Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 32:2 (2017) 469-479

Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi
Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Elektronik / Online ISSN : 1304 - 4915
Basılı / Printed ISSN : 1300 - 1884

Bölünmüş talepli eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemi için karşılaştırmalı matematiksel modeller

Ayşe Bayrak[1*], Bahar Özyörük[2]
[1]Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Ankara, Türkiye
[2]Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Araç rotalama problemi
- Eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemi
- Bölünmüş dağıtımlı araç rotalama problemi

Makale Bilgileri
Geliş: 23.03.2016
Kabul: 21.01.2017

DOI:
10.17341/gazimmfd.322172

Anahtar Kelimeler:
Bölünmüş talepli,
eş zamanlı topla dağıt,
araç rotalama problemi,
matematiksel model

ÖZET

Bu çalışmada, Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (ETDARP) ve Bölünmüş Dağıtımlı Araç Rotalama Problemlerinin (BDARP) genelleştirilmiş bir çeşidi olan Bölünmüş Talepli Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (BTETDARP) ele alınmıştır. ETDARP den farklı olarak BTETDARP'de, bir düğüme birden fazla kez ziyarete izin verilmekte ve müşteri talepleri araç kapasitesinden fazla olabilmektedir. Yazarların bildiğine göre, BTETDARP için genel bir model ilk kez bu çalışmada ele alınmıştır. Çalışmada tanımlanan BTETDARP için 2 matematiksel model sunulmuştur. Literatürden türetilen test problemleri üzerindeki deneysel çalışmalar sunulmuş ve modellerin performansı ve etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Önerilen ikinci modelin tüm performans kriterleri açısından daha iyi performans sergilediği görülmüştür. Orta ve büyük boyutlu problemlerin çözümü için önerilerde bulunulmuştur.

Comparative mathematical models for split delivery simultaneous pickup and delivery vehicle routing problem

H I G H L I G H T S

- Vehicle routing problem
- Simultaneous pickup and delivery vehicle routing problem
- Split delivery vehicle routing problem

Article Info
Received: 23.03.2016
Accepted: 21.01.2017

DOI:
10.17341/gazimmfd.322172

Keywords:
Split delivery,
simultaneous pick up and delivery,
vehicle routing problem,
mathematical model.

ABSTRACT

In this study, Split Delivery Simultaneous Pickup and Delivery Vehicle Routing Problem (SDSPDVRP) is considered which is a generalized version of the Simultaneous Pickup And Delivery Vehicle Routing Problem (SPDVRP) and Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP). Unlike the SPDVRP, in the SDSPDVRP, each customer can be visited more than once, and the demand of each customer can be greater than the capacity of the vehicles. According to the authors' knowledge, a general model for the SDSPDVRP are presented in literature for the first time in this study. In the study, two mathematical models presented for the defined BTETDARP. Computational results on a set of instances, generated from literature, are presented and the performance of the models compared and evaluated. Proposals have been made for the solution of medium and large scale problems. All performance criteria for the proposed second model has been shown to outperform.

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: ayse.bayrak@tubitak.gov.tr / Tel: +90 532 067 7882

1.GİRİŞ (INTRODUCTION)

Lojistik faaliyetler içerisinde ürün ya da hizmetin müşteriye ulaştırılmasının yanı sıra günümüzde çevresel etmenlerin de etkisiyle, müşterilerden tesislere de mal taşımacılığının söz konusu olduğu durumlarla sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bu tür problemlerin çözümü için taşıma maliyetlerinin minimum yapılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda operasyonel düzeyde önemli olan Araç Rotalama Problemleri (ARP) akla gelmektedir. ARP'nin temel varsayımlarından biri depodan tesislere dağıtımın yapılması ve aracın depoya boş olarak dönmesidir. Müşterilerden de depolara/tesislere taşımacılığın mümkün olduğu durumlarda; tesisten müşterilere ve müşterilerden de tesislere taşımacılığın aynı araçla ve eşzamanlı olarak yapıldığı problemler literatürde Eş Zamanlı Topla Dağıt ARP (ETDARP) olarak tanımlanmıştır. Eş zamanlı Araç Rotalama probleminin temel varsayımlarından biri ise bir müşteriye sadece bir kez gidilebilmesidir. Müşterilerin sadece bir kez ziyaret edilmesi varsayımının pratikte sağlanamadığı birçok problemle karşılaşılmaktadır. Müşteri taleplerinin araç kapasitesinden fazla olduğu durumlarda, tesiste işlenmesi gereken ürün/hammadde miktarının araç kapasitesini geçtiği durumlarda veya bir tesise herhangi bir sebepten dolayı birden fazla gelişin gerekli olduğu durumlarda bir düğüme birden fazla kez uğranılması gereken problemler ortaya çıkmaktadır. Bir müşteriye birden fazla aracın hizmet verebildiği problemler literatürde Bölünmüş Dağıtımlı (Split Delivery) Araç Rotalama Problemi (BDARP) olarak anılmaktadır. Bölünmüş Dağıtımlı Araç Rotalama Problemi (BDARP) ilk olarak Dror ve Trudeau tarafından çalışılmıştır [1]. Burada klasik ARP den farklı olarak müşteri talebi araç kapasitesinden fazla olabilmekte ve bir müşteriye birden fazla kez hizmet verilebilmektedir. Yapılan literatür araştırması sonucunda ETDARP içerisinde dağıtım faaliyetlerinde bölünmüş taşımacılığın söz konusu olduğu durumun incelenmediği görülmüştür. Birden fazla ziyaretin ve toplama ve dağıtım faaliyetlerinin söz konusu olabildiği taşımacılığın gerçek bir hayat problemi olmasından ve literatürdeki eksikliğinden hareketle bu çalışmada Bölünmüş Talepli Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (BTETDARP) ele alınmıştır. Çalışmanın bundan sonraki kısımları şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde literatür araştırmasına yer verilmiş, üçüncü bölümde BTETDARP tanımı yapılmış ve 2 yeni matematiksel model sunulmuştur, dördüncü bölümde matematiksel modellerin performanslarını karşılaştırmak için yapılan deneysel çalışmalar sunulmuştur. Beşinci ve son bölümde çalışmanın sonuçlarına ve gelecekte yapılabilecek çalışma önerilerine yer verilmiştir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI (LITERATURE REVIEW)

Klasik Araç Rotalama Problemleri, depodan başlayarak, araç kapasite kısıtı aşılmayacak şekilde, müşterilerin depo/depolardan taleplerini karşılayarak, tekrar başladığı depoya geri dönen araçların kat ettikleri toplam yolun en küçük yapılması ile ilgilenmektedir. Araç Rotalama Problemlerinin matematiksel modeli ve çözüm yaklaşımı ilk olarak 1959 yılında Dantzing ve Ramser [2] tarafından yapılmıştır. Müşterilerden depolara geri toplamanın da gerektiği durumlarda uygulanan araç rotalama problemleri için literatürde yapılan ilk çalışmalardan biri 1996 yılında Toth ve Vigo [3] tarafından yapılanlardır. Bu problem tipi önce dağıtımın daha sonra toplamanın yapıldığı, dağıtım ve toplamanın karışık olarak yapıldığı (Mixed pickups and deliveries), dağıtım ve toplamanın eş zamanlı olarak yapıldığı (Simultaneous pickups and deliveries) modeller olarak ayrılarak her bir model için çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir [4, 5].

Dağıtım ve toplamanın eş zamanlı olarak yapıldığı modeller ilk defa Ohio'da halk kütüphanelerine kitap, film, kutu gibi materyallerin dağıtılıp toplanması ile ilgili bir çalışmada kullanılmıştır [6]. 2001 yılında Dethloff [7], Casco ve ark. [8] tarafından önerilen alt tur genişletme kriterini eş zamanlı problem yapısına uyarlayarak, eş zamanlı dağıtım ve toplama yapılan araç rotalama problemleri için yeni bir sezgisel algoritma geliştirmiştir. Geliştirilen sezgisel algoritma ile, Min [6] tarafından bulunan araçların kat edecekleri yol uzunluğunu 3 mil azaltarak 91 mile düşürmüştür. Literatürde ayrıca Tang ve Galvao [9], Dell'Amico ve ark. [10] ile Ai ve Kachitvichyanukul [11] Keçeci ve ark. [12] ve Çetin ve Gencer [13] tarafından matematiksel modeller geliştirilmiştir. Bir dağıtım ağında bir müşterinin talebinin birden fazla araç tarafından temin edilmesi gereken durumlarda bir müşteriye farklı araçlar tarafından birden fazla uğranabilmelidir. Bu durum klasik ARP ile çelişmektedir. Bölünmüş Dağıtımlı ARP araçların gittiği toplam mesafeyi en küçüklerken, klasik ARP probleminden bir müşterinin talebinin bir veya daha fazla araç tarafından temin edilmesi ile farklılaşmaktadır. Ayrıca BDARP de müşteri talebi araç kapasitesinden daha fazla olabilmektedir. Bölünmüş dağıtımlı ARP, kapasiteli araç rotalama probleminin farklı bir şeklidir [3]. Dror ve Trudeau, bölünmüş dağıtımlı ARP problemini analiz etmiş ve çözümü için bir sezgisel önermişlerdir [14]. Dror ve ark., BDARP için geçerli eşitsizlikler tanımlamışlardır [15]. Gendreau ve ark. [16] kapasiteli ARP için tabu arama algoritmasını önermişler ve GENIUS algoritması olarak tanımlamışlardır. GENIUS, 2 prosedürden oluşmak; GENI, genel bir eleme yöntemi iken US, rutin bir optimizasyon işlemidir. Frizzel ve Giffin [17], zaman pencere kısıtlı ve ızgara ağ mesafeli BDARP için bir matematiksel model sunmuş ve çözümü için sezgisel önermişlerdir. Archetti ve ark. [18] BDARP tabu arama algoritması önermişlerdir geliştirdikleri sezgiseli SPLITABU olarak adlandırmışlar. Çalışmada, her bir iterasyonda en ucuz ekleme sezgiseli kullanılarak komşu çözümler elde edilmektedir. Algoritmanın performansını test etmek için literatürdeki test problemleri kullanılmış ve Dror ve Trudeau [1] tarafından önerilen algoritma ile karşılaştırılmıştır. Mitra 2005 [19] yılında bir model ve ilk aşamada minimum araç sayısının bulunduğu ikinci aşamada en ucuz ekleme kriterine dayalı rotaların bulunduğu bir sezgisel önermiştir. Mitra 2008 [20] yılında 2005 yılındaki çalışmasında [19] kullandığı test verilerini kullanarak paralel kümeleme tekniğini kullanan bir sezgisel önermiş ve 2005 yılındaki çalışmasının sonuçlarıyla yeni metodun performansını karşılaştırmıştır. Nowak ve ark. [21] bölünmüş dağıtımlının maliyet avantajlarını deneysel çalışmalarla gösterip büyük boyutlu problemler için bir sezgisel geliştirmişler ve 2009 yılında da [22] 2008 yılındaki [21] çalışmalarıyla karşılaştırdıkları yeni bir sezgisel geliştirmişlerdir. Thangiah ve ark. [23] zaman penceresini dikkate almışlar ve problem çözümü için sezgisel önermişler, bu sezgiseli statik ve gerçek zamanlı datalarla uygulamışlardır. Khmelev ve Kochetov [24] değişken komşu iniş ve stokastik tabu arama metotlarını kullanarak melez bir meta sezgisel önermişlerdir. Literatürde bölünmüş dağıtım ve topla dağıt problemlerinin birlikte ele alındığı çalışmalar Wang ve ark.[25], Tang ve ark. [26], Nowak ve ark. [27], Wang ve ark. [28] olarak görülmüştür. Bu çalışmalarda ele alınan bölünmüş dağıtımlı topla dağıt problemleri için ya matematiksel model sunulmamış ve problemin sezgisel çözüm yaklaşımları ele alınmıştır ya da eş zamanlı toplama ve dağıtım ele alınmamıştır. İlgili konularda yapılan diğer çalışmalar şu şekilde sıralanabilir: Annouch ve ark. [29], Silva ve ark [30], Nishi ve Uzuno [31], Wang ve ark [32], Suárez ve Anticona [33], Koç ve Karaoğlan [34], Hezer ve Kara [35], Yin ve ark. [36], Tang ve ark. [37], Koç ve Karaoğlan [38], Tang ve ark. [39].Yapılan literatür taraması sonucunda Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (ETDARP) ve Bölünmüş Dağıtımlı Araç Rotalama Problemlerinin (BDARP) genelleştirilmiş bir çeşidi olan Bölünmüş Talepli Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (BTETDARP) nin genel bir halinin ele alınarak matematiksel model geliştiren çalışmaların yapılmadığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada BTETDARP ele alınmış ve 2 adet matematiksel model geliştirilmiştir.

3. BÖLÜNMÜŞ DAĞITIMLI EŞ ZAMANLI TOPLA DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ (BTETDARP)

(SPLIT DELIVERY SIMULTANEOUS PICKUP AND DELIVERY VEHICLE ROUTING PROBLEM (SDSPDVRP))

BTETDARP için genelleştirilmiş bir model ilk kez çalışma kapsamında ele alınmıştır. Bu bölümde, BTETDARP için geliştirilen 2 matematiksel model sunulmuştur. BTETDARP en genel hali ile şu şekilde tanımlanabilir: G(N,A) yönlü bir serim olsun. Burada N düğüm kümesi (N={0,…,n}) ve A ayrıt kümesidir (A={(i,j):i,j∈N,i≠j}). N düğüm kümesinde “0” ile gösterilen düğüm, birbirinin aynı (özdeş) ve Q kapasiteli araçların bulunduğu merkezi bir depoyu temsil etmektedir. Diğer düğümler ise müşterileri temsil etmektedir. Her i müşterisinin d_i kadar dağıtım talebi (depodan müşteriye taşınan miktar) ve pi kadar toplama talebi (müşteriden depoya taşınan miktar) vardır. Bu serimde c_{ij}, (i,j) ayrıtının uzunluğunu (maliyetini) temsil etmektedir ve üçgensel eşitsizlik ($c_{ij} \leq c_{ik}+c_{kj}$) sağlanmaktadır. Her bir i düğümüne k aracı ile dağıtılan (bırakılan) miktar y_{ik} olarak, i düğümünden k aracı ile toplanan (alınan) miktar z_{ik} olarak tanımlanmıştır. Düğümlere gidecek araç sayısı sınırlandırılmamıştır. BTETDARP, tanımlanan bu sistemde aşağıdaki kısıtları sağlayan en küçük maliyetli rotaların bulunması problemidir:

1. Bir depo mevcuttur.
2. Bir rota depodan başlamakta ve tekrar depoda son bulmaktadır.
3. Her müşteriye birden fazla kez uğranabilmekte ve her zaman uğranabilmektedir.
4. Depoda homojen araç filosu bulunmaktadır. Araçlar depoda hazır beklemektedir.
5. Rota üzerinde herhangi bir noktada, aracın topladığı ve dağıtacağı yük miktarları toplamı araç kapasitesini geçmemelidir.
6. Müşterilerin ürün dağıtım ve toplama talepleri için ortak bir birim kullanılmıştır.
7. Mesafe matrisi simetriktir.
8. Dağıtım ve toplama işlemi, eş zamanlı olarak yapılmaktadır.

Tanımlanan bu problem tipi çalışmanın daha önceki bölümlerinde belirtildiği gibi gerçek bir hayat problemi olmasından ve literatürdeki eksikliğinden hareketle ele alınması gereken bir problem tipidir. Özellikle müşteri talep miktarlarının çok büyük olduğu ve dağıtımla birlikte toplamanın da gerekli olduğu durumlarda var olan literatür yetersiz kalmaktadır. Bu tip problemlerin (BTETDARP) çözümü için bu çalışmada 2 farklı matematiksel model sunulmuştur. Problem için literatürde yer alan ve ayrıntıları takip eden bölümlerde anlatılan farklı kısıtların probleme uyarlanmasıyla ilk model geliştirildikten sonra BTETDARP için daha iyi performans gösteren matematiksel model arayışıyla yine literatürde yer alan ve ayrıntıları takip eden bölümlerde anlatılan farklı kısıtların probleme uyarlanmasıyla ikinci model geliştirilmiştir.

3.1. Matematiksel Model 1 (MM1) (Mathematical Model 1)

İlk modelde, MTZ kısıtları olarak bilinen alt tur eleme ve kapasite kısıtları BTETDARP ye uyarlanmıştır. Bu kısıtlar Miller ve ark. [40] tarafından Gezgin Satıcı Problemi (GSP) için geliştirilmiş, Kulkarni ve Bhave [41] tarafından ARP’a uyarlanmış, Desrochers ve Laporte [42] tarafından kuvvetlendirilmiş ve Kara ve ark. [43] tarafından düzeltme yapılmıştır. Daha sonra yardımcı değişkenlerin sınırları üzerinde yeni kuvvetlendirmeler gerçekleştirilmiştir [44]. Karaoğlan [45], çalışmasında bu kısıtları ETDARP için uyarlamıştır. Karaoğlan, çalışmasında bu kısıtları ETDARP için aşağıdaki şekilde uyarlamıştır [45]:

$$u_j - u_i + Qx_{ij} + (Q - d_j - d_i)x_{ij} \leq Q - d_i \quad \forall\, i,j \in N, i \neq j \tag{1}$$

$$v_i - v_j + Qx_{ij} + (Q - p_j - p_i)x_{ji} \leq Q - p_j \quad \forall\, i,j \in N, i \neq j \tag{2}$$

İlgili denklemlerdeki (Eş. 1 ve Eş. 2) parametre ve değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

d_i *i* müşterisinin dağıtım talebi (i ∈ N)

$p_{i,}$ *i* müşterisinin toplama talebi (i ∈ N)

u_i *i* düğümüne girmeden hemen önce araçtaki dağıtılacak ürün miktarı (i ∈ N)

v_i *i* düğümünün çıkışında araçtaki toplanan ürün miktarı (i ∈ N)

$$x_{ij} \begin{cases} 1, & \text{i, j ayrıtı herhangi bir tur üzerinde ise } (\forall\, i,j \in N) \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

ETDARP için uyarlanan MTZ kısıtlarının (Eş. 1 ve Eş. 2) BTETDARP uyarlanmasıyla elde edilen ve çalışma kapsamında önerilen 1. Model (MM1) aşağıda sunulmaktadır:

Dizin kümeleri ve parametreler;

N Müşteriler Kümesi
N_0 Depo düğümü dahil tüm düğümler kümesi *(N_0='0'∪N)*
K Araç Kümesi
c_{ij} *i* düğümünden *j* düğümüne mesafe (*i, j* ∈N_0)
d_i *i* noktasına bırakılacak ürün miktarı (*i* ∈*N*)
p_i *i* noktasından alınacak ürün miktarı (*i* ∈*N*)
Q Araç kapasitesi
M Büyük bir sayı
F Amaç fonksiyonu

İkili karar değişkenleri;

$$x_{ijk} \begin{cases} 1, & \text{k aracı i düğümünden j düğümüne gidiyorsa } (\forall\, i, j \in N_0,\ \forall\, k \in K) \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

Ek karar değişkenleri;

U_{ik} *i* düğümüne girmeden önce *k* aracındaki dağıtılacak ürün miktarı ($\forall\, i \in N, \forall\, k \in K$)
V_{ik} *i* düğümünün çıkışında *k* aracındaki toplanan ürün miktarı ($\forall i \in N, \forall\, k \in K$)
y_{jk} *k* aracıyla *j* noktasına bırakılan ürün miktarı ($\forall\, j \in N$, $\forall\, k \in K$)
z_{jk} *k* aracıyla *j* noktasından alınan ürün miktarı ($\forall\, j \in N$, $\forall\, k \in K$)

MTZ kısıtları BTETDARP için uyarlanması sırasında problemin doğası gereği bir düğüme birden fazla gidiş söz konusu olduğu için ilgili düğüme dağıtılan ve toplanan miktarlar (y_{jk} ve z_{jk}) karar değişkeni olarak tanımlanmaktadır. Bu durumda MTZ kısıtlarının ETDARP için uyarlanmış Eş. 1 ve Eş. 2 de gösterilmiş olan denklemlerin BTETDARP için dönüştürülmesi ile aşağıdaki modeldeki Eş. 12 ve Eş. 14 elde edilmiştir.

Model MM1:

$$Min\ F = \sum_{i\in N}\sum_{j\in N}\sum_{k\in K} c_{ij}x_{ijk} \tag{3}$$

$$\sum_{i\in N_0}\sum_{k\in K} x_{ijk} \geq 1 \qquad \forall\, j \in N \tag{4}$$

$$\sum_{j\in N_0} x_{ijk} = \sum_{j\in N_0} x_{jik} \qquad \forall\, i \in N_0, \forall\, k \in K \tag{5}$$

$$\sum_{j\in N_0} x_{ijk} \leq 1 \qquad \forall\, i \in N_0, \forall\, k \in K \tag{6}$$

$$y_{jk} \leq d_j \sum_{i\in N} x_{ijk} \qquad \forall\, j \in N, \forall\, k \in K \tag{7}$$

$$z_{jk} \leq p_j \sum_{i\in N} x_{ijk} \qquad \forall\, j \in N, \forall\, k \in K \tag{8}$$

$$\sum_{k\in K} y_{jk} = d_j \qquad \forall\, j \in N \tag{9}$$

$$\sum_{k\in K} z_{jk} = p_j \qquad \forall\, j \in N \tag{10}$$

$$U_{ik} + V_{ik} - y_{ik} \leq Q \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \tag{11}$$

$$U_{jk} - U_{ik} + Q * x_{ijk} \leq Q - y_{ik} \qquad \forall\, i,j \in N, \forall\, k \in K \tag{12}$$

$$U_{ik} \geq y_{ik} \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \tag{13}$$

$$V_{ik} - V_{jk} + Q * x_{ijk} \leq Q - z_{jk} \qquad \forall\, i,j \in N, \forall\, k \in K \tag{14}$$

$$V_{ik} \geq z_{ik} \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \tag{15}$$

$$\sum_{j\in N_c} z_{jk} \geq V_{ik} - M(1 - x_{i0k}) \qquad \forall i \in N, \forall\, k \in K \tag{16}$$

$$U_{ik} \geq 0 \qquad \forall i \in N\ \ \forall\, k \in K \tag{17}$$

$$V_{ik} \geq 0 \qquad \forall i \in N\ \ \forall\, k \in K \tag{18}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i,j \in N_0, \forall\, k \in K \tag{19}$$

$$y_{jk} \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall\, k \in K \tag{20}$$

$$z_{jk} \geq 0 \qquad \forall j \in N, \forall\, k \in K \tag{21}$$

Matematiksel modelde amaç fonksiyonu Eş. 3 toplam mesafenin en küçüklenmesidir. Eş. 4 numaralı kısıt, her düğümün en az bir araç tarafından ziyaret edilmesini, Eş. 5, j düğümüne giren k aracının j düğümünden ayrılmasını sağlamaktadır. Eş. 6, k aracının bir düğümden en fazla bir düğüme gitmesini sağlamaktadır. Eş. 7 ve Eş. 8 numaralı kısıtlar sırasıyla, j düğümünün dağıtım talebinin ve toplama talebinin ancak k aracı uğradıysa k aracından karşılanabileceğini ifade etmekte ve ilgili düğüme bırakılacak ve alınacak ürün miktarlarının alt sınırlarını vermektedir. Eş. 9. ve Eş. 10, düğümlere bırakılacak miktarların toplamının o düğümün talebini karşılamasını ve aynı şekilde düğümlerden alınacak miktarların toplamının o düğümün toplama talebini karşılamasını sağlamaktadır. Eş. 11 numaralı kısıt her düğüm çıkışında aracın yükünün toplam araç kapasitesini geçmemesini sağlamaktadır. Eş. 12, rota üzerinde dağıtım taleplerinin toplamlarının araç kapasitesini geçmemesini sağlamakta ve alt turların oluşmasını da engellemektedir. Eş. 13 düğümlere girmeden önceki araçta dağıtılacak ürün miktarı ile ilgili alt sınırı belirlemektedir. Eş. 14, rota üzerinde toplama taleplerinin toplamlarının araç kapasitesini geçmemesini sağlamakta ve alt turların oluşmasını da engellemektedir. Eş. 15 düğümlerden çıktıktan sonra araçta toplanan ürün miktarı ile ilgili alt sınırı belirlemektedir. Eş. 16, Eş. 15 ile birlikte çalışarak depoya dönmeden önceki son düğümden çıkıştaki araç yükünün, yani depoya dönen araçların toplam yükünün toplama taleplerine eşitlenmesini sağlamaktadır. Eş. 17-Eş. 21 arasındaki kısıtlar ise karar değişkenlerinin ve yardımcı değişkenlerin işaret kısıtlarıdır. Bu model (O$|N_0|^2$ |K|) karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, (O|N||K|) karmaşıklığında ek karar değişkeni ve (O $|N|^2$) karmaşıklığında kısıta sahiptir.

3.2. Matematiksel Model 2 (MM2) (Mathematical Model 2)

Dethloff'un [7] ETDARP için geliştirdiği matematiksel modellerde yer alan araçta taşınan yük alt sınırlarına ilişkin kısıtlar BTETDARP için uyarlanarak yeni kısıtların eklenmesiyle 2. Model (MM2) elde edilmiştir. MM1 de kullanılan dizin kümeleri ve parametreler geçerli olmakla birlikte ilaveten kullanılan değişkenler aşağıdadır.

Ek karar değişkenleri;

L^{ι}_k k aracının depodan çıktığı andaki yük miktarı ($\forall\, k \in K$)

L_{jk} k aracının j düğümünden çıktıktan sonraki yük miktarı ($\forall\, j \in N, \forall\, k \in K$)

Yardımcı karar değişkenleri;

π_{ik} alt tur elemeleri için kullanılan geçici değişken

Model MM2:

$$Min\ F = \textstyle\sum_{i\in N}\sum_{j\in N}\sum_{k\in K} c_{ij}x_{ijk} \quad (3)$$

Eş. 4-Eş. 10, Eş. 19-Eş. 21 ve

$$L^{\iota}_k = \textstyle\sum_{j\in Nc} y_{jk} \qquad \forall\, k \in K \quad (22)$$

$$L_{ik} \geq L^{\iota}_k - y_{ik} + z_{ik} - M(1 - x_{0ik})\ \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \quad (23)$$

$$L_{jk} \geq L_{ik} - y_{jk} + z_{jk} - M\big(1 - x_{ijk}\big) \forall\, i,j \in N \quad (24)$$

$$\textstyle\sum_{j\in N_c} z_{jk} \geq L_{ik} - M(1 - x_{i0k}) \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \quad (25)$$

$$L^{\iota}_k \leq Q \qquad \forall\, k \in K \quad (26)$$

$$L_{jk} \leq Q \qquad \forall\, j \in N, \forall\, k \in K \quad (27)$$

$$\pi_{ik} - \pi_{jk} + (|N| + 1)x_{ijk} \leq |N| \qquad \forall\, i,j \in N, \forall\, k \in K \quad (28)$$

$$\pi_{ik} \leq N \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \quad (29)$$

$$\pi_{ik} \geq 1 \qquad \forall\, i \in N, \forall\, k \in K \quad (30)$$

$$L^{\iota}_k \geq 0 \qquad \forall\, k \in K \quad (31)$$

$$L_{jk} \geq 0 \qquad \forall\, j \in N, \forall\, k \in K \quad (32)$$

Eş. 22, aracın depodan çıkarken rota üzerindeki düğümlerin talebini karşılayacak kadar yükle ayrılmasını sağlamaktadır. Eş. 23 ve Eş. 24 sırasıyla depo düğümünden çıktıktan sonra ziyaret edilen ilk düğüm ve rota üzerindeki herhangi bir düğüm çıkışında aracın yükü ile ilgili alt sınırları vermektedir. Başka bir ifadeyle, depo düğümünden çıktıktan sonra ziyaret edilen ilk düğümden çıktıktan sonraki aracın yükü, depodan çıktıktan sonraki araç yükünden ilgili düğümün talebinin çıkarılması ve araca yüklenecek ürün miktarının toplanmasıyla elde edilen sonuca eşit olmalıdır. Aynı şekilde herhangi bir düğümden çıktıktan sonra ziyaret edilen ilk düğümden çıktıktan sonraki aracın yükü, depodan çıktıktan sonraki araç yükünden ilgili düğümün talebinin çıkarılması ve araca yüklenecek ürün miktarının toplanmasıyla elde edilen sonuca eşit olmalıdır. Eş. 25, Eş. 24 ile birlikte çalışarak depoya dönmeden önceki son düğümden çıkıştaki araç yükünün, yani depoya dönen araçların toplam yükünün toplama taleplerine eşitlenmesini sağlamaktadır. Eş. 26 ve Eş. 27 sırasıyla depodan ve herhangi bir düğümden çıktıktan sonraki aracın yükünün araç kapasitesini geçemeyeceğini ifade etmektedir. Eş. 28-Eş. 30 numaralı kısıtlar depodan bağımsız alt turların oluşmasını engellemektedir. Eş. 31-Eş. 32 arasındaki kısıtlar ise ek karar değişkenlerinin işaret kısıtlarıdır. Bu model (O$|N_0|^2$ |K|) karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni, (O|N||K|) karmaşıklığında ek karar değişkeni ve (O $|N|^2$) karmaşıklığında kısıta sahiptir.

4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR
(COMPUTATIONAL STUDIES)

Bu bölümde BTETDARP için bu çalışmada geliştirilen 2 matematiksel modeli karşılaştırmak ve etkinliklerini test etmek amacıyla literatürden türetilen test problemleri kullanılarak yapılan deneysel çalışmalar anlatılmaktadır. Modellerin performansı, belirlenen kriterlere göre karşılaştırılmıştır. Ayrıca performansı daha iyi olan model ele alınıp çeşitli senaryolar altında yapılan deneysel çalışmalar sunulmaktadır.

4.1. Deney Tasarımı (Experimental Design)

BTARP literatüründe yer alan Archetti ve ark. [18] ve Gendreau ve ark [16] çalışmalarında Christofides ve ark. [46] tarafından tanımlanan ARP test problemlerinin temel alındığı görülmektedir. Christofides ve ark.[45] tarafından önerilen test kümesinde, müşteri sayılarının 50 ile 199 arasında değiştiği ve bir deponun olduğu 14 test problemi bulunmaktadır. Bu çalışmada da bu test problemlerinin müşteri koordinatları ve talep miktarları bakımından farklılık gösteren 3'ü ele alınmıştır. Archetti ve ark. [18] ve Gendreau ve ark [16] ve çalışmalarında talepler Dror ve Trudeau [1] çalışmasında önerdiği yönteme göre elde edilmiştir. İlgili çalışmada α ve γ [0,1] aralığında 2 parametre, δ =[0,1] aralığında rassal bir sayı ve Q araç kapasitesi olmak üzere i müşterisinin talebi; T_i=[αQ+$\delta(\gamma$-$\alpha)Q$] ile elde edilmektedir. Taleplerin türetilmesinde ele alınan oranlar ise şunlardır (α, γ) = (0.01, 0.1), (0.1, 0.3), (0.1, 0.5), (0.1, 0.9), (0.3, 0.7) ve (0.7, 0.9). Bu tez çalışmasında da ilk üçünde orjinal taleplerin kullanıldığı, talep belirleme oranları olarak da (0.1, 0.3), (0.1, 0.5), (0.1, 0.9) ve (0.3, 0.7) olmak üzere 4'ünün kullanılarak taleplerin hesaplandığı literatürde yer alan 15 adet test problemi ele alınmıştır. Talep belirleme oranlarının artmasıyla veri setinde yer alan talep miktarları da benzer şekilde artmaktadır. Ele alınan test problemlerinde koordinatları verilmiş olan depo/müşteriler arasındaki Öklid uzaklıklar en yakın tamsayıya çevrilerek elde edilmiş ve bu çalışmada i noktasından j noktasına mesafe olarak tanımlanan c_{ij} değerleri olarak kullanılmıştır. BTETDARP için gerekli olan dağıtım ve toplama taleplerinin bulunmasında Salhi ve Nagy tarafından önerilen talep ayrıştırma yöntemi kullanılmıştır [4]. Bu yönteme göre her müşteri için koordinatlarına bağlı bir oran (r_i=min(x_i/y_i;y_i/x_i)) hesaplanmış, orijinal talep değerleri bu oran kullanılarak toplama ve dağıtım talebi olarak ayrıştırılmıştır. T: i müşterisinin orijinal talebi göz önüne alınarak; $d_i=r_i*T_i$ ve $p_i= T_i-d_i$ elde edilmiştir. Modellerin performanslarını karşılaştırmak için test problemlerinin ilk 10, 15 ve 20 müşterileri ele alınarak farklı boyutlarda test problemi elde edilmiştir. 10, 15 ve 20 müşterinin ele alındığı test problemlerinde araç kapasitesi (Q) sırasıyla 200, 300 ve 400 olarak ele alınmıştır. N müşteri sayısını ifade etmek üzere araç sayısı aşağıdaki formül sonucu çıkan sayının bir üst tam sayıya yuvarlanması ile elde edilmiştir (Eş. 33).

$$araç\ sayısı = {}^{max\{\sum_{i\in N} d_i\,,\sum_{i\in N} p_i\}}\!/_{Q} \tag{33}$$

4.2. Hesaplama Sonuçları (Computational Results)

Her iki model GAMS 24.1 ara yüzünde kodlanmış ve matematiksel model çözücüsü olarak CPLEX 12.5 kullanılmıştır. Bütün koşumlarda çözücünün varsayılan parametre değerleri kullanılmıştır. Çözümler Intel® Core™ i5 CPU 2450 @ 2,50GHz @2,50GHz hızında işlemciye, 4 GB RAM ara belleğe sahip "Microsoft Windows 7 premium" işletim sistem özellikli bilgisayarların kullanımıyla 3600 sn. çalıştırılarak elde edilmiştir. Bu bölümde elde edilen tüm değerler belirtilen süre kısıtı altında GAMS ile elde edilen değerlerdir. Matematiksel modelleri analiz etmek amacıyla aşağıdaki performans kriterleri kullanılmıştır:

1. En iyi çözüme ulaşılan problem sayısı (EÇUPS): Çözüm süresi sınırları içerisinde ilgili matematiksel model tarafından veri setindeki en iyi çözüme ulaşılan problem sayısı,
2. Çözüm süresi ve ortalama çözüm süresi (ÇS ve OÇS): Matematiksel modelin her bir test problemi için çözüm süresi ve problem setindeki ortalama çözüm süresi,
3. Yüzde sapma değeri ve ortalama yüzde sapması (YSD ve OYS): Matematiksel modelin çözümü sonucu her bir test problemi için yüzde sapma değeri ve problem setindeki ortalama yüzde sapma,
4. En yüksek yüzde sapma değeri (EYYSD): Veri setinde en iyi çözümün bulunamadığı problemler içindeki en yüksek yüzde sapma değer.

YSD: Matematiksel modellerin CPLEX çözücüsü ile bir saat tam sayılı koşumu sonucunda elde edilen üst sınır ($Z^{ÜS}$) ile alt sınır (Z^{AS}) arasındaki sapma değeridir. Bu değer aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır (Eş. 34).

$$YSD = 100 * (Z^{ÜS} - Z^{AS})/Z^{ÜS} \tag{34}$$

Yüzde sapma değerlerinin (YSD) küçük olması matematiksel model çözücülerin en iyi çözümlere ulaşma sürelerinin kısa olmasını sağlamaktadır [44]. İlk olarak, matematiksel modellerin 10, 15 ve 20 müşterili test problemleri kullanılarak performansları karşılaştırılmıştır. 10, 15 ve 20 müşterili test problemleri için sonuçlar sırasıyla Tablo 1, 2 ve 3'de sunulmaktadır. İlgili tablolarda ilk sütun problem numarasını (PN), takip eden sütunlar MM1 ve MM2 için sırasıyla ilgili test problemi için Yüzde Sapma Değerini ve Çözüm Süresini ifade etmektedir. YSD sütunlarında yer alan değerlerin "0" olması ilgili modelin belirtilen problem için en iyi sonuca ulaştığını göstermektedir. En alt iki satırın ilkinde veri setinin Ortalama Yüzde Sapması (OYS)-veri setinin Ortalama Çözüm Süresi (OÇS), ikincisinde ise veri setindeki toplam En İyi Çözüme Ulaşılan Problem Sayısı (EÇUPS) yer almaktadır. Tablo 1'de görüleceği gibi 10 müşterili problemlerde MM2 bütün performans ölçütleri açısından MM1'e nazaran daha iyi bir performans sergilemektedir. MM1 belirlenen süre içinde 15 problemin 12 tanesi için en iyi çözümü bulurken, MM2 15 problemin tamamı için en iyi çözümü bulmuştur. MM1 Ortalama Çözüm Süresi 924,21 sn. iken MM2'nin 70 sn.'dir. MM2'nin çözüm süresi değerleri 0,14 ile 487,36 saniye arasında değişmektedir. OYS değerleri de MM1 ve MM2 için sırasıyla %1,73 ve %0 olmuştur. MM1'in en iyi sonuca ulaşamadığı problemler içinde EYYSD %13,06'dır. MM2 ile tüm problemler de en iyi sonuca ulaşılmıştır. Tablo 2'de görüleceği gibi 15 müşterili problemlerde MM2 bütün performans ölçütleri açısından MM1'e nazaran daha iyi bir performans sergilemektedir. MM1 belirlenen süre içinde 15 problemin 9 tanesi için en iyi çözümü bulurken, MM2 12 tanesi için en iyi çözümü bulmuştur. MM 1 Ortalama Çözüm Süresi 1489,39 sn. iken MM2'nin OÇS değeri 1002,2 sn.'dir. MM2'nin çözüm süresi değerleri 0,36 ile 3600 saniye arasında değişmektedir. OYS değerleri de MM1 ve MM2 için sırasıyla %5,62 ve % 1,41 olmuştur. En iyi sonuca ulaşılamayan problemler için EYYSD, MM1 ve MM2 için sırasıyla %22,56 ve %13,17'dir. Tablo 3'de görüleceği gibi 20 müşterili problemlerde MM2 bütün performans ölçütleri açısından MM1'e nazaran daha iyi bir performans sergilemektedir. MM1 belirlenen süre içinde 15 problemin 6 tanesi için en iyi çözümü bulurken, MM2 9 tanesi için en iyi çözümü bulmuştur. MM 1 Ortalama Çözüm Süresi 2331,16 sn. iken MM2'nin OÇS değeri 1817,02 sn.'dir. MM2'nin çözüm süresi 0,97 ile 3600 saniye arasında değişmektedir. OYSD değerleri de MM1 ve MM2 için sırasıyla %7,61 ve % 5,08 olmuştur. En iyi sonuca ulaşılamayan problemler için EYYSD, MM1 ve MM2 için sırasıyla %21,23 ve %19,31'dir.

10, 15 ve 20 müşterili problemlere dair analizlerin yer aldığı Tablo 1, Tablo 2 ve Tablo 3'ün hepsi dikkate alındığında veri seti ortalamaları için iki matematiksel modelin performans kriterleri açısından karşılaştırılması Tablo 4'de özetlenmiştir.

Tablo 1. N=10 için matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırılması
(Comparing the performance of mathematical models for N = 10)

		MM1		MM2
PN	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)
1	0,00	0,36	0,00	0,22
2	0,00	0,41	0,00	0,33
3	0,00	0,19	0,00	0,14
4	0,00	1,16	0,00	0,42
5	0,00	0,94	0,00	0,48
6	0,00	25,44	0,00	8,86
7	0,00	32,09	0,00	3,68
8	0,00	34,74	0,00	2,00
9	0,00	27,13	0,00	5,24
10	0,00	479,98	0,00	76,5
11	0,00	829,55	0,00	22,89
12	10,82	3600	0,00	487,36
13	2,02	3600	0,00	218,32
14	0,00	1631,12	0,00	46,36
15	13,06	3600	0,00	177,2
OYS-OÇS	1,73	924,21	0,00	70
EÇUPS	12		15	

Tablo 2. N=15 için matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırılması
(Comparing the performance of mathematical models for N = 15)

		MM1		MM2
PN	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)
1	0,00	0,72	0,00	0,64
2	0,00	0,95	0,00	0,36
3	0,00	1,50	0,00	0,64
4	0,00	6,99	0,00	3,32
5	0,00	6,26	0,00	2,36
6	0,00	181,29	0,00	112,77
7	0,00	213,04	0,00	54,12
8	0,00	79,37	0,00	26,01
9	0,00	250,69	0,00	146,63
10	12,34	3600	0,00	2237,94
11	7,98	3600	0,00	488,47
12	21,12	3600	5,21	3600
13	12,03	3600	2,78	3600
14	8,25	3600	0,00	1160,29
15	22,56	3600	13,17	3600
OYS-OÇS	5,62	1489,39	1,41	1002,243
EÇUPS	9		12	

Tablolarda yer alan parametreler daha önce kullanıldığı gibidir ve N müşteri sayısını göstermektedir. Koyu işaretlemeler ilgili performans ölçütleri açısından ilgili müşteri sayılı veri seti için daha iyi performans gösteren matematiksel modeli ifade etmektedir. MM2'nin tüm performans kriterleri (EÇUPS, OÇS, OYS, EYYSD) açısından tüm veri setlerinde daha iyi bir performans sergilediği matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırma özeti tablosunda (Tablo 4) net bir şekilde görülmektedir. BTETDARP için daha iyi performans

Tablo 3. N=20 için matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırılması
(Comparing the performance of mathematical models for N = 20)

	MM1		MM2	
PN	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)
1	0,00	4,34	0,00	3,07
2	0,00	2,11	0,00	0,97
3	0,00	5,23	0,00	1,17
4	0,00	2061,38	0,00	1129,76
5	0,00	9,31	0,00	9,75
6	1,54	3600	0,00	1048,12
7	6,94	3600	0,00	1913,49
8	0,00	483,42	0,00	335,42
9	4,14	3600	0,00	1212,38
10	18,17	3600	11,63	3600
11	12,11	3600	8,52	3600
12	21,23	3600	11,65	3600
13	17,40	3600	14,75	3600
14	13,67	3600	10,32	3600
15	18,90	3600	19,31	3600
OYS-OÇS	7,61	2331,16	5,08	1817,018
EÇUPS	6		9	

Tablo 4. Matematiksel modellerin performanslarının karşılaştırma özeti
(Abstract of comparing the performance of mathematical models)

	MM1			MM2		
Performans Kriteri	*N=10*	*N=15*	*N=20*	*N=10*	*N=15*	*N=20*
EÇUPS	12	9	6	15	12	9
OÇS	924,21	1489,39	2331,16	70	1002,24	1817,02
OYS	1,73	5,62	7,61	0,00	1,41	5,08
EYYSD	13,06	22,56	21,23	0,00	13,17	19,31

gösteren matematiksel model arayışıyla ikinci model geliştirilmiştir. Takip eden bölümde daha iyi performans gösterdiği bu bölümde gösterilmiş olan MM2 kullanılarak yapılan senaryo analizi çalışmalarına yer verilmektedir.

4.3. Senaryo Analizleri (*Scenario Analyses*)

Bu bölümde MM2 ile problem çözüldüğünde parametrelerin değişiminin çözümü nasıl etkilediğini göstermek amacıyla yapılan senaryo analizlerine yer verilmektedir. Düğüm sayısı yani müşteri sayısının artmasının modelin çözümünü güçleştirdiği önceki bölümde yer alan Tablo 1, Tablo 2 ve Tablo 3'de görülmektedir.

Talep artışının etkisi; Talep değişiminin etkisini görmek amacıyla yapılan analiz sonuçları Tablo 5'de gösterilmektedir. Tabloda PN problem numarasını, P problem tipini, α ve γ daha önceki bölümlerde anlatılan talep belirleme oranlarını ifade etmekte ve oranların artmasıyla veri setindeki müşteri talepleri de artmaktadır. Diğer parametreler daha önce bahsedildiği gibidir. Tablo 5'de görüldüğü gibi talep miktarı arttıkça (talep belirleme oranlarının artmasıyla) matematiksel modelin tüm veri setleri için çözüm performansının düştüğü görülmektedir. Aynı problem tipinde talep belirleme oranının artırılmasıyla ilgili problem için YSD ve ÇS değerleri artmakta yani modelin performansı düşmektedir. Ayrıca talep belirleme oranlarının artmasıyla ortalama YSD ve ortalama ÇS değerleri (OYS-OÇS) artmaktadır. Örneğin α ve γ değerlerinin 0,1 ve 0,3 olduğu durumda, OÇS değerleri 10, 15 ve 20 müşterili problemler için sırasıyla 3,25 sn., 39,48 sn. ve 729,21 sn., OYS değerleri ise hepsi için %0'dır. α ve γ değerlerinin 0,3 ve 0,7 olduğu durumda OÇS değerlerinin 10, 15 ve 20 müşterili problemler için sırasıyla 147,29 sn., 2786,78 sn. ve 3600 sn., OYS değerlerinin ise sırasıyla %0, %5,32 ve %14,79 olduğu görülmektedir.

Tablo 5. Talep artışının etkisi (Effect of the variation in demand)

				N=10		N=15		N=20	
PN	P	α	γ	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)
1	p01			0,00	0,22	0,00	0,64	0,00	3,07
2	p02	-	-	0,00	0,33	0,00	0,36	0,00	0,97
3	p03			0,00	0,14	0,00	0,64	0,00	1,17
		OYS-OÇS		0,00	0,23	0,00	0,55	0,00	1,74
4	p01			0,00	0,42	0,00	3,32	0,00	1129,76
5	p02	0,1	0,3	0,00	0,48	0,00	2,36	0,00	9,75
6	p03			0,00	8,86	0,00	112,77	0,00	1048,12
		OYS-OÇS		0,00	3,25	0,00	39,48	0,00	729,21
7	p01			0,00	3,68	0,00	54,12	0,00	1913,49
8	p02	0,1	0,5	0,00	2,00	0,00	26,01	0,00	335,42
9	p03			0,00	5,24	0,00	146,63	0,00	1212,38
		OYS-OÇS		0,00	3,64	0,00	75,59	0,00	1153,76
10	p01			0,00	76,50	0,00	2237,94	11,63	3600
11	p02	0,1	0,9	0,00	22,89	0,00	488,47	8,52	3600
12	p03			0,00	487,36	5,21	3600	11,65	3600
		OYS-OÇS		0,00	195,58	1,74	2108,80	10,60	3600
13	p01			0,00	218,32	2,78	3600	14,75	3600
14	p02	0,3	0,7	0,00	46,36	0,00	1160,29	10,32	3600
15	p03			0,00	177,20	13,17	3600	19,31	3600
		OYS-OÇS		0,00	147,29	5,32	2786,78	14,79	3600

Tablo 6. Araç kapasitesi değişiminin etkisi (Effect of the variation in vehicle capacity)

	Q=50		Q=100		Q=200	
PN	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)	YSD(%)	ÇS(sn.)
1	0,00	142,57	0,00	7,11	0,00	0,22
2	0,00	2392,7	0,00	3,88	0,00	0,33
3	16,69	3600	0,00	0,11	0,00	0,14
4	31,43	3600	0,00	19,66	0,00	0,42
5	32,52	3600	0,00	4,76	0,00	0,48
6	41,64	3600	0,00	99,9	0,00	8,86
7	0,00	69,62	0,00	371,24	0,00	3,68
8	0,00	352,92	0,00	47,99	0,00	2,00
9	9,07	3600	0,00	5,18	0,00	5,24
10	34,87	3600	11,09	3600	0,00	76,50
11	35,28	3600	0,00	1502	0,00	22,89
12	40,11	3600	9,94	3600	0,00	487,4
13	0,00	6,68	11,11	3600	0,00	218,3
14	9,75	3600	0,00	798	0,00	46,36
15	24,55	3600	23,14	3600	0,00	177,2
OYS-OÇS	18,39	2597,66	3,69	1150,66	0,00	70
EÇUPS	5		11		15	

Bu değerlendirmeler doğrultusunda müşteri taleplerinin büyük olmasının problemin çözümünü zorlaştırdığı sonucuna varılmaktadır.

Araç kapasitesi değişiminin etkisi; Araç kapasitesi değişiminin etkisini görmek amacıyla N=10 müşterili veri setinde üç farklı araç kapasite seviyesine göre (kapasitesi 50, 100 ve 200 için) toplam 45 test problemi türetilmiştir. Yapılan analiz sonuçları Tablo 6'da gösterilmektedir. Tablo 6' da görüldüğü gibi araç kapasitesi 50, 100 ve 200 iken OYS değeri sırasıyla %18,39, %3,69 ve %0 olmaktadır. Çözüm süreleri de sırasıyla 2597,66 sn., 1150,66 sn. ve 70 sn. olmaktadır. Sonuç olarak, araç kapasitesi azaldığında daha fazla araç ihtiyacı olduğundan GAMS'de çözümün araştırılacağı birçok düğüm oluşmakta, bu durum arama uzayının çok büyük olmasına sebep olmakta ve problemin çözümü zorlaşmaktadır.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR
(RESULTS AND DISCUSSIONS)

Çalışmada bir düğüme birden fazla gidişin, aynı zamanda da eş zamanlı toplama ve dağıtımın olduğu Bölünmüş Talepli Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi (BTETDARP) ele alınmıştır. Çalışmada BTETDARP için 2 matematiksel model sunulmuş ve performansları karşılaştırılmıştır. Literatürden türetilen test problemleri üzerindeki deneysel çalışmalar sunulmuş ve modellerin performansı karşılaştırılmıştır. Performansının daha iyi olduğu değerlendirilen MM2 için farklı senaryoların modelin performansı üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir. Müşteri sayısının ve talep miktarlarının artması ve araç kapasitesinin azalması modelin çözümünü güçleştirmektedir. BTETDARP, NP-zor problemler sınıfında yer alan BDARP ve ETDARP'nin genelleştirilmiş hali olduğu için bir NP-zor problemdir. Bu yüzden, matematiksel modeller ile makul zamanlarda büyük boyutlu problemler için en iyi çözümü elde etmek mümkün değildir. Bu nedenle, BTETDARP probleminin çözümü için sezgisel bir algoritmaya ihtiyaç duyulduğu değerlendirilmektedir. MM2 daha iyi bir performans gösterdiği için bundan sonraki çalışmalarda MM2 temel alınarak sezgisel geliştirilmesi önerilmektedir.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Makalenin gelişmesine katkı sağlayan hakemlere değerli önerileri için teşekkürlerimizi sunuyoruz.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Dror M., Trudeau P., Savings by split delivery routing, Transportation Science, 23, 141–145,1989.
2. Dantzig, G.B. ve Ramser, J.H., The truck dispatching problem, Management Science, 6, 80–91, 1959.
3. Toth P, Vigo D., The vehicle routing problem, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, 2002.
4. Salhi S., Nagy G., A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling, Journal of the Operational Research Society, 50, 1034–1042, 1999.
5. Min H., Current J., Schilling D., The multiple depot vehicle routing problem with backhauling, Journal of Business Logistics, 13, 259–288, 1992.
6. Min H., The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery andpick-up points, Transportation Research, 23A, 377-386, 1989.
7. Dethloff J, Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up, OR Spektrum, 23, 79-96, 2001.
8. Casco D.O., Golden B.L., Wasil E.A., Vehicle routing with backhauls: Models, algorithms, and case studies, In:Golden, B.L., Assad, A.A. (Eds.), Vehicle Routing: Methods and Studies, Elsevier, Amsterdam, 127–147, 1988.
9. Tang F.A., Galvao R.D., A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick up and delivery service, Computers& Operations Research, 33, 595-619, 2006.
10. DellAmico M., Righini G., Salani M., A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection, Transportation Science, 40 (2), 235, 2006.
11. Ai T., Kachitvichyanukul V., A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pick up and delivery, Computers& Operations Research, 36, 1693-1702, 2009.
12. Keçeci B., Altiparmak F., Kara İ., Heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: mathematical formulations and a heuristic algorithm, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 30 (2), 185-195, 2015.
13. Çetin S., Gencer C., Vehicle routing problems with hard time windows and simultaneous pick up and delivery: A mathematical model, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 25 (3), 579-585, 2010.
14. Dror M., Trudeau P., Split delivery routing, Naval Res. Logistics, 37, 383–402, 1990.
15. Dror M., Loporte, G., Trudeau P., Vehicle routing with split deliveries, Discrete Applied Mathematics, 50, 239-254,1994.
16. Gendreau M., Hertz A., Laporte G., A tabu search heuristic for the vehicle routing problem, Management Science, 40, 1276–1290, 1994.
17. Frizzell P.W., Giffin J.W., The split delivery vehicle scheduling problem with time windows and grid network distances, Computer Operation Research, 22, 655–667, 1995.
18. Archetti C., Hertz A., Speranza M.G., A Tabu Search Algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem, Transportatıon Science, 40 (1), 64–73, 2006.
19. Mitra S., An algorithm for the generalized vehicle routing problem with backhauling, Asia-Pacific Journal of Operational Research, 22, 153–169, 2005.
20. Mitra S., A parallel clustering technique for the vehicle routing problem with split deliveries and pickups, Journal of the Operational Research Society, 59, 1532–1546, 2008.
21. Nowak M.A., Ergun O., White C.C. III, Pickup and delivery with split loads, Transportation Science, 42, 32–43, 2008.
22. Nowak M.A., Ergun O., White C.C. III, An empirical study on the benefit of split loads with the pickup and delivery problem, European Journal of Operational Research, 198, 734–740, 2009.
23. Thangiah S.R., Fergany A., Awan S., Real-time split-delivery pickup and delivery time window problems with transfers, Central European Journal of Operations Research, 15, 329–349, 2007.
24. Khmelev A., Kochetov Y., A hyrid VND method for the split delivery vehicle routing problem, Electronic Notes in Discrete Mathematics, 47, 5-12, 2015.
25. Wang K., Vel C., Ning A., Competitive Decision Algorithm for the Split Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery and Time Windows, International Conference on Future Information Technology and Management Engineering, 2010.
26. Tang G., Ning A., Wang K., Qi X., A Practical Split Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery, Industrial Engineering and Engineering Management, IE&EM'09. 16th International Conference, 2009.

27. Nowak M., Ergun O., White C.C., An empirical study on the benefit of split loads with the pickup and delivery problem, European Journal of Operational Research 198, 734–740, 2009.

28. Wang Y., Ma X., Lao Y., Yu H., Lıu Y., A two-stage heuristic method for vehicle routing problem with split deliveries and pickups, Zhejiang Univ-200 Sci C (Comput & Electron) 15 (3), 200-210, 2014.

29. Annouch A., Bellabdaouı A., Mınkhar J.,Split delivery and pickup vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, Information Technology and Management of Enterprises, SITA 2016- 11th International Conference on Intelligent Systems: Theories and Applications, 5090-5781, 2016.

30. Silva M.M., Subramanian A., Ochi L.S., An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem, Computers and Operations Research, 53, 234-249, 2015.

31. Nishi, T., Izuno, T., Column generation heuristics for ship routing and scheduling problems in crude oil transportation with split deliveries, 60, 329-338, Computers and Chemical Engineering, 2014.

32. Wang Y., Ma X.L., Lao Y.T., Yu H.Y., Liu Y., A two-stage heuristic method for vehicle routing problem with split deliveries and pickups, Journal of Zhejiang University: Science C, 15 (3), 200-210, 2014.

33. Suárez J.G., Anticona M.T., Solving the capacitated vehicle routing problem and the split delivery using GRASP metaheuristic, IFIP Advances in Information and Communication Technology,331 AICT, 243-249, 2010.

34. Koç Ç., Karaoğlan I., A mathematical model for the time-dependent vehicle routing problem, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 29 (3), 549-558, 2014.

35. Hezer S., Kara Y., Solving vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up using an algorithm based on bacterial foraging optimization, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 28 (2), 373-382, 2013.

36. Yin C., Bu L., Gong H., Mathematical model and algorithm of split load vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup, International Journal of Innovative Computing, Information and Control 9 (11), 4497-4508, 2013.

37. Tang J., Ma Y., Guan J., Yan C., A Max-Min Ant System for the split delivery weighted vehicle routing problem, Expert Systems with Applications, 40 (18), 7468-7477, 2013.

38. Koç Ç., Karaoğlan I., A mathematical model for the vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 27 (3), 569-576, 2012.

39. Tang J., Ma Y., Guan J., Yan C., A Max-Min Ant System for the split delivery weighted vehicle routing problem, Expert Systems with Applications, 40 (18), 7468-7477, 2013.

40. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin, R. A., Integer programming formulations and traveling salesman problems, Journal of the ACM, 7, 326-329, 1960.

41. Kulkarni R.V., Bhave P.R., Integer programming formulations of vehicle routing problems, European Journal of Operational Research, 20, 58-67, 1985.

42. Desrochers M., Laporte G., Improvements and extensions to the Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints, Operations Research Letters, 10, 27-36, 1991.

43. Kara İ., Laporte G., Bektas, T., A note on the lifted Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem, European Journal of Operational Research, 158, 793-795, 2004.

44. Kara İ., Two indexed polynomial size formulations for vehicle routing problems, Teknik Rapor, Ankara-Türkiye, (2008).

45. Karaoğlan İ., Dağıtım Ağları Tasarımında Yer Seçimi ve Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2009.

46. Christofides N., Mingozzi A., Toth P., The vehicle routing problem, In Christofides, N.,Mingozzi, A., Toth, Sandi, C., editors, Combinatorial optimization, Wiley, Chichester, UK, 315-338, 1979.