

# Matematik Performansının Bilişsel Tanı Modeli ile Değerlendirilmesi: TIMSS Türkiye ve Singapur Örneği\*

## ARAŞTIRMA MAKALESİ

Burcu PARLAK<sup>1</sup>

1 Dr., Millî Eğitim Bakanlığı, enbaparlak@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7515-7262.

Gönderilme Tarihi: 06.06.2023 Kabul Tarihi: 10.11.2023 DOI: 10.37669/milliegitim.1310541

**Atof:** “Parlak, B. (2023). Matematik performansının bilişsel tanı modeli ile değerlendirilmesi: TIMSS Türkiye ve Singapur örneği. *Millî Eğitim*, 52 (Özel Sayı), 413-436. DOI: 10.37669/milliegitim.1310541”

### Öz

*Bu çalışmada, öğrencilerin 8.sınıf matematik dersinde bilgi ve beceriler bakımından zayıf ve güçlü yönlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmada, TIMSS 2015 uygulamasında 8.sınıf matematik testlerine verilen öğrenci yanıt örüntüsü ile alan uzmanları tarafından geliştirilen Q matris kullanılmıştır. Bu araştırmanın evrenini TIMSS 2015 uygulamasına Türkiye ve Singapur'dan katılan ve formal eğitim sürecinin sekizinci yılında bulunan öğrenciler oluşturmaktadır. Araştırma 5. kitapçığı alan 435 Türkiye ve 436 Singapur öğrenci verisi üzerinden yürütülmüştür. Bilişsel tanı modellerinden DINA model ile veri analizi yapılarak öğrencilerin ölçülen değişkenler kapsamında bilgi ve beceri bakımından zayıf ve güçlü yönleri, ülkelerin toplam puan ve sıralamasından bağımsız bir şekilde ele alınmıştır. Veri analizi sonunda elde edilen parametre değerleri ve gözlenen niteliklerin sıklıkları yorumlanarak iki ülke öğrencilerinin ölçülen beceri ve bilgi düzeylerindeki zayıf ve güçlü noktaları yorumlanmıştır. En önemli bulgulardan biri başarı düzeyi üst sıralarda yer alan ve yüksek puanlar elde eden Singapur'un dönüşüm geometrisi konusunda düşük düzeyde değerler elde etmesidir. Diğer taraftan Türk öğrencilerin akıl yürütme düzeyinde ve açık uçlu maddelerde zorlandıkları belirlenmiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** matematik başarısı, bilişsel beceriler, bilişsel tanı modelleri, DINA Model, TIMSS

\* Bu çalışma 6. Uluslararası EJER Kongresinde bildiri olarak sunulmuştur.

## Assessment of Mathematics Performance with the Cognitive Diagnostic Model: TIMSS Türkiye and Singapore

### Abstract

*In this study, it is aimed to examine the weaknesses and strengths aspects of students in terms of knowledge and skills measured at the 8th grade mathematics level. In the study, the student response pattern given to the 8th mathematics tests in the TIMSS 2015 and the Q matrix developed by the field experts were used. This research consists of students who participated in the TIMSS 2015 from Türkiye and Singapore and who are in the eighth year of the formal education process. The research was conducted on the data of 435 Turkish and 436 Singapore students who received the 5th booklet. Data analysis was made with the DINA model, one of the cognitive diagnosis models, and the weak and strong aspects of the students in terms of knowledge and skills within the scope of the measured variables were handled independently of the total score and ranking of the countries. By interpreting the parameter values obtained at the end of the data analysis and the attribute prevalence, the weak and strong points of the students from the two countries in the measured skill and knowledge levels were interpreted. One of the most important findings is that Singapore, which has a high level of success and achieves high scores, has low values in terms of transformation geometry. On the other hand, it was determined that Turkish students had difficulties in items involving reasoning skills and open-ended items.*

**Keywords:** *mathematics achievement, cognitive skills, cognitive diagnostic models, DINA Model, TIMSS*

### Giriş

Değerlendirme, eğitim süreci için belirlenen amaçların karşılanma düzeylerinin belirlenmesi adına eğitimin ayrılmaz bir parçasıdır. Eğitimde yapılan değerlendirmelerin önemli hedeflerinden biri, öğrencinin test maddeleri ile ölçülmek istenen bilgi ve becerilerinin altında yatan psikolojik ve bilişsel süreçleri doğru analiz edebilmektir. Bireylerin öğrenme yapılarının anlaşılması ve sahip oldukları bilgi ve beceri durumlarına ilişkin ayrıntılı bilgi edinilmesi değerlendirme süreçlerinin iyileştirilmesi adına önemlidir (Mislevy, Steinberg ve Almond, 2003).

Öğrencilerin değerlendirilmesinde değişiklikler yapılması gerektiğine ilişkin ilk vurgulardan biri, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyinin (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) yayınlamış olduğu standartlardır. Bu standartlar öğrencilerin hangi bilgi ve becerilere sahip olup olmadıklarını değerlendiren, öğrencinin öğretim sürecinde matematik öğrenmelerini destekleyen yöntemlerin kul-

lanılmasını önermektedir. Öğrenme sürecinin değerlendirilmesi; öğrencilerin güçlü ve zayıf yönlerinin belirlenmesi öğretmenlere öğrencilerin öğrenim ihtiyaçları ile ilgili bilgi sağlarken, program geliştirme çalışmalarında araştırmacılar için tutarlı bilgiler sunmaktadır. Makro düzeyde ise politika yapıcılara uzun vadeli eğitim planlamaları hakkında veriye dayalı bilgiler sağlar.

Türkiye'nin de katılım gösterdiği Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS-Trends in International Mathematics and Science Study) ve OECD Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) gibi geniş ölçekli sınavlar, politika yapıcılara ve eğitim araştırmacılarına hem öğrencilerin performansları hem de öğrenci başarılarını etkileyen faktörler üzerine bilgi sağlamaktadır. Bu araştırmaların değerlendirme ve raporlama biçimleri göz önüne alındığında, toplam puan ve toplam puana dayalı sıralamalara ilişkin hazırlanan raporlar öğrencilerin ya da ülkelerin başarılarına ilişkin bir öngörüye imkan tanısa da öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerine ilişkin sınırlı bilgiler vermektedir. Bu noktada öğrenciler için hangi bilgi veya becerilerde öğrenme eksikliği olduğuna ilişkin profiller oluşturulabilir. Ortaya çıkan bu profiller öğrencilerin öğrenme süreçlerine ilişkin ayrıntılı ve işlevsel bilgiler içermektedir. Bu nedenle bilişsel anlamda detaylı bilgi sağlayan değerlendirmelerin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmaktadır (de la Torre, 2009a). Bu amaçla, bilgi ve becerilerin öğrencilerdeki varlığını belirlemek için Bilişsel Tanı Modelleri (BTM) geliştirilmiştir.

### **Bilişsel Tanı Modelleri**

Bilişsel Tanı Modelleri testi alan bireylerin yeteneklerini, test maddelerini doğru yanıtlamak için gerekli olan niteliklere sahip olup olmama durumları bakımından kategorik olarak belirleyen modellerdir. Bireylerin test maddelerine ya da belirlenmiş görevlere verdikleri cevaplar kullanılarak sahip oldukları işlem süreçleri ve bilgi yapılarına ilişkin referanslar toplanmasını sağlar. Böylece, bireyin bir maddeyi doğru çözüme noktasında neden başarılı olamadığına ilişkin bilgiler elde edilir (Henson, Templin ve Willse, 2009). Başka bir ifade ile BTM'de amaç, toplam puana odaklanmak yerine öğrencilerin becerilerini, bilgi bileşenlerini ve bunlar arasındaki kombinasyonları belirlemeye yönelik geri bildirimler sunmak, bunun üzerinden öğrencilerin testle ölçülen nitelikler bakımından zayıf ve güçlü yönlerini ortaya çıkarmaktır (Snow ve Lohman, 1993a). Bu araştırmada bilişsel tanı modellerinden DINA model kullanılmıştır.

### **DINA Model - Deterministic Input Noisy and Gate**

DINA modelde bireylerin bir maddeyi doğru şekilde çözmek için madde ile ilişkilendirilen gerekli tüm niteliklere sahip olmaları gerektiği varsayılmaktadır. DINA "Deterministic Input Noisy and Gate" ifadesinin baş harflerini ifade etmektedir ve model için eşitlik şu şekilde tanımlanır.

$$\eta_{ij} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{q_{jk}} \quad (1)$$

Bu eşitlikte  $\eta_{ij}$   $\alpha$  tarafından belirlenen örtük yanıt değişkenidir;  $i$  bireyinin  $j$  maddesine vermiş olduğu ve  $\alpha$  tarafından belirlenen tepkidir. Eşitlik 1’de verilen fonksiyon bireyde bulunan nitelikler ile maddenin doğru cevaplanabilmesi için gerekli olan niteliklerin eşleşmesi durumunda 1, eşleşmemesi durumunda ise 0 değerini alır (de la Torre, 2009b; aktaran Başokçu, 2011). Eşitlikte  $\alpha_{ik}$ ,  $i$  bireyinin ölçülen niteliğe sahip olup olmadığını gösterir (Rupp, Templin ve Henson, 2010). Örneğin, dört niteliğin bulunduğu bir Q matriste bir maddeyi doğru çözmek için 2 ve 3. nitelikler gerekli olsun,  $i$  bireyi için örtük yanıt değişkeni  $\eta_{ij} = \alpha_{i1}^0 \times \alpha_{i2}^1 \times \alpha_{i3}^1 \times \alpha_{i4}^0 = \alpha_{i2} \times \alpha_{i3}$  biçimindedir. Bu durumda birey maddenin çözümü için gerekli olan her iki niteliğe sahip ise  $\eta_{ij} = 1$ , en az birine sahip değilse  $\eta_{ij} = 0$  değerini alır.

### DINA Modelde Parametre Kestirimi

DINA model bireylerin gözlenen özelliklerinin altında yatan örtük özellikleri ortaya çıkartmayı amaçlamaktadır. Bu aşamada model, örtük özellikle gözlenen özellik arasındaki ilişkiyi olasılıkla temellendirir ve her madde için iki madde parametresinin sınıflamasını verir. Bunlar  $s$  “kaydırma” (slip) ve  $g$  “tahmin” (guess) parametreleridir;  $s$  parametresi, bireyin maddeyi doğru yanıtlayabilmek için gerekli nitelik veya niteliklere sahip olmasına rağmen maddeyi yanlış yanıtlayma durumunu ifade eder. Maddeye ilişkin  $s$  parametresinin değeri ne kadar düşük olursa niteliklere sahip bireylerin maddeyi doğru yanıtlayma olasılığı o kadar artar,  $g$  parametresi ise bireyin maddeyi doğru yanıtlayabilmek için gerekli nitelik veya niteliklere sahip olmadığı halde maddeyi doğru yanıtlayma durumunu ifade eder. Burada beklenen durum  $g$  parametresinin düşük çıkmasıdır (Junker ve Sijtsma, 2001). Bu durumda,  $s$  ve  $g$  parametreleri (2) ve (3) eşitliklerinde verildiği şekilde tanımlanır (de la Torre 2009b).

$$s_j = P(X_{ij} = 0 / \eta_{ij} = 1) \text{ ve} \quad (2)$$

$$g_j = P(X_{ij} = 1 / \eta_{ij} = 0) \quad (3)$$

Bu eşitliklerden yola çıkarak, maddeyi doğru yanıtlayma olasılığına ait fonksiyon şu şekilde yazılır,

$$P(X_{ij} = 1 / \eta_{ij}) = (1 - s_j)^{\eta_{ij}} g_j^{1-\eta_{ij}} \quad (4)$$

Bu fonksiyona göre, eğer birey maddenin gerektirdiği tüm niteliklere sahip ise, bireyin yanıt olasılığı  $(1 - s_j)^1 g_j^{1-1} = (1 - s_j)^1 g_j^0 = (1 - s_j)$  biçiminde karşımıza çıkar. Eğer birey maddenin gerektirdiği niteliklerden en az birine sahip değilse, yanıt olasılığı  $(1 - s_j)^0 g_j^{1-0} = g_j^1$  olarak karşımıza çıkar.

DINA modelde diğer bir parametre ayırt ediciliğe işaret eden  $\delta_j$  (delta) parametresidir. de la Torre (2008a)'e göre madde ayırt edicilik indeksi  $\delta_j=1-s_j-g_j$  biçiminde hesaplanmaktadır. Modelde  $s$  ve  $g$  parametreleri 0 ile 1 arasında değer aldığından  $\delta_j$  katsayısı en yüksek değerini  $s$  ve  $g$ 'nin 0 olduğu durumda alır. DINA modelde hesaplanan  $\delta_j$  parametresi, madde ayırt ediciliği konusunda tam bir ölçüt olmamakla birlikte ayırt ediciliği yüksek bir maddeyi işaret etmektedir.

### **DINA Modelde örtük sınıfların belirlenmesi ve sonsal olasılıkları**

BTM'lerde bireyler belirlenen niteliklerin oluşturduğu örtük sınıflara dahil edilirler (Lee, de la Torre ve Park, 2012). DINA modelde öğrenciler her madde için temel iki sınıfta yer alır. Bu sınıflardan biri yokluk sınıfı (null class-0 sınıfı), diğeri de tam sınıftır (full class- 1 sınıfı). Her bir bireyin zayıf ve güçlü olduğu nitelikler belirlenir; yetkin/güçlü olduğu ya da başka bir ifade ile sahip olduğu nitelik için 1 sınıfına, yetkin olmadığı/zayıf olduğu nitelik bakımından da 0 sınıfına yerleştirilir. DINA modelde, belirlenen  $k$  sayıdaki nitelik için  $2^k$  sayıda örtük sınıf oluşmaktadır. 4 niteliğin ölçüldüğü bir testi alan bireyler 16 örtük sınıf içinde sınıflanır. 4 nitelik için oluşan sınıflar "0000", "1000", "0100", "0010", "0001", "1100",..., "1111" biçimindedir. Bu durumda, "1100" sınıfına yerleştirilen bir öğrenci için 1 ve 2. niteliğe sahip olduğu ancak 3 ve 4. niteliğe sahip olmadığı yorumu yapılır. Bireylerin hangi örtük sınıfta olacağı bir olasılık değeridir. Bu değer için genel olarak 0.50 eşik değer olarak alınır. Öğrencinin özelliğe sahip olma olasılığı 0.50 değerinden daha düşük ise öğrenci 0 sınıfına, daha yüksek ya da aynı değeri alırsa 1 sınıfına dâhil olur ve ilgili nitelikte yetkin olduğu yorumu yapılır.

### **TIMSS 8. Sınıf Matematik Öğrenme Alanları ve Bilişsel Alanlar**

TIMSS, dört yıllık aralıklarla düzenlenen öğrencilerin 4 ve 8. sınıf düzeyinde fen ve matematik alanlarında öğretim programlarında yer alan kazanımları elde etme düzeylerinin değerlendirilmesine yönelik bir araştırmadır. 8. sınıf düzeyinde, uygulanan başarı testlerinin yanı sıra uygulamaya katılan öğrencilere, bu öğrencilerin derslerine giren öğretmenlere ve okul idarecilerine uygulanan anketlerle öğrenci başarısı üzerinde etkili olan değişkenlere ilişkin de veri toplanmaktadır. Bu bağlamda, ülkelerin hem kendi eğitim sistemlerini değerlendirmesine hem de uluslararası düzeyde karşılaştırmalı çalışmalar yapılmasına olanak tanınmaktadır.

TIMSS değerlendirme çerçevesinin (Assessment Frameworks) öğrenme alanlarını ifade eden içerik boyutu ve düşünme süreçlerini belirten bilişsel boyutu olmak üzere iki boyutu vardır. TIMSS 2015 8. sınıf değerlendirme çerçevesi incelendiğinde testlerde yer alan maddelerin öğrenme alanlarına ve bilişsel alanlara göre dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1**

*TIMSS 2015 8. Sınıf Matematik Maddelerinin Öğrenme ve Bilişsel Alanlara Göre Dağılımı*

Öğrenme Alanları	Yüzdeler
Sayılar	%30
Cebir	%30
Geometri	%20
Veri ve Olasılık	%20
<b>Bilişsel Alanlar</b>	
Bilme	%35
Uygulama	%40
Akıl Yürütme	%25

Tablo incelendiğinde, test maddelerinin %30'unun sayılar, %30'unun cebir, %20'sinin geometri, %20'sinin veri ve olasılık öğrenme alanlarından oluştuğu görülmektedir. TIMSS matematik ve fen değerlendirmeleri, katılımcı ülkelerle işbirliği içinde geliştirilen kapsamlı bir öğretim programına dayanmaktadır. Değerlendirme çerçevesinde her öğrenme alanı ile ilgili öğrencilerde olması beklenen kazanımlar açıklanmıştır. Bu kazanımlar, 8. sınıf öğrencilerinden beklenen temel bilgi ve becerileri yansıtan davranışlar olarak ifade edilmiştir (Mullis ve Martin, 2013).

Öğrenme alanlarında yer alan kazanımlarla birlikte öğrencilerin soruları doğru yanıtlayabilmek için bir dizi bilişsel beceriye hakim olması beklenmektedir. TIMSS değerlendirme çerçevesi incelendiğinde bilme, uygulama ve akıl yürütme olmak üzere üç bilişsel alan tanımlanmaktadır. 8. sınıfta soruların bilişsel alanlara göre dağılımlarına bakıldığında %35'inin bilme, %40'ının uygulama ve %25'inin ise akıl yürütme düzeyinde olduğu görülmektedir. TIMSS uygulamasında yer alan maddeler geliştirilirken belirlenmiş olan öğrenme alanları için bu becerilerin tanımlanması, maddelerin bu beceri alanlarına uygun hazırlanması büyük önem taşımaktadır. Çünkü öğrencinin öğrenme alanları içinde bulunan bir kazanıma sahip olup olmamasının yanında bu kazanıma hangi bilişsel düzeyde sahip olduğu, öğrenme eksikliklerinin belirlenmesi bağlamında doğru tanımlama yapılabilmesi adına oldukça önemlidir.

### **Bilişsel Alan Becerileri**

Değerlendirme çerçevesinde yer alan bilişsel alanlara ilişkin genel çerçeve şu şekilde verilebilir. İlk bilişsel alan bilme, öğrencilerin bilmesi gereken tanımları ve

kavramları kapsarken, ikinci bilişsel alan uygulama, öğrencilerin problemleri çözmek veya soruları yanıtlamak için bilgiyi ve kavramsal anlayışı uygulama becerisine odaklanır. Üçüncü bilişsel alan akıl yürütme ise, rutin olmayan problem durumlarını, karmaşık bağlamları ve çok adımlı problemleri kapsayacak şekilde tanımlanmıştır.

### **Bilme**

Bilme alanında; hatırlama, ayırt etme, sınıflandırma/sıralama, işlem yapma, bilgiyi okuma (grafik, tablo ve diğer kaynaklardaki bilgiyi okuma, anlama) ve ölçme alt alanları tanımlanmaktadır. Bilme düzeyinde, bilginin kullanımı ve matematiksel düşüncenin temelini oluşturan kavram ve özelliklerin hatırlanması önemlidir. Bunun yanı sıra işlem süreçlerinin hatırlanması ve bunların nasıl yapılacağını bilmek de problem çözme durumlarıyla baş edebilme süreçlerinde önemlidir. Bilme düzeyinde problem çözümü için temel düzeydeki bilgiler arasında ilişkiler kurulması gerekmektedir. Uygulama ve akıl yürütme düzeyinde işlem süreçlerini doğru şekilde yapabilmek, öncelikle matematiksel kavramları temel düzeyde anlamaya bağlıdır (Mullis ve Martin, 2013; Mullis ve Martin, 2017).

### **Uygulama**

Uygulama bilişsel alanı; belirleme, sunma/modelleme ve uygulama alt alanlarını içermektedir. Uygulama düzeyindeki maddelerde, öğrencilerin temsiller oluşturmak için işlem süreçlerine ilişkin matematiksel bilgiler ile matematiksel kavramları anlamaları ve uygulamaları beklenmektedir. Bu düzeyde problem çözme becerisi, rutin görevlere vurgu yaparak uygulama alanının merkezinde yer alır. Bu bilişsel düzeyde, problemler gerçek hayat durumları bağlamında verilebildiği gibi öğrenme alanlarını içeren matematiksel bir çerçevede de verilebilir (Mullis ve Martin, 2013; Mullis ve Martin, 2017).

### **Akıl Yürütme**

Akıl yürütme bilişsel alanı; analiz, sentez, değerlendirme, sonuç çıkarma, genelleme ve doğrulama alt alanlarını içermektedir. Rutin olmayan problem durumlarına çözüm bulmak için kullanılacak matematiksel akıl yürütme, mantıksal ve sistematik düşünme süreçlerini kapsar. Bu düzeydeki problemler, uygulama düzeyinde olduğu gibi sadece matematik işlem süreçlerini içeren problemleri içerdiği gibi gerçek hayattaki durumlardan yola çıkılarak da oluşturulabilir. Her iki içerik türünde de bilgi ve becerilerin yeni durumlara aktarılması beklenmektedir. Akıl yürütme alanındaki bilişsel becerilerin çoğu, karmaşık ve çok adımlı problemleri çözerken öğrencilerin düşünme süreçlerini geliştirme potansiyeline sahiptir. Bu bağlamda akıl yürütme düzeyindeki bilişsel beceriler, matematik eğitiminin önemli bir sürecini temsil ederler (Mullis ve Martin, 2013; Mullis ve Martin, 2017).

## Literatür

K.Tatsuoka, Corter ve C.Tatsuoka (2004), TIMSS-R (1999) uygulamasından elde edilen verileri 8. sınıf öğrencilerinin matematik alanında zayıf ve güçlü yönlerini belirlemek amacı ile bilişsel tanı modellerinin öncülerinden olan Rule Space Model (Tatsuoka, 1983) ile analiz etmişlerdir. Çalışmada 163 test maddesi kullanılmıştır. Testlerde yer alan maddelerin çözümü için gerekli nitelikler uzmanlar tarafından üç başlıkta toplanmıştır; öğrenme alanlarını ifade eden “içerik bilgisi”, matematiksel becerileri içeren “bilişsel süreç nitelikleri”, maddenin bağlamını ve madde formatını kapsayan “beceri nitelikleri” olmak üzere toplam 27 nitelik belirlenmiştir. Çalışma kapsamında Avustralya, Belçika, Kanada, Şili, Çek Cumhuriyeti, İngiltere, Amerika Birleşik Devletleri, Finlandiya, Hong Kong, Endonezya, İsrail, İtalya, Japonya, Ürdün, Kore, Hollanda, Filipinler, Rusya ve Türkiye verileri analiz edilmiştir. Tüm ülkelerde en az gözlenen niteliğin “örüntü”, en fazla gözlenen niteliklerin ise “tablo ve grafik okuma becerisi” ile “cebirsal ifade ve işlemler” olduğu belirlenmiştir. Tüm ülkelerin, yanıtı seçmeye dayalı maddelerde daha başarılı olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

Doğan ve Tatsuoka (2008), 1999 TIMSS R uygulamasına Türkiye’den katılan öğrencilerin 8. sınıf matematik testi üzerinde yaptıkları çalışmalarında Türkiye’deki öğrencilerin özellikle cebir kurallarının uygulama, örüntü, tahmin becerisinde ve açık uçlu maddelerde düşük performans gösterdikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Lee, Johnson, Park, Sachdeva, Zhang ve Waldman (2013), 2007 TIMSS 8. sınıf matematik testlerini analiz etmişlerdir. Araştırma yayınlanan 88 madde üzerinden yürütülmüştür ve 17 ülke dahil edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre cebir alanı içinde belirlenen “örüntü” (%39) niteliği en az sahip olunan nitelik olarak karşımıza çıkmaktadır. Sonuçlara bakıldığında, ilk sıralarda yer alan ülkelerin bazı niteliklere sahip olma olasılıklarının düşük olduğu görülmüştür. Örneğin, Kore ve Singapur üst sıralarda yer almakla birlikte, örüntü niteliğine sahip olma oranları sırasıyla 0,62 ve 0,58’dir. En dikkat çeken sonuçlardan bir diğeri ise doğal sayılar ve tam sayılar niteliğinin gözlenme sıklığının Çin-Tayvan ve Kore’de 0,80 iken Norveç’te 0,24 çıkmış olmasıdır.

Benzer bulguları raporlayan başka bir çalışma Choi, Lee ve Park (2014) tarafından yapılmıştır. Çalışmalarında, TIMSS 2003 8. sınıf matematik değerlendirmesinde elde edilen verileri, öğrenciler hakkında tanısallık bilgileri sağlamak için DINA modele göre analiz etmişlerdir. Amerika Birleşik Devletleri ve Kore verilerini kullanarak yaptıkları çalışmalarında, örtük sınıfların sonsal olasılıkları incelendiğinde, belirlenen 12 nitelikte de Koreli öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmüştür. Amerikalı öğrencilerin %16’sı tüm niteliklerde yetkin görünürken, Koreli öğrencilerin %30’unun tüm niteliklerde yetkin olduğu sonucu çıkmıştır.



## Yöntem

### Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin matematik alanında bilgi ve bilişsel düzeyler bakımından güçlü ve zayıf yönlerini araştırmaktır. Bu amaçla, Türkiye ve Singapur'dan katılım sağlayan 8. sınıf öğrencilerinin TIMSS matematik başarı testinde elde ettikleri performansları değerlendirilmiştir. Bilişsel tanı modellerinden DINA model ile veri analizi yapılan bu araştırmada şu soruların yanıtları araştırılmıştır. “Türkiye ve Singapur'dan uygulamaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin TIMSS matematik bilgi ve bilişsel düzeyleri arasında nasıl bir fark vardır? Zayıf ve güçlü yönleri nelerdir?”.

Literatürde öğrencilerin öğrenme alanına ait bilgilerinin değerlendirildiği araştırmalar daha fazla yer almasına karşın bilişsel beceri düzeylerinin araştırdığı daha az sayıda araştırma yer almaktadır. Öğrencilerin öğrenme alanı içinde bir kazanımda yetkin olması kadar bu kazanımda hangi beceri düzeyinde yetkin olduğu da önemlidir. Bu bağlamda yapılan araştırmanın alana faydalı geri bildirimler sağlaması beklenmektedir.

### Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada genel tarama modeli kullanılmıştır. Wellington (2006)'ya göre tarama araştırmaları, geniş kitlelerin özelliklerini betimlemeyi hedefleyen araştırmalardır. Karasar (2008) ise tarama araştırmasını, çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evren hakkında genel bir yargıya varmak amacı ile evrenin tümü ya da ondan alınacak bir grup, örnek ya da örneklem üzerinde yapılan tarama düzenlemeleri biçiminde açıklamaktadır.

### Çalışma Grubu

Bu araştırmanın evrenini IEA tarafından gerçekleştirilen TIMSS 2015 uygulamasına Türkiye ve Singapur'dan katılan ve formal eğitim sürecinin 8. yılında bulunan öğrenciler oluşturmaktadır. TIMSS 2015, uygulamanın altıncı değerlendirmesi olup elde edilen veriler ve yapılan çalışmalar öğrencilerin 20 yıllık süreçteki matematik ve fen eğilimleri ile ilgili kapsamlı bilgiler sunmaktadır. Araştırma 5. kitapçığı alan 435 Türkiye ve 436 Singapur öğrenci verisi üzerinden yürütülmüştür.

### Veri Toplama Araçları

Araştırmada, TIMSS 2015 uygulamasında 8. sınıf matematik başarı testleri 5. kitapçığa ait öğrenci yanıt örüntüsü ile alan uzmanları tarafından geliştirilen Q matris kullanılmıştır.

## TIMSS Başarı Testleri

TIMSS 2015 test deseninde, maddeler 28 bloktan meydana gelmektedir. Bu bloklardan 14'ü fen, 14'ü matematiktir. Bu madde blokları 14 test formuna, ikisi fen ve ikisi matematik olmak üzere dörderli bloklar halinde dağıtılmıştır. Formlar arasında bağlantı kurulabilmesi için fen ve matematik alanlarındaki her iki bloktan biri, iki form arasında ortaktır. TIMSS 2015 uygulamasına ilişkin raporun yayınlanmasından sonra veriler kamuya açık hale getirilmiştir (Martin, Mullis ve Hooper, 2016). Araştırmada kullanılan 5. kitapçıkta yer alan maddelerin öğrenme ve bilişsel alanlara göre dağılımı Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2**

### Test Maddelerinin Betimsel Özellikleri

Kitapçık	Madde Sayıları								
	Bloklar	Öğrenme alanı				Bilişsel alan			
		Sayılar	Cebir	Geometri	Veri ve Olasılık	Bilme	Uygulama	Akıl yürütme	Toplam
Beşinci kitapçık	M05-M06	9	14	6	5	14	11	9	34

Testte 15 çoktan seçmeli ve 19 tane açık uçlu madde yer almaktadır, açık uçlu maddelerden iki tanesi kısmî doğru yanıt gerektiren maddelerdir. Araştırmada kullanılan veriler, TIMSS uygulamaları için IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) resmi web sitesinde yer alan veri tabanından (<http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/>) sağlanmıştır.

## Q Matrisin Geliştirilmesi

BTM'de nitelik, örtük yapı (latent structure) olarak ortaya konulur ve örtük değişken (latent variable) olarak ifade edilir. Bir öğrencinin bir test maddesini çözmek için sahip olması gereken beceriler, süreçler, stratejiler veya bilginin bir tanımıdır (K. Tatsuoka, Corter ve C. Tatsuoka, 2004). Nitelik kavramını Tatsuoka (1995) şu şekilde tanımlamıştır; bireylerin niteliğe sahip olup olmadığını belirleyen bir vektör olan örtük değişkenleri oluşturan özellikler, öğrenciye ilişkin tanılamamın altında yatan bilgi/beceri kümesini ifade eder. Burada "nitelik" olarak adlandırılan örtük değişkenler; maddenin doğru çözümü için gerekli olan beceri, görev veya bilişsel süreçler olarak düşünülebilir.

Q matris, testte yer alan maddeler ile maddeleri doğru çözmek için gerekli olan nitelikler arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Q matriste, nitelik maddenin çözümü için

gerekli ise 1, değilse 0 şeklinde kodlama yapılarak oluşturulur. Başka bir ifade ile Q matris her bir maddenin doğru cevaplanması için gerekli olan niteliklerin 1-0 şeklinde ifade edildiği bir örüntüdür. Q matriste bir madde tek bir nitelikle ilişkilendirilebildiği gibi birden çok nitelikle de temsil edilebilir. Matriste satırlar nitelikleri, sütunlar ise maddeleri temsil eder.

BTM’de bireyler hakkındaki tanılamaların doğru yapılabilmesi için test kapsamında yer alan niteliklerin belirlenmesi ve maddeler ile nitelikler arasındaki ilişkilendirmelerin doğru yapılması oldukça önemlidir (Henson, Roussos ve Templin, 2004). Bu süreçte, araştırmaya konu olan matematik başarı testi kapsamında ölçülen nitelikler belirlenmiştir. Bunun için ilgili test maddeleri, 8. sınıf matematik öğretim programı ve TIMSS 2015 değerlendirme çerçevesi incelenmiştir. Alan uzmanları araştırmaya konu olan test maddelerinin toplam 12 niteliği ölçtüğü konusunda hem fikir olmuşlardır. Çalışmalar, matematik eğitimi alanında doktora öğretimine devam eden ve ortaokulda matematik öğretmenliği yapan üç alan uzmanı, ölçme ve değerlendirme alanında doktora yapan ve lisans eğitimleri matematik eğitimi olan iki ölçme ve değerlendirme uzmanından oluşan beş kişilik bir grup ile yürütülmüştür. İlgili nitelikler Tablo 3’te verilmiştir.

**Tablo 3**

*Test Maddelerinin Ölçtüğü Nitelikler*

Öğrenme Alanı	Nitelikler
Sayılar	<p>1. Doğal sayılar ve Tamsayılar Doğal sayılar ve tam sayılarla ilgili temel işlemleri bilir. Asal sayı tanımını yapar. Doğal sayı ve tam sayıları sıralar ve karşılaştırır. Doğal sayılar ve tam sayılarla ilgili problemleri çözer.</p> <p>2. Kesirler ve Ondalık Gösterimler Kesirler ve ondalık gösterimleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir. Kesirler ve ondalık gösterimlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder, belirli bir basamağa kadar yuvarlar. Kesirler ve ondalık gösterimlerle ilgili problemleri çözer.</p> <p>3. Oran, Orantı ve Yüzde Bir çokluğun belli bir yüzdesine karşılık gelen miktarı bulur, belirli bir yüzdesi verilen çokluğu bulur. Bir parçanın diğerine oranını belirler. Yüzde, oran ve kesirleri birbirine dönüştürür,</p>

Cebir	4. Örüntü Sayı, harf veya cebirsel ifadelerin kullanıldığı örüntülerin genel terimlerini bulur, örüntülerdeki kayıp ifadeyi bulur.
	5. Cebirsel İfadeler ve İşlemler Cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapar. Değerleri verilen değişkenler için ifadelerin eşitini bulur. Sözel olarak verilen duruma uygun cebirsel ifade, verilen cebirsel ifadeye uygun sözel durumu yazar. Toplam, çarpım ve ifadelerin katlarını içeren cebirsel ifadeleri sadeleştirir.
	6. Doğrusal Denklemler ve Eşitsizlikler Verilen durumları temsil etmek için eşitlik ve eşitsizlik yazar. Bir ve iki bilinmeyenli doğrusal eşitlikleri ve eşitsizlikleri çözer. Doğrusal denklemleri, grafiklerini ve ilgili tabloları eğimle ilişkilendirir.
Geometri	7. Açık ve Doğru Kavramları Farklı açı türlerini tanımlar, bir doğrunun bir kesene yaptığı açıları, geometrik şekillerdeki açılar arasındaki ilişkileri bilir ve kullanır.
	8. İki Boyutlu Geometrik Şekiller ve Üç Boyutlu Geometrik Cisimler Üçgen ve dörtgenlerin özelliklerini bilir. Üç boyutlu geometrik cisimleri iki boyutlu gösterimleriyle ilişkilendirir. Pisagor teoremini de içeren geometrik özellikleri problem çözümlerinde kullanır.
Veri ve Olasılık	9. Ölçme Verilen açıları, doğru parçalarını ve çevre uzunluklarını çizer. Açıkları, doğru parçalarını ve çevre uzunluklarını ölçülerini tahmin eder. Geometrik şekillerin çevre, alan ve hacimlerini tahmin eder. Çevre, alan, yüzey alanı ve hacim ölçümleri için uygun formülü seçer ve kullanır.
	10. Dönüşüm Geometrisi Kartezyen düzlemde verilen noktaların konumunu bulma ile ilgili problemleri çözer. İki boyutlu şekillerin geometrik dönüşümlerini (öteleme, yansıma ve döndürme) bilir ve kullanır.
	11. Veri Gösterimi Farklı grafik türlerinden veriyi okumayı bilir. Problemleri çözmek için veri kümelerini kullanır ve yorumlar, yanlış yorumlamaya neden olabilecek veri düzenleme ve gösterme yaklaşımlarını bilir.
	12. Olasılık Kesin, daha fazla, eşit, daha az ve imkansız olasılıklı olayları bilir. Bir olayın olasılığını tahmin etmek için deneysel veriler de dahil olmak üzere verileri kullanır. (ör. para atma deneyi), rastgele olacak şekilde tasarlanmış bir süreç göz önüne alındığında, olası sonuçların ortaya çıkma ihtimalini belirler.

## Verilerin Analizi

Araştırmada Doornik (2003) tarafından geliştirilmiş ve akademik araştırmalar için erişime sunulmuş Ox Edit programı kullanılmıştır. Programın DINA modele göre analiz yapabilmesi için gerekli syntax kodları, programın Maksimum Beklenti (expectation-maximization EM) algoritması kullanarak DINA model parametrelerini kestirmesine olanak sağlamaktadır. Alan uzmanlarının oluşturduğu Q matris Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4***Testte Yer Alan Maddelere İlişkin Q Matris*

Madde No	Nitelikler											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
11	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
12	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
21	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
22	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
23	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
27	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
28	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
29	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Bu kitapçıkta maddeler ve nitelikler arasında toplam 67 kodlama yapılmıştır. Bu kitapçıkta 11 madde 1 nitelik, 14 madde 2 nitelik, 8 madde 3 nitelik ve 1 madde 4 nitelik ile kodlanmıştır. DINA modelde maddeye ilişkin niteliklerden herhangi birine sahip olmayan birey yokluk sınıfına atanmaktadır. Bu durum bir maddeyi doğru yanıtlayabilmek için madde ile ilişkili tüm niteliklere sahip olunması gerektiğini belirtmektedir (de la Torre, 2009a). Bu tanımdan yola çıkarak açık uçlu maddelerde tam doğru yanıtlar 1, kısmî doğru içeren yanıtlar ise 0 ile kodlanmalıdır.

TIMSS 2015 uygulamasında, güvenilirlik her bir kitapçık düzeyinde hesaplanan Cronbach Alfa güvenilirlik katsayılarının ortalaması alınarak raporlanmıştır (Martin vd., 2016). 8. sınıf düzeyinde Türkiye'deki uygulama sonuçlarından elde edilen matematik değerlendirmesine ilişkin güvenilirlik katsayısı 0.91, tüm ülkeler için ise 0.88 olarak hesaplanmıştır.

**Etik Kurul İzin Belgesi:** Bu araştırma makalesinde kullanılan veriler uluslararası IEA eğitim kuruluşu tarafından kendi sayfalarında araştırmacıların kullanıma açılmaktadır. TIMSS uygulamaları için IEA resmi web sitesinde yer alan veri tabanından (<http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/>) sağlanmıştır. Bu nedenle etik onay belgesine ihtiyaç duyulmamaktadır.

## Bulgular

Bu bölümde madde parametreleri, niteliklerin gözlenme sıklıkları, örtük sınıf bilgileri ve sonsal olasılıkları yorumlanmıştır.

### Madde Parametreleri

Testte yer alan 34 maddenin ve bu maddeler ile ilişkilendirilen 12 niteliğin analizi yapılmış ve parametre değerleri yorumlanmıştır. Yapılan araştırmalar incelendiğinde, s ve g parametre düzeylerinin farklı sınır değerlerde alındığı görülmüştür. Çalışmanın amacına göre araştırmacıların farklı olmakla birlikte birbirine yakın değerleri ölçüt olarak aldıkları belirlenmiştir. Bu araştırma kapsamında s ve g parametre düzeyleri düşük ve yüksek olarak yorumlanmıştır; s ve g parametreleri için 0.40 ve üstü yüksek düzey, 0.25 ve altı düşük düzey olarak belirlenmiştir. Maddelere ait parametre değerleri Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5***Madde Parametreleri*

Madde No	Türkiye			Singapur		
	g	s	$\delta$	g	s	$\delta$
1	0,29	0,32	0,39	0,62	0,33	0,05
2	0,06	0,02	0,92	0,69	0,00	0,31
3	0,10	0,25	0,65	0,46	0,05	0,50
4	0,06	0,26	0,68	0,44	0,07	0,49
5	0,08	0,41	0,51	0,04	0,33	0,63
6	0,26	0,18	0,57	0,78	0,01	0,20
7	0,42	0,00	0,58	0,34	0,14	0,52
8	0,22	0,04	0,74	0,50	0,11	0,38
9	0,09	0,11	0,81	0,40	0,09	0,52
10	0,04	0,01	0,95	0,10	0,00	0,90
11	0,00	0,13	0,87	0,23	0,00	0,77
12	0,00	0,12	0,88	0,05	0,00	0,95
13	0,30	0,42	0,27	0,23	0,08	0,69
14	0,00	0,75	0,25	0,00	0,25	0,75
15	0,00	0,02	0,98	0,81	0,04	0,15
16	0,39	0,02	0,60	0,93	0,00	0,07
17	0,24	0,25	0,51	0,00	0,22	0,78
18	0,52	0,07	0,42	0,70	0,04	0,26
19	0,19	0,27	0,55	0,31	0,02	0,67
20	0,40	0,13	0,48	0,69	0,01	0,30
21	0,05	0,42	0,53	0,40	0,04	0,56
22	0,02	0,36	0,62	0,14	0,23	0,63
23	0,00	0,22	0,78	0,41	0,05	0,54
24	0,05	0,48	0,47	0,19	0,27	0,54
25	0,31	0,23	0,46	0,44	0,06	0,50
26	0,31	0,37	0,32	0,54	0,15	0,31
27	0,24	0,08	0,68	0,66	0,07	0,27
28	0,00	0,68	0,32	0,12	0,22	0,66
29	0,26	0,00	0,74	0,32	0,06	0,62
30	0,19	0,16	0,65	0,67	0,03	0,30
31	0,28	0,00	0,72	0,20	0,00	0,80
32	0,53	0,01	0,46	0,67	0,17	0,16
33	0,23	0,19	0,57	0,00	0,02	0,98
34	0,37	0,00	0,63	0,86	0,00	0,14
Ortalama	0,19	0,21	0,60	0,41	0,09	0,50

Madde parametrelerine ilişkin ortalama değerlere bakıldığında, Türk öğrencilerden elde edilen ortalama  $s=0,21$  ve  $g=0,19$  iken Singapur'dan katılan öğrencilerden elde edilen ortalama parametre değerleri  $s= 0,09$  ve  $g=0,41$  olarak elde edilmiştir. İdeal durumda beklenen  $s$  ve  $g$  parametrelerinin düşük çıkmasıdır;  $s$  parametresi, bireyin maddeyi doğru yanıtlayabilmek için madde ile ilişkili niteliklere sahip olmasına rağmen maddeyi yanlış yanıtlama durumunu,  $g$  parametresi ise bireyin maddeyi doğru yanıtlayabilmek için gerekli niteliklere sahip olmadığı halde maddeyi doğru yanıtlama durumunu ifade eder. Bu bağlamda bakıldığında, testi alan öğrencilerin yanıtlarından elde edilen  $s$  parametrelerinin ortalamasının düşük çıktığı görülmektedir,  $g$  parametrelerine ait ortalama değerlere bakıldığında ise Singapur'a ait parametre değerinin yüksek olduğu gözlenmiştir. Madde ayırt ediciliği olarak yorumlanan  $\delta$  değerlerinin her iki ülke içinde birçok maddede yüksek olduğu belirlenmiştir. Madde ayırt ediciliğine ait ortalama değerlere bakıldığında, Türkiye için 0,60, Singapur için 0,50 olduğu ve yüksek ayırt edicilik katsayıları elde edildiği görülmektedir.

Wenmin (2006), bir madde yüksek  $s$  ve düşük  $g$  parametresi değerlerine sahip ise, maddenin zor bir madde olduğu yorumunun yapılabileceğini ifade etmektedir. Böyle bir durumda, niteliğe sahip öğrenci maddeyi yanlış yanıtlamış, niteliğe sahip olmayan öğrenci de maddeyi doğru yanıtlayamamış demektir. Yani her iki grup için de maddeye doğru yanıt vermeyi zorlaştıran etmenler söz konusudur. Türk öğrencilerin yanıtlarından elde edilen sonuçlar 5, 14, 21, 22, 24 ve 28. maddelerin yüksek  $s$  ve düşük  $g$  parametresi değerlerine sahip olduğunu göstermektedir. Bu maddelerin bilişsel beceri düzeyleri incelendiğinde, bir maddenin bilme düzeyinde, diğer beş maddenin ise akıl yürütme düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu bulgu, TIMSS değerlendirme çerçevesinde en üst basamakta tanımlanan ve üst düzey zihinsel becerileri içeren akıl yürütme düzeyindeki maddelerde Türk öğrencilerin zayıf olduklarını işaret etmektedir. Akıl yürütme bilişsel düzeyinin kapsamına bakıldığında; analiz etme, sentez yapma, değerlendirme, bilgi ve kanıt dayalı geçerli çıkarımlar yapma, genelleme, doğrulama gibi matematik öğretimi için önemli becerileri içermektedir. Singapur verisinden elde edilen değerlere bakıldığında ise 5. maddede benzer bir sonuç olduğu belirlenmiştir.

### **Örtük Sınıf Bilgileri ve Örtük Sınıfların Sonsal Dağılımları**

DINA modelde niteliklerin grup içinde gözlenme sıklıklarına ve her bir örtük sınıftaki öğrenci oranını veren örtük sınıfların sonsal dağılım bilgisine ulaşılır. Tablo 6'da, 12 nitelikten her birinin grup içindeki gözlenme sıklıkları verilmiştir.



**Tablo 6***Niteliklerin Gözlenme Sıklıkları*

Öğrenme Alanı	Nitelikler	Gözlenme Sıklıkları	
		Türkiye	Singapur
Sayılar	1.Doğal Sayılar ve Tamsayılar	0,64	0,83
	2.Kesirler ve Ondalık Gösterimler	0,49	0,77
	3.Oran, Orantı ve Yüzde	0,56	0,83
Cebir	4.Örüntü	0,59	0,74
	5.Cebirsel İfadeler ve İşlemler	0,45	0,82
	6.Doğrusal Denklemler ve Eşitsizlikler	0,61	0,81
Geometri	7.Açı ve doğru kavramları	0,63	0,74
	8.İki Boyutlu Geometrik Şekiller ve Üç Boyutlu Geometrik Cisimler	0,62	0,91
	9.Ölçme	0,68	0,83
	10.Dönüşüm Geometrisi	0,52	0,56
Veri ve Olasılık	11.Verî Gösterimi	0,61	0,83
	12.Olasılık	0,52	0,73

Bulgular incelendiğinde, Singapur’dan katılan öğrencilerin teste ölçülen niteliklere sahip olma düzeylerinin Türkiye’den katılan öğrencilerden daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte ilk sıralarda yer almasına ve ülke toplam puanının yüksek olmasına karşın Singapur’un geometri öğrenme alanı altında “dönüşüm geometrisi” niteliğine sahip olma olasılığının düşük olduğu (%56) olduğu belirlenmiştir. En fazla gözlenen niteliğin ise “iki boyutlu geometrik şekiller ve üç boyutlu geometrik cisimler” (%91) olduğu görülmektedir. Türkiye’den katılan öğrencilerde en fazla gözlenen nitelik “ölçme” (%68) ve en az gözlenen niteliğin ise “cebirsal ifade ve işlemler” (%45) olduğu belirlenmiştir. En fazla gözlenen ilk beş örtük sınıfın sonsal olasılıkları Tablo 7’de verilmiştir.

**Tablo 7***En Fazla Gözlenen İlk Beş Örtük Sınıfın Sonsal Olasılıkları*

Türkiye													Singapur														
Örtük Sınıflar													Olasılık Değeri	Örtük Sınıflar													Olasılık Değeri
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.33			
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0.10	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0.09			
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0.02	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0.03		
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0.01	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0.02			
1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0.01	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0.02		

Tablo 7 incelendiğinde Türk öğrencilere ilişkin elde edilen bulgularda, en yüksek gözlenme olasılığı 0.20 değeri ile (111111111111) örtük sınıfıdır. Öğrencilerin %20'si test edilen tüm niteliklerde yetkindir. Daha sonra bunu gözlenme olasılığı 0.10 olasılık değeri ile (11111111011) örtük sınıfı takip etmektedir. Buna göre, öğrencilerin %10'u "dönüşüm geometrisi" dışındaki tüm niteliklere sahiptir. Öğrencilerin çoğunlukla 6. nitelik (denklemler ve eşitsizlikler) ve 10. nitelikte (dönüşüm geometrisi) yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadıkları söylenebilir. Singapur verisinden elde edilen bulgular incelendiğinde ise, öğrencilerin %33'nün ölçülen tüm niteliklerde yetkin olduğu belirlenmiştir. Diğer dört örtük sınıfa ilişkin değerlere bakıldığında, Singapur'dan katılan öğrencilerin çoğunlukla 10. nitelikte (dönüşüm geometrisi) daha zayıf oldukları görülmektedir.

### Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmanın temel amacı, öğrencilerinin 8. sınıf matematik dersinde ele alınan konularda bilgi ve beceri yönünden güçlü ve zayıf yönlerini incelemektir. Bu amaçla, araştırmada TIMSS 2015 uygulamasında Singapur ve Türk öğrencilerin performansları toplam puan ya da sıralama bilgisinden farklı olarak hem bilişsel beceriler hem de konu alanı yönünden değerlendirilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

Araştırma kapsamında 34 madde uzmanlar tarafından belirlenen 12 nitelik ile ilişkilendirilerek Q matrisi oluşturulmuştur ve DINA modele göre analiz edilmiştir. Türk öğrencilerden elde edilen ortalama  $s=0,21$  ve  $g=0,19$  iken Singapur'dan katılan öğrencilerden elde edilen ortalama parametre değerleri  $s=0,09$  ve  $g=0,41$  olarak elde edilmiştir. Buradaki dikkat çekici bulgulardan biri Singapur'daki öğrenci verilerinden elde edilen  $g$  tahmin parametresinin yüksek çıkmasıdır. Bu bulgu soruyu doğru çözmek için gerekli nitelik ya da niteliklere sahip olmayan öğrencilerin maddeyi doğru yanıtlama olasılıklarının yüksek çıktığı anlamına gelmektedir. Bu durum, ilgili

maddeyi doğru yanıtlamak için gerekli bilgi ve becerilere tam olarak sahip olmayan öğrencilerin işlemleri belli bir noktaya kadar getirdikten sonra doğru çıkarımları yaparak doğru yanıtı ulaşma durumlarının Türk öğrencilere göre daha yüksek olabileceği biçiminde yorumlanabilir. Singapur eğitim sistemi okul öncesi dönem, temel eğitim, genel ve teknik ortaöğretim ve yükseköğretim olmak üzere dört kademeden oluşmaktadır. Okul öncesi dönemde başlayan günlük yaşam ile ilişkilendirilmiş, temel matematik ve fen bilimleri kavramlarını içeren, sosyal beceriler, yaratıcılık ve problem çözme becerileri ile desteklenmiş bir eğitim programı uygulanmaktadır (Jensen, 2012; akt. Bayırlı, 2020). Tüm formal eğitim sistemi boyunca bu açılardan desteklenen bu öğrencilerin doğru çıkarımları yapabilmeye becerilerinin daha gelişmiş olabileceği yorumu yapılabilir. Madde ayırt ediciliği olarak yorumlanan  $\delta$  değerlerinin her iki ülke için de çoğu maddede yüksek olduğu gözlenmiştir; ortalama değerlere bakıldığında Türkiye için 0,60 Singapur için 0,50 elde edilmiştir. Bununla birlikte Singapur için elde edilen bulgularda yüksek tahmin parametreleri nedeni ile madde ayırt ediciliklerinin biraz daha düştüğü görülmektedir.

Analiz edilen maddeler kapsamında elde edilen sonuçlara bakıldığında Türk öğrencilerin altı maddede zorlandığı belirlenmiştir. Bu maddelerle ilgili önemli bulgulardan biri bilişsel becerileri düzeylerine ilişkin bulgulardır. Testte yer alan 34 maddeden dokuz tanesi akıl yürütme düzeyindedir. Yani, bu dokuz madde TIMSS değerlendirme çerçevesinde bilişsel düzeyde en üstte yer alan becerileri içermektedir. Elde edilen sonuçlar Türk öğrencilerin zorlandığı altı maddeden beş tanesinin akıl yürütme düzeyinde olduğunu göstermektedir. Singapur verisinden elde edilen değerlere bakıldığında ise öğrencilerin akıl yürütme becerisi düzeyinde bir maddede zorlandığı belirlenmiştir. Türkiye'ye ait bulgulara bakıldığında, maddenin içerdiği bilişsel becerilerin düzeyi arttıkça doğru yapıma olasılıklarının düştüğü gözlenmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin maddeyi doğru çözüp çözmemeleri noktasında, öğrenme alanlarının yanı sıra bilişsel becerilerin de oldukça önemli olduğu görülmektedir.

Bir diğer önemli bulgu da madde türü noktasında karşımıza çıkmaktadır. Türk öğrencilerin zorlandığı altı maddenin de açık uçlu madde olması öğrencilerin kendi yanıtını oluşturmada zorlandığını göstermektedir. Bu bulgu, akıl yürütme becerisinin tanımında yer alan üst düzey zihinsel beceriler noktasında öğrencilerin zayıf olduğuna ilişkin bulguları desteklemektedir. Öğrencilerin analiz, sentez, sonuç çıkarma ve bu bağlamda kendi yanıtını oluşturma noktasında zayıf olduğuna işaret etmektedir. Doğan ve Tatsuoka (2008), 1999 TIMSS uygulaması 8. sınıf matematik testi üzerinde bilişsel tanı modeli ile yürüttükleri çalışmalarında Türkiye'deki öğrencilerin tahmin becerisinde ve açık uçlu maddelerde doğru yanıtlama düzeylerinin düşük olduğu bulgusuna ulaşmışlardır.

Öğrenme alanı bağlamında bakıldığında, niteliklerin gözlenme sıklıkları ve örtük sınıfların sonsal olasılıklarına ilişkin sonuçlar yorumlandığında uluslararası sınavlarda ilk sıralarda yer alması ve yüksek puanlar elde etmesine rağmen Singapur'un dönüşüm geometrisi niteliğinde zayıf olduğu, niteliğe sahip olma olasılığının 0.56 olduğu, sonsal olasılıkların verdiği sonuca göre öğrencilerin en fazla zorlandığı nitelik olduğu belirlenmiştir. Türk öğrencilerin bulgularına bakıldığında, en fazla zorlandıkları niteliklerin dönüşüm geometrisi ile denklem ve eşitsizlikler olduğu görülmektedir. Gözlenme sıklıkları incelendiğinde kesir ve ondalık gösterimler (%49) ile cebirsel ifade ve işlemlerde (%45) zayıf oldukları belirlenmiştir. Lee ve vd. (2013), yaptıkları çalışmada farklı ülkelerdeki öğrencilerin bilgi düzeylerini ve becerilerini karşılaştırmak için 2007 TIMSS 8. sınıf matematik testlerini bilişsel tanı modeli ile analiz ettiklerinde Kore ve Singapur gibi sınav sonuçlarında ilk sıralarda yer alan başarılı ülkelerde bile cebir alanı içinde yer alan örüntü niteliğine sahip olma oranlarının sırasıyla 0.62 ve 0.58 çıktığı bulgusuna ulaşmışlardır. Toplam puan ve başarı sırasına bakıldığında başarılı ilan edilen ülkelerin bu tür ayrıntılı analizlerde zayıf oldukları beceri ya da konu alanları olduğu görülmektedir. Çalışmanın Türkiye sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin doğal sayılar ve tamsayılar (%20), kesirler ve ondalık gösterimler (%18), örüntü (%15) ve dönüşüm geometrisi (%19) niteliklerinde düşük yetkinlik düzeyine sahip olduğu görülmüştür.

## Öneriler

Hem bilişsel beceriler hem de öğrenme alanlarına ilişkin bulgulara bakıldığında, bazı alanlarda ülkelerin daha düşük başarı gösterdikleri görülmektedir. Bu bağlamda bakılması gereken ilk dokümanların öğretim programları ve ders kitapları olduğu düşünülebilir. 8. sınıf matematik öğretim programı ve TIMSS kapsamını belirleyen değerlendirme çerçevesi incelendiğinde bazı öğrenme alanlarının 8. sınıf matematik öğretim programında daha sınırlı verildiği görülmektedir. Bunlardan biri dönüşüm geometrisidir. TIMSS değerlendirme çerçevesinde öteleme, yansıma ve döndürme dönüşümleri yer alırken 8.sınıf matematik öğretim programında döndürme dönüşümünün olmadığı görülmektedir (Mullis & Martin, 2013; Millî Eğitim Bakanlığı, 2018). Öğretim programı geliştirme çalışmalarında hem ulusal hem de uluslararası yapılan araştırma sonuçlarının mutlaka incelenmesi ve veriye dayalı geliştirme çalışmalarının yapılması önemli görülmektedir.

Bu çalışmada Türk öğrencilerin zayıf olduğu altı maddenin beş tanesinin beceri düzeyinin akıl yürütme alanında olduğu belirlenmiştir. Akıl yürütme düzeyinin kapsamına bakıldığında; analiz etme, sentez yapma, değerlendirme, bilgi ve kanıta dayalı geçerli çıkarımlar yapma, genelleme, doğrulama gibi matematik öğretimi için önemli becerileri içermektedir. Öğrencilerde bu becerilerin gelişebilmesi için özellikle yanıt

kendisinin oluşturduğu açık uçlu maddelere olan aşinalığın artmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Gerek sınıf içi değerlendirmelerde gerekse ulusal düzeyde izleme değerlendirme amacıyla yapılacak araştırmalarla bu aşinalık pekiştirilebilir. Bununla birlikte ders kitaplarındaki içerikler bu tür becerileri destekleyecek şekilde zenginleştirilebilir.

Literatür incelendiğinde, öğrenme eksiklikleri üzerine yapılan araştırmaların çoğunlukla öğrenme alanlarına ilişkin sorunların tespiti üzerine olduğu ancak daha az çalışmada bilişsel beceri düzeylerine yönelik araştırmaların yapıldığı görülmektedir. Öğrencinin bir öğrenme alanına ilişkin başarı düzeyini ifade edebilmek için sahip olduğu bilişsel beceri düzeyinin de belirlenmesi önemlidir. Öğrenci, bir kazanımda bilgi düzeyinde başarılı olurken aynı kazanımı ölçen daha üst düzey bir beceri de düşük başarı gösterebilir. Öğrenme alanı içinde bir kazanımda hangi bilişsel düzeyde başarılı olduğunun doğru tespiti hem öğrencinin zayıf olduğu noktalarda verilecek geri bildirim hem de öğretim programı ve ders kitaplarının içerik geliştirme çalışmaları adına önemlidir. Bu nedenle araştırmalarda öğrencilerin bilişsel beceri düzeylerine yönelik daha fazla araştırmanın yapılması literatüre önemli katkılar sağlayabilir.

Bilişsel tanı modellerine ilişkin çalışmaların çoğunun simülasyon çalışmaları olduğu görülmektedir. Öğrencilere ait gerçek veriye dayalı daha fazla çalışma yapılarak öğrenme eksiklikleri üzerine daha ayrıntılı bilgiler edinilebilir. Toplam puan ve sıralamaya dayalı başarı ifadelerinin genel bir tabloyu yansıttığı ve öğrenci öğrenmelerine ilişkin sınırlı bilgiler verildiği noktadan hareketle gerçek veriye dayalı çalışmaların desteklenmesi doğru tanılama yapılması adına önemli görülmektedir.

### Kaynakça

- Başokçu, T. O. (2011). *Bağıl ve Mutlak Değerlendirme ile DINA Modele Göre Yapılan Sınıflamaların Geçerliğinin Karşılaştırılması* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Bayırlı, A. (2020). Singapur Eğitim Sistemi ile Türk Eğitim Sisteminin Karşılaştırılması ve Türkiye İçin Çıkarımlar. *USBAD Uluslararası Sosyal Bilimler Akademik Dergisi* 2(4), 1104-1132.
- Choi, K.M., Lee, Y. -S., and Park Y. S. (2014). What CDM can tell about what students have learned: an analysis of timss eighth grade mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1563-1577.
- de la Torre, J. (2008a). The generalized DINA model framework [Unpublished manuscript]. *State University of New Jersey*.

- de la Torre, J. (2009a). A cognitive diagnosis model for cognitively-based multiple-choice options. *Applied Psychological Measurement*, 33, 163– 183.
- de la Torre, J. (2009b). DINA Model and Parameter Estimation: A Didactic. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 34 (1), 115–130.
- Dogan, E., & Tatsuoka, K. (2008). An international comparison using a diagnostic testing model: Turkish students' profile of mathematical skills on TIMSS-R. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 263-272.
- Doornik, J. A. (2003). *Object-oriented matrix programming using Ox (version 3.1)* [Computer software]. Timberlake Consultants Press, London.
- Henson, R. A., Roussos, L., and Templin, J. L. (2004). Cognitive diagnostic “fit” indices. *ETS*, NJ.
- Henson, R. A., Templin, J. L., and Willse, J. T. (2009). Defining a family of cognitive diagnosis models using log-linear models with latent variables. *Psychometrika*, 74, 191-210.
- IEA, (2017). *TIMSS 2015 international database*. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/>
- Jensen, B. (2012). *Catching up: learning from the best school systems in east asia* [Summary Report]. Grattan Institute.
- Junker, B. W., and Sijtsma, K. (2001). Cognitive assessment models with few assumptions, and connections with nonparametric item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 25(3), 258-272.
- Karasar, N. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemi (18.Baskı)*. Nobel Yayın Dağıtım.
- Lee, Y. -S., de la Torre J., and Park Y. S. (2012). Relationships between cognitive diagnosis, CTT, and IRT indices an empirical investigation. *Asia Pacific Educ.*, 13, 333–345.
- Lee, Y. -S., Johnson, M., Park, Y. J., Sachdeva, R., Zhang, J., and Waldman, M. (2013). An multidimensional scaling approach for investigating students' cognitive weakness and strength on the TIMSS 2007 Mathematics Assessment Annual Meeting of the American Educational Research Association in San Francisco. CA.

- Martin, M. O., Mullis, I.V.S., and Hooper, M. (2016). *Methods and procedures in TIMSS 2015*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. <http://timssandpirls.bc.edu/publications/timss/2015-methods.html>
- MEB, (2018). *Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı 1-8. sınıflar matematik öğretim programları*. MEB Yayınları.
- Mislevy, R. J., Steinberg, L. S., and Almond, R. G. (2003). On the structure of educational assessments. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 1, 3-62.
- Mullis, I.V.S., and Martin, M. O. (2013). *TIMSS 2015 Assessment Frameworks*. TIMSS and PIRLS International Study Center. Chestnut Hill, MA: Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I. V.S., and Martin, M. O. (2017). *TIMSS 2019 Assessment Frameworks. TIMSS and PIRLS* [International Study Center]. Chestnut Hill, MA: Lynch School of Education, Boston College.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: NCTM.
- Rupp, A. A., Templin, J. L., and Henson, R. A. (2010). *Diagnostic assessment: Theory, methods, and applications*. Guilford Press.
- Snow, R. E., and Lohman, D. F. (1993a). Cognitive psychology, new test design, and new test theory: an introduction. N. Fredriksen, R. J. Mislevy, & I. Bejar (Eds.), In *Test Theory for a new generation of tests* (1-17). NJ: Erlbaum.
- Tatsuoka, K. (1983). Rule space: An approach for dealing with misconceptions based on item response theory. *Journal of Educational Measurement*, 20, 345-354.
- Tatsuoka, K. K. (1995). Architecture of knowledge structures and cognitive diagnosis: A statistical pattern recognition and classification approach. P. D. Nichols, S. F. Chipman, & R. L. Brennan (Eds.), In *Cognitively diagnostic assessment* (327-359). Lawrence Erlbaum Associates.
- Tatsuoka, K. K., Corter, J. E., and Tatsuoka, C. (2004). Patterns of diagnosed mathematical content and process skills in TIMSS-R across a sample of 20 countries. *American Educational Research Journal*, 41(4), 901-926.

Wellington, J. (2006). *Educational research: contemporary issues and practical approaches*. Continuum.

Wenmin, Z. (2006). *Detecting differential item functioning using the DINA model*. [Yayımlanmamış doktora tezi]. The University of North Carolina at Greensboro.