeple küresel katı zerreler içeren Newtonian bir akışkanın hareketli bir yatay plakaya doğru gerçekleştirdiği akışın manyetik alan etkisi altındaki davranışının modellenmesi ve davranış üzerinde etkili olan parametrelerin belirlenmesi ile bu etkilerin ölçüklerinin tespiti gereklidir. Bunun için akışkan ve zerre faz için kütlelen korunumu ve hareket denklemleri uygun benzerlik dönüşümleri kullanılarak adi diferansiyel denklem takımına dönüştürülmüş ve elde edilen denklemlere bvp4c algoritması uygulanarak sayısal çözümler elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre akışkan-zerre etkileşim parametresi arttıkça zerre ve akışkanın hız bileşenlerinin büyüklükleri birbirlerine yaklaşmaktadır. Ayrıca hem manyetik parametrenin hem de akışkan-zerre etkileşim parametresinin artışı plaka üzerindeki kayma gerilmesi değerlerini artırmaktadır.

### Anahtar kelimeler

Benzerlik Dönüşümleri,  
Durma Noktası Akışı,  
İki Fazlı Akış

## Numerical Modeling of the Flow of a Fluid Jet Containing Solid Particles towards the Plate

### Abstract

The flow of a viscous fluid containing solid particles in a certain profile and towards a moving plate covers the problems of different engineering fields. This phenomenon, modeled as a two-phase stagnation point flow, is also useful in solving problems in many application areas. For this reason, it is necessary to model the behavior of a Newtonian fluid containing spherical solid particles towards a moving horizontal plate under the influence of magnetic field and to determine the parameters that affect the behavior and to determine the scales of these effects. For this purpose, conservation of mass and equations of motion for fluid and granular phase were reduced to an ordinary differential equation system using appropriate similarity transformations and the equations were solved numerically employing bvp4c method. According to the obtained results, as the fluid-particle interaction parameter increases, the magnitude of the particle and fluid velocity components converged to each other. In addition, the increase in both the magnetic and the fluid-particle interaction parameters increases the shear stress magnitudes on the plate.

### Keywords

Similarity Solutions,  
Stagnation Point Flow,  
Dusty Fluid

© Afyon Kocatepe Üniversitesi

### 1. Giriş

Farklı formlardaki katı zerrelerin akış karakteristiğine etkisi akış esnasındaki hız ve sıcaklık gibi özelliklerin değişimleri ile sonuçlanmaktadır. Katı zerreler

içeren bir akışkanın tabaka üzerindeki hareketi bu değişimlerin tespiti ve anlaşılması bakımından önem kazanmaktadır. Farklı yoğunluk ve büyüklüklerdeki zerrelerin yer aldığı bir akışın uygulamada elektronik bileşenlerin soğutulması,

jeotermal sistemler, nükleer reaktörler gibi endüstri uygulamaları ile kan akışının göz önüne alındığı biyomedikal alanlar gibi çok çeşitli sahalarda karşılığı bulunmaktadır. Bu sebeple zerre içeren akışların davranışlarının anlaşılması ve gerçek akışa uygun olarak modellenmesi birçok alan bakımından kritik bir ihtiyaçtır.

Hareketli plakalar üzerinde meydana gelen akışlar pek çok akışkan modeli için sıklıkla incelenmektedir. Ancak doğada bu akışkanlar için varsayılan tek fazlı akış oldukça nadirdir. Genel olarak karşılaşılan akışlar toz parçacıkları ve yabancı maddeler içeren akışkanların gerçekleştirdiği akışlardır. Bunlara örnek olarak kanal içindeki akışlar, kan akışı, toz gibi katkılar içeren hava akışları gösterilebilir.

Durma noktası akışları oldukça yaygın olan kullanımları sebebiyle akışkanlar dinamiğinin ilgi çeken konuları olmuş ve bu akışlar için 2-boyutlu, 3-boyutlu ve eksenel simetrik gibi durumlara dair çalışmalar literatürde mevcuttur (Hiemenz 1911, Homann 1936, Howarth 1951). Ayrıca içeriğinde katı zerreler bulunan bir akışkan için durma noktası akışının 2-boyutlu düzlemdeki akışı çeşitli kabuller altında incelenmiştir (Glauert 1956, Datta and Mishra 1980). Zerrelerin geometrisi, büyüklüğü ve fiziksel özellikleri akışın karakteristiği üzerinde etkili olmaktadır. Buna bağlı olarak zerrelerin türbülans, akış hızı ve akış esnasındaki ısı transferini değiştirdikleri kabul edilmektedir. Biyoloji ve fizik gibi temel bilimlerde akışkan vasıtasıyla zerrelerin taşındığı akışlarda karışımın davranışı araştırma konusu olmuştur. Zira zerrelerin akışkan viskozitesi üzerine etkileri ve akışkan iç sürtünmesinin hareket üzerindeki etkileri dikkat çeken konular olmuştur (Stokes 1851). Benzer zerre ve akışkan ataletinin etkileşimleri ile zerreler arasındaki etkileşimlerin katı-gaz veya katı-sıvı içerikli akışlarda meydana getirdikleri değişiklikler de araştırılmıştır (Saffman 1956, Torobin and Gauvin 1959a, Torobin and Gauvin 1959b, Torobin and Gauvin 1959c, Torobin and Gauvin 1960a, Torobin and Gauvin 1960b, Torobin and Gauvin 1961).

Akışkanlar hareketleri esnasında bir takım etkilere maruz kalabilmektedir ve bunlardan bir tanesi de manyetik alan tesiridir. Bu etki altında meydana

gelen akışlar Manyetohidrodinamik (MHD) akış olarak da bilinir. Newtonian bir akış için manyetik alan etkisinin incelendiği çalışmalar mevcuttur (Bilgiç *et al.* 2016, Kalpana *et al.* 2019). Manyetik alan etkisi durma noktası akışlarında göz önüne alınmıştır ve literatürde bu akışlar için sayısal çözümler bulunmaktadır (Ariel 1994, Na 1979). Bunların yanında viskoz bir akışkanın durma noktası civarındaki MHD akışı problemi (Neuringer and Mcilroy 1958), hareketli plaka üzerindeki Newtonian bir akışkan için MHD etkisinde ve durma noktası şartları için hız değişimleri, elektrik iletken sıkıştırılmaz viskoz bir akışkan için hareketli bir plaka üzerindeki durma noktası akışı gibi durumlar araştırılmıştır (Wang 1973, Demir and Barış 2016). Katı zerreler içeren Newtonian bir akışkan için 2-boyutlu durma noktası akışının incelenmesi iki fazlı akış kabulü yapılarak gerçekleştirilmiştir (Datta and Mishra 1980). Yine içerisinde katı zerreler barındıran bir akışkan için plaka üzerinde 2-boyutlu ve MHD durma noktası akışı da göz önüne alınmış ve akış üzerinde etkili parametreler ortaya konmuştur (Ramesh *et al.* 2012). Katı zerreler içeren bir akışkanın gerdirme yüzeyine doğru bir durma noktası akışı için de akış üzerindeki etkili faktörler bulunabilmiştir (Mohaghegh and Rahimi 2016). Buna göre akış üzerinde hız oranı, akışkan zerre etkileşim parametresi ve Prandtl sayısı gibi parametreler etkili olmaktadır.

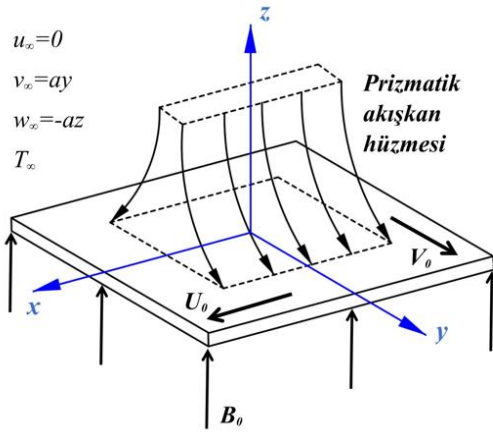
Katı zerreler içeren akışkanların daimi rejimdeki ve farkı etkiler altındaki durma noktası akışları ile ilgili hatırı sayılır miktarda çalışma bulunmasına rağmen katı zerreler içeren bir akışkanın hareketli bir plakaya doğru, manyetik alan etkisinde gerçekleştirdiği bir durma noktası akışının modellenmesi ve akış karakteristiği üzerine etki eden parametrelerin belirlenmesine dair çalışmalar oldukça kısıtlıdır. Böylesi bir modelin geliştirilmesi ile aynı zamanda plaka üzerinde meydana gelen gerilmelerin tespiti mümkün olabilecektir.

Bu çalışmada hareketli bir plakaya doğru hareket eden, katı zerreler içeren akışkanın manyetik alan etkisi altındaki durma noktası akışının modellenmesi ve model ile ilgili parametrelerin akış alanı üzerindeki etkilerinin tespiti amaçlanmıştır. Bu amaçla akışkanın hareket denklemleri

oluşturulmuş ve ilgili sınır koşulları uygulanarak sayısal çözümler elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ile akışkan ve zerre fazın hızları ve akışkan zerre etkileşim parametresinin akış karakteristiği üzerindeki etkileri kantitatif olarak gösterilmiştir.

## 2. Materyal ve Metot

Deneysel Sonsuz büyüklükte bir plaka  $xy$  yatay düzlemine konumlandırılmıştır ve sabit  $U_0$  hızı ile  $x$  eksenine, sabit  $V_0$  hızı ile  $y$  eksenine doğrultusunda hareket etmektedir. Hareketini  $-z$  doğrultusunda gerçekleştiren prizmatik akışkan hüzmesi  $z = 0$ 'da plakaya çarparak plaka üzerinde yayılmaktadır ve  $z$  eksenine doğrultusunda sabit bir  $B_0$  manyetik alanı uygulanmaktadır (Şekil 1).



Şekil 1. Akışın şematik görünümü

Çalışmada incelenen akış daimi ve laminerdir. Akışkan elektrik iletkenliğe sahip sıkıştırılamayan Newtonian bir akışkandır ve akış esnasında tüm özelliklerinin sabit kaldığı kabul edilmiştir. Katı zerreler üniform boyutta rijit kürelerdir ve birim hacimde aynı hız vektörüne sahiptirler. Zerrelerin karışım içindeki yoğunluğu birbirleri ile etkileşmeyecekleri kadar seyrek ancak zerre yoğunluk oranı, konuma bağlı olarak değişmektedir. Katı zerrelerin akışkan içinde kapladığı hacim, etkisi ihmal edilebilecek küçüklüktedir ve zerreler manyetik alandan etkilenmemektedir. Zerreler ve akışkan arasındaki ilişki Stokes yasası ile temsil edilen sürüklenmedir. Akışkana etkiyen elektromanyetik kuvvetler dışındaki hacim kuvvetleri ihmal edilebilecek mertebededir.

Yukarıda verilen kabuller doğrultusunda akışkan fazı ve zerre fazı için kütle korunumu denklemi,  $u$  ve  $v_p$  sırasıyla akışkan ve zerre fazın hız vektörleri olmak üzere, aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho_p v_p) = 0 \quad (2)$$

Burada;  $\nabla$  Nabla operatörü ve  $\rho_p$  karışımın birim hacmindeki zerre kütesidir. Saffman (Saffman 1956), Marble (Marble 1962) tarafından verilen lineer momentum korunumu denklemleri, akışkan fazı ve zerre fazı için yukarıda verilen kabuller doğrultusunda özelleştirilerek sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$u \cdot (\nabla \cdot u) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u + \frac{\sigma}{\rho} (u \times B) \times B + \quad (3)$$

$$\frac{\rho_p}{\rho \tau_v} (v_p - u)$$

$$(v_p \cdot \nabla v_p) = -\frac{1}{\tau_v} (v_p - u) \quad (4)$$

$\rho$ ,  $\mu$  ve  $\sigma$  sırasıyla akışkanın yoğunluğu, dinamik viskozitesi ve elektriksel iletkenlik katsayısı,  $p$  basınç ve  $\tau_v$  zerre gevşeme süresidir. Akış alanına uygulanan sabit şiddetli manyetik alan vektörü  $B = \{0, 0, B_0\}$  şeklindedir.

Akışkan fazın hızının plaka üzerinde ve plakadan yeterince uzakta aldığı değerler ile zerre fazın hız ve yoğunluğunun plakadan yeterince uzakta aldığı değerler problemin sınır şartlarıdır. Akışkan fazın plaka üzerindeki hızı kaymama şartından, plakadan yeterince uzakta ise, potansiyel teoriden faydalanarak aşağıdaki şekilde yazılır.

$$z \rightarrow \infty; u = 0, v = ay, w = -az \quad (5)$$

$$z = 0; u = U_0, v = V_0, w = 0$$

$$z \rightarrow \infty; u_p = 0, v_p = ay, w_p = w \quad (6)$$

Yukarıda tanıtılan problemde akışkanın hız bileşenleri için kullanılan benzerlik dönüşümleri Libby (Libby 1974) tarafından daha önce uygulanan dönüşümlerdir ve aşağıdaki şekildedir.

$$u = f(z) \quad (7)$$

$$v = g(z) + yh'(z)$$

$$w = -h(z)$$

Burada  $f(z)$ ,  $h(z)$ ,  $g(z)$  bilinmeyen benzerlik fonksiyonlarıdır.

Karışımındaki katı fazı oluşturan zerreler ile ilgili benzerlik dönüşümleri ise literatürdeki çalışmalar (Ramesh et al. 2012, Mohaghegh and Rahimi 2016, Prasannakumara 2015) göz önünde bulundurularak önerilmiştir ve  $F(z)$ ,  $N(z)$ ,  $H(z)$  bilinmeyen fonksiyonlar olmak üzere zerre fazı için aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned} u_p &= F(z) \\ v_p &= G(z) + yN(z) \\ w_p &= H(z) \\ \rho_p &= K(z) \end{aligned} \quad (8)$$

Yukarıda verilen benzerlik dönüşümlerinin (1)-(4) denklemlerinde yazılması ile problemin çözümü bir adi diferansiyel denklem sisteminin çözümüne indirgenir. Akışkan için kütle korunumu denklemi benzerlik dönüşümü ile kendiliğinden sağlanırken zerre faz için aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir.

$$KH' + K'H + KN = 0 \quad (9)$$

(7) ve (8) benzerlik dönüşümleri ile (3) denkleminin  $x, y, z$  doğrultularındaki bileşenlerinden sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = vf'' + hf' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} f + \frac{1}{\rho \tau_v} K(F - f) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= vg'' + hg' - gh' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} g + \\ &\frac{1}{\rho \tau_v} K(G - g) + y\{vh''' + h''h - (h')^2 - \\ &\frac{\sigma B_0^2}{\rho} h' + \frac{1}{\rho \tau_v} K(N - h')\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -vh'' - h'h + \frac{1}{\rho \tau_v} K(H + h) \quad (12)$$

(12) ve (10) sırasıyla  $x$  ve  $z$ 'ye göre türetilip eşitlenirse aşağıdaki şekilde bulunur.

$$vf'' + hf' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} f + \frac{1}{\rho \tau_v} K(F - f) = C_1 \quad (13)$$

Benzer şekilde (11) ve (12) sırasıyla  $z$  ve  $x$ 'e göre türetilip eşitlenirse, elde edilen eşitliğin bütün  $y$

değerlerinde geçerli olması için aşağıdaki eşitlikler sağlanmalıdır.

$$vg'' + hg' - gh' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} g + \frac{1}{\rho \tau_v} K(G - g) = C_2 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} vh''' + h''h - (h')^2 - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} h' + \\ \frac{1}{\rho \tau_v} K(N - h') = C_3 \end{aligned} \quad (15)$$

$C_1, C_2$  ve  $C_3$  keyfi integrasyon sabitleri (13), (14) ve (15) denklemlerinin  $z \rightarrow \infty$  da yazılması ile elde edilir. Bilinmeyen fonksiyonların ve türevlerinin  $z \rightarrow \infty$  durumunda aldığı değerler (5)-(8) yardımı ile elde edilir ve bu şartlar kullanılarak integrasyon sabitleri hesaplanmış olur.

$$C_1 = 0, C_2 = 0, C_3 = -a^2 \left(1 + \frac{\sigma B_0^2}{\rho a}\right) \quad (16)$$

İntegrasyon sabitlerinin (13), (14) ve (15) denklemlerinde yerine yazılması ile aşağıdaki diferansiyel denklemler elde edilir.

$$vf'' + hf' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} f + \frac{1}{\rho \tau_v} K(F - f) = 0 \quad (17)$$

$$vg'' + hg' - gh' - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} g + \frac{1}{\rho \tau_v} K(G - g) = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} vh''' + h''h - (h')^2 - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} h' + \\ \frac{1}{\rho \tau_v} K(N - h') + a^2 \left(1 + \frac{\sigma B_0^2}{\rho a}\right) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

(7), (8) benzerlik dönüşümleri ile (4) denkleminin  $x, y, z$  doğrultularındaki bileşenlerinden sırasıyla

$$HF' + \frac{1}{\tau_v} (F - f) = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} HG' + GN + \frac{1}{\tau_v} (G - g) + y\{HN' + N^2 + \\ \frac{1}{\tau_v} (N - h')\} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$HH' + \frac{1}{\rho \tau_v} (H + h) = 0 \quad (22)$$

denklemleri elde edilir.

(21) denkleminin bütün  $y$  değerlerinde geçerli olabilmesi için aşağıdaki eşitlikler sağlanmalıdır.

$$HG' + GN + \frac{1}{\tau_v} (G - g) = 0 \quad (23)$$

$$HN' + N^2 + \frac{1}{\tau_v}(N - h') = 0 \quad (24)$$

Elde edilen denklem sistemi; (17)-(19), (20)-(22), (23) ve (24) numaralı denklemlerde görüldüğü gibi 12. mertebeden adi diferansiyel sistemidir. İlgili 12 sınır şartı ise (5) ve (6) ile verilen koşulların (7) ve (8) denklemlerinde yazılması ile elde edilir.

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow \infty} f &= 0, f(0) = U_0, \lim_{z \rightarrow \infty} g = 0, \\ g(0) &= V_0 \\ \lim_{z \rightarrow \infty} h' &= a, h(0) = 0, h'(0) = 0 \\ \lim_{z \rightarrow \infty} F &= 0, \lim_{z \rightarrow \infty} G = 0, \\ \lim_{z \rightarrow \infty} N &= a, \lim_{z \rightarrow \infty} H = -\lim_{z \rightarrow \infty} h \\ \lim_{z \rightarrow \infty} K &= \rho_{p\infty} \end{aligned} \quad (25)$$

Elde edilen denklem sistemi (17)-(19), (20), (22)-(24) ve ilgili sınır şartlarına (25); yeni parametre  $\eta$  olmak üzere

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{\frac{\bar{v}}{a}}\eta, y = \sqrt{\frac{\bar{v}}{a}}y^* \\ f &= U_0f^*, g = V_0g^*, h = \sqrt{av}h^* \\ F &= U_0F^*, G = V_0G^*, H = \sqrt{av}H^*, \\ N &= aN^*, K = \rho K^* \end{aligned} \quad (26)$$

boyutsuzlaştırmasının uygulanması ile elde edilen denklem takımı ve sınır koşulları aşağıdaki gibi yazılır. Buradan itibaren boyutsuz büyüklükleri gösteren "\*" simgesi yazım kolaylığı nedeniyle kullanılmayacaktır ve tüm büyüklükler boyutsuzdur.

$$KH' + K'H + KN = 0 \quad (27)$$

$$f'' + hf' - Haf + \beta_v K(F - f) = 0 \quad (28)$$

$$g'' + hg' - gh' - Hag + \beta_v K(G - g) = 0 \quad (29)$$

$$h''' + h''h - (h')^2 + Ha(1 - h') + \beta_v K(N - h') + 1 = 0 \quad (30)$$

$$HF' + \beta_v(F - f) = 0 \quad (31)$$

$$HH' + \beta_v(H + h) = 0 \quad (32)$$

$$HG' + GN + \beta_v(G - g) = 0 \quad (33)$$

$$HN' + N^2 + \beta_v(N - h') = 0 \quad (34)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} f = 0, f(0) = 1, \lim_{\eta \rightarrow \infty} g = 0, \\ g(0) = 1$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} h' = a, h(0) = 0, h'(0) = 0 \quad (35)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} F = 0, \lim_{\eta \rightarrow \infty} G = 0,$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} N = 1, \lim_{\eta \rightarrow \infty} H = -\lim_{\eta \rightarrow \infty} h$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} K = \frac{\rho_{p\infty}}{\rho}$$

Elde edilen denklem sisteminde boyutsuz parametreler;  $Ha = \frac{\sigma B_0^2}{\rho a}$  manyetik parametre ve  $\beta_v = \frac{1}{\tau_v a}$  akışkan zerre etkileşim parametresidir.

### 3. Bulgular

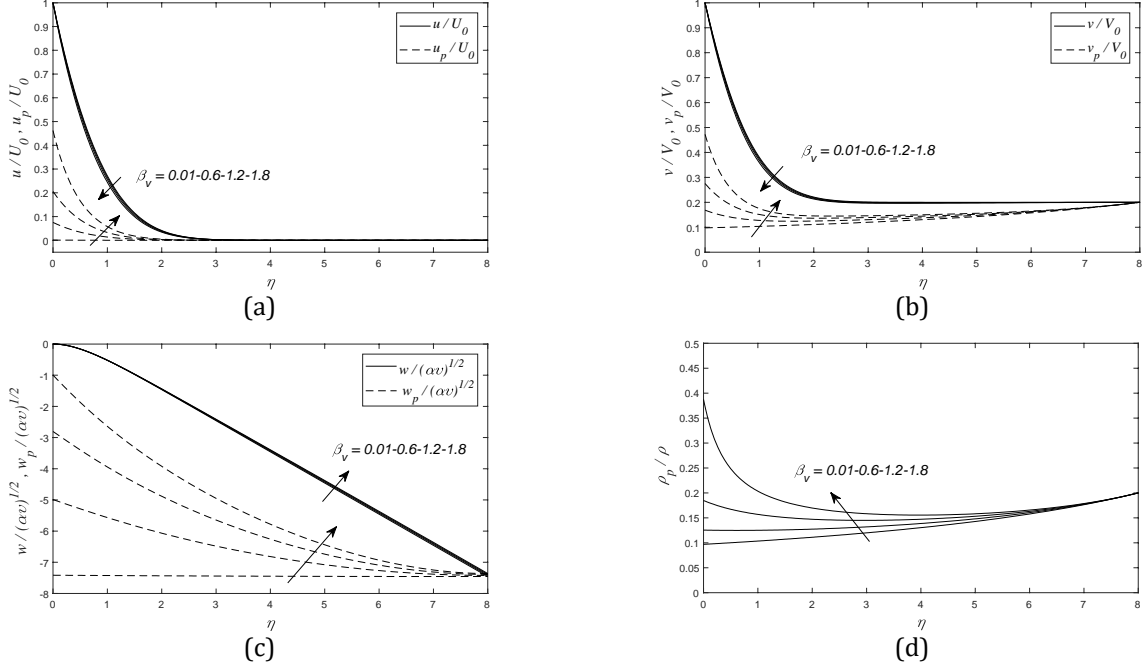
Çalışmada katı zerreler içeren Newtonian bir akışkan için iki fazlı durumdaki hareket denklemleri elde edilmiş ve sayısal yöntemler kullanılarak çözümlere ulaşılmıştır. Sayısal çözüm için "bvp4c" (boundary value problem 4 collocation) algoritması nümerik hesaplamalarda sağladığı avantajlar ve uygulama kolaylığı hesaba katılarak tercih edilmiştir. Benzerlik dönüşümleri aracılığıyla adi diferansiyel denklem sistemine (27)-(34) indirgenen hareket denklemleri için ilgili sınır koşulları (35) uygulanarak bu çözümler sağlanmıştır. Sınır koşullarındaki sonsuzluk ifadesi, uygun bir sonlu değer olan  $\eta_\infty = 8$  olarak seçilmiştir. Bu değer akışın karakteristiğinin görülebilmesi açısından kritik bir faktör olarak değerlendirilmektedir ve çözümler üzerinde yeterli hassasiyeti sağlamaktadır. Çözümler kapsamında göz önüne alınan hız bileşenlerinin boyutsuz ifadeleri ile  $Ha$  ve  $\beta_v$  parametrelerine bağlı grafikler Şekil 2 ve Şekil 3'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \frac{u}{U_0} &= f(\eta) \\ \frac{v}{V_0} &= g(\eta) + \frac{ay}{v_0} h'(\eta) \\ \frac{w}{\sqrt{av}} &= -h(\eta) \\ \frac{u_p}{U_0} &= F(\eta) \\ \frac{v_p}{v_0} &= G(\eta) + \frac{ay}{v_0} N(\eta) \\ \frac{w_p}{\sqrt{av}} &= H(\eta) \\ \rho_p &= K(z) \end{aligned} \quad (36)$$

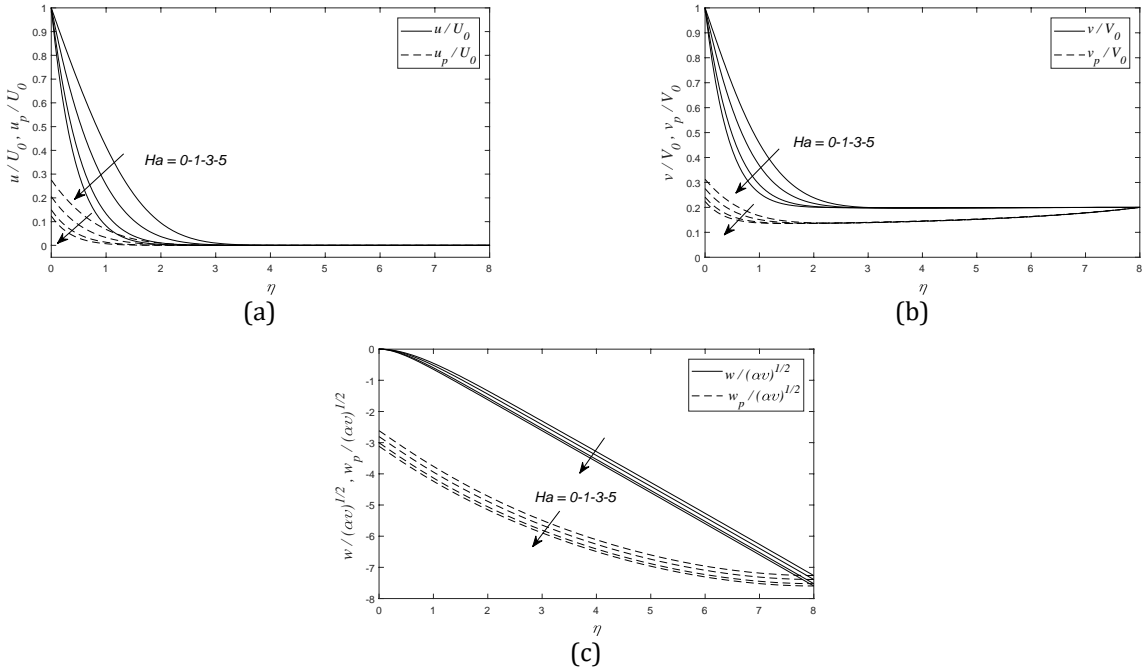
Hız grafiklerinde (Şekil 2) görülmektedir ki; diğer parametreleri sabit tutmak koşuluyla,  $\beta_v$  parametresinin artırılması, akışkanın  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki hızlarını azaltmakta buna karşılık zerre fazın aynı doğrultulardaki hızlarını arttırmaktadır. Beklendiği şekilde  $\beta_v$

parametresinin değişiminden zerre fazın hız bileşenleri daha fazla etkilenmektedir. Zerre fazın gevşeme süresinin ( $\tau_v$ ) azalması  $\beta_v$  değerini arttıracaktır bunun sonucunda  $\tau_v \rightarrow 0$  durumunda akışkan fazın ve zerre fazın hızları aynı olacaktır. Zerre gevşeme süresi değerinin sıfıra yaklaşması ile

zerrelerin akışkan hareketine uyum sağlama süresinin kısaldığı bilinmektedir bu durum grafikte görülen akışkan ve zerre fazın hızlarının  $\tau_v \rightarrow 0$  durumunda birbirine yakın değerler alması ile uyumludur.



Şekil 2.  $(ay/V_0) = 0.2$  ,  $Ha = 1$  iken  $\beta_v$  parametresinin (a) hızların  $x$  doğrultusundaki bileşenleri (b) hızların  $y$  doğrultusundaki bileşenleri (c) hızların  $z$  doğrultusundaki bileşenleri (d) zerre yoğunluk oranı fonksiyonu üzerindeki etkisi



Şekil 3.  $(ay/V_0) = 0.2$  ,  $\beta_v = 1.2$  iken  $Ha$  parametresinin (a) hızların  $x$  doğrultusundaki bileşenleri (b) hızların  $y$  doğrultusundaki bileşenleri (c) hızların  $z$  doğrultusundaki bileşenleri.

Şekil 2d'de,  $\beta_v$  nin büyük değerlerinde,  $\rho_p/\rho$  oranı zerre fazın hız sınır tabaka yapısının gelişmeye başladığı  $\eta \sim 1,5$  noktasından itibaren artış gösterdiği gözlemlenmektedir.

Şekil 3'ten  $Ha$  parametresinin artışının hem akışkan hem de zerre fazı için  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki hız bileşenlerinin azalmasına sebep olduğu ancak  $z$  doğrultusundaki hızların arttığı görülmektedir.

Plaka üzerindeki kayma gerilmesinin  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki bileşenleri, sıkıştırılmayan Newtonian bir akışkan için gerilme tansörünün ilgili bileşenlerinden yazılır.

$$\begin{aligned} \tau_{wx} &= -\frac{t_{xz}}{\mu U_0 \sqrt{a/v}} \Big|_{z=0} = -f'(0) \\ \tau_{wy} &= -\frac{t_{yz}}{\mu V_0 \sqrt{a/v}} \Big|_{z=0} = -g'(0) - \frac{ay}{V_0} h''(0) \end{aligned} \quad (37)$$

**Çizelge 1.**  $Ha$  ve  $\beta_v$  parametrelerinin çeşitli değerleri için plaka üzerindeki kayma gerilmesi değerleri ( $(ay/V_0) = 0.2$ )

$Ha$	$\beta_v$	$\tau_{wx}$	$\tau_{wy}$
0	0.01	0.57111106	0.5652384
	0.6	0.6147700	0.5967232
	1.2	0.6731437	0.6424434
	1.8	0.7521174	0.7184508
1	0.01	1.1127478	0.9448425
	0.6	1.1410525	0.9685343
	1.2	1.1815742	1.0033782
	1.8	1.2424703	1.0618780
3	0.01	1.7888317	1.4595124
	0.6	1.8078472	1.4767192
	1.2	1.8364496	1.5024171
	1.8	1.8825012	1.5460241
5	0.01	2.2778133	1.8424027
	0.6	2.2930841	1.8565598
	1.2	2.3165381	1.8778874
	1.8	2.3553747	1.9143156

$Ha$  sayısının arttırılması hem  $x$  hem de  $y$  doğrultularındaki kayma gerilmesi değerlerini arttırmaktadır.  $Ha$  sayısının sabit tutularak  $\beta_v$ 'nin arttırılmasının da kayma gerilmesi değerlerinin

artmasına sebep olduğu Çizelge 1'de görülmektedir.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, katı zerreler içeren Newtonian bir akışkanın manyetik alan etkisi altında iki fazlı durma noktası akışı sayısal yöntemlerle incelenmiş ve ilgili parametrelerin akış üzerindeki etkileri grafik olarak sunulmuştur. Elde edilen sayısal sonuçlar göstermiştir ki; akışkan zerre etkileşim parametresinin arttırılması ile, beklendiği şekilde, akışkan ve zerre fazın hız bileşenlerinin değerleri birbirine yaklaşmaktadır. Zerre fazın hız bileşenleri akışkan zerre etkileşim parametresinin değişimine daha duyarlıdır. İncelenen akışta, zerre fazın hız sınır tabakası kalınlığı akışkan fazın hız sınır tabakası kalınlığından her zaman küçüktür. Akışkana zerre eklenmesi veya akışkan zerre etkileşim parametresinin artması durumunda plaka üzerindeki kayma gerilmesi değerleri artmaktadır. Manyetik parametrenin akışkan fazın hız bileşenleri üzerindeki etkileri literatürdeki çalışmalar ile uyumludur, parametrenin artışı, akışkan fazın  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki hız bileşenlerinin azalmasına sebep olmaktadır. Parametrenin zerre faz üzerindeki etkileri aynı yönlü ancak göreceli olarak daha azdır.

#### Teşekkür

Bu çalışmaya sağladığı değerli katkılarından dolayı Prof.Dr. Serdar BARIŞ'a teşekkür ederiz.

#### 5. Kaynaklar

- Ariel, P. D., 1994. Hiemenz flow in hydromagnetics. *Acta Mechanica*, **103 (1-4)**, 31-43.
- Bilgiç, B., Alanbel Ersin, B., Barış, S. 2016. Three-Dimensional Hydromagnetic Flow Arising In a Porous Flat Slider. *American Journal of Engineering Research (AJER)*, **5 (6)**, 118-122.
- Datta, N. and Mishra, S. K., 1980. Two-dimensional stagnation point flow of a dusty fluid near an oscillating plate. *Acta Mechanica*, **36 (1-2)**, 71-78.

- Datta, N. and Mishra, S. K., 1980. Two-dimensional stagnation point flow of a dusty fluid near an oscillating plate. *Acta Mechanica*, **36 (1–2)**, 71–78.
- Demir, M. Ş. and Barış, S., 2016. MHD stagnation flow of a Newtonian fluid towards a uniformly heated and moving vertical plate. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, **9 (3)**, 1735–3645.
- Glauert, M. B., 1956. The laminar boundary layer on oscillating plates and cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, **1 (1)**, 97–110.
- Hiemenz, K., 1911. Die grenzschicht an einem in den gleichförmigen flüssigkeitsstrom eingetauchten geraden kreiszylinder. *Dinglers Polytechnisches Journal*, **326**, 321–324.
- Homann, F., 1936. Der einfluss grosser zahigkeit bei der strömung um den zylinder und um die kugel. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics. (ZAMM)*, **16 (3)**, 153–164.
- Howarth, L., 1951. The boundary layer in three dimensional flow. Part II: The flow near a stagnation point. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.*, **42 (335)**, 1433–1440.
- Kalpana, G., Madhura, K. R., Kudenatti, R. B., 2019, Impact of temperature-dependant viscosity and thermal conductivity on MHD boundary layer flow of two-phase dusty fluid through permeable medium. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. **22 (2)**, 416-427.
- Libby, P. A., 1974. Wall shear at a three-dimensional stagnation point with a moving wall. *AIAA Journal*, **12 (3)**, 408–409.
- Marble, F. E., 1962. Dynamics of a gas containing small solid particles. *Proc. 5th AGARD Colloq. Combust. Propuls.*, 175–213.
- Mohaghegh, M. R. and Rahimi, A. B., 2016. Three - dimensional stagnation-point flow and heat transfer of a dusty fluid toward a stretching sheet. *Journal of Heat Transfer*, **138 (11)**, 112001
- Na, T. Y., 1979. Computational methods in engineering boundary value problems, *New York Academic Press*, ISBN: 0125126506.
- Neuringer, J. L. and McIlroy, W., 1958. Incompressible two-dimensional stagnationpoint flow of an electrically conducting viscous fluid in the presence of a magnetic field. *Journal of Aerospace Engineering*, **25 (3)**, 194–198.
- Prasannakumara, B. C., Gireesha, B. J. and Manjunatha, P. T., 2015. Melting phenomenon in MHD stagnation point flow of dusty fluid over a stretching sheet in the presence of thermal radiation and non-uniform heat source/sink. *International Journal of Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, **16 (5)**, 265–274.
- Ramesh, G. K., Gireesha, B. J. and Bagewadi, C. S., 2012. MHD flow of a dusty fluid near the stagnation point over a permeable stretching sheet with non-uniform source/sink. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **15 (17–18)**, 4900–4907.
- Saffman, P. G., 1956. On the motion of small spheroidal particles in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, **1 (5)**, 540–553.
- Stokes, G. G., 1851. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, **9**, 8–106.
- Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1959a. Fundamental aspects of solid-gas flow part:I Introductory concepts and idelized sphere motion in viscous regime. *Canadian Journal of Chemical Engineering.*, **37 (4)**, 129–141.
- Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1959b. Fundametal aspects of solid-gas flow part: II the sphere wake in steady laminar fluids. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **37 (5)**, 167–176.
- Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1959c. Fundamental aspects of solid-gas flow part: III Accelerated motion of a particle in a fluid. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **37 (6)**, 224–236.
- Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1960a. Fundamental aspects of solids-gas flow part:IV The effects of particle rotation, roughness and shape. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **38 (5)**, 142–153.
- Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1960b. Fundametal aspects of solid-gas flow part :V The effects of fluid



turbulence on the particle drag coefficient. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **38 (6)**, 189–200.

Torobin, L. B. and Gauvin, W. H., 1961. Fundamental aspects of solids-gas flow part:VI Multiparticle behavior in turbulent fluids. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **39 (3)**, 113–120.

Wang, C. Y., 1973. Axisymmetric stagnation flow towards a moving plate. *AIChE Journal*, **19 (5)**, 1080–1081.