

Makalenin Geliş Tarihi : 31.12.2007
Makalenin Kabul Tarihi : 10.03.2008

ÜST REKOR DEĞERLERİ KULLANILARAK PORSUK BARAJINDAKİ SU SEVİYESİNİN TAHMİNİ

Arzu ALTIN¹, Günseli KURT²

ÖZET : Çalışmanın temel amacı üst rekor değerleri yardımıyla belirli çevresel konuların nasıl analiz edileceğini göstermektir. Bu çalışmada, Eskişehir iline su sağlayan Porsuk Barajı için 1974 Ocak - 2005 Aralık dönemine ait aylara ilişkin ortalama günlük su miktarı verileri üst rekor değerleri yardımıyla analiz edilmiştir. Devlet Su İşleri (DSİ) 3. Bölge Müdürlüğü'nden elde edilen veriler kullanılarak, baraja gelen ortalama günlük su miktarlarının üst rekor değerleri üç dağılım (Normal, Logistic, Rayleigh) yardımıyla tahmin edilmiştir. Analiz sonucunda Mart, Nisan, Mayıs ve Haziran aylarında barajdaki su seviyesinin oldukça fazla olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle bu aylarda baraja tahmin edilen miktarlarda su gelmesi halinde barajda kontrolsüz su bırakılması gibi önemli sorunlar olabilecektir.

Anahtar kelimeler: Önkestirim, Porsuk Barajı, Üst Rekor Değerleri.

ESTIMATION OF WATER LEVEL IN PORSUK DAM BY USING UPPER RECORD VALUES

ABSTRACT: The main purpose of this study is to show how upper record statistics help in analyzing certain environmental issues. In this study, we analyzed the average daily water amount data from the monthly data of the Porsuk dam which supplies water for Eskişehir between the time period of January 1974 and December 2005 by using upper record values. By using this data taken from State Hydraulic Works (SHW) 3rd Regional Directorate, the upper record values of daily average amounts of coming water to the dam are estimated via three probability distributions: Normal, Logistic and Rayleigh. As a result, it has been realized that the water amount in the dam is very much in March, April, May and June. For this reason, if the estimated amount of water comes to the dam, there could be considerable problems, such as uncontrolled water set free for the dam.

Keywords : Prediction, Porsuk Dam, Upper Record Values.

^{1,2} Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi,
İstatistik Bölümü, Batı Meşelik Kampüsü, 26480 ESKİŞEHİR

I. GİRİŞ

Günlük hayatta bir çok alanda rekor kelimesiyle karşılaşılmaktadır. Rekor değerleri ve rekor değerleri ile ilgili istatistikler; doğa olayları, ekonomi, spor gibi alanlarda önem kazanmıştır. Doğa olayları ile ilgili olarak rüzgarın şiddetinin en fazla ne olabileceği, belirli bir bölgede iklim şartlarına bağlı olarak beklenen en çok ya da en az yağış miktarının ne olacağı belirlenmeye çalışılmaktadır. Ayrıca, barajlara gelebilecek su miktarları, o bölgede yaz aylarında en fazla sıcaklığın ne olacağını kestirilmesi için o güne kadar olan tüm rekor değerleri gözönünde bulundurulmaktadır.

Rekor değerleri ile ilgili ilk istatistiksel çalışmaların Chandler tarafından başlatıldığı bilinmektedir. [1] rekor değerlerini bağımsız, aynı dağılıma sahip rassal değişkenler dizisi içinde birbirini izleyen uç değerler olarak tanımlamıştır. Rekor değerlerinin Markov yapısı hakkında bilgi vererek, rekorların matematiksel teorisini formüle etmiş ve rekorlara ilişkin kuramsal sonuçları sunmuştur.

Rekor değerleri ve rekor zamanları, sıra istatistikleri ile yakından ilişkilidir. Sıra istatistiklerinin teorisindeki gelişmeler, rekor istatistikleri üzerindeki çalışmaların artmasına neden olmuştur. Rekor değerleri ile ilgili temel sonuçlar 1952-1983 yılları arasında elde edilmiştir. [2] ve [3] stokastik süreçlerde rekorların kullanımını ele almışlardır. [4] ve [5] rekorlar arası zamanları incelemişlerdir. [6] rekor değerleri, rekor zamanları ve uç süreçlerdeki ayrıntılarını ele almıştır. Rekorların asimtotik teorisi [7] ve [8] tarafından geliştirilmiştir. [9-11] rekor değerlerinin farklı özelliklerini kullanarak belleksizlik özelliğine sahip geometrik ve üstel dağılımların rekor değerleri ile ilgili bazı karakterizasyon teoremlerini göstermişlerdir.

[12] rekor değerleri ile ilgili olarak kar ve yağmur gibi hava olaylarını ele alarak bazı uygulamalar yapmıştır. [13] ve [14] rekor değerleri ve sıra istatistiklerinin bağımlı yapılarını karşılaştırmışlar ve ikisi arasındaki ayrımı göstermişlerdir.

[15] ve [16] kitaplarında Rekor değerleri ve bunlara ilişkin istatistiksel çalışmalarını ayrıntılı bir biçimde ele almıştır.

İki parametrelili üstel dağılımdan gelebilecek rekor değerlerinin tahmini ve en iyi doğrusal sapmasız kestiriciler (Best Linear Unbiased Estimator, BLUE) [17] ve [18] tarafından incelenmiştir. Benzer sonuçlar uç değer (extreme value) dağılımı için [19-20] ve [21]; lojistik

dağılım için [22]; rayleigh, weibull ve normal dağılım için [23-24] ve genelleştirilmiş üstel dağılım için [25] tarafından verilmiştir.

[26] dünyadaki 17 farklı meteoroloji istasyonunda gözlemlenen aylık ortalama sıcaklıklarda gözlemlenen üst rekor değerlerini, [27] Los Angeles'daki yağış miktarlarında gözlemlenen üst rekor değerlerini incelemiş ve bir sonraki rekor değeri için güven aralıklarını vermiştir.

Bu çalışmada, ilk olarak giderek değişen iklim şartları nedeniyle tahmin edilmesi zor olan doğa olaylarının modellenmesi için farklı bir teknik tanıtılacaktır. Birçok bilim adamı küresel ısınma nedeniyle sürekli değişen iklim koşullarını tahmin etmek için bu tekniği uygulamıştır [26-27].

Bu çalışmada üst rekor değerleri ile tahmin tekniği kullanılarak Eskişehir ili Porsuk barajına gelen su miktarlarında gözlemlenebilecek rekor seviyedeki su miktarları tahmin edilmeye çalışılacaktır. Eskişehir ilinin su ihtiyacının büyük bir kısmını sağlayan Porsuk Barajı'na aylar bazında giren ortalama günlük su miktarlarının üst rekor değerleri Devlet Su İşleri (DSİ) verilerinden yararlanılarak belirlenmiştir. Daha sonra belirlenen üst rekor değerleri yardımıyla ileriye dönük rekor düzeyde gelebilecek su miktarlarının önkestirimi yapılmıştır. Elde edilen sonuçların sulama politikası ve alınması gereken önlemler konusu için önemi vurgulanmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, üst rekor değerleri hakkında genel bilgiler verilmiş ve gözlemlenen üst rekor değerleri yardımıyla ilgilenilen dağılımın BLUE parametre kestiricileri ve bir sonraki üst rekor değerinin önkestirimi açıklanmıştır. Üçüncü bölümde Porsuk Barajına aylar itibarıyla gelen ortalama günlük su miktarlarında gözlemlenen üst rekor değerlerine ilişkin sonuçlara yer verilmiştir. Dördüncü bölümde ise genel yorumlar yapılarak çalışma sonuçlandırılmıştır.

II. ÜST REKOR DEĞERLERİNİN TANIMI

$X_1, X_2, \dots, X_k, \dots$, $F(x)$ dağılım fonksiyonuna sahip rassal değişkenler dizisi olsun. Bu durumda üst rekor değerleri ve rekor zamanları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$U(k)$ k 'ncü üst rekor zamanı gösterilsin. Rekor değerleri teorisinde çalışmanın başladığı andaki ilk gözlem değeri, ilk rekor değeri olarak tanımlanmaktadır. Bu nedenle birinci üst rekor zamanı $U(1)=1$ olur. Daha sonraki üst rekor zamanları aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned}
U(1) &= 1 \\
U(2) &= \min \{ i : i > U(1) , X_i > X_{U(1)} \} \\
U(3) &= \min \{ i : i > U(2) , X_i > X_{U(2)} \} \\
&\vdots \\
&\vdots \\
U(k) &= \min \{ i : i > U(k-1) , X_i > X_{U(k-1)} \} , \quad k \geq 2 \text{ için} \quad (1)
\end{aligned}$$

İkinci üst rekor zamanı ilk üst rekor değerinden daha büyük bir gözlem değeri ile karşılaşılan ana eşittir. Burada $U(k)$, k 'inci üst rekor zamanı ve gözlemlenen $X_{U(k)}$ da k 'inci üst rekor değeri olarak adlandırılır.

$U(1), U(2), \dots, U(k), \dots$ dizisine üst rekor zamanları dizisi, $X_{U(1)}, X_{U(2)}, \dots, X_{U(k)}, \dots$ 'ya ise üst rekor değerleri dizisi denir. Üst rekor değerleri, tanımından da anlaşılacağı üzere nadir gözlemlenen olaylardır. Ancak günlük hayatta beklenmedik bir şekilde gerçekleşen rekor seviyedeki doğa olayları çok ciddi problemlere yol açmaktadır. Rekor seviyedeki bu gözlemlerin tahmin edilmesi, meydana gelebilecek problemler için önlem alınmasında oldukça yararlı olacaktır. Rekor seviyede meydana gelebilecek bu değerlerin tahmin edilebilmesi için öncelikle rekor değerlerinin dağılımlarının bilinmesi gerekir. Bu dağılım yardımıyla rekor değerlerinin ortalama, varyans ve diğer istatistikleri hesaplanabilir. k 'inci üst rekor değeri $X_{U(k)}$ 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu genel olarak aşağıdaki biçimdedir.

$$f_k(x) = \frac{[R(x)]^{k-1}}{(k-1)!} dF(x) = \frac{[R(x)]^{k-1}}{(k-1)!} f(x) ; \quad -\infty < x < \infty \quad (2)$$

Benzer biçimde üst rekor değerlerinin ortak momentleri yardımıyla kovaryansları herhangi iki üst rekor değerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu yardımıyla belirlenebilir. $i < j$ olmak koşulu ile i 'inci ve j 'inci üst rekor değerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir [15].

$$f_{i,j}(x_i, x_j) = \frac{\{R(x_i)\}^{i-1}}{(i-1)!} r(x_i) \frac{\{R(x_j) - R(x_i)\}^{j-i-1}}{(j-i-1)!} f(x_j) ; \quad -\infty < x_i < x_j < \infty \quad (3)$$

Burada,

$$R(x) = -\ln(1 - F(x)) \text{ ve } r(x) = \frac{d}{dx} R(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} ; \quad (4)$$

şeklinde tanımlıdır.

Uygulama kısmında Porsuk barajına aylar itibariyle gelen ortalama günlük su miktarlarında gözlemlenen üst rekor değerlerinin Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımlarına sahip olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle çalışmada sadece bu dağılımlara sahip üst rekor değerleri ele alınmıştır. Çalışmaya devam edebilmek için bu dağılımlardan gelen üst rekor değerlerinin ortalama ve varyans-kovaryans değerlerinin bilinmesi gerekir. Bu değerlerin hesaplanabilmesi için öncelikle her rekor değerinin olasılık yoğunluk fonksiyonunun eşitlik (2) yardımıyla belirlenmesi gerekir. Her rekor değeri için bu değerlerin hesaplanması oldukça uzun ve zor bir işlemdir. Ancak, Standart Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımlarından elde edilebilecek ilk 10 üst rekor değeri için ortalama ve varyans-kovaryans değerleri [22, 24, 28] tarafından tabloleştirilmiştir. Bu değerler Çizelge 1-6'da verilmiştir.

Çizelge 1. Normal dağılımdan beklenen *i*. üst rekor değerleri

<i>i</i> =1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,000	0,903	1,499	1,969	2,367	2,717	3,034	3,325	3,594	3,847

Çizelge 2. Normal dağılımdan gelen üst rekor değerlerinin varyans-kovaryansları

<i>i</i>	<i>j</i>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,0000									
2	0,5956	0,7799								
3	0,4534	0,5953	0,7022							
4	0,3775	0,4964	0,5859	0,6611						
5	0,3292	0,4331	0,5115	0,5773	0,6353					
6	0,2951	0,3885	0,4589	0,5181	0,5702	0,6174				
7	0,2696	0,3550	0,4194	0,4735	0,5212	0,5643	0,6041			
8	0,2495	0,3286	0,3883	0,4385	0,4827	0,5226	0,5595	0,5938		
9	0,2332	0,3073	0,3631	0,4100	0,4514	0,4888	0,5233	0,5554	0,5856	
10	0,2197	0,2895	0,3421	0,3864	0,4253	0,4606	0,4931	0,5234	0,5519	0,5788

Çizelge 3. Lojistik dağılımdan beklenen i . üst rekor değerleri

$i=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,000	0,645	2,847	3,929	4,966	5,984	6,992	7,996	8,998	9,999

Çizelge 4. Lojistik dağılımdan gelen üst rekor değerlerinin varyans-kovaryansları

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3,2899									
2	2,4426	2,9882								
3	1,9701	2,6887	3,5414							
4	1,7913	2,5310	3,3885	4,3096						
5	1,7139	2,4636	3,3132	3,2258	5,1779					
6	1,6782	2,4327	3,2788	4,1853	5,1311	6,1016				
7	1,6612	2,4181	3,2625	4,1660	5,1084	6,0754	7,0576			
8	1,6530	2,4110	3,2546	4,1567	5,0974	6,0625	7,0429	8,0323		
9	1,6489	2,4075	3,2508	4,1522	5,0920	6,0563	7,0356	8,0241	9,0180	
10	1,6469	2,4058	3,2489	4,1500	5,0893	6,0532	7,0321	8,0200	9,0134	10,0100

Çizelge 5. Rayleigh dağılımından beklenen i . üst rekor değerleri

$i=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,253	1,880	2,350	2,742	3,084	3,393	3,676	3,938	4,184	4,417

Çizelge 6. Rayleigh dağılımından gelen üst rekor değerlerinin varyans-kovaryansları

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,4292									
2	0,3105	0,4657								
3	0,2548	0,3821	0,4777							
4	0,2210	0,3315	0,4144	0,4835						
5	0,1979	0,2968	0,3710	0,4328	0,4869					
6	0,1807	0,2711	0,3388	0,3953	0,4447	0,4892				
7	0,1674	0,2510	0,3138	0,3661	0,4118	0,4530	0,4908			
8	0,1566	0,2349	0,2936	0,3425	0,3853	0,4238	0,4592	0,4920		
9	0,1476	0,2215	0,2768	0,3230	0,3633	0,3997	0,4330	0,4639	0,4929	
10	0,1401	0,2101	0,2626	0,3064	0,3447	0,3792	0,4108	0,4401	0,4676	0,4936

II.1 Üst Rekor Değerleri Yardımıyla Konum ve Ölçek Parametrelerinin Tahmini

$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} f\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $F(x; \mu, \sigma) = F\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ birikimli dağılım fonksiyonu ile genel olarak konum-ölçek parametrelili dağılımlar ailesi gözönünde bulundurulsun. $X_{U(1)}, X_{U(2)}, \dots, X_{U(k)}$ üst rekor değerleri bu dağılımdan elde edilen üst rekor değerleri olsun. Gözlemlenen bu üst rekor değerleri yardımıyla dağılımın konum parametresi μ ve ölçek parametresi σ 'nın BLUE kestiricisi genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ile aşağıdaki gibi elde edilmiştir [29].

$$\mu^* = \sum_{i=1}^k a_i X_{U(i)} \quad \text{ve} \quad \sigma^* = \sum_{i=1}^k b_i X_{U(i)} \quad (5)$$

Burada,

$$a = \frac{\alpha^T \Sigma^{-1} \alpha \underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1} - \alpha^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}} \alpha^T \Sigma^{-1}}{(\alpha^T \Sigma^{-1} \alpha)(\underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}}) - (\alpha^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}})^2} \quad (6)$$

$$b = \frac{\underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}} \alpha^T \Sigma^{-1} - \underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1} \alpha \underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1}}{(\alpha^T \Sigma^{-1} \alpha)(\underline{\mathbf{1}}^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}}) - (\alpha^T \Sigma^{-1} \underline{\mathbf{1}})^2} \quad (7)$$

X : Gözlemlenmiş üst rekor değerlerinin sütun vektörünü,

α : $F(x)$ dağılımından elde edilen üst rekor değerlerinin beklenen değerlerinin sütun vektörünü,

$\underline{\mathbf{1}}$: Tüm elemanları 1 olan n boyutlu bir sütun vektörü,

Σ^{-1} : $F(x)$ dağılımından elde edilen üst rekor değerlerinin varyans-kovaryans matrisini göstermektedir.

Eşitlik (6) ve (7), rekor değerlerinin varyans-kovaryans matrisinin tersini içermektedir. Daha önce de vurgulandığı gibi ilgili dağılımlar için üst rekor değerlerinin ortalama ve varyans-kovaryanslarının hesaplanması oldukça uzun ve zor olduğundan, bu değerler yardımıyla a ve b katsayılarını hesaplamakta oldukça zordur. Ancak çeşitli dağılımlar için bu değerler tabloleştirilmiştir. Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımı için konum parametresi μ ve ölçek

parametresi σ 'nın en iyi doğrusal sapmasız kestiricilerinin gözlemlenen üst rekor değerleri yardımıyla hesaplanabilmesi için gerekli olan a ve b katsayıları [22, 24, 28] tarafından verilmiştir. Çizelge 7-12'de i ile gözlemlenen üst rekor sayısı, j ile parametre tahmininde kullanılacak katsayıların indisi gösterilmektedir. Bir başka deyişle, i 'inci satırda yer alan katsayılar, i tane üst rekor değeri yardımıyla yapılacak parametre tahmini için kullanılacak katsayılardır.

Çizelge 7. $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımdan gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak μ 'nın BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0,8639	0,3424	-0,2063							
4	0,7799	0,3152	0,2073	-0,3025						
5	0,7211	0,2956	0,1953	0,1455	-0,3576					
6	0,6768	0,2806	0,1859	0,1389	0,1106	-0,3576				
7	0,6417	0,2686	0,1784	0,1335	0,1064	0,0883	-0,4167			
8	0,6130	0,2586	0,1721	0,1289	0,1029	0,0854	0,0730	-0,4339		
9	0,5889	0,2501	0,1668	0,1251	0,0999	0,0830	0,0709	0,0618	-0,4465	
10	0,5683	0,2428	0,1621	0,1217	0,0973	0,0809	0,0691	0,0603	0,0534	-0,4560

Çizelge 8. $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımdan gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak σ 'nın BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	-0,5860	-0,2041	0,7901							
4	-0,4069	-0,1460	-0,0926	0,6454						
5	-0,3150	-0,1155	-0,0738	-0,0537	0,5580					
6	-0,2588	-0,0964	-0,0619	-0,0453	-0,0351	0,4979				
7	-0,2207	-0,0833	-0,0537	-0,0394	-0,0379	-0,0253	0,4533			
8	-0,1930	-0,0737	-0,0477	-0,0350	-0,0275	-0,0266	-0,0191	0,4186		
9	-0,1719	-0,0662	-0,0430	-0,0316	-0,0249	-0,0205	-0,0174	-0,0150	0,3906	
10	-0,1553	-0,0603	-0,0392	-0,0289	-0,0228	-0,0188	-0,0159	-0,0138	-0,0121	0,3673

Çizelge 9. Lojistik dağılımdan gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak μ 'nün BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0,9347	0,1546	-0,0893							
4	0,8413	0,1734	0,2101	-0,2248						
5	0,7688	0,1892	0,2032	0,0861	-0,2473					
6	0,7159	0,1989	0,1986	0,0855	0,0379	-0,2368				
7	0,6767	0,2054	0,1957	0,0851	0,0380	0,0169	-0,2170			
8	0,6468	0,2099	0,1921	0,0847	0,0381	0,0171	0,0077	-0,1964		
9	0,6234	0,2134	0,1897	0,0843	0,0381	0,0172	0,0078	0,0036	-0,1776	
10	0,6047	0,2160	0,1878	0,0841	0,0381	0,0173	0,0079	0,0037	0,0017	-0,1614

Çizelge 10. Lojistik dağılımdan gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak σ 'nın BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	-0,3795	0,0669	0,3126							
4	-0,2737	0,0456	-0,0265	0,2546						
5	-0,2536	0,0325	-0,0209	0,0030	0,2049					
6	-0,1756	0,0255	-0,0176	-0,0025	0,0003	0,1699				
7	-0,1495	0,0212	-0,0152	-0,0022	0,0002	0,0007	0,1447			
8	-0,1303	0,0183	-0,0133	-0,0020	0,0002	0,0006	0,0009	0,1259		
9	-0,1156	0,0161	-0,0118	-0,0018	0,0001	0,0006	0,0005	0,0004	0,1116	
10	-0,1040	0,0145	-0,0106	-0,0016	0,0001	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0,1002

Çizelge 11. Rayleigh dağılımından gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak μ 'nün BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2,0000	0,3333	-1,3333							
4	1,6364	0,2727	0,1818	-1,0909						
5	1,4400	0,2400	0,1600	0,1200	-0,9600					
6	1,3139	0,2190	0,1460	0,1095	0,0876	-0,8759				
7	1,2245	0,2041	0,1361	0,1020	0,0816	0,0680	-0,8163			
8	1,1570	0,1928	0,1286	0,0964	0,0771	0,0643	0,0551	-0,7714		
9	1,1038	0,1840	0,1227	0,0920	0,0736	0,0613	0,0526	0,0460	-0,7359	
10	1,0605	0,1767	0,1178	0,0884	0,0707	0,0589	0,0505	0,0442	0,0393	-0,7070

Çizelge 12. Rayleigh dağılımından gözlemlenen i tane üst rekor değeri kullanılarak σ 'nın BLUE için katsayılar

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	-0,8511	-0,1419	0,9929							
4	-0,5969	-0,0995	-0,0663	0,7627						
5	-0,4669	-0,0778	-0,0519	-0,0389	0,6355					
6	-0,3873	-0,0645	-0,0430	-0,0323	-0,0258	0,5529				
7	-0,3332	-0,0555	-0,0370	-0,0278	-0,0222	-0,0185	0,4942			
8	-0,2938	-0,0490	-0,0326	-0,0245	-0,0196	-0,0163	-0,0140	0,4498		
9	-0,2638	-0,0440	-0,0293	-0,0220	-0,0176	-0,0147	-0,0126	-0,0110	0,4149	
10	-0,2401	-0,0400	-0,0267	-0,0200	-0,0160	-0,0133	-0,0114	-0,0100	-0,0089	0,3865

II.2 Gözlemlenen Üst Rekor Değerleri Yardımıyla Bir Sonraki Üst Rekor Değerinin Tahmini

Bu kesimde bir sonraki rekor değerinin tahmini için izlenen yaklaşım üzerinde durulmuştur. $k-1$ tane gözlemlenen üst rekor değeri yardımıyla k 'ncü üst rekor değerinin aralık tahmini yapılabilir. Bunun için eşitlik (8)'de tanımlanan bir istatistikten yararlanılır. T_k^p ; ilgilenilen dağılımdan k 'ncü üst rekor değerinin yüzde noktasını göstermektedir. Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımı için T_k^p istatistiğinin değerleri Tablo 13-15'te verilmiştir [22, 24, 28].

$$T_k^p = \frac{X_{U(k)} - X_{U(k-1)}}{\sigma^*} \quad (8)$$

Eşitlik (8)'de σ^* , gözlemlenen $k-1$ tane üst rekor değeri kullanılarak Eşitlik (5) yardımıyla hesaplanan σ ölçek parametresinin en iyi doğrusal sapmasız kestiricisidir. Tüm bu açıklamalar ışığında bir sonraki üst rekor değerinin aralık kestirimi eşitlik (9) yardımıyla belirlenebilir.

$$P[X_{U(k-1)}, X_{U(k-1)} + \sigma^* T_k^p] = p \quad (9)$$

Eşitlik (9)'dan görüldüğü gibi k 'nci üst rekor değeri için elde edilecek güven aralığı tek yönlüdür. Rekor değerlerinin tanımından da anlaşılacağı üzere, k 'nci üst rekor değeri $k-1$ 'inci üst rekor değerinden daha büyük bir değer olmalıdır. Bu nedenle eşitlik (9)'da yer alan güven aralığının alt sınırı bir önceki üst rekor değerine eşittir. Gelecek üst rekor değeri p olasılığı ile bu aralıkta değer alacaktır [22].

Çizelge 13. Normal dağılım için T_k^p istatistiğinin yüzde noktaları

i	0,010	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
3	0,0049	0,0143	0,0287	0,0620	4,9263	11,2396	23,4828	58,2634
4	0,0060	0,0141	0,0234	0,0487	1,9162	3,1695	4,8885	8,3427
5	0,0047	0,0098	0,0211	0,0434	1,3255	1,9651	2,8291	3,9870
6	0,0032	0,0080	0,0171	0,0373	1,0222	1,4585	2,0058	2,6667
7	0,0032	0,0078	0,0166	0,0333	0,9066	1,2656	1,6566	2,3044

Çizelge 14. Lojistik dağılım için T_k^p istatistiğinin yüzde noktaları

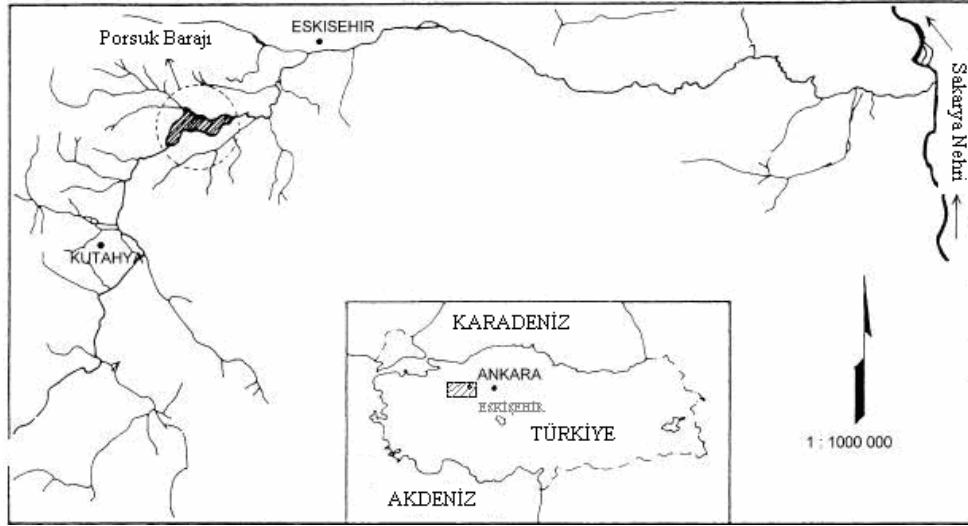
i	0,010	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
3	0,0098	0,0292	0,0581	0,1268	10,0706	22,4724	46,6467	115,7234
4	0,0108	0,0291	0,0591	0,1240	4,1691	6,3768	9,1746	14,9839
5	0,0125	0,0277	0,0531	0,1142	3,4384	4,9800	7,0918	10,8573
6	0,0106	0,0229	0,0505	0,1033	3,0907	4,3303	5,9316	8,5048
7	0,0102	0,0256	0,0503	0,1104	2,9258	3,9349	5,1046	7,1207

Çizelge 15. Rayleigh dağılımı için T_k^p istatistiğinin yüzde noktaları

i	0,010	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99
3	0,0048	0,0123	0,0238	0,0520	3,7321	7,6296	14,8732	38,4384
4	0,0041	0,0098	0,0199	0,0413	1,5834	2,4319	3,7907	6,5884
5	0,0033	0,0084	0,0177	0,0380	1,1380	1,6498	2,2644	3,3609
6	0,0034	0,0085	0,0166	0,0332	0,9045	1,2637	1,6990	2,3337
7	0,0032	0,0071	0,0137	0,0273	0,7326	0,9934	1,2950	1,7487

III. ÜST REKOR DEĞERLERİ YARDIMIYLA PORSUK BARAJINA GELEN SU MİKTARININ TAHMİNİ

Çalışmanın bu kısmında Eskişehir'in en büyük barajı olan Porsuk barajına aylar bazında gelen ortalama günlük su miktarları incelenecektir. Porsuk Barajı Eskişehir'in 40km güneybatısında Porsuk çayı üzerinde kuruludur. Porsuk barajının bulunduğu mevki Şekil-1 de gösterilmektedir.



Şekil 1. Porsuk barajı

Porsuk barajı, 1973 yılında barajın gövde hacminin yükseltilmesi için yapılan inşaatı kadar bir çok kez taşmış ve Eskişehir'de maddi zararlara yol açmıştır. Şu anda Porsuk Barajı'nın maksimum depolayabileceği su miktarı $525.000.000 \text{ m}^3$ 'tür. Ancak genelde su seviyesinin bu miktara ulaşmasına izin verilmemektedir. Bunun nedeni ise beklenmedik bir anda gelebilecek olan su miktarı için yer ayrılmasıdır. Böylece taşkınlara ve kontrolsüz su salınmasına engel olunmaya çalışılmaktadır. Taşkın olmasa bile kontrolsüz su salınması durumunda tarımsal alanlar büyük zarara uğramaktadır. Ayrıca Porsuk nehri Eskişehir il merkezinden geçmektedir ve şehir merkezinden saniyede 40 m^3 su geçişine izin verilmektedir. Şehir merkezinden geçen su miktarı bu seviyeyi aştığında, bu bölgede yaşayan insanların büyük sorunlarla karşı karşıya kalmasına neden olmaktadır. Bu nedenle baraj seviyesinin en fazla $465.250.000 \text{ m}^3$ olmasına izin verilmektedir. Ancak baraj seviyesi $380.500.000 \text{ m}^3$ 'e ulaştığında taşkın amacıyla barajdan su

birakılmaktadır. DSI verilerinden taşkın amacıyla geçmişte su bırakılan zamanlar belirlenmiştir. Bu zamanlar şöyledir: Eylül-Ekim 1977, Haziran-Aralık 1981, Mayıs 1984, Şubat 1985, Eylül-Kasım 1999, Ocak, Nisan, Mayıs, Eylül 2000, Nisan, Mayıs, Kasım, Aralık 2002, Ocak, Nisan, Mayıs, Aralık 2003, Ocak-Nisan 2004.

Çizelge 16'da aylar itibariyle Porsuk barajında bulunan su miktarları yer almaktadır. Bu değerler 2000-2005 yılları arasında aylar itibariyle barajda gözlemlenen su miktarlarının ortalamasıdır. Sadece bu dönemdeki baraj seviyelerinin ele alınmasının nedeni, bu dönemdeki verilerin barajın son dönemdeki hacmi için daha gerçekçi bilgi vermesidir. Çalışmanın başladığı 1974 yılında baraj kapasitesi artırıldığı için baraj yeni su tutmaya başlamıştır. Bu nedenle 1974-2005 yılları arasında aylar itibariyle barajda gözlemlenen su miktarlarının ortalamasının alınması barajın son durumu için gerçekçi olmayacaktır.

Çizelge 16. 2000-2005 dönemi için Porsuk barajı aylık ortalama su miktarları(m^3)

AYLAR	Barajdaki Su Miktarı
Ocak	336277219
Şubat	357046042
Mart	382427843
Nisan	402265469
Mayıs	406005163
Haziran	390089818
Temmuz	374659261
Ağustos	348432986
Eylül	325328145
Ekim	314719351
Kasım	312977670
Aralık	336277219

Çizelge16'dan da görülebileceği gibi 465.250.000 m^3 'lük su depolama kapasitesine sahip olan Porsuk barajında su miktarı hiçbir ayda bu seviyeye ulaşamamaktadır. Ancak beklenmedik bir anda gelebilecek olan rekor seviyedeki su miktarının bilinmesi alınacak önlemler açısından yararlı olacaktır.

Bu çalışmada üst rekor değerleri kullanılarak Eskişehir Porsuk barajına gelen su miktarlarında gözlemlenebilecek rekor seviyedeki su miktarları aylar itibariyle tahmin edilmiştir. Çalışmada öncelikle 1974-2005 yılları arasında DSI tarafından günlük olarak tutulan baraja gelen su

miktarı ve barajdaki su miktarı verileri ele alınmıştır. Veriler öncelikle yıllar daha sonra aylar itibarıyla ayrılmıştır. Düzenlenen veriler yardımıyla, 1974-2005 yılları arasında her yıl için ilgili ayda baraja gelen ortalama günlük su miktarları verileri elde edilmiştir. Verilerin aylar itibarıyla ayrı ayrı incelenmesinin nedeni mevsime bağlı olarak baraja giren su miktarlarının değişmesidir. Tüm verilerin birlikte incelenmesi durumunda değişkenlik çok fazla olacaktır ve mevsimsel dalgalanmalar nedeniyle tahmin değerleri doğru olmayacaktır. Düzenlenen veriler yardımıyla herhangi bir ayda baraja giren ortalama günlük su miktarlarının üst rekor değerleri belirlenmiştir.

Bir sonraki üst rekor değerinin tahmin edilebilmesi için gözlemlenen üst rekor değeri sayısı 2'den fazla olmalıdır [28]. Bu nedenle çalışmada 2'den fazla üst rekor değerinin gözlemlendiği aylar ele alınmıştır. Kasım ayında ilgili dönem için 2 üst rekor değeri gözlemlenmiştir. Kasım ayı dışındaki tüm aylarda ise 2'den fazla üst rekor değeri gözlemlenmiştir. Bu nedenle çalışmaya Kasım ayı dahil edilmemiştir. Çalışmada incelenecek aylar ve üst rekor değerleri belirlendikten sonra, her ay için gözlemlenmiş olan üst rekor değerlerinin dağılım biçiminin belirlenmesi gerekir. Bu amaçla her ay için gözlemlenen üst rekor değerleri ile Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımından beklenen üst rekor değerleri arasındaki korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 17'de verilmiştir.

Çizelge 17. Üst rekor değerlerinin dağılıma uygunlukları için elde edilen korelasyon katsayıları

Aylar	Gözlemlenen Üst Rekor Değeri Sayısı (n)	Normal	Lojistik	Rayleigh
Ocak	5	0,915	0,960*	0,933
Şubat	3	0,828	0,847*	0,843
Mart	4	0,975*	0,963	0,965
Nisan	4	0,939	0,955*	0,953
Mayıs	4	0,928	0,940*	0,936
Haziran	3	0,983	0,987	0,989*
Temmuz	5	0,917	0,943*	0,934
Ağustos	5	0,942	0,963*	0,956
Eylül	4	0,988*	0,986	0,985
Ekim	3	0,892	0,904	0,907*
Aralık	5	0,918	0,943*	0,936

Çizelgeden görüleceği gibi aylar itibariyle barağa gelen ortalama günlük su miktarlarının üst rekor değerleri ile Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımından gelebilecek üst rekor değerleri arasındaki korelasyon değerleri oldukça yüksektir. Çalışmanın devamında korelasyon değeri en yüksek olan dağılım esas alınmış ve parametre tahminleri bu dağılım için yapılmıştır. Açıklamalar Ocak ayı için ayrıntılı olarak verilmiş, diğer aylar için tablolaştırılmıştır.

Çizelge 17'den görülebileceği gibi Ocak ayında Porsuk barajına gelen ortalama günlük su miktarı serisinde 5 tane üst rekor değeri gözlenmiştir. Gözlenen 5 üst rekor değeri ile lojistik dağılımdan beklenen 5 üst rekor değeri arasındaki korelasyon katsayısı 0,941'dir. Bu noktadan sonra gözlenen 5 üst rekor değeri yardımıyla lojistik dağılımın konum ve ölçek parametreleri tahmin edilmiştir. Eşitlik (5)'te yer alan konum parametresinin BLUE ve lojistik dağılım için Çizelge 9'da verilmiş a_i katsayıları kullanılarak, Lojistik dağılımın konum parametresi,

$$\mu^* = \sum_{i=1}^5 a_i X_{U(i)} = 499,0968 \times 0,7688 + 587,4839 \times 0,1892 + 1062,81 \times 0,2032 + \\ 1641,839 \times 0,0861 - 2380,548 \times 0,2473 = 263,486$$

olarak belirlenmiştir. Çizelge 10'da verilen b_i katsayıları kullanıldığında Lojistik dağılımın ölçek parametresi,

$$\sigma^* = \sum_{i=1}^5 b_i X_{U(i)} = 499,0968 \times -0,2536 + 587,4839 \times 0,0325 + 1062,81 \times -0,0209 + \\ 1641,839 \times 0,0030 - 2380,548 \times 0,2049 = 363,008$$

olarak belirlenmiştir. Dağılımın konum ve ölçek parametreleri tahmin edildikten sonra, Ocak ayında gözlemlenebilecek olan 6'ncı üst rekor değerinin aralık kestirimi, Eşitlik (9) ve Çizelge 14 yardımıyla kolayca yapılabilir. 6'ncı üst rekor değeri için tahmin yapılacağından, Çizelge 14'de Lojistik dağılım için verilen T_k^p istatistiğinin 0,95 değeri alınmıştır. Bu değer 4,3303'tür. 6'ncı üst rekor değeri için 0,95 güven aralığı,

$$P[z_{U(5)}, z_{U(5)} + \sigma^* T_6^{0,95}] = [2380,548; 2380,548 + 363,008 \times 4,3303] \\ [2380,548; 2743,556] = 0,95$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi 6'ncı üst rekor değeri günlük 2380,548 m³'ten daha fazla bir su miktarının baraja gelmesi durumunda gerçekleşecektir. Ocak ayında baraja gelebilecek rekor seviyedeki su miktarı tahmin edildikten sonra, bu tahmin değeri kullanılarak barajdaki su seviyesi tahmin edilebilir. Bu amaçla Çizelge 16'da Ocak ayı için verilen barajdaki ortalama su seviyesine, 6'ncı üst rekor değeri için elde edilen güven aralığının üst sınır değeri ilave edilmiştir. Böylece Ocak ayında barajda gözlenebilecek rekor seviyedeki su miktarı tahmin edilmiştir.

Tüm bu değerler benzer şekilde diğer aylar içinde hesaplanmış ve Çizelge 18'de verilmiştir. Çizelge 18'den görülebileceği gibi hiçbir ayda barajın su seviyesi, barajın depolayabileceği maksimum su seviyesine ulaşmamaktadır. Ancak Mart, Nisan, Mayıs ve Haziran aylarında barajın kapasitesinin oldukça yüksek olacağı tahmin edilmiştir.

Çizelge 18. Üst rekor değerleri analiz sonuçları

Aylar	Dağılım	Dağılımın Parametre Tahminleri		Üst Rekor Değeri $x_{U(k+1)}$	Barajda Tahmin Edilen Su Miktarı (m ³)
		μ^*	σ^*		
Ocak	Lojistik	263,486	363,008	2743,556	336279962,556
Şubat	Lojistik	1027,138	973,398	10564,876	357056607,162
Mart	Normal	228,869	114,778	3782,518	382431625,550
Nisan	Lojistik	980,555	648,309	7059,377	402272528,577
Mayıs	Lojistik	966,941	262,243	3343,065	406008505,969
Haziran	Rayleigh	82,376	510,536	2523,671	390092341,571
Temmuz	Lojistik	321,423	59,279	895,888	374660156,694
Ağustos	Lojistik	256,642	69,565	914,786	348433901,237
Eylül	Normal	1729,338	936,381	2294,982	325330440,082
Ekim	Rayleigh	147,707	170,688	963,902	314720315,095
Aralık	Lojistik	593,486	278,836	3337,315	312981007,444

Baraj seviyesi 380.500.000 m³'e ulaştığında barajdan taşkın amacıyla su bırakıldığından, bu aylarda daha dikkatli bir sulama politikası izlenmelidir.

IV. SONUÇ VE TARTIŞMA

Türkiye genelinde ve bağlı olarak Eskişehir’de de küresel ısınma nedeniyle mevsimler karışmış aşırı yağışlar, aşırı kuraklıklar canlı cansız tüm varlıkları etkiler duruma gelmiştir. Özellikle son yıllarda dünyadaki su kaynaklarının azalması ve su kaynaklarının etkin kullanılmaması nedeniyle büyük su sıkıntıları yaşanmaktadır.

Barajlarımıza giren su miktarları incelendiğinde tarımsal kesimlerde sulama dönemlerinde sıkıntılar yaşandığı görülmektedir. Ayrıca iklim değişikliğinin etkileri yağışın azalması veya artması şeklinde ortaya çıkmaktadır. Özellikle yağışın miktar ve zamanında meydana gelen değişimler yani yağışın rejimi, bir bölge için bazı afetlere, diğer taraftan bitki gelişme dönemindeki yetersiz yağış ürün miktarının azalmasına neden olmaktadır [30]. Bu durumda hem ürün kalitesi düşmekte, hem üreticiler, hem de ülke ekonomisi zarar görmektedir.

Bu çalışmada aşırı yağışlar nedeniyle barajlara gelen su miktarlarındaki önemli değerler (rekor değerleri) ele alınmıştır. Barajlara herhangi bir ayda gelebilecek üst rekor değerlerinin belirlenmesi, meydana gelebilecek olan olumsuzluklara karşı tedbir almak için önemlidir.

Bu çalışmada öncelikle üst rekor değerleri üzerinde durulmuş, Normal, Lojistik ve Rayleigh dağılımı için elde edilen sonuçlar özetlenmiştir. Uygulama bölümünde Porsuk barajında 1974 Ocak - 2005 Aralık döneminde kaydedilen ortalama günlük su miktarları aylar itibariyle incelenmiş ve gözlemlenen üst rekor değerleri saptanmıştır. Bu rekor değerleri yardımıyla ilgili dağılımın en iyi doğrusal sapmasız parametre kestiricileri hesaplanmıştır. Herhangi bir ayda 0,95 olasılıkla Porsuk barajında gözlemlenebilecek üst rekor değerleri için üst güven sınırı verilmiştir. Çizelge 18’den görülebileceği gibi Mart, Nisan, Mayıs ve Haziran ayları dışında gözlemlenebilecek olan üst rekor değerleri, barajda taşkın ya da kontrolsüz su salınmasına neden olabilecek durumda değildir. Ancak Mart, Nisan, Mayıs ve Haziran aylarında barajdaki su seviyesinin oldukça fazla olduğu Çizelge 16 ve Çizelge 18’den görülmektedir. Bu aylarda baraja tahmin edilen miktarda su gelirse, barajda önemli sorunlar meydana gelebilecektir. Toplam hacmi 525.000.000m³ olan Porsuk barajından belirtilen aylarda kontrolsüz su salınması sözkonusu olabilir. Ayrıca baraj kapasitesi ilave bir inşaatla yükseltildiğinden barajda çatlaklar meydana gelebilir. Bu nedenle Mart, Nisan, Mayıs ve Haziran aylarında daha dikkatli bir su politikasının izlenmesi gerekmektedir.

V. KAYNAKLAR

- [1] K.N. Chandler, “The Distribution and Frequency of Record Values”, *J.R.Statistic.Soc.B.*, 14,1952.
- [2] F.G. Foster and A. Stuart, “Distribution Free Tests in Time-Series Bond on the Breaking of Records”, *J.Roy.Stat. Soc.Series B*, 16, 1954.
- [3] F.G. Foster and D. Teichroew, “A Sampling Experiment on the Powers of the Records Tests for Trend in a Time Series” , *J.Royal Stat.Soc. Series B*, 17 ,1955.
- [4] M.F. Neuts, “Waiting times between record observations”, *J. Applied Probability*, 30, pp. 147-159, 1967.
- [5] P.T. Holmes and W. Strawderman, “A note on the waiting times between record observations”, *J. Applied Probability*, 6, pp. 711-714, 1969.
- [6] R.W. Shorrock, “On record values and record times”, *J.App.Prob.*, 9, pp. 316-326, 1972.
- [7] S.I. Resnick, “Limit laws for record values”, *Stoch. Proc. Appl.*, 1, pp. 67-82, 1973.
- [8] R.W. Shorrock, “Record values and inter-record times”, *J.App.Prob.*, 10, pp. 543-555, 1973.
- [9] H.N. Nagaraja, “On a characterization based on record values”, *Austral J.Stat.*, 19, pp. 70-73, 1977.
- [10] M. Ahsanullah, “Characterization of the exponential distribution by record values”, *Sankhyá, Series B*, 41, pp. 116-121, 1979.
- [11] P. Deheuvels, “The characterization of distributions by order statistics and record values- a unified approach”, *J.App. Prob.*, 21, pp. 326-334, 1984.
- [12] N. Glick, “Breaking records and breaking boards”, *The Amer. Math. Mont.*, 85, pp. 2-26, 1978.
- [13] H. N. Nagaraja, “On the expected values of record values”, *Austral J. Stat.*, 20(2), pp. 176-182, 1978.
- [14] V.B. Nevzorov, “Records”, *Theory Prob. App.*, 32, pp. 201-228, 1988.
- [15] M. Ahsanullah, “*Record Statistics*”, Nova Science Pub., New York, 1995.
- [16] B.C. Arnold, N. Balakrishnan and H.N. Nagaraja, “*Records*”, John Wiley and Sons Inc, New York, 1998.

- [17] M. Ahsanullah, "Linear prediction of record values for the two parameter exponential distribution", *Ann. Inst. Statist. Math.*, 32, pp. 363-368, 1980.
- [18] I.R. Dunsmore, "The future occurrence of records", *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 35, pp. 267-277, 1983.
- [19] H.N. Nagaraja, "Record values and extreme value distributions", *J. Appl. Probab.*, 19, pp. 233-239, 1982.
- [20] H.N. Nagaraja, "Asymptotic linear prediction of extreme order statistics", *Ann. Inst. Statist. Math.*, 36, pp. 289-299, 1984.
- [21] M. Ahsanullah, "Estimation of the parameters of the Gumbel distribution based on the m record values", *Comput. Statist. Quart.*, 3, pp. 231-239, 1990.
- [22] N. Balakrishnan, M. Ahsanullah and P.S. Chan, "On the logistic record values and associated inference", *J. Appl. Statist. Sci.*, 2 (3), pp. 233-248, 1995.
- [23] N. Balakrishnan and P.S. Chan, "Record values from Rayleigh and Weibull distributions and associated inference", *Extreme Value Theory and Applications*, 3, pp. 41-51, 1993.
- [24] N. Balakrishnan and P.S. Chan, "On the Normal record values and associated inference", *Statistics and Prob. Letters*, 39, pp. 73-80, 1998.
- [25] M.Z. Raqab, "Inferences for generalized exponential distribution based on record statistics", *Journal of Statistical Planning and Inference*, 104, pp. 339-350, 2002.
- [26] R.E. Benestad, "Record-values, nonstationarity tests and extreme value distributions", *Global and Planetary Change*, 44, pp. 11-26, 2004.
- [27] M.Z. Raqab, "Nonparametric prediction intervals for future rainfall records", *Environmetrics*, 17 (5), pp. 457-464, 2005.
- [28] P.S. Chan, "*A statistical study of log-gamma distribution*", Ph.D. Dissertation, McMaster University, Canada, 1993.
- [29] N. Balakrishnan and A.C. Cohen, "*Order Statistics and Inference: Estimation Methods*", Academic Press, San Diego, 1991.
- [30] K. Koçak, ve L. Şaylan, "Trakya'da Yağış Rejimindeki Değişimi Fraktal Analiz ile Belirlenmesi", III. Atmosfer Bilimleri Sempozyumu, 2003, İstanbul, Bildiri kitabı, ss. 354-361.